



1. (**Algorithme de Clenshaw**) On note $T_k(x)$ le k -ème polynôme de Chebyshev.

- (a) Étant donné $p \in \mathbb{P}_n$, montrer que celui-ci satisfait $p(x) = \sum_{k=0}^N c_k T_k(x)$ pour $N \in \mathbb{N}$. Trouver le N minimal. Est-ce que le choix des coefficients c_k est unique pour ce N minimal ?
- (b) Étant donné $x \in \mathbb{R}$, montrer que $p(x) = \sum_{k=0}^N c_k T_k(x)$ peut être évalué par le procédé suivant. On fixe $u_{n+1} = 0$ et $u_n = c_n$ et puis on calcule

$$u_k = 2x u_{k+1} - u_{k+2} + c_k, \quad k = n-1, n-2, \dots, 0.$$

Alors

$$p(x) = \frac{1}{2}(c_0 - u_2 + u_0).$$

2. (★, tout l'exercice) (**Précision double IEEE**) Dans cet exercice, on considère la précision **double** comme définie selon le standard IEEE (voir les exemples 2.2 et 2.3 du polycopié).

- (a) Représenter en format décimal les nombres suivants

| | Signe | Exposant | Mantisse |
|------|-------|-------------|--------------|
| i. | 0 | 1111111111 | 00000000...0 |
| ii. | 1 | 1111111111 | 00100010...0 |
| iii. | 0 | 0000000000 | 01011011...0 |
| iv. | 0 | 10000110010 | 00101011...0 |
| v. | 1 | 10000010110 | 10011101...0 |
| vi. | 0 | 0000000000 | 00000000...0 |

en spécifiant s'ils sont normalisés, dénormalisés, **NaN** (not a number) ou infinis. Justifier vos réponses.

- (b) Quelle est la valeur de la précision de la machine $\varepsilon_{\text{mach}}$?