

C4 Notions d'algorithmique

Parcours d'une liste

On rappelle qu'une liste `L`, en Python peut se représenter par le schéma suivant :

| | | | | | |
|----------|------|------|------|------|-----|
| Eléments | L[0] | L[1] | L[2] | L[3] | ... |
| | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ |
| Indices | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |

On peut parcourir cette liste :

C4 Notions d'algorithmique

Parcours d'une liste

On rappelle qu'une liste `L`, en Python peut se représenter par le schéma suivant :

| | | | | | |
|----------|------|------|------|------|-----|
| Eléments | L[0] | L[1] | L[2] | L[3] | ... |
| | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ |
| Indices | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |

On peut parcourir cette liste :

- **Par indice** (on se place sur la seconde ligne du schéma ci-dessus) et on crée une variable (un entier) qui va parcourir la liste des indices :

```
for indice in range(len(L))
```

Il faut alors accéder aux éléments en utilisant leurs indices.

C4 Notions d'algorithmique

Parcours d'une liste

On rappelle qu'une liste **L**, en Python peut se représenter par le schéma suivant :

| | | | | | |
|----------|------|------|------|------|-----|
| Éléments | L[0] | L[1] | L[2] | L[3] | ... |
| | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ |
| Indices | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |

On peut parcourir cette liste :

- **Par indice** (on se place sur la seconde ligne du schéma ci-dessus) et on crée une variable (un entier) qui va parcourir la liste des indices :

```
for indice in range(len(L))
```

Il faut alors accéder aux éléments en utilisant leurs indices.

- **Par élément** (on se place sur la première ligne du schéma ci-dessus) et on crée une variable qui va parcourir directement la liste des éléments :

```
for element in L
```

La variable de parcours (ici `element`) contient alors directement les éléments).

C4 Notions d'algorithmique

Algorithme de recherche simple

Un algorithme de recherche **simple** d'un élément dans une liste consiste :

C4 Notions d'algorithmique

Algorithme de recherche simple

Un algorithme de recherche **simple** d'un élément dans une liste consiste :

- à parcourir les éléments de cette liste

C4 Notions d'algorithmique

Algorithme de recherche simple

Un algorithme de recherche **simple** d'un élément dans une liste consiste :

- 1 à parcourir les éléments de cette liste
- 2 renvoyer True si on trouve cet élément

C4 Notions d'algorithmique

Algorithme de recherche simple

Un algorithme de recherche **simple** d'un élément dans une liste consiste :

- 1 à parcourir les éléments de cette liste
- 2 renvoyer `True` si on trouve cet élément
- 3 sinon continuer le parcours et renvoyer `False` si la fin de liste est atteinte

C4 Notions d'algorithmique

Algorithme de recherche par dichotomie

Lorsqu'une **liste est triée**, on peut utiliser la recherche par dichotomie :

C4 Notions d'algorithmique

Algorithme de recherche par dichotomie

Lorsqu'une **liste est triée**, on peut utiliser la recherche par dichotomie :

- 1 Partager la liste en deux moitiés

C4 Notions d'algorithmique

Algorithme de recherche par dichotomie

Lorsqu'une **liste est triée**, on peut utiliser la recherche par dichotomie :

- 1 Partager la liste en deux moitiés
- 2 Comparer l'élément cherché avec celui situé au milieu

C4 Notions d'algorithmique

Algorithme de recherche par dichotomie

Lorsqu'une **liste est triée**, on peut utiliser la recherche par dichotomie :

- 1 Partager la liste en