

# Intelligence Artificielle

## Recherche Aveugle (*Uninformed Search*)

Stephane Marchand-Maillet

# Contenu

---

## Algorithmes de recherche:

- Largeur
- Profondeur
- Profondeur Limitée
- Approfondissement itératif (IDS)
- Bidirectionnelle
- Coût uniforme

→ principes, complexité

# Introduction

- On applique le principe de recherche de solution sans utiliser de connaissance a priori (aveugle – *uninformed search*)
- Essentiellement, cela revient à prendre la fonction de voisinage (les successeurs d'un état donné) ou la liste (catégorie B) sans ordre particulier
- L'alternative est la recherche heuristique (*informed search*) – prochain chapitre

# Formalisation

Le graphe d'états donne une formalisation pour la résolution de problèmes. Un problème s'énonce formellement par:

- |            |   |  |
|------------|---|--|
| Graphe $G$ | { | <ul style="list-style-type: none"><li>• L'espace des états <math>S</math></li><li>• Une fonction de transition <math>\Gamma</math> (avec ou sans cout)</li></ul> |
| Instance   | { | <ul style="list-style-type: none"><li>• Un état initial <math>s_I</math></li><li>• Un état final <math>s_G</math></li></ul>                                      |

→ Une solution est un chemin de  $s_I$  à  $s_G$  dans  $G$

# Algorithme general de recherche

liste  $\leftarrow$  vide ; liste.push( $s_I$ )

repeat

$s_{\text{courant}} \leftarrow$  liste.pop()

    if ( $s_{\text{courant}} == s_G$ )

        break

    liste.push( $\Gamma(s_{\text{courant}})$ )  $\leftarrow$  expansion de  $s_{\text{courant}}$

until liste.len() == 0

if ( $s_{\text{courant}} == s_G$ )

    backtrack solution

else

    pas de solution

Recherche

Explicitation  
de la solution

→ Tout est dans la stratégie de gestion de la liste et l'expansion des noeuds (états)

# Algorithme general de recherche

- Categorie A: Noeuds deja visités
  - sortis de la liste
- Catégorie B: Noeuds pas encore visités avec voisins visités (en A)
  - Noeuds dans la liste
- Catégorie C: noeuds pas encore visités (ni en B)
  - Noeuds jamais passés dans la liste

Un état fera le trajet C-B-A

# Recherche en Largeur

- La liste est une file FIFO (type file d'attente)
- On progresse en explorant toutes les stratégies à la fois

→ Expansion du nœud le moins profond de la liste

Facteurs de complexité:

- Nombre maximum (moyen) de successeurs d'un état:  $b$  = facteur de branchement
- Profondeur de la solution dans l'arbre :  $d$

# Recherche en Largeur

- Complet: garantit de trouver la solution
- Optimal: trouve la solution la plus simple (en nombre d'actions)

Nombre de nœuds de l'arbre produits:

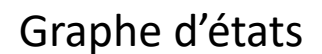
$$N = b^0 + b^1 + b^2 + \dots + b^d = (b^{(d+1)} - 1) / (b - 1) = O(b^d)$$

→ Complexité:

