

# Intelligence Artificielle

## Recherche Aveugle (*Uninformed Search*)

Stephane Marchand-Maillet

# Contenu

---

## Algorithmes de recherche:

- Largeur
- Profondeur
- Profondeur Limitée
- Approfondissement itératif (IDS)
- Bidirectionnelle
- Coût uniforme

→ principes, complexité

# Introduction

- On applique le principe de recherche de solution sans utiliser de connaissance a priori (aveugle – *uninformed search*)
- Essentiellement, cela revient à prendre la fonction de voisinage (les successeurs d'un état donné) ou la liste (catégorie B) sans ordre particulier
- L'alternative est la recherche heuristique (*informed search*) – prochain chapitre

# Formalisation

Le graphe d'états donne une formalisation pour la résolution de problèmes. Un problème s'énonce formellement par:

- |            |   |  |
|------------|---|--|
| Graphe $G$ | { | <ul style="list-style-type: none"><li>• L'espace des états <math>S</math></li><li>• Une fonction de transition <math>\Gamma</math> (avec ou sans cout)</li></ul> |
| Instance   | { | <ul style="list-style-type: none"><li>• Un état initial <math>s_I</math></li><li>• Un état final <math>s_G</math></li></ul>                                      |

→ Une solution est un chemin de  $s_I$  à  $s_G$  dans  $G$

# Algorithme general de recherche

liste  $\leftarrow$  vide ; liste.push( $s_I$ )

repeat

$s_{\text{courant}} \leftarrow$  liste.pop()

    if ( $s_{\text{courant}} == s_G$ )

        break

    liste.push( $\Gamma(s_{\text{courant}})$ )  $\leftarrow$  expansion de  $s_{\text{courant}}$

until liste.len() == 0

if ( $s_{\text{courant}} == s_G$ )

    backtrack solution

else

    pas de solution

Recherche

Explicitation  
de la solution

→ Tout est dans la stratégie de gestion de la liste et l'expansion des noeuds (états)

# Algorithme general de recherche

- Categorie A: Noeuds deja visités
  - sortis de la liste
- Catégorie B: Noeuds pas encore visités avec voisins visités (en A)
  - Noeuds dans la liste
- Catégorie C: noeuds pas encore visités (ni en B)
  - Noeuds jamais passés dans la liste

Un état fera le trajet C-B-A

# Recherche en Largeur

- La liste est une file FIFO (type file d'attente)
- On progresse en explorant toutes les stratégies à la fois

→ Expansion du nœud le moins profond de la liste

Facteurs de complexité:

- Nombre maximum (moyen) de successeurs d'un état:  $b$  = facteur de branchement
- Profondeur de la solution dans l'arbre :  $d$

# Recherche en Largeur

- Complet: garantit de trouver la solution
- Optimal: trouve la solution la plus simple (en nombre d'actions)

Nombre de nœuds de l'arbre produits:

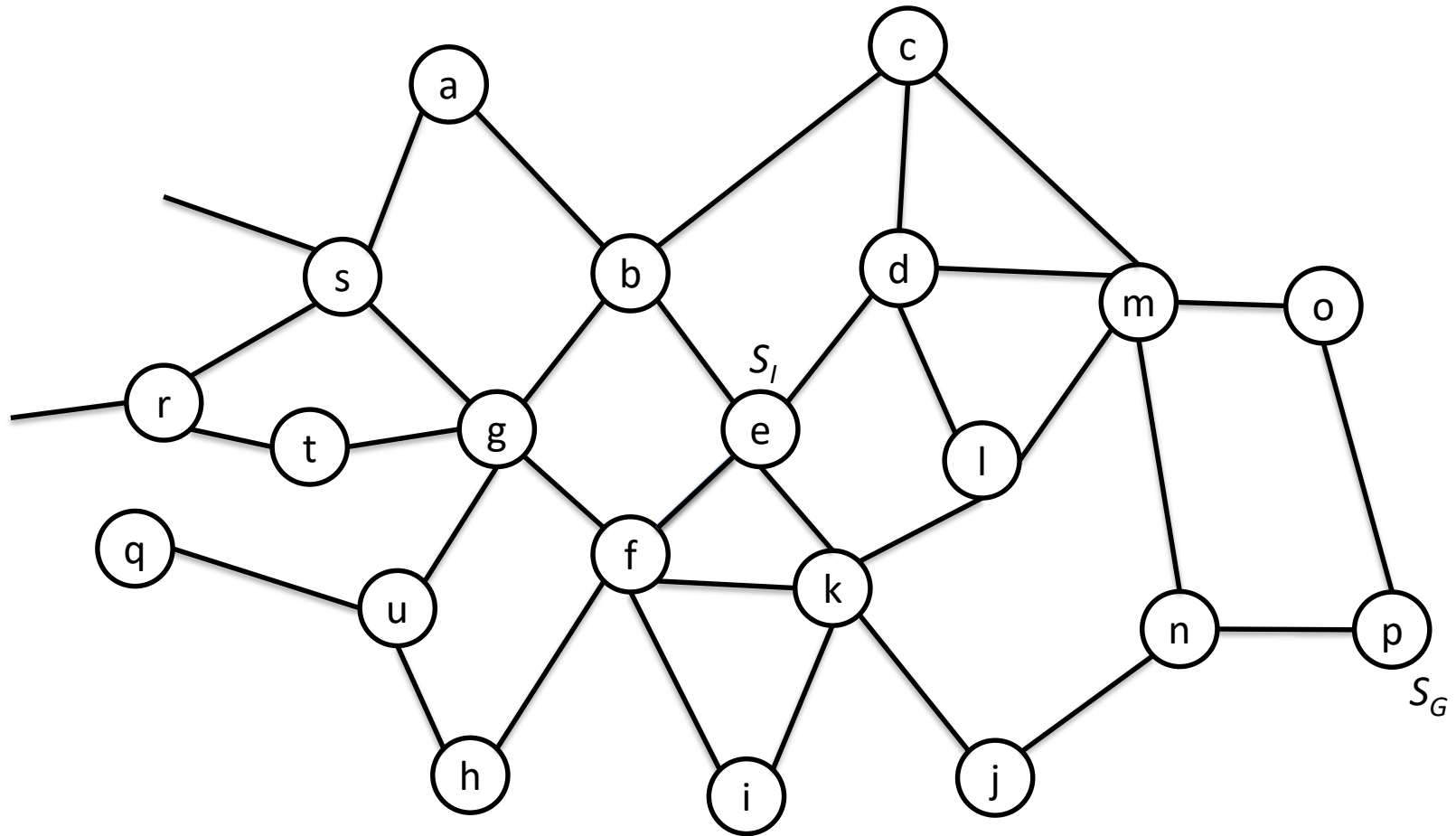
$$N = b^0 + b^1 + b^2 + \dots + b^d = (b^{(d+1)} - 1) / (b - 1) = O(b^d)$$

