Exercices analyse combinatoire: Corrigés

1.

Chaque roue du cadenas représente une expérience. Le nombre de possibilités totales est donc, en appliquant le principe du dénombrement : $10 \times 10 \times 10 = 1000$, c'est en fait tous les nombres de 000 à 999.

2.

On applique le principe du dénombrement aux deux expériences ce qui donne $52 \times 51 = 2652$. Ensuite il s'agit de diviser ce résultat par deux car l'ordre dans lequel apparaissent les cartes ne nous intéresse pas, on obtient 1326. On peut également appliquer la formule des combinaisons, il s'agit en fait de trouver de combien de manières différentes on peut choisir une paire de cartes dans un jeu de 52 cartes.

3.

Le premier chiffre ne peut pas être 0 car si tel était, le nombre aurait 5 chiffres. a) On applique le principe de dénombrement et on obtient $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10\times = 9000\,000$. b) Le nombre se termine soit par 0 soit par 5, donc on applique également le principe du dénombrement et on obtient $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 2 = 1800\,000$. c) On applique toujours le même principe mais cette fois-ci on aura $9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5\times = 1360\,080$, car chaque chiffre choisi ne peut plus être utilisé à nouveau.

4.

De combien de manières peut-on arranger 5 personnes a) sur une ligne ? b) Autour d'une table ronde ? (seulement la position relative des uns vis-à-vis des autres importe).

5.

a. $26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22 \times 21 \times 20 \times 19 \times 18 \times 17 = 190\,2750\,2230\,9680\,000$, on peut également le voir comme étant le nombre possible d'arrangements que l'on peut faire avec un échantillon de 10 éléments parmi 26, autrement dit: $26 = 19\,275\,223\,968\,000$.
b. A chaque position (1 à 10) on peut mettre 26 lettres différentes donc le nombre sera 2610 .

6.

a. Chaque fenêtre a deux configurations possibles, ouverte ou fermée, ce qui fait 28 configurations.
b. Ici chaque fenêtre à 4 configurations possibles donc on a 48 configurations possibles.
c. On peut considérer que l'on aura $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 2 \times 2 = 26$ configurations.

7.

On aura $36 = 6 \times 6$ couples de valeurs. Si les dés étaient de la même couleur, c.à.d indiscernables on observerait plus que 21 valeurs différentes ((2; 3) = (3; 2); (1; 6) = (6; 1),etc.).

8.

a. On considère les individus comme étant tous discernables, nous sommes dans le cas d'une permutation de 25 éléments, le résultat est $25! = 150\,5110\,2100\,0430\,3300\,9850\,9840\,0000\,000$ permutations possibles. Si on désirait les essayer toutes, cela prendrait 491'857 années à raison d'un milliard de permutations par seconde !
b. On considère les hommes comme étant un seul et unique individu. Ayant regroupé les 8 hommes il nous reste $1 + 8 + 7 = 16$ éléments à permuter donc 16!. Mais, à l'intérieur du groupe d'homme nous avons 8! permutations possibles. En appliquant le principe fondamental du dénombrement on obtient finalement $16! \times 8! = 8430\,6060\,8880\,2840\,1600\,000$.

9.

Nous avons 4M, 3C, 2H, 1L donc 4 groupes donnant 4! dispositions différentes, à l'intérieur de chaque groupe nous avons respectivement 4!, 3!, 2!, 1! permutations possibles. Le résultat d'après le principe fondamental est $4! \times 4! \times 3! \times 2! \times 1! = 6912$.

11.

C'est une permutation d'objets partiellement indiscernables, le résultat est 4! 2! = 12