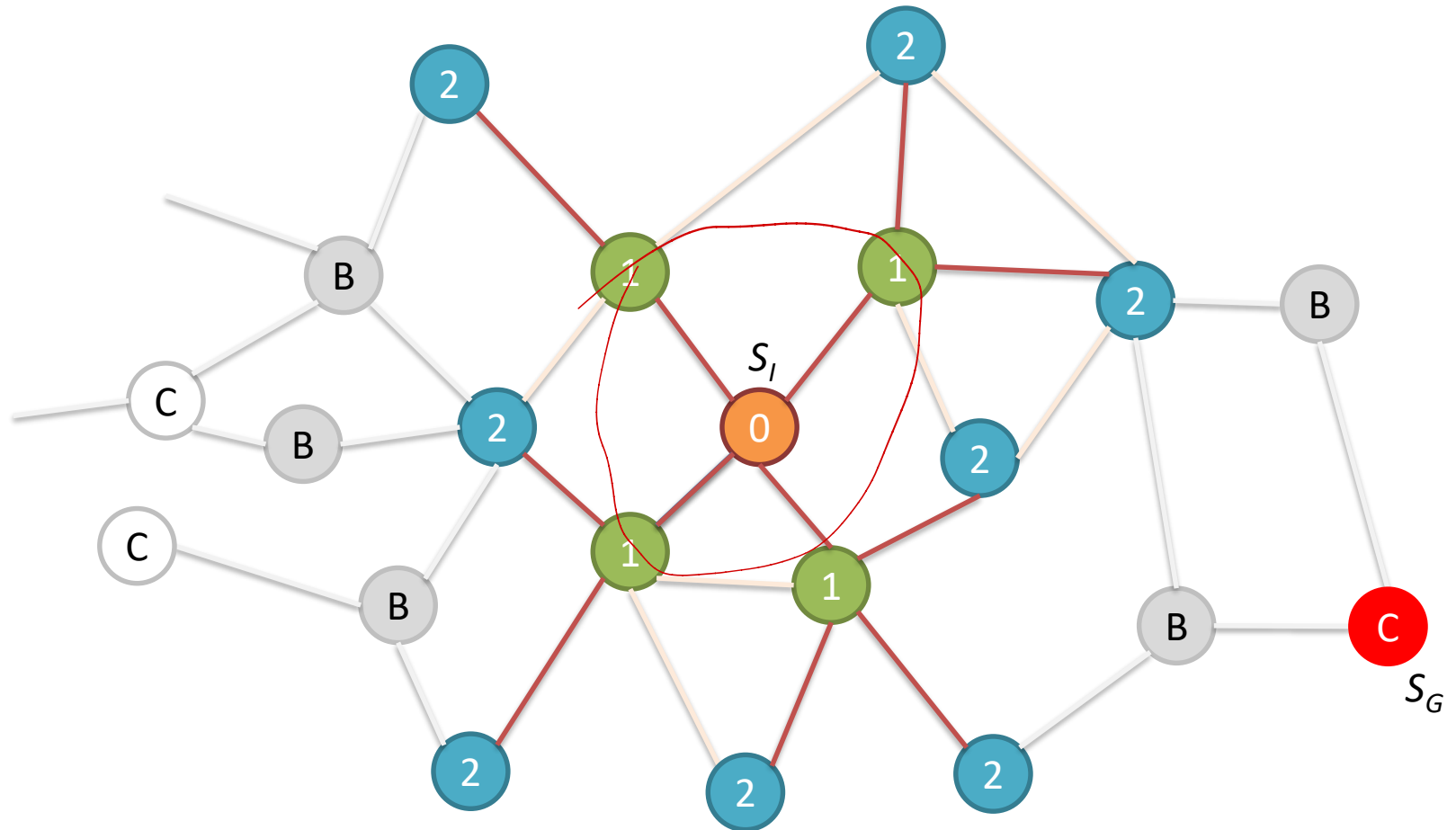
- Temps:  $O(b^d)$
- Espace:  $O(b^d)$



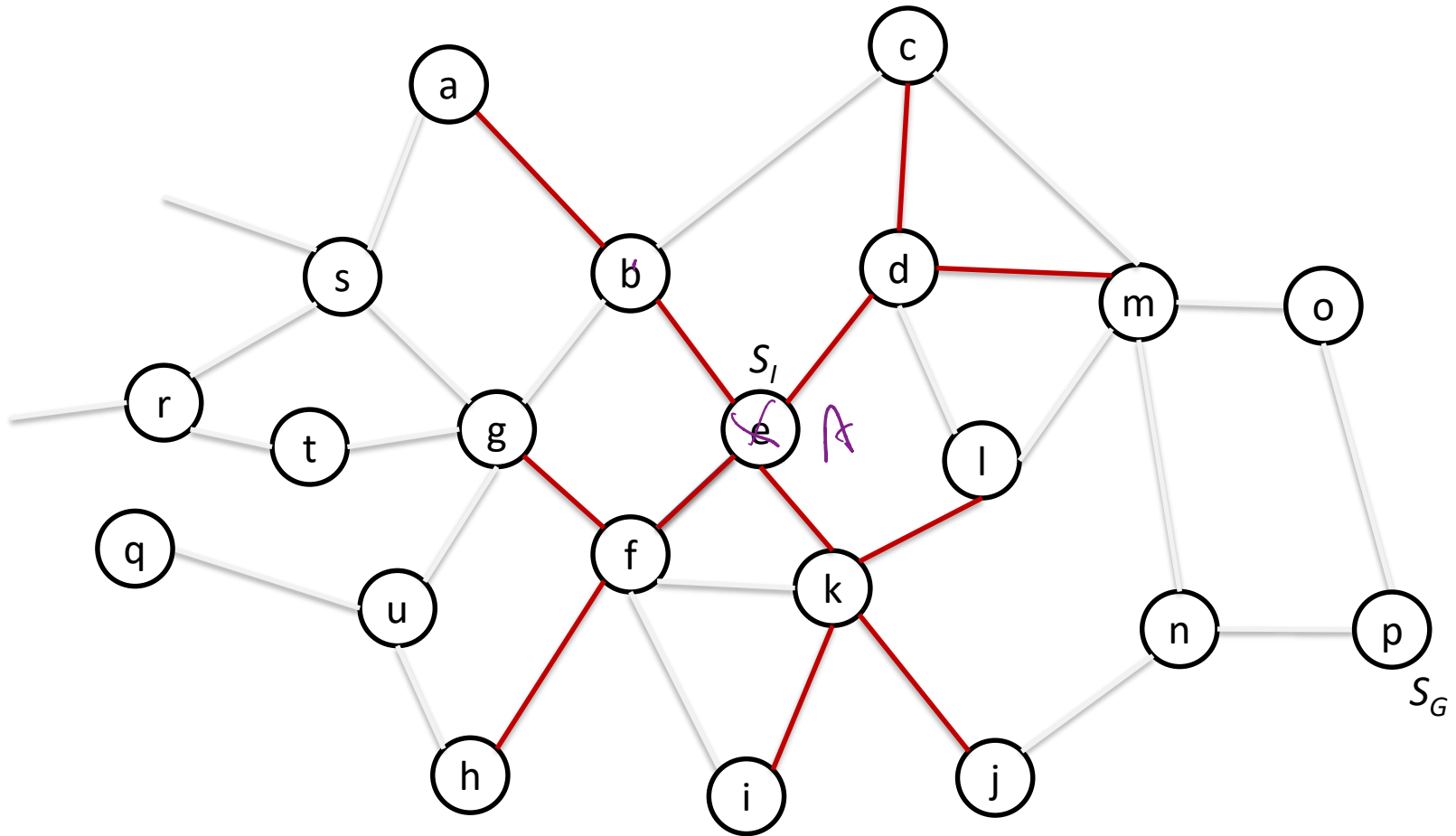
~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ ~~11~~ ~~12~~ ~~13~~ ~~14~~ ~~15~~ ~~16~~ ~~17~~ ~~18~~ ~~19~~ ~~20~~ ~~21~~ ~~22~~ ~~23~~ ~~24~~ ~~25~~ ~~26~~ ~~27~~ ~~28~~ ~~29~~ ~~30~~ ~~31~~ ~~32~~ ~~33~~ ~~34~~ ~~35~~ ~~36~~ ~~37~~ ~~38~~ ~~39~~ ~~40~~ ~~41~~ ~~42~~ ~~43~~ ~~44~~ ~~45~~ ~~46~~ ~~47~~ ~~48~~ ~~49~~ ~~50~~ ~~51~~ ~~52~~ ~~53~~ ~~54~~ ~~55~~ ~~56~~ ~~57~~ ~~58~~ ~~59~~ ~~60~~ ~~61~~ ~~62~~ ~~63~~ ~~64~~ ~~65~~ ~~66~~ ~~67~~ ~~68~~ ~~69~~ ~~70~~ ~~71~~ ~~72~~ ~~73~~ ~~74~~ ~~75~~ ~~76~~ ~~77~~ ~~78~~ ~~79~~ ~~80~~ ~~81~~ ~~82~~ ~~83~~ ~~84~~ ~~85~~ ~~86~~ ~~87~~ ~~88~~ ~~89~~ ~~90~~ ~~91~~ ~~92~~ ~~93~~ ~~94~~ ~~95~~ ~~96~~ ~~97~~ ~~98~~ ~~99~~ ~~100~~ ~~101~~ ~~102~~ ~~103~~ ~~104~~ ~~105~~ ~~106~~ ~~107~~ ~~108~~ ~~109~~ ~~110~~ ~~111~~ ~~112~~ ~~113~~ ~~114~~ ~~115~~ ~~116~~ ~~117~~ ~~118~~ ~~119~~ ~~120~~ ~~121~~ ~~122~~ ~~123~~ ~~124~~ ~~125~~ ~~126~~ ~~127~~ ~~128~~ ~~129~~ ~~130~~ ~~131~~ ~~132~~ ~~133~~ ~~134~~ ~~135~~ ~~136~~ ~~137~~ ~~138~~ ~~139~~ ~~140~~ ~~141~~ ~~142~~ ~~143~~ ~~144~~ ~~145~~ ~~146~~ ~~147~~ ~~148~~ ~~149~~ ~~150~~ ~~151~~ ~~152~~ ~~153~~ ~~154~~ ~~155~~ ~~156~~ ~~157~~ ~~158~~ ~~159~~ ~~160~~ ~~161~~ ~~162~~ ~~163~~ ~~164~~ ~~165~~ ~~166~~ ~~167~~ ~~168~~ ~~169~~ ~~170~~ ~~171~~ ~~172~~ ~~173~~ ~~174~~ ~~175~~ ~~176~~ ~~177~~ ~~178~~ ~~179~~ ~~180~~ ~~181~~ ~~182~~ ~~183~~ ~~184~~ ~~185~~ ~~186~~ ~~187~~ ~~188~~ ~~189~~ ~~190~~ ~~191~~ ~~192~~ ~~193~~ ~~194~~ ~~195~~ ~~196~~ ~~197~~ ~~198~~ ~~199~~ ~~200~~ ~~201~~ ~~202~~ ~~203~~ ~~204~~ ~~205~~ ~~206~~ ~~207~~ ~~208~~ ~~209~~ ~~210~~ ~~211~~ ~~212~~ ~~213~~ ~~214~~ ~~215~~ ~~216~~ ~~217~~ ~~218~~ ~~219~~ ~~220~~ ~~221~~ ~~222~~ ~~223~~ ~~224~~ ~~225~~ ~~226~~ ~~227~~ ~~228~~ ~~229~~ ~~230~~ ~~231~~ ~~232~~ ~~233~~ ~~234~~ ~~235~~ ~~236~~ ~~237~~ ~~238~~ ~~239~~ ~~240~~ ~~241~~ ~~242~~ ~~243~~ ~~244~~ ~~245~~ ~~246~~ ~~247~~ ~~248~~ ~~249~~ ~~250~~ ~~251~~ ~~252~~ ~~253~~ ~~254~~ ~~255~~ ~~256~~ ~~257~~ ~~258~~ ~~259~~ ~~260~~ ~~261~~ ~~262~~ ~~263~~ ~~264~~ ~~265~~ ~~266~~ ~~267~~ ~~268~~ ~~269~~ ~~270~~ ~~271~~ ~~272~~ ~~273~~ ~~274~~ ~~275~~ ~~276~~ ~~277~~ ~~278~~ ~~279~~ ~~280~~ ~~281~~ ~~282~~ ~~283~~ ~~284~~ ~~285~~ ~~286~~ ~~287~~ ~~288~~ ~~289~~ ~~290~~ ~~291~~ ~~292~~ ~~293~~ ~~294~~ ~~295~~ ~~296~~ ~~297~~ ~~298~~ ~~299~~ ~~300~~ ~~301~~ ~~302~~ ~~303~~ ~~304~~ ~~305~~ ~~306~~ ~~307~~ ~~308~~ ~~309~~ ~~310~~ ~~311~~ ~~312~~ ~~313~~ ~~314~~ ~~315~~ ~~316~~ ~~317~~ ~~318~~ ~~319~~ ~~320~~ ~~321~~ ~~322~~ ~~323~~ ~~324~~ ~~325~~ ~~326~~ ~~327~~ ~~328~~ ~~329~~ ~~330~~ ~~331~~ ~~332~~ ~~333~~ ~~334~~ ~~335~~ ~~336~~ ~~337~~ ~~338~~ ~~339~~ ~~340~~ ~~341~~ ~~342~~ ~~343~~ ~~344~~ ~~345~~ ~~346~~ ~~347~~ ~~348~~ ~~349~~ ~~350~~ ~~351~~ ~~352~~ ~~353~~ ~~354~~ ~~355~~ ~~356~~ ~~357~~ ~~358~~ ~~359~~ ~~360~~ ~~361~~ ~~362~~ ~~363~~ ~~364~~ ~~365~~ ~~366~~ ~~367~~ ~~368~~ ~~369~~ ~~370~~ ~~371~~ ~~372~~ ~~373~~ ~~374~~ ~~375~~ ~~376~~ ~~377~~ ~~378~~ ~~379~~ ~~380~~ ~~381~~ ~~382~~ ~~383~~ ~~384~~ ~~385~~ ~~386~~ ~~387~~ ~~388~~ ~~389~~ ~~390~~ ~~391~~ ~~392~~ ~~393~~ ~~394~~ ~~395~~ ~~396~~ ~~397~~ ~~398~~ ~~399~~ ~~400~~ ~~401~~ ~~402~~ ~~403~~ ~~404~~ ~~405~~ ~~406~~ ~~407~~ ~~408~~ ~~409~~ ~~410~~ ~~411~~ ~~412~~ ~~413~~ ~~414~~ ~~415~~ ~~416~~ ~~417~~ ~~418~~ ~~419~~ ~~420~~ ~~421~~ ~~422~~ ~~423~~ ~~424~~ ~~425~~ ~~426~~ ~~427~~ ~~428~~ ~~429~~ ~~430~~ ~~431~~ ~~432~~ ~~433~~ ~~434~~ ~~435~~ ~~436~~ ~~437~~ ~~438~~ ~~439~~ ~~440~~ ~~441~~ ~~442~~ ~~443~~ ~~444~~ ~~445~~ ~~446~~ ~~447~~ ~~448~~ ~~449~~ ~~450~~ ~~451~~ ~~452~~ ~~453~~ ~~454~~ ~~455~~ ~~456~~ ~~457~~ ~~458~~ ~~459~~ ~~460~~ ~~461~~ ~~462~~ ~~463~~ ~~464~~ ~~465~~ ~~466~~ ~~467~~ ~~468</~~