→ Complexité:

- Temps:  $O(b^d)$
- Espace:  $O(b^d)$

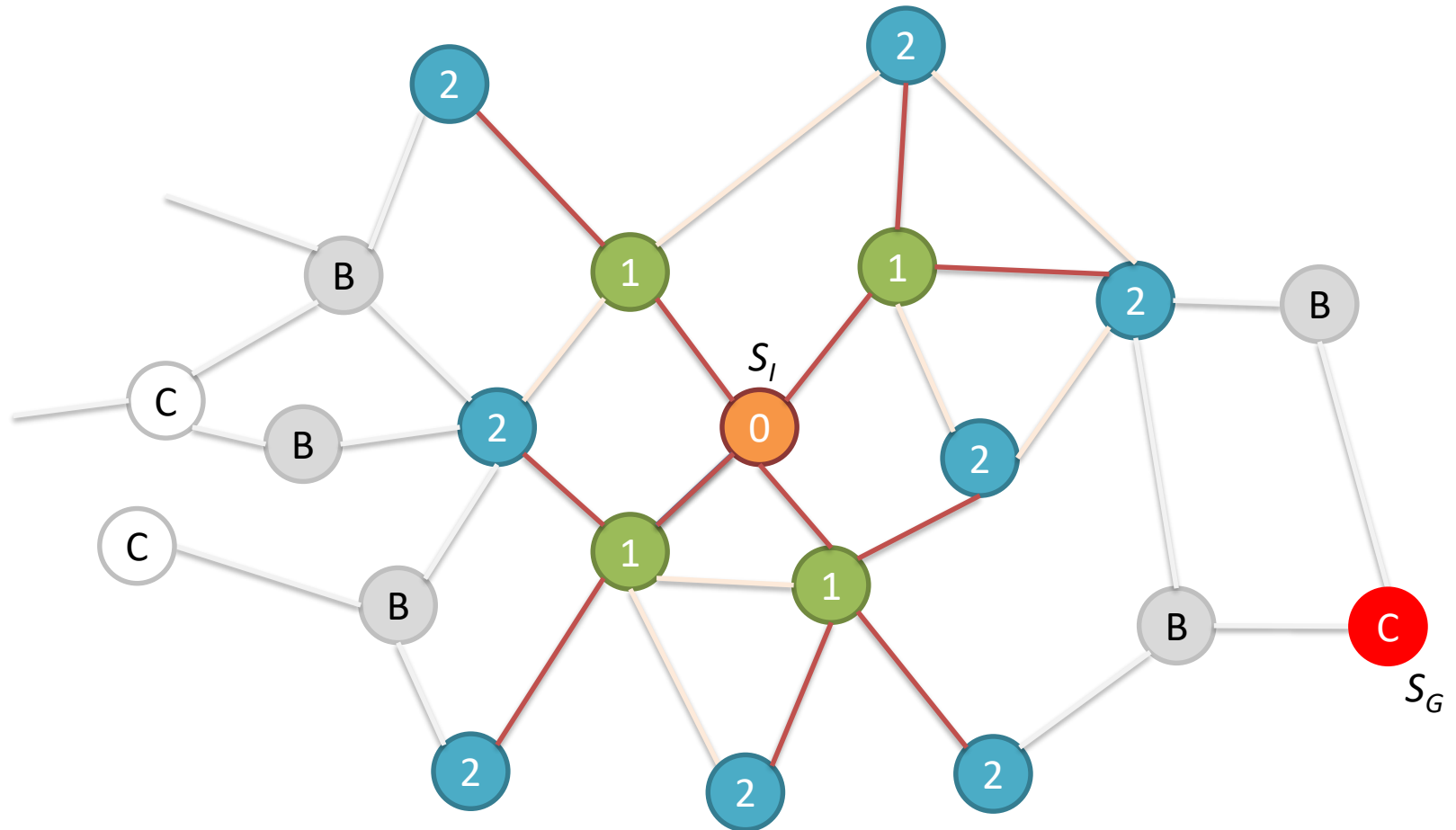


# Recherche en Largeur (BFS)

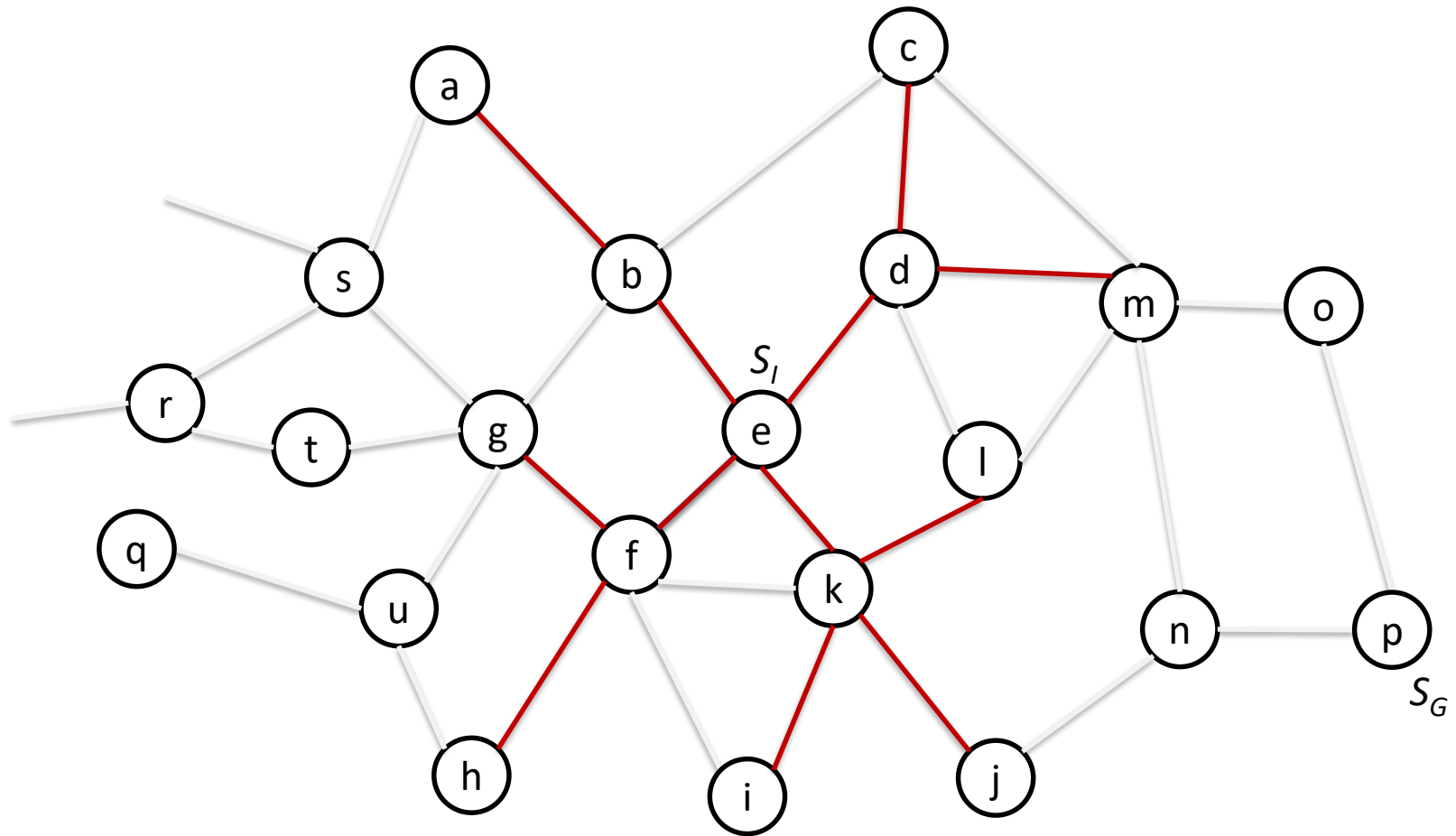


Grphe d'états

# Recherche en Largeur (BFS)

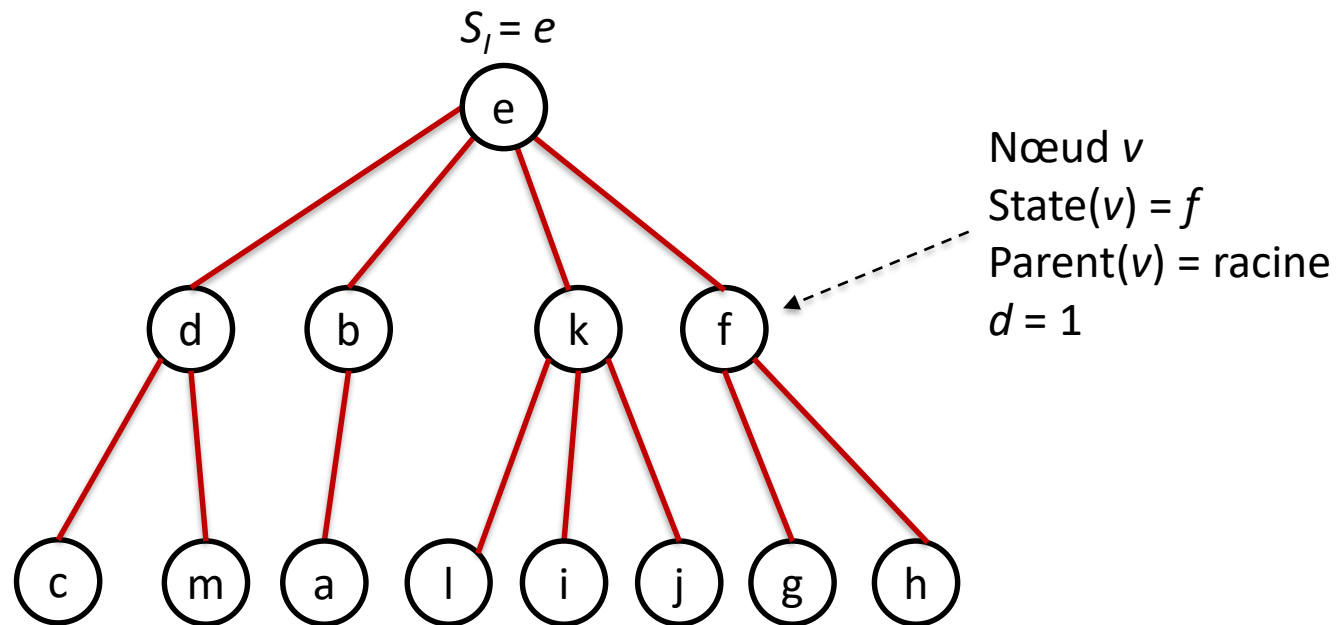


# Recherche en Largeur (BFS)



Transitions sélectionnées dans le graphe d'états

# Recherche en Largeur (BFS)



Arbre de recherche correspondant

# Remarque sur la complétude

- En cas de cycle dans le graphe, l'algorithme d'exploration court le risque de re-visiter des états déjà visités et donc ne pas se terminer
- L'exploration peut elle-même contenir un mécanisme pour éviter les re-visites (organisation de la catégorie « B »)
- Sinon on s'assurera de maintenir une liste globale (exple: hash-table) des nœuds visités (marquage de la catégorie « A »)

# Recherche en Profondeur

- La liste est une file LIFO (type Pile)
- On explore chaque stratégie jusqu'au bout

→ Expansion du nœud le plus profond de la liste

Facteurs de complexité:

- Nombre maximum (moyen) de successeurs d'un état:  $b$  = facteur de branchement
- Profondeur de la solution dans l'arbre:  $d$
- Profondeur maximum d'une feuille:  $m$

