Chapitre 1 - Pourcentages

Cours

Toutes les données numériques des exemples du cours sont tirées du site de l'INSEE.

1 Rappels sur les pourcentages

1.1 Appliquer un pourcentage

En 2011, dans le département du Cantal, 69,3% des ménages étaient propriétaires de leur résidence principale. Cette même année 2011, on comptait 67 711 ménages dans le Cantal.
Combien de ménages étaient-ils propriétaires de leur résidence principale ?

Méthode 1 *Appliquer un pourcentage*

Pour calculer t% d'une quantité A, on calcule $\mathrm{A} \times \dfrac{t}{100}$.

1.2 Calculer une proportion sous forme de pourcentage

Au 31 décembre 2011, on dénombrait dans le Cantal 19 567 établissements actifs, couvrant l'ensemble des activités (agriculture, industrie, commerce, administration, etc.).
Parmi ces établissements, 6 575 relèvent du secteur agricole.
Calculer la part, en pourcentage, de l'agriculture dans l'activité cantalienne.

Méthode 2 *Calculer un pourcentage*

Pour exprimer en pourcentage la proportion d'une partie E d'un total A, on calcule $\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{A}} \times 100$.

2 Pourcentages d'évolution

2.1 Calculer une évolution exprimée en pourcentages

En 2006, dans le Cantal, on comptait 43 474 retraités.
Entre 2006 et 2011, ce nombre a augmenté de 5,6%.
Calculer le nombre de retraités en 2011.

En 2006, dans le Cantal, on comptait 7 961 agriculteurs exploitants (parmi la population de plus de 15 ans).
Entre 2006 et 2011, ce nombre a diminué de 11,3%.
Calculer le nombre d'agriculteurs exploitants en 2011.

Méthode 3 *Calculer une évolution exprimée en pourcentage*

- ☆ Pour augmenter une quantité A de t%, on calcule $\mathrm{A} \times \left(1 + \dfrac{t}{100}\right)$.
- ☆ Pour diminuer une quantité A de t%, on calcule $\mathrm{A} \times \left(1 - \dfrac{t}{100}\right)$.

Remarque : dans le cas d'une diminution, on utilisera le plus souvent des taux négatifs. Dans ce cas, la formule sera toujours la même : $\mathrm{A}' = \mathrm{A} \times \left(1 + \dfrac{t}{100}\right)$

Définition 1 *Coefficient multiplicateur*

Soit une quantité A qui évolue d'une valeur initiale V_1 à une valeur finale V_2.
On appelle coefficient multiplicateur le nombre $\mathrm{CM} = \dfrac{\mathrm{V}_2}{\mathrm{V}_1}$: il s'agit du nombre par lequel on doit multiplier V_1 pour obtenir V_2.
D'après ce qui précède, dans le cas d'une évolution de t%, on a : $\mathrm{CM} = 1 + \dfrac{t}{100}$

$$\boxed{\mathrm{V}_1} \xrightarrow[\mathrm{CM} = 1 + \frac{t}{100}]{\times \mathrm{CM}} \boxed{\mathrm{V}_2}$$

2.2 Exprimer en pourcentage une évolution

En 2006, dans le Cantal, on comptait 4 558 cadres et professions intellectuelles supérieures (parmi la population de plus de 15 ans).
Entre 2011, on en comptait 4 874.
Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de cadres et professions intellectuelles supérieures.

En 2006, dans le Cantal, on comptait 17 430 ouvriers (parmi la population de plus de 15 ans).
Entre 2011, on en comptait 16 401.
Calculer le pourcentage de diminution du nombre d'ouvriers.

Définition 2 *Évolution d'une grandeur*

Pour exprimer l'évolution d'une grandeur A d'une valeur initiale V_1 vers une valeur finale V_2, on peut calculer :

- La variation absolue $\Delta V = V_2 - V_1$.
- Le coefficient multiplicateur $CM = \dfrac{V_2}{V_1}$.
- La variation relative $\dfrac{\Delta V}{V_1} = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1}$ que l'on peut exprimer en pourcentage

3 Évolutions successives : taux d'évolution global

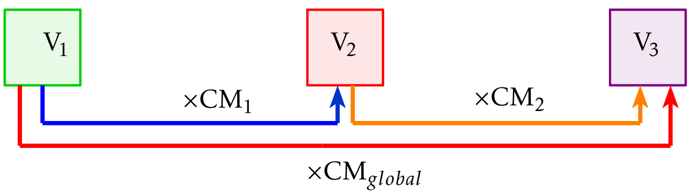
Théorème 1 *Évolutions successives*

Si une quantité A subit deux évolutions successives de taux respectifs $t_1\%$ et $t_2\%$, alors elle est multipliée par

$$CM_1 \times CM_2 = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$$

Définition 3 *Taux d'évolution global*

- On appelle coefficient multiplicateur global le nombre $CM_{global} = CM_1 \times CM_2$.
- On appelle taux d'évolution global le taux $t_{global}\%$ tel que $CM_{global} = 1 + \dfrac{t_{global}}{100}$.



Deux évolution successives de taux respectifs $t_1\%$ et $t_2\%$ sont donc équivalentes à une évolution globale de $t_{global}\%$.
Attention ! Le taux global n'est pas égal à la somme des taux d'évolution !

4 Évolution réciproque : taux d'évolution réciproque

Le prix moyen mensuel de vente au détail du kilogramme d'abricots en métropole était de 3,37 € en juillet 2014 et de 4,20 € en juillet 2013.
Quel taux d'évolution faudrait-il appliquer au prix de juillet 2014 pour retrouver le prix de juillet 2013 ?

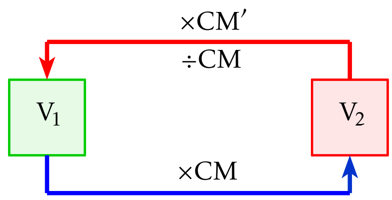
Définition 4 *taux d'évolution réciproque*

On considère une quantité A qui a subit une évolution d'une valeur initiale V_1 vers une valeur finale V_2.

- On appelle coefficient multiplicateur réciproque le nombre $CM' = \dfrac{1}{CM}$.
- On appelle taux d'évolution réciproque le taux $t'\%$ tel que $CM' = 1 + \dfrac{t'}{100}$.

Théorème 2

Appliquer une évolution de $t'\%$ (taux réciproque) à la valeur finale V_2 permet de retrouver la valeur initiale V_1.



5 Indices

Définition 5 *Indices*

Soit A une quantité qui a subit une évolution d'une valeur initiale V_1 vers une valeur finale V_2.
Définir l'indice base 100 de cette grandeur correspondant à la valeur V_1, c'est associer à la valeur V_1 le nombre $I_1 = 100$ (appelé indice) et associer à la valeur V_2 le nombre I_2 tel que le tableau suivant soit un tableau de proportionnalité :

Valeur	V_1	V_2
Indice	I_1	I_2

Il découle de la définition que les taux d'évolutions pour les indices sont les mêmes que les taux d'évolution pour la quantité A. L'observation des indices permet donc de trouver très rapidement un taux d'évolution, la valeur initiale étant ramenée à 100.

Exemple d'application : Le tableau ci-contre donne le prix en euros et les indices correspondants en prenant la base 100 pour le prix de 2010.

Année	2010	2011	2012
Prix (en euros)	350	420	...
Indice	100	...	180

Compléter le tableau, puis en déduire le taux d'évolution du prix entre 2010 et 2012.