
Analyse Numérique (12M040), année 2019-2020

Enoncé de l'examen écrit du 31 août 2020

Horaire : 9h00 à 10h00 (60 minutes)

Rappel : Ceci est un examen sans aucun document ni appareil électronique pour préparer vos réponses. Vous devez déposer vos réponses manuscrites que vous aurez photographiées/scannées sur l'espace Moodle du serveur d'examens pour 10h00 (avec une tolérance en cas d'un retard de quelques minutes) : <https://sciences-exam.unige.ch/course/view.php?id=507>
Merci d'indiquer sur chacune de vos feuilles rendues électroniquement vos **nom, prénom, numéro 12M040 du cours et le numéro de la question traitée (Question 1, 2 ou 3)**. Par exemple : EULER Leonhard, 12M040, Question 1.

Question 1 (2 points sur 6).

Expliquer le rôle important des polynômes de Chebyshev pour l'interpolation polynomiale.

Indications : $f(x) - p(x) = (x - x_0) \cdots (x - x_n) \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}$, $x_k = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{(2k+1)}{2n+2}\pi\right)$.

Question 2 (2 points sur 6).

Expliquer et comparer la méthode de Gauss-Newton appliquée à $f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\|r(\mathbf{x})\|_2^2 \rightarrow \min$ par rapport à la méthode de Newton standard appliquée à $\nabla f(x) = 0$.

Dans quel cas les deux méthodes coïncident-elles ?

Indications : $\nabla f(x) = r'(\mathbf{x})^T r(\mathbf{x})$, $\nabla^2 f(\mathbf{x}) = (r'(\mathbf{x}))^T r(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^m r_k(\mathbf{x}) \nabla^2 r_k(\mathbf{x})$,
 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - (\nabla^2 f(\mathbf{x}_k))^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_k)$.

Question 3 (2 points sur 6).

Écrire une fonction `racinedeux=newton(tol,x0)` qui calcule numériquement $\sqrt{2}$ avec une précision `tol` donnée en appliquant la méthode de Newton à la fonction

$$f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2}$$

avec une initialisation `x0`.

Rappel : Cette question 3 doit, comme les précédentes questions, être traitée sur papier libre, sans utiliser l'ordinateur ni Matlab pour tester et préparer vos réponses. Votre code manuscrit doit comporter les éléments essentiels pour être exécutable sur Matlab (variables définies, indices corrects, initialisation des vecteurs, etc.), mais du pseudo-code reste admissible.

Fin de l'énoncé.

En cas de question ou problème technique urgent, contacter gilles.vilmart@unige.ch
ou se connecter à la réunion Zoom No 98674466177 (Mot de passe 314159).