# Recherche en Profondeur

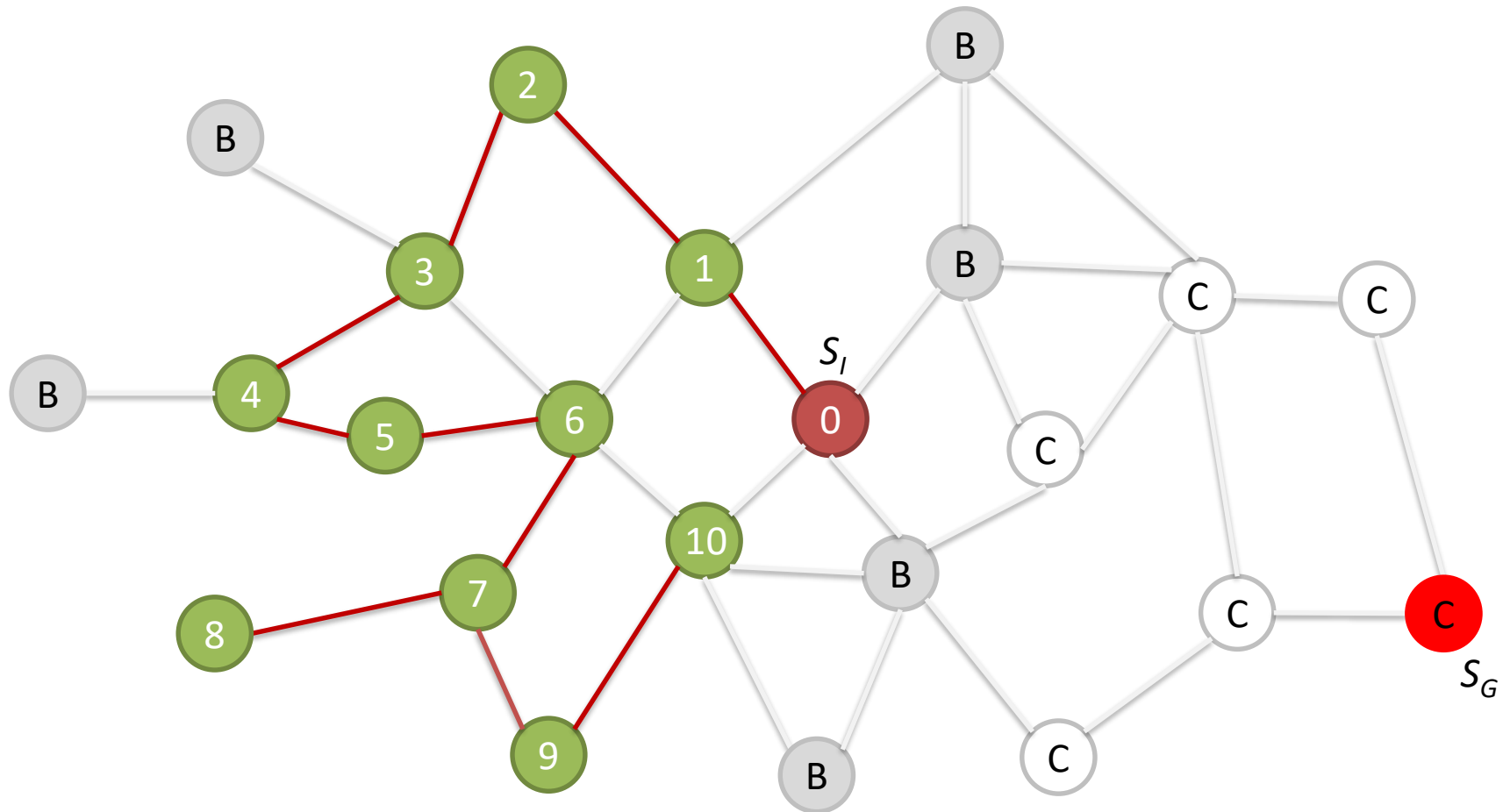
- Complet si l'arbre est fini
- Non optimal (en général)

Complexité:

- Temps:  $b^0 + b^1 + \dots + b^m = O(b^m)$   
( $m$  peut être  $\gg d$ )
- Espace:  $O(b.m)$   
Lineaire !

$m$  est le facteur clé

# Recherche en Profondeur (DFS)



Voir aussi: <https://visualgo.net/en/dfsbf>



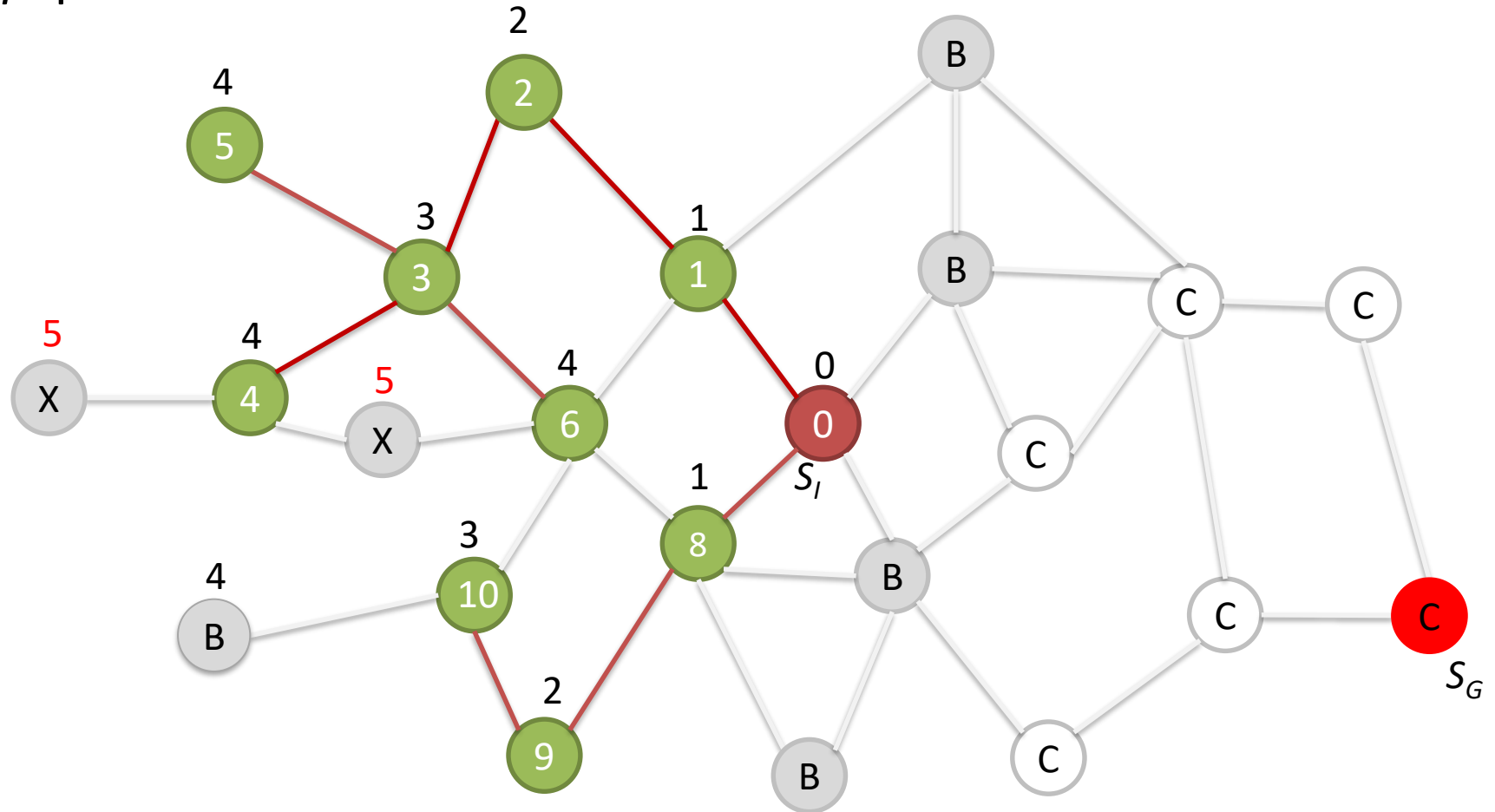
# Recherche en Profondeur Limitée

Comme  $m$  est un facteur de complexité, on borne  $m$  par  $M$  (donné)