# Recherche en Largeur (BFS)



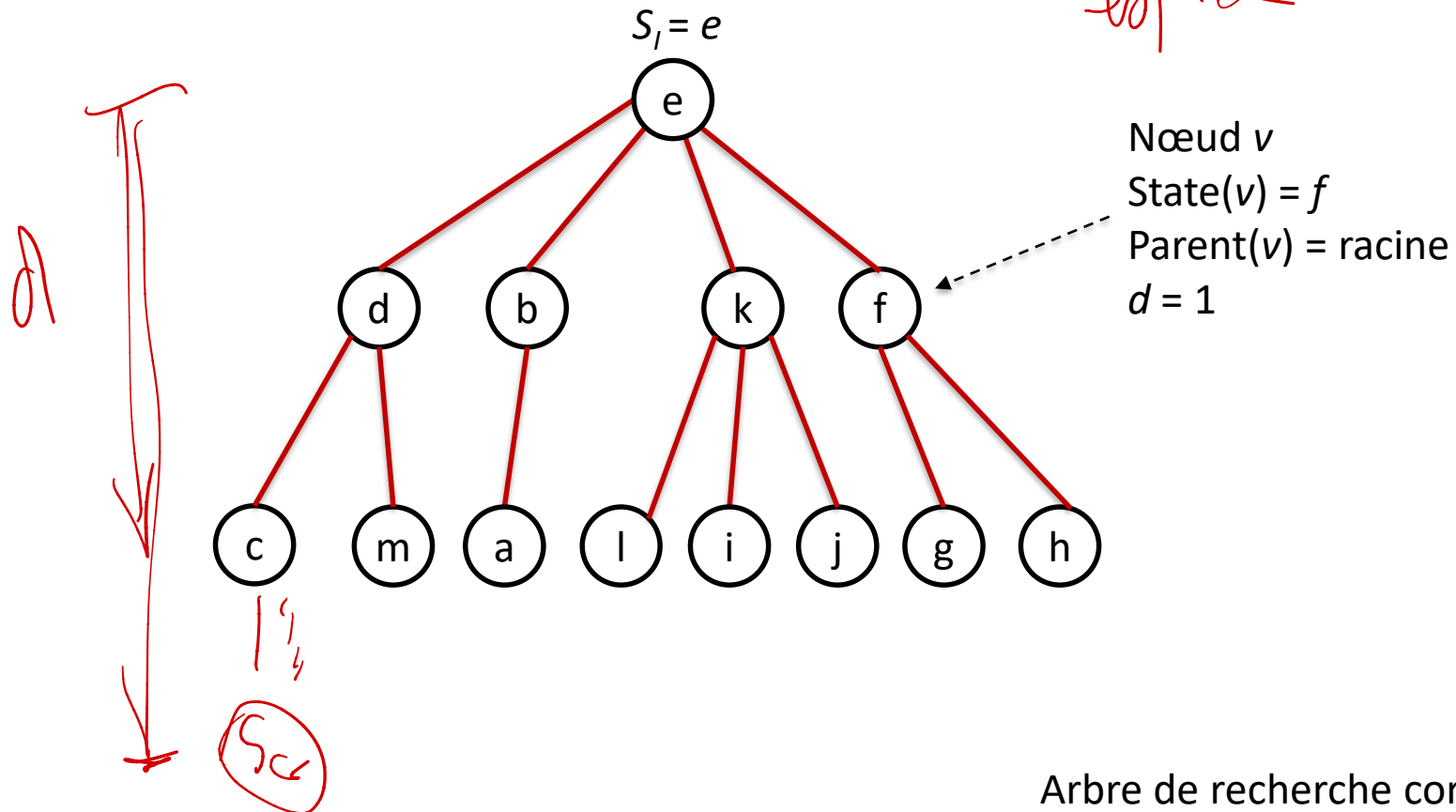
# Recherche en Largeur (BFS)



