

Parallélisme

TP2

Ce travail pratique est évalué, le rendu doit se faire au plus tard le Mercredi 28 Octobre 2020 sur la plateforme moodle → cours Parallélisme (13X007) → TP2. Vous devez rendre une archive au format zip portant votre nom d'utilisateur, contenant le Makefile et le code source. Ce travail est individuel.

1 L'équation de Laplace

Considérons un domaine carré (p. ex. une plaque) sur lequel est appliquée une source de chaleur aux bords, la chaleur va se répandre à l'intérieur du domaine en suivant une dynamique décrite par l'équation différentielle partielle suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

que l'on peut aussi écrire de la manière suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \Delta u \quad (2)$$

Dans ces équations u représente la fonction de température et α le coefficient de diffusion thermique. Si la température aux bords est maintenue constante, la distribution de chaleur dans le domaine tend vers un état stationnaire. Dans ce cas la dérivée temporelle dans l'équation (2) disparaît et donne l'équation de Laplace :

$$\Delta u = 0 \quad (3)$$

Ce genre de problèmes se nomme *problèmes à valeurs aux bords* : la solution finale dépend de la condition imposée aux bords du domaine, mais pas de la condition initiale choisie.

Pour trouver la solution de l'équation de Laplace, nous vous proposons le schéma numérique itératif suivant :

$$u(i, j)^{(k+1)} = \frac{1}{4} (u(i+1, j)^{(k)} + u(i-1, j)^{(k)} + u(i, j-1)^{(k)} + u(i, j+1)^{(k)}) \quad (4)$$

où les indices i et j dénotent les points de l'espace discret. En imposant une température aux bords du domaine et en appliquant le schéma ci-dessus le problème est résolu en laissant évoluer la température jusqu'à ce que la dynamique se stabilise.

2 Travail à accomplir

Vous devez implémenter une stratégie pour résoudre l'équation de Laplace en parallèle. On vous conseille de partager le domaine en bande et de distribuer les sous-domaines aux différents noeuds de calculs. Avant de commencer à implémenter votre stratégie réfléchissez bien aux problèmes que peuvent poser une telle division pour le calcul d'une itération du schéma (4).

Les conditions aux bords suivantes doivent être appliquées : une température nulle sur le bord supérieur et le bord gauche ainsi qu'une température constante positive sur les deux autres bords fig.1. Un exemple de solution obtenu à l'aide de ces conditions aux bords est présenté dans la fig.2.

0	0	0	0	0	1
0							1
0							1
⋮							⋮
⋮							⋮
0							1
0							1
0	1	1	1	1	1

FIGURE 1 – Illustration des conditions aux bords imposées sur un domaine carré : une température nulle sur le bord du haut et le bord gauche ainsi qu’une température constante positive sur les autres bords.

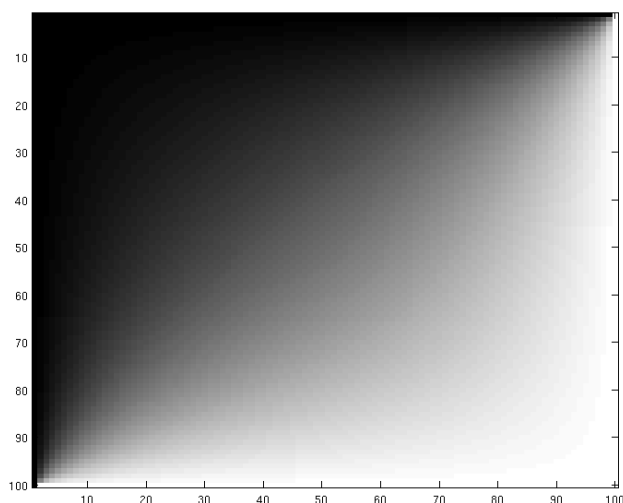


FIGURE 2 – Solution de l’équation de Laplace sur un domaine carré de taille 100 x 100 obtenue avec les conditions aux bords imposées.

Votre application doit produire un fichier texte dans lequel chaque ligne de la matrice est écrite sur une nouvelle ligne de texte et dont chaque élément est séparé par un espace. Il est fortement recommandé d’afficher et de comparer vos résultats avec ceux produits par un le code fourni sur Moodle.

3 Consignes

- Votre implémentation doit être réalisée en C/C++ avec la librairie MPI et doit fonctionner avec un nombre arbitraire de noeuds.
- Vous devez rendre votre code dans une archive au format **zip** portant votre nom d’utilisateur qui doit être structurée de la façon suivante :
 - un répertoire **src** qui contient vos fichiers sources
 - un fichier **Makefile** à la racine de l’archive
- Le fichier **Makefile** doit contenir au moins les deux cibles suivantes :

- la cible `all` compile votre application dans le répertoire courant et produit un exécutable nommé `laplace`
- la cible `clean` supprime les fichiers compilés
- Votre application doit prendre trois arguments à la ligne de commande dans l'ordre suivant : la largeur de la matrice, la hauteur de la matrice et le nombre d'itérations. Par exemple la commande suivante

```
$ mpirun -np 3 laplace 100 200 5000
```

permet de résoudre l'équation de Laplace avec 3 noeuds de calcul sur un domaine de taille 100x200 en appliquant 5000 itérations du schéma numérique (4)

- Le fichier produit par l'application doit se nommer `chaleur.dat`
- L'archive produite doit être déposée sur moodle dans

Parallélisme → TP2