- Complet si  $d \leq M$
- Pas de garantie d'optimalité

Complexité:

- Temps:  $b^0 + b^1 + \dots + b^M = O(b^M)$
- Espace:  $O(b.M)$

$M=4$ 

### Exercice: Completer l'exploration avec $M=4$

# Approfondissement itératif (IDS)

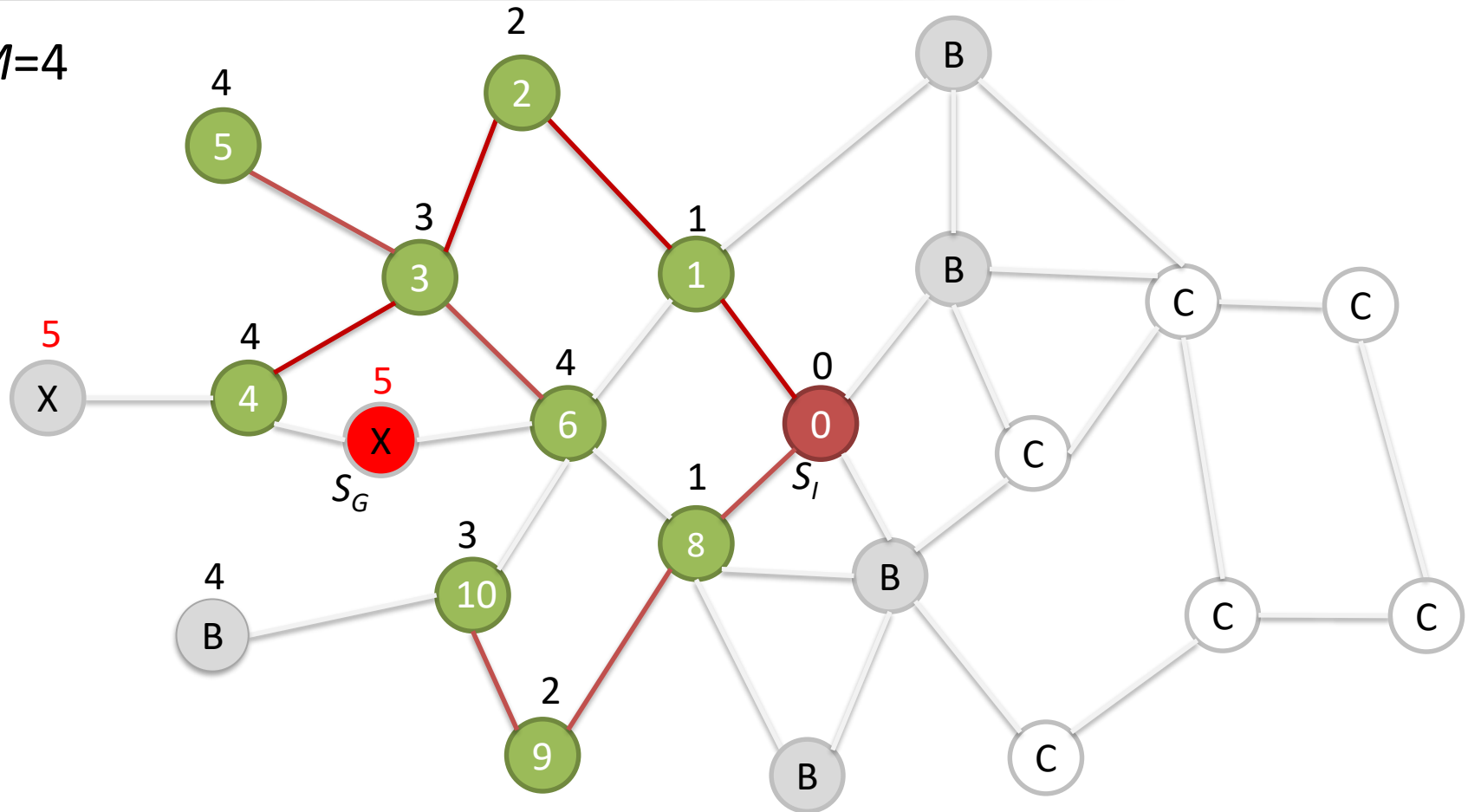
Recherche en profondeur Limitée:

- Fournit une solution approximée
  - Solution si  $d \leq M$
  - Indécidable si  $d > M$

→ On itère sur  $M$ : approfondissement itératif:  
(*IDS: Iterative Depth Search*)