Transitions sélectionnées dans le graphe d'états

# Recherche en Largeur (BFS)

Temps  $O(b^d)$   
espace :  $O(b^d)$



Arbre de recherche correspondant

# Remarque sur la complétude

- En cas de cycle dans le graphe, l'algorithme d'exploration court le risque de re-visiter des états déjà visités et donc ne pas se terminer
- L'exploration peut elle-même contenir un mécanisme pour éviter les re-visites (organisation de la catégorie « B »)
- Sinon on s'assurera de maintenir une liste globale (exple: hash-table) des nœuds visités (marquage de la catégorie « A »)

# Recherche en Profondeur

- La liste est une file LIFO (type Pile)
  - On explore chaque stratégie jusqu'au bout
- Expansion du nœud le plus profond de la liste

Facteurs de complexité:

- Nombre maximum (moyen) de successeurs d'un état:  $b$  = facteur de branchement
- Profondeur de la solution dans l'arbre:  $d$
- Profondeur maximum d'une feuille:  $m$

# Recherche en Profondeur

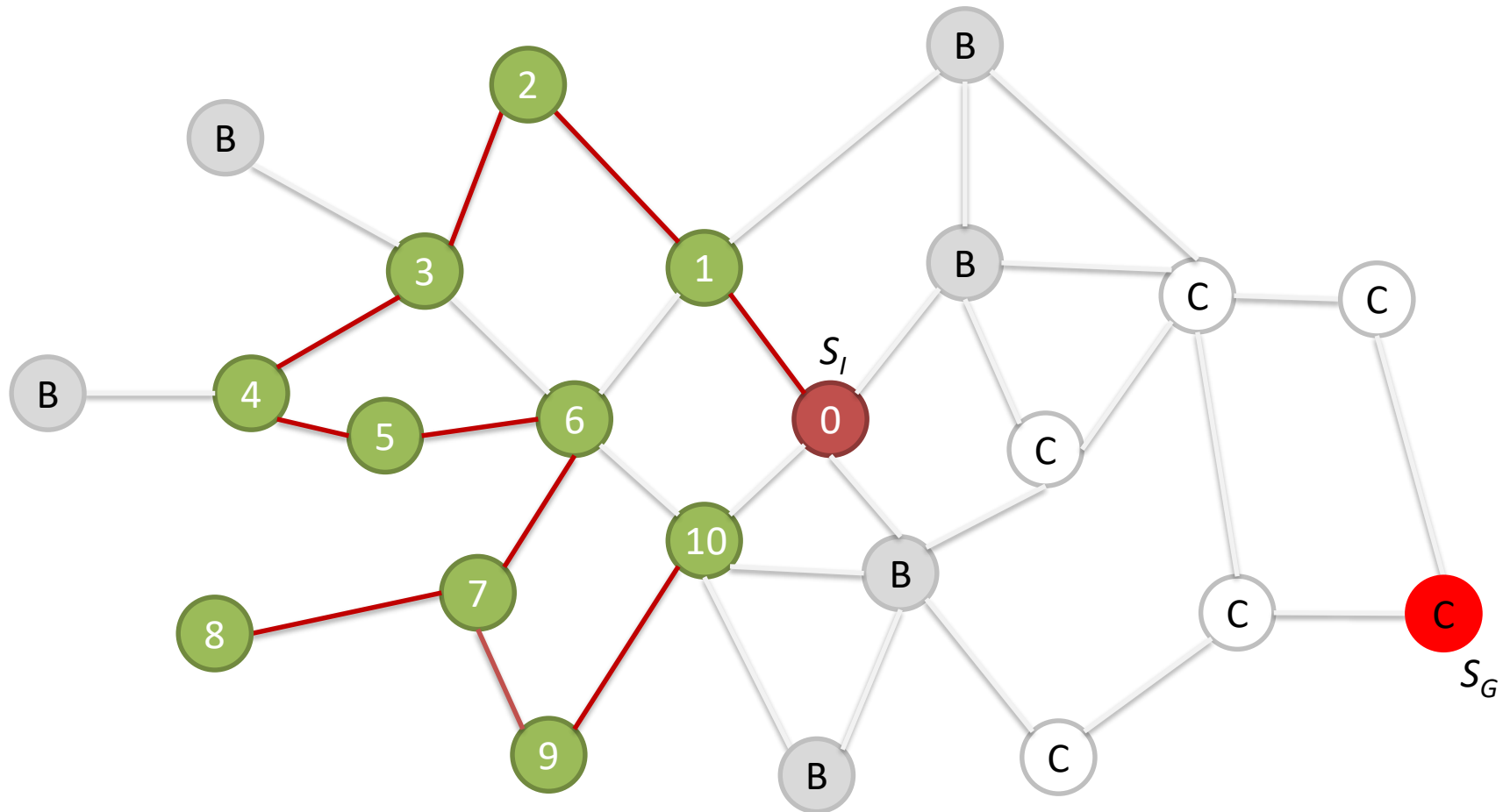
- Complet si l'arbre est fini
- Non optimal (en général)

Complexité:

- Temps:  $b^0 + b^1 + \dots + b^m = O(b^m)$   
( $m$  peut être  $\gg d$ )
- Espace:  $O(b.m)$   
Lineaire !

$m$  est le facteur clé

# Recherche en Profondeur (DFS)



Voir aussi: <https://visualgo.net/en/dfsbf>



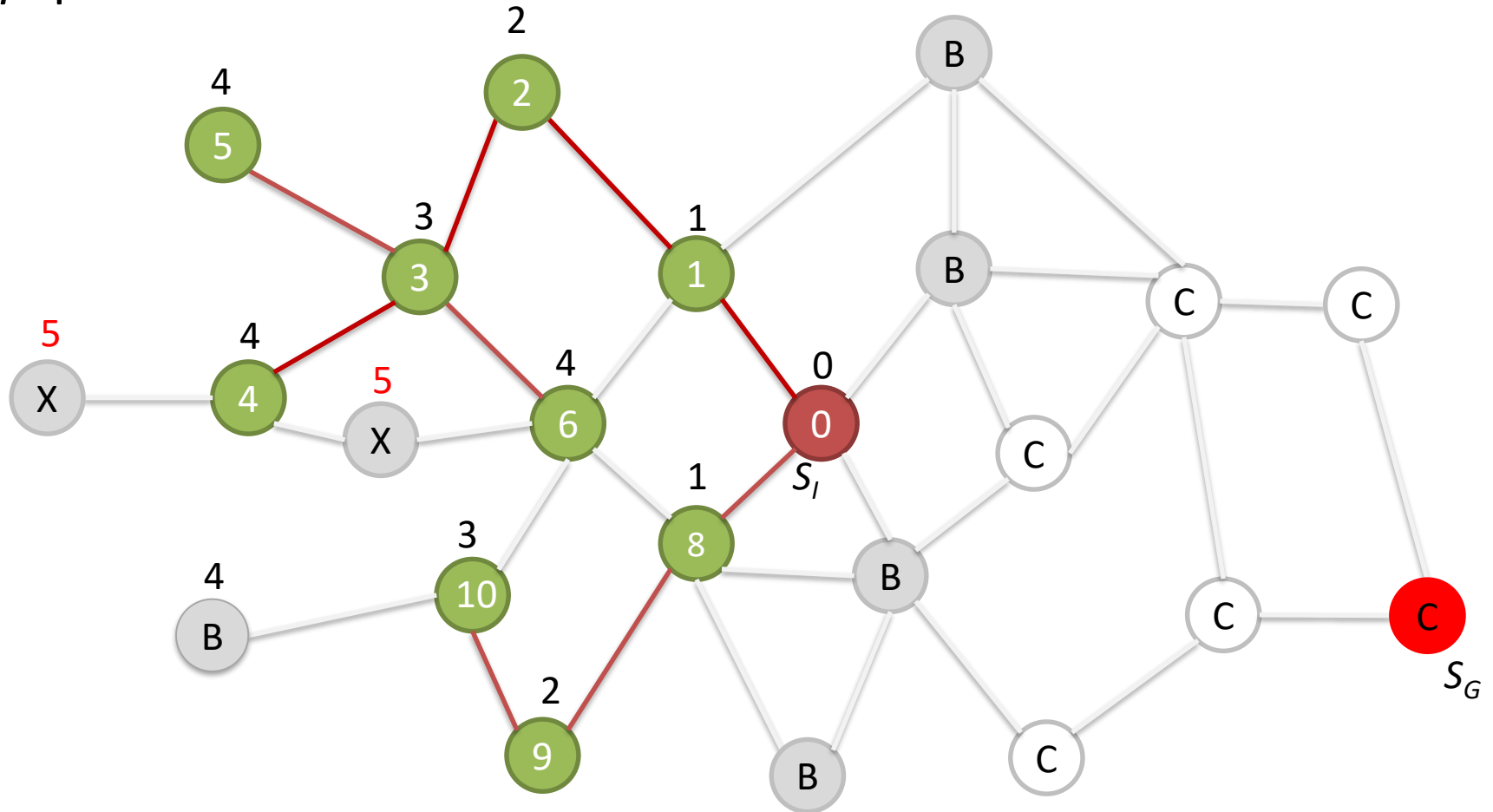
# Recherche en Profondeur Limitée

Comme  $m$  est un facteur de complexité, on borne  $m$  par  $M$  (donné)

- Complet si  $d \leq M$
- Pas de garantie d'optimalité

Complexité:

- Temps:  $b^0 + b^1 + \dots + b^M = O(b^M)$
- Espace:  $O(b.M)$

$M=4$ 

### Exercice: Completer l'exploration avec $M=4$

# Approfondissement itératif (IDS)

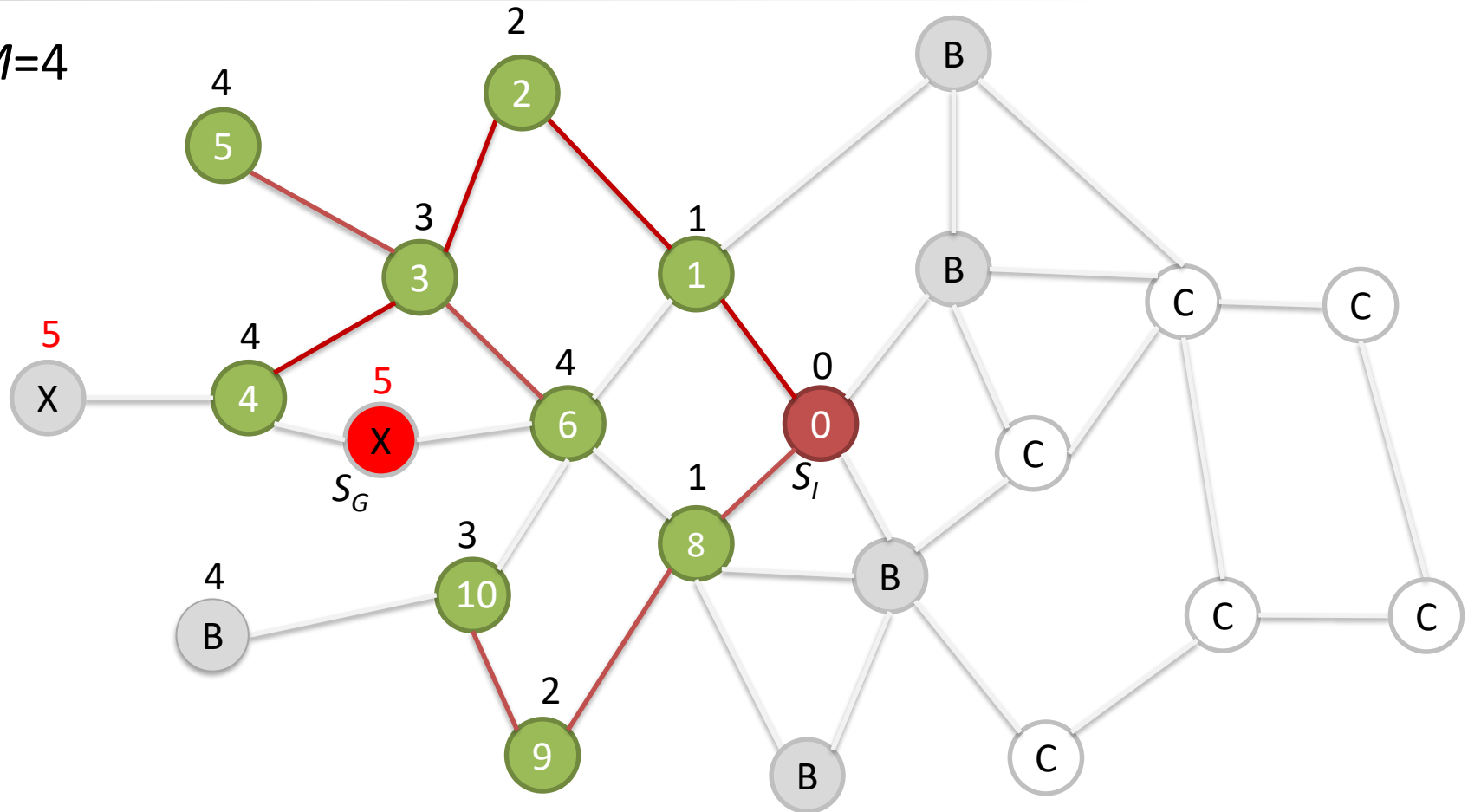
Recherche en profondeur Limitée:

- Fournit une solution approximée
  - Solution si  $d \leq M$
  - Indécidable si  $d > M$

→ On itère sur  $M$ : approfondissement itératif:  
(*IDS: Iterative Depth Search*)

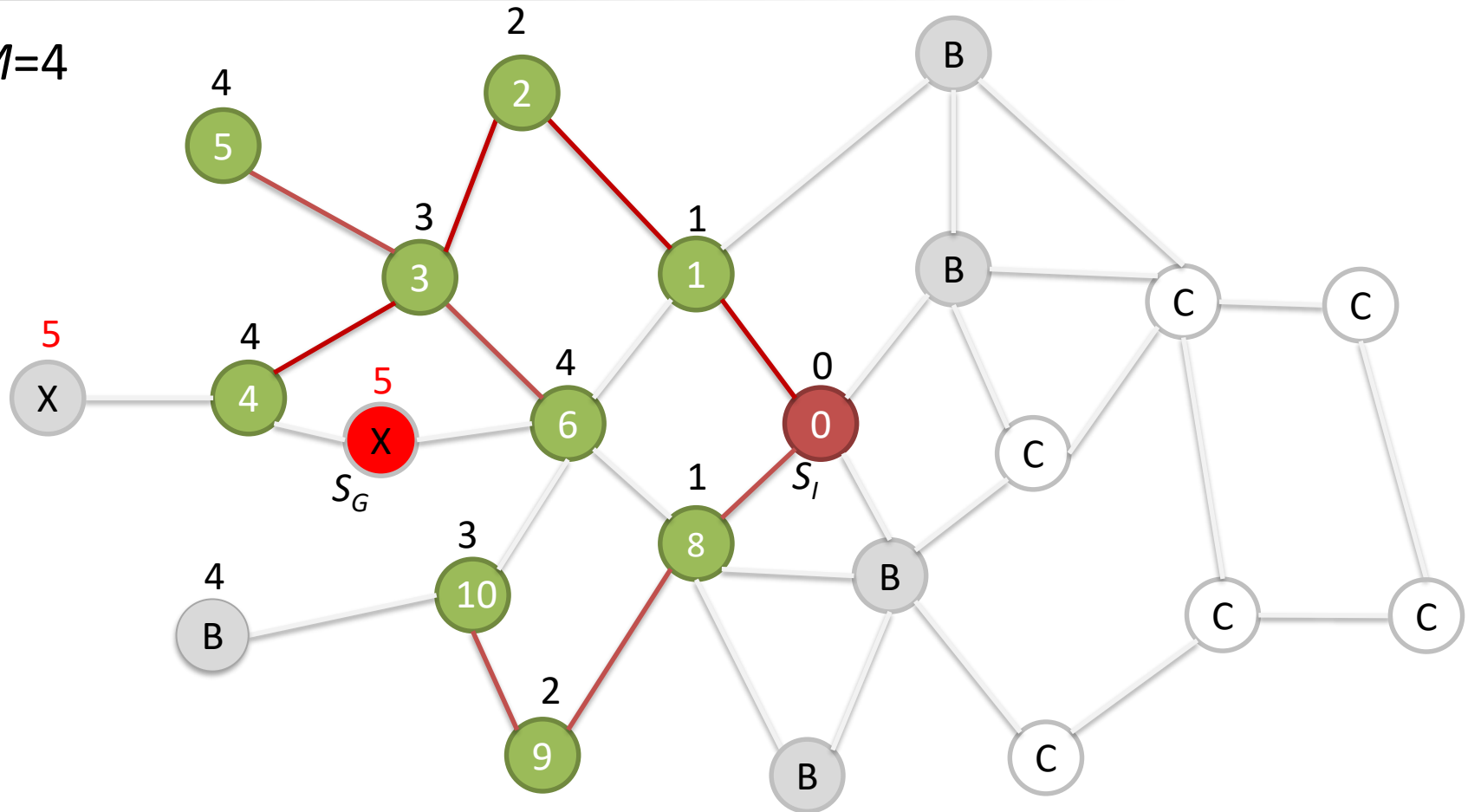
# Recherche en Profondeur Limitée

$M=4$



# Recherche en Profondeur Limitée

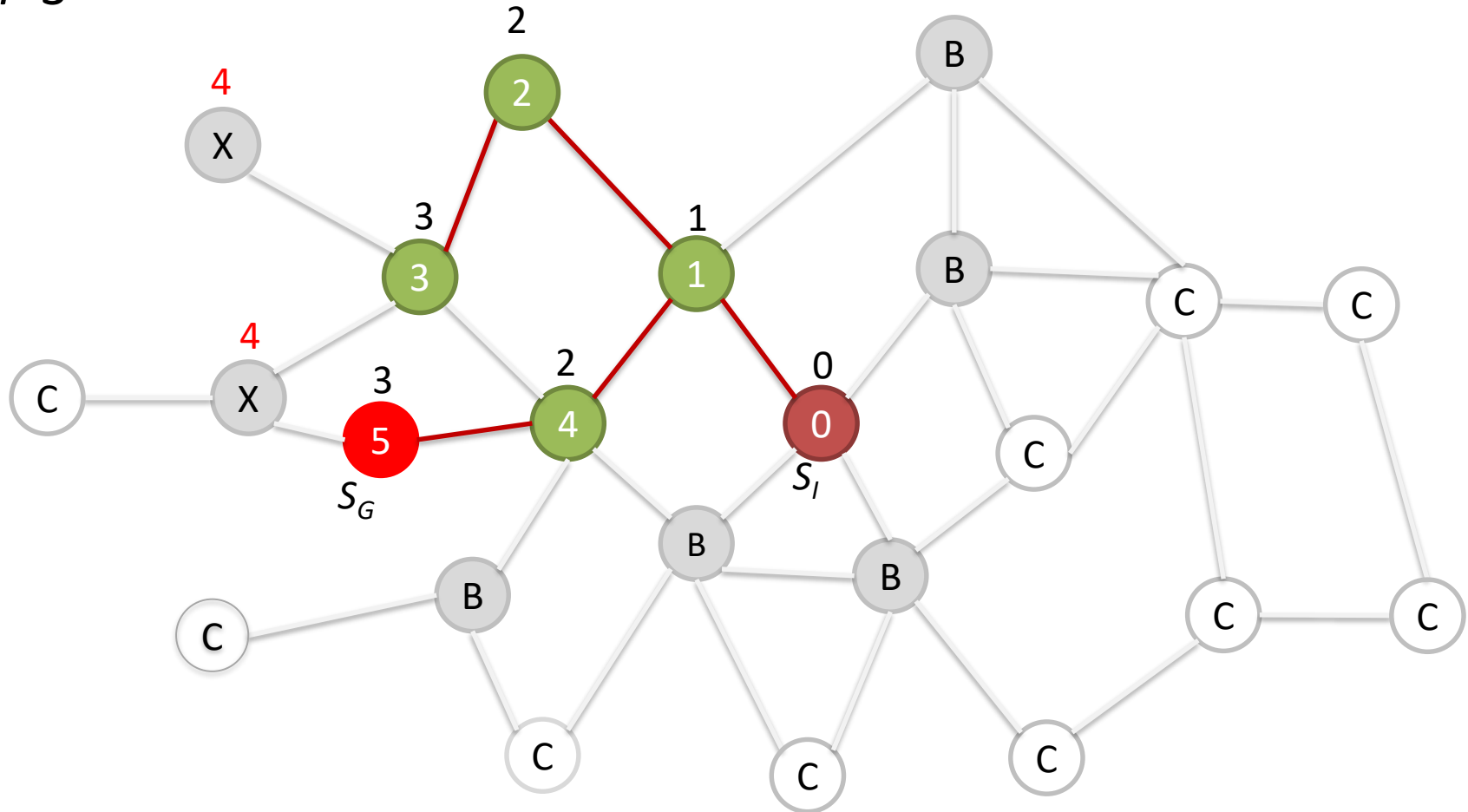
$M=4$



Note: Il semblerait que cette solution ne soit pas trouvée, mais en fait elle serait trouvée à l'étape  $M=3$  (cf slide suivant)

# Recherche en Profondeur Limitée

$M=3$



$S_G$  est atteint  $\rightarrow$  l'algorithme s'arrête

# Approfondissement itératif (IDS)

- Complet: car on explore éventuellement toutes les solutions
- Optimal: car on trouve la solution la plus simple (profondeur  $d$ ) avant les autres

Complexité:

- Temps:  $(d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \dots + b^d = O(b^d)$
- Espace:  $O(b.d)$

# Approfondissement itératif (IDS)

- Les recherches répétées sont celles des niveaux inférieurs  $(0, 1, \dots, d-1)$ , que l'on répète de moins en moins  $((d+1)$  fois,  $d$  fois,  $(d-1)$  fois, ...etc)
- La croissance exponentielle

$$a_0b^0 + a_1b^1 + a_2b^2 + \dots + a_db^d$$

rend la somme niveaux inférieurs aussi chère que le niveau lui-même:

$$b^0 + b^1 + \dots + b^j = O(b^{j+1})$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} 2^i = 2^{N+1} - 1$$



# Approfondissement itératif (IDS)

Exemple:  $b=10$

Profondeur d'abord:

$$n_{\text{DFS}} = b^0 + b^1 + \dots + b^d$$

IDS:

$$n_{\text{IDS}} = (d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \dots + b^d$$

$D$	5	8	10	15
$n_{\text{DFS}}$	11'111	11'111'111	$1 \times 10^{11}$	$1 \times 10^{16}$
$n_{\text{IDS}}$	23'456	23'456'789	$2 \times 10^{11}$	$2 \times 10^{16}$

# Recherche Bidirectionnelle

On exploite le fait que

$$b^{d/2} \ll b^d$$

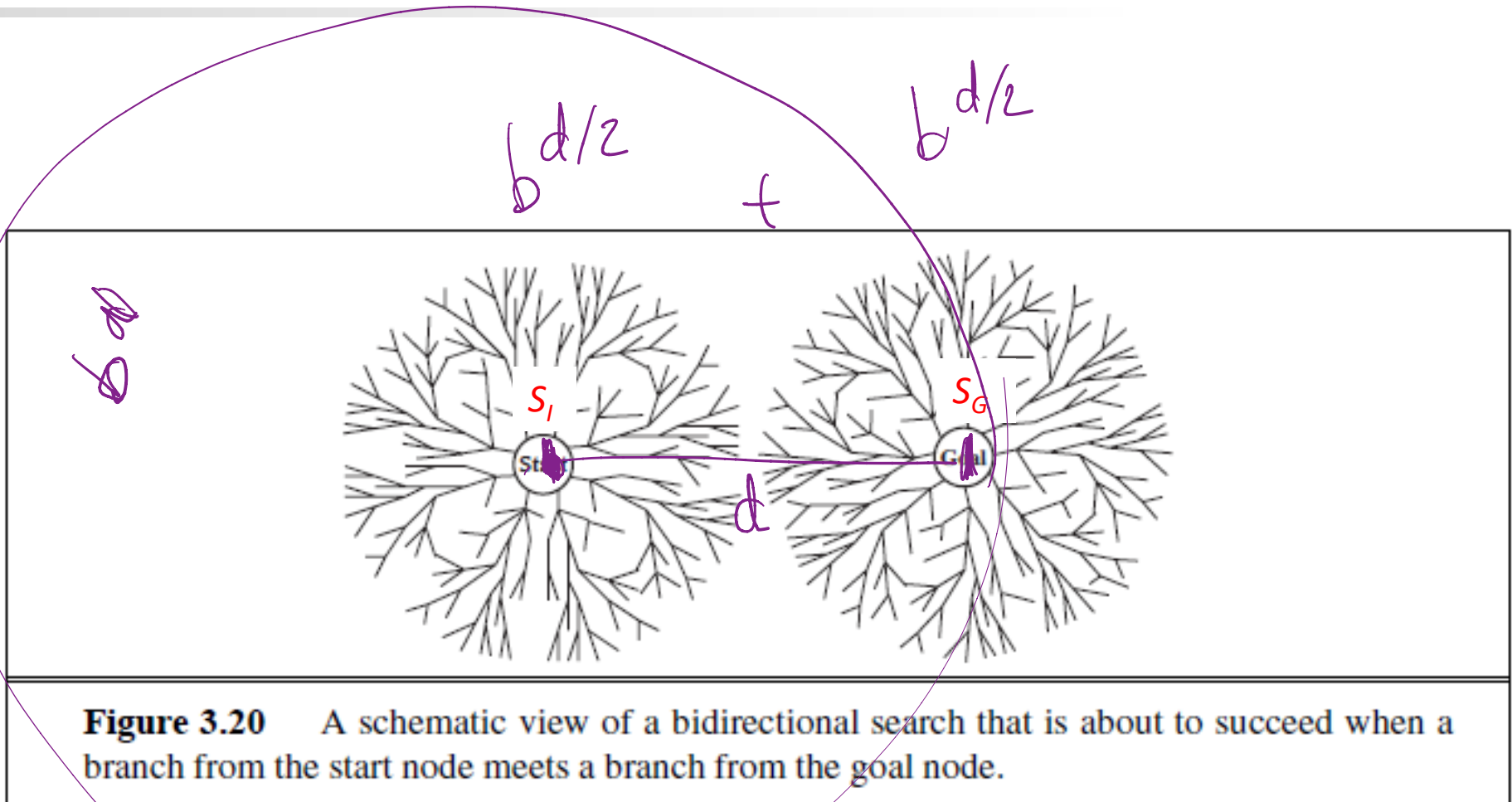
On développe des chemins par la recherche en largeur à partir de  $s_I$  et  $s_G$

À leur intersection, on joint le chemin qui mène de  $s_I$  à  $s_G$

Condition: existence de  $\Gamma^{-1}$

On doit connaître explicitement  $\Gamma^{-1}$  pour développer le chemin à partir de  $s_G$

# Recherche Bidirectionnelle



Adapted from AIMA: Section 3.4 – page 91

# Recherche Bidirectionnelle

- Complet: car les recherches se rejoignent si une solution existe
- Optimal: car on trouve la solution la plus simple à la jointure des chemins

Complexité (recherche en Largeur pour  $d/2$ ):

- Temps:  $O(b^{d/2})$
- Espace:  $O(b^{d/2})$

# Recherche en coût uniforme

Similaire à la recherche en Largeur

$g(v)$ : coût du chemin de la racine au nœud  $v$

$g(v)$  représente la somme des coûts de transition entre les états  $c(s, s')$  le long du chemin

- Expansion du nœud le moins coûteux de la liste
- La liste est un Tas-min des coûts

Analogie au plus court chemin de Dijkstra

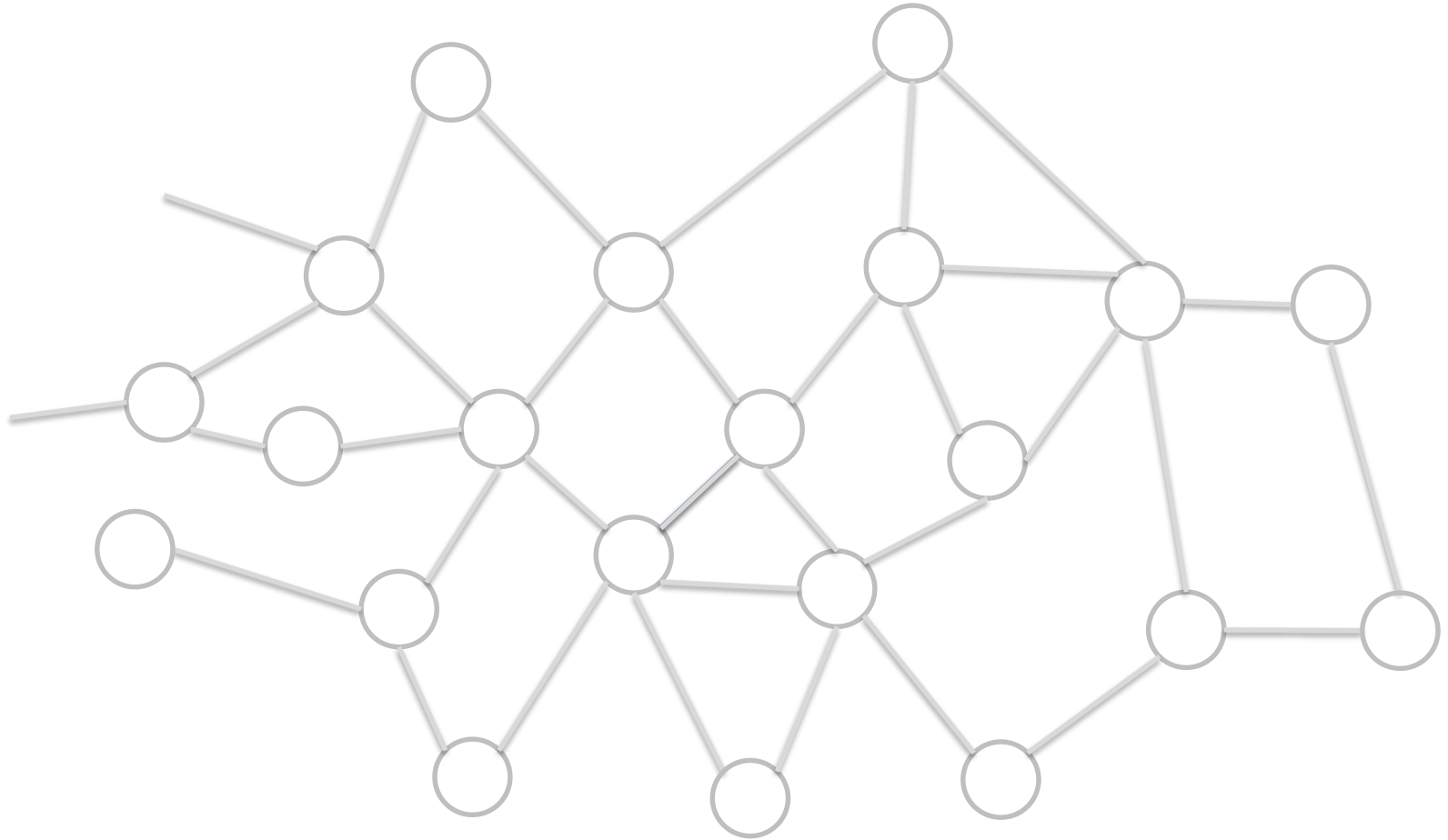
# Recherche en coût uniforme

- Complet: garantit de trouver la solution
- Optimal: trouve la solution la moins coûteuse

Complexité:

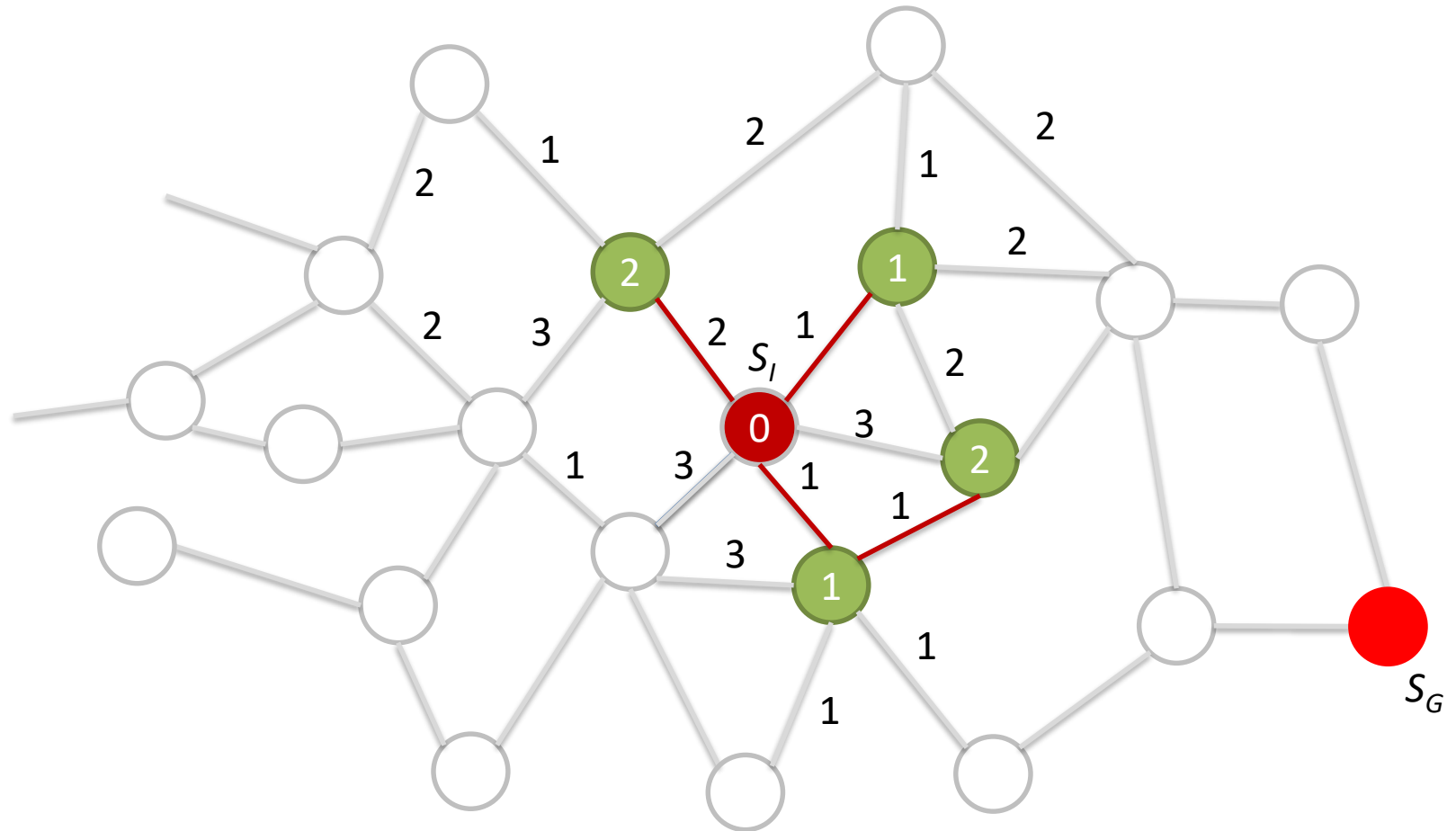
- Temps:  $O(b^d)$
- Espace:  $O(b^d)$

# Recherche en Coût Uniforme



Exercice: Attribuez des coûts et développez l'algorithme

# Recherche en Coût Uniforme



Voir aussi: <https://visualgo.net/en/sssp>



# Résumé

Criterion	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening	Bidirectional (if applicable)
Complete?	Yes <sup>a</sup>	Yes <sup>a,b</sup>	No	No	Yes <sup>a</sup>	Yes <sup>a,d</sup>
Time	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(b^m)$	$O(b^\ell)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Space	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(bm)$	$O(b\ell)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$
Optimal?	Yes <sup>c</sup>	Yes	No	No	Yes <sup>c</sup>	Yes <sup>c,d</sup>

**Figure 3.21** Evaluation of tree-search strategies.  $b$  is the branching factor;  $d$  is the depth of the shallowest solution;  $m$  is the maximum depth of the search tree;  $\ell$  is the depth limit. Superscript caveats are as follows: <sup>a</sup> complete if  $b$  is finite; <sup>b</sup> complete if step costs  $\geq \epsilon$  for positive  $\epsilon$ ; <sup>c</sup> optimal if step costs are all identical; <sup>d</sup> if both directions use breadth-first search.