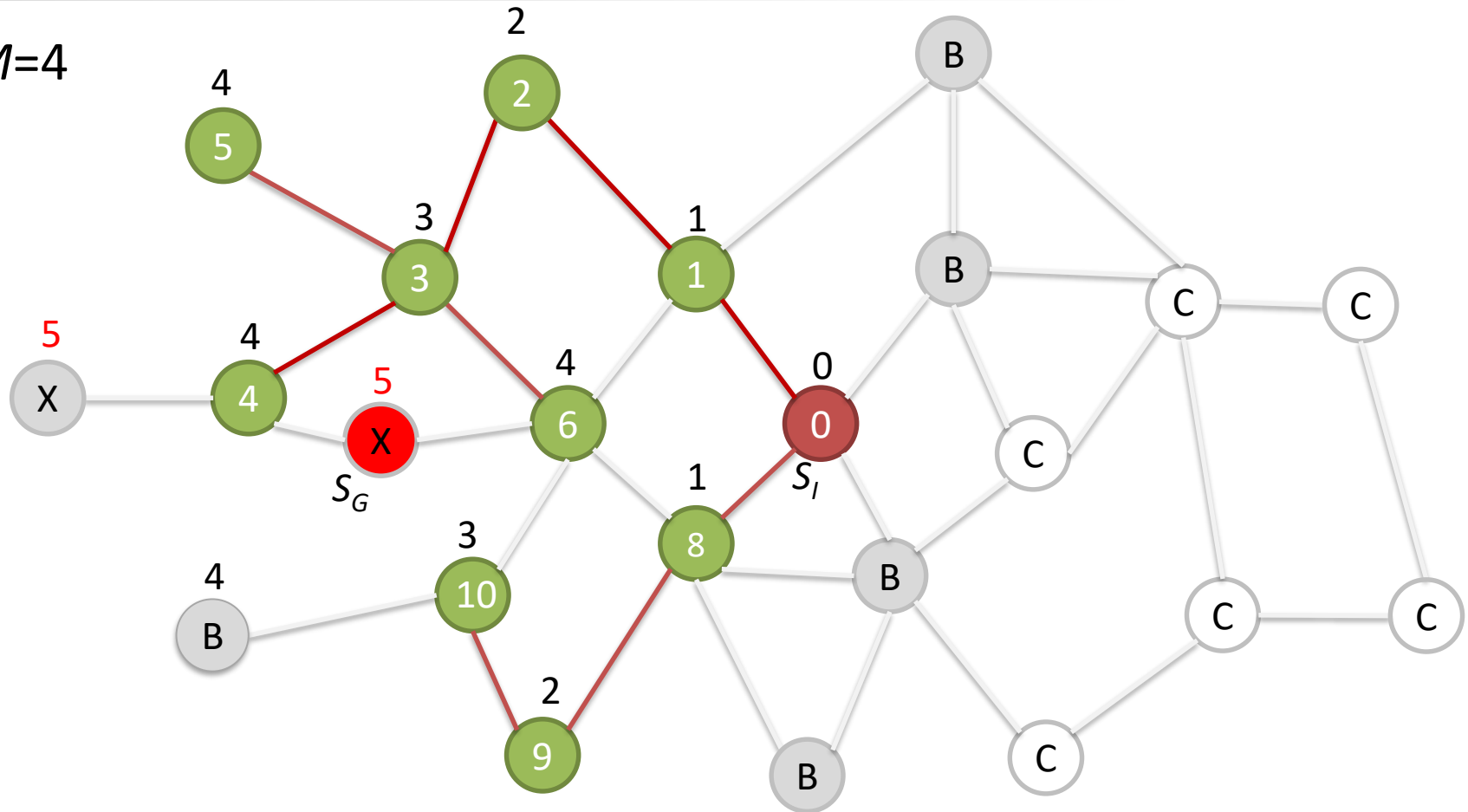
# Recherche en Profondeur Limitée

$M=4$



# Recherche en Profondeur Limitée

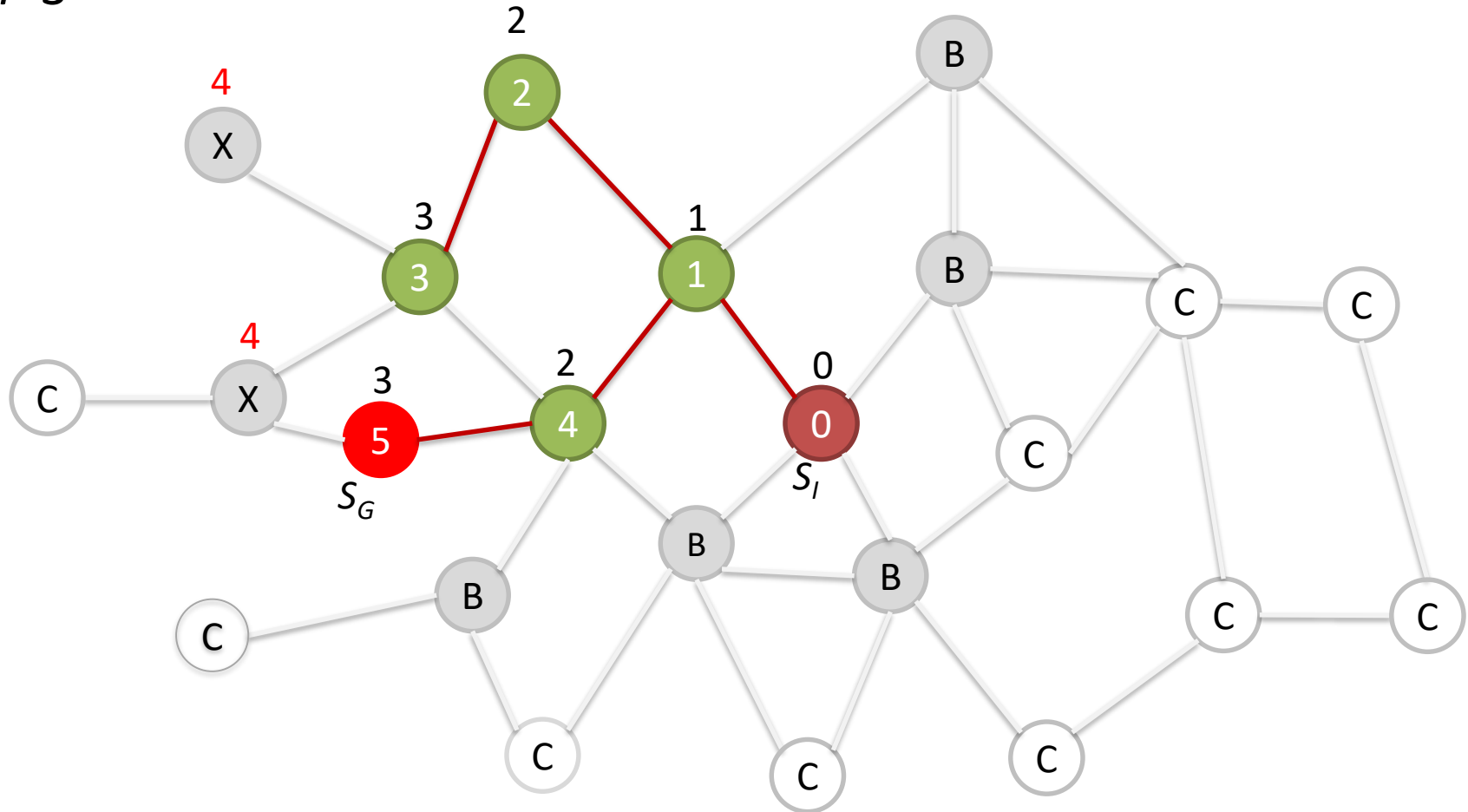
$M=4$



Note: Il semblerait que cette solution ne soit pas trouvée, mais en fait elle serait trouvée à l'étape  $M=3$  (cf slide suivant)

# Recherche en Profondeur Limitée

$M=3$



$S_G$  est atteint  $\rightarrow$  l'algorithme s'arrête

# Approfondissement itératif (IDS)

- Complet: car on explore éventuellement toutes les solutions
- Optimal: car on trouve la solution la plus simple (profondeur  $d$ ) avant les autres

Complexité:

- Temps:  $(d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \dots + b^d = O(b^d)$
- Espace:  $O(b.d)$

# Approfondissement itératif (IDS)

- Les recherches répétées sont celles des niveaux inférieurs  $(0, 1, \dots, d-1)$ , que l'on répète de moins en moins  $((d+1)$  fois,  $d$  fois,  $(d-1)$  fois, ...etc)
- La croissance exponentielle

$$a_0b^0 + a_1b^1 + a_2b^2 + \dots + a_db^d$$

rend la somme niveaux inférieurs aussi chère que le niveau lui-même:

$$b^0 + b^1 + \dots + b^j = O(b^{j+1})$$



# Approfondissement itératif (IDS)

Exemple:  $b=10$

Profondeur d'abord:

$$n_{\text{DFS}} = b^0 + b^1 + \dots + b^d$$

IDS:

$$n_{\text{IDS}} = (d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \dots + b^d$$

$D$	5	8	10	15
$n_{\text{DFS}}$	11'111	11'111'111	$1 \times 10^{11}$	$1 \times 10^{16}$
$n_{\text{IDS}}$	23'456	23'456'789	$2 \times 10^{11}$	$2 \times 10^{16}$

# Recherche Bidirectionnelle

On exploite le fait que

$$b^{d/2} \ll b^d$$

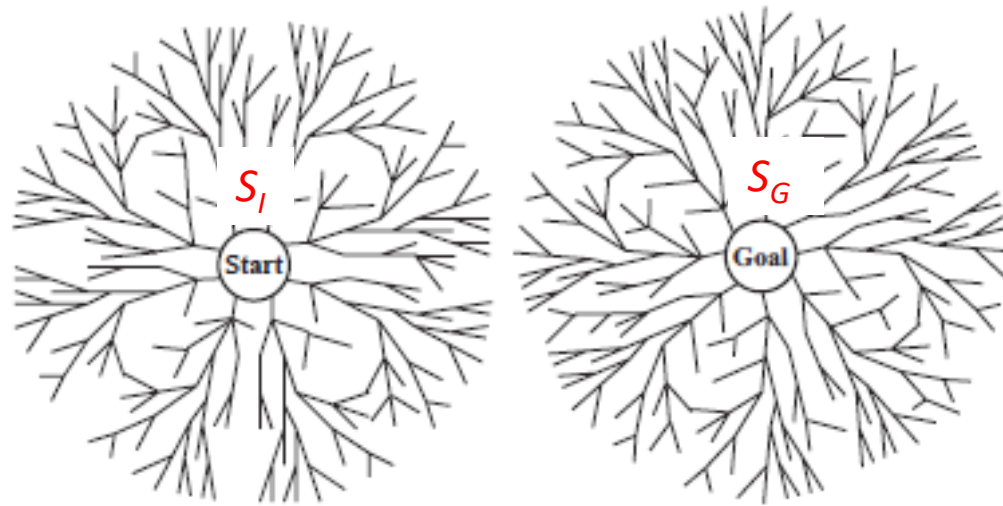
On développe des chemins par la recherche en largeur à partir de  $s_I$  et  $s_G$

À leur intersection, on joint le chemin qui mène de  $s_I$  à  $s_G$

Condition: existence de  $\Gamma^{-1}$

On doit connaître explicitement  $\Gamma^{-1}$  pour développer le chemin à partir de  $s_G$

# Recherche Bidirectionnelle



**Figure 3.20** A schematic view of a bidirectional search that is about to succeed when a branch from the start node meets a branch from the goal node.

Adapted from AIMA: Section 3.4 – page 91

# Recherche Bidirectionnelle

- Complet: car les recherches se rejoignent si une solution existe
- Optimal: car on trouve la solution la plus simple à la jointure des chemins

Complexité (recherche en Largeur pour  $d/2$ ):

- Temps:  $O(b^{d/2})$
- Espace:  $O(b^{d/2})$

# Recherche en coût uniforme

Similaire à la recherche en Largeur

$g(v)$ : coût du chemin de la racine au nœud  $v$

$g(v)$  représente la somme des coûts de transition entre les états  $c(s, s')$  le long du chemin

- Expansion du nœud le moins coûteux de la liste
- La liste est un Tas-min des coûts

Analogie au plus court chemin de Dijkstra

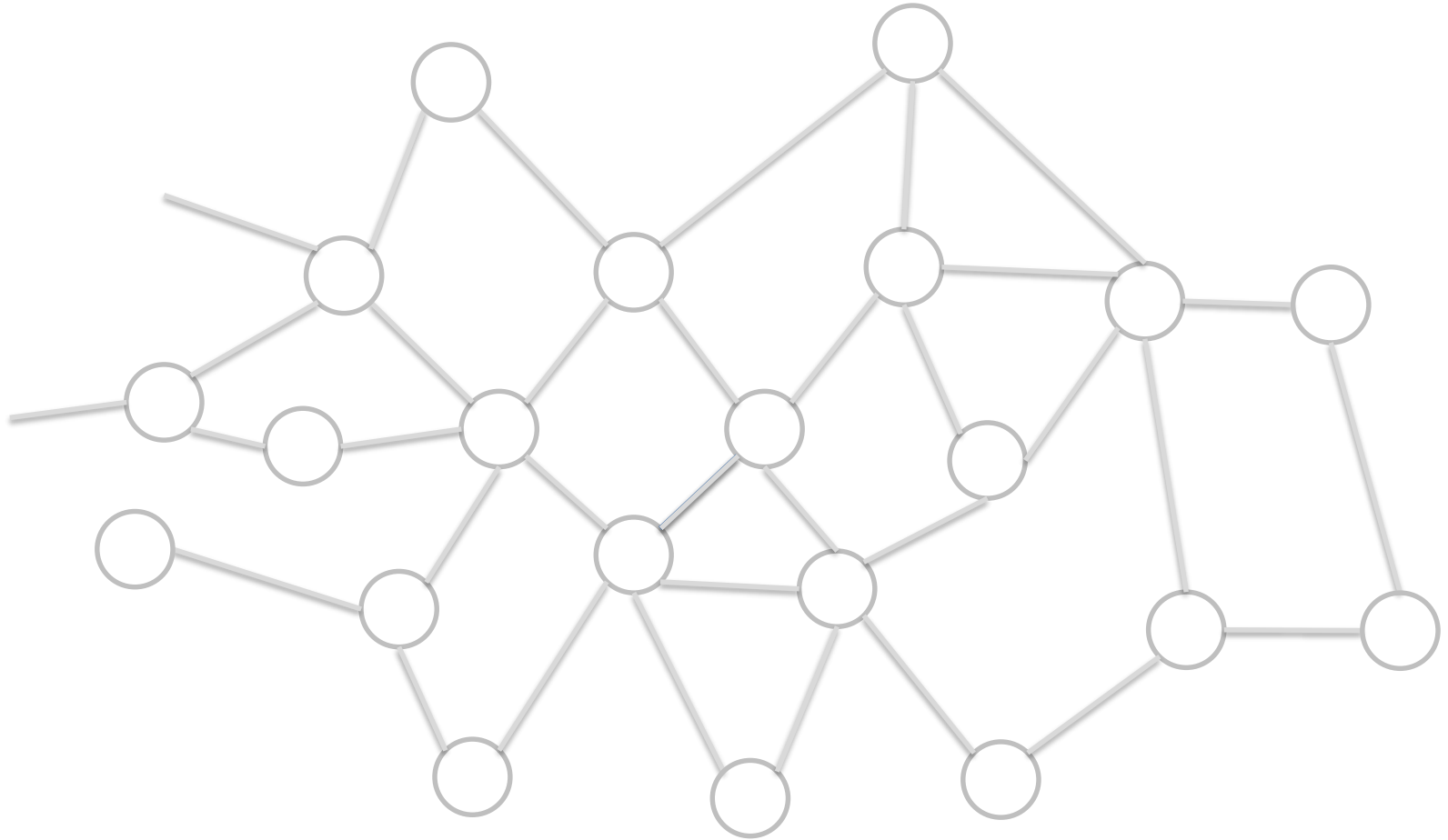
# Recherche en coût uniforme

- Complet: garantit de trouver la solution
- Optimal: trouve la solution la moins coûteuse

Complexité:

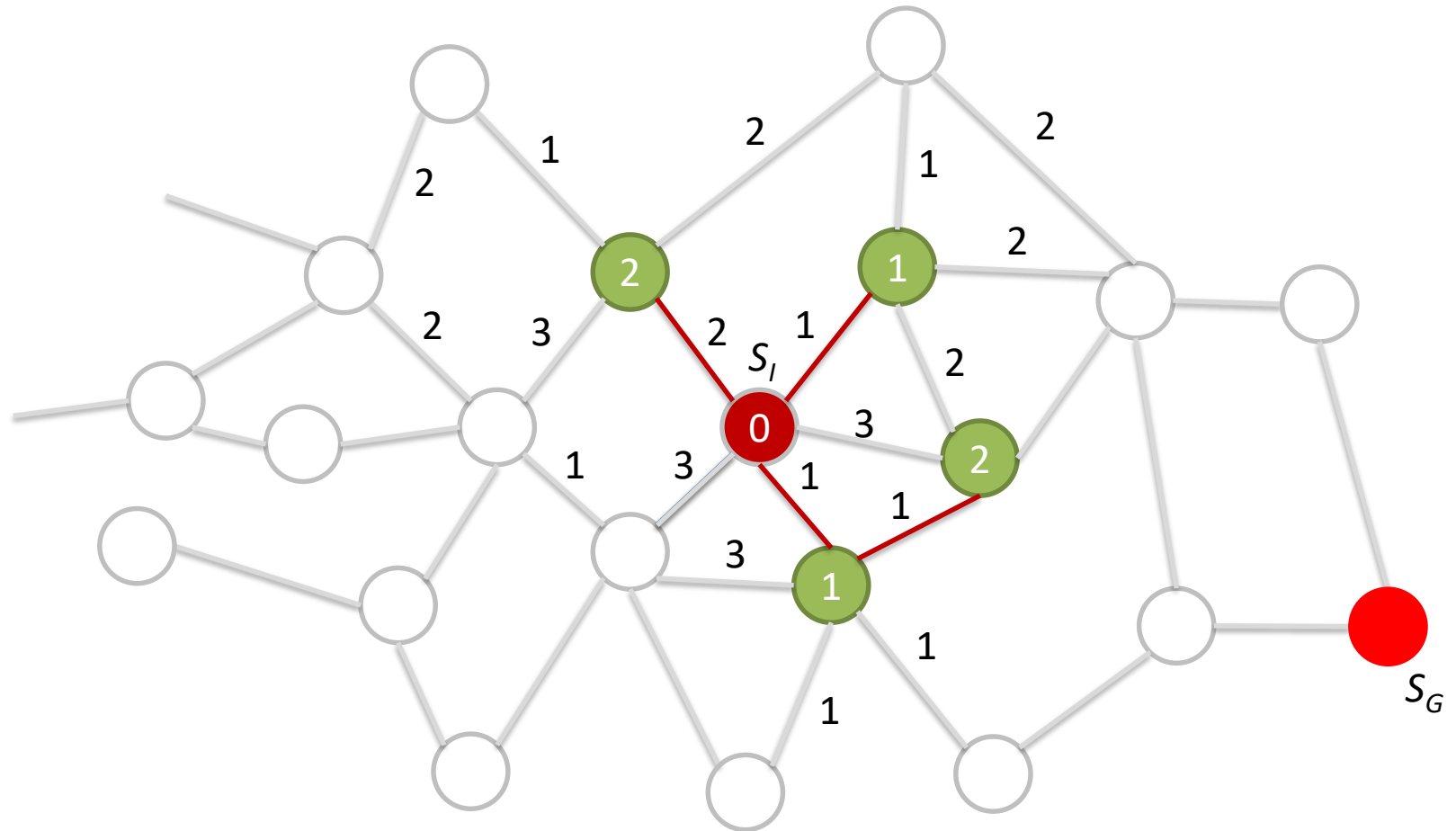
- Temps:  $O(b^d)$
- Espace:  $O(b^d)$

# Recherche en Coût Uniforme



Exercice: Attribuez des coûts et développez l'algorithme

# Recherche en Coût Uniforme



Voir aussi: <https://visualgo.net/en/sssp>



# Résumé

Criterion	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening	Bidirectional (if applicable)
Complete?	Yes <sup>a</sup>	Yes <sup>a,b</sup>	No	No	Yes <sup>a</sup>	Yes <sup>a,d</sup>
Time	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(b^m)$	$O(b^\ell)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Space	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(bm)$	$O(b\ell)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$
Optimal?	Yes <sup>c</sup>	Yes	No	No	Yes <sup>c</sup>	Yes <sup>c,d</sup>

**Figure 3.21** Evaluation of tree-search strategies.  $b$  is the branching factor;  $d$  is the depth of the shallowest solution;  $m$  is the maximum depth of the search tree;  $\ell$  is the depth limit. Superscript caveats are as follows: <sup>a</sup> complete if  $b$  is finite; <sup>b</sup> complete if step costs  $\geq \epsilon$  for positive  $\epsilon$ ; <sup>c</sup> optimal if step costs are all identical; <sup>d</sup> if both directions use breadth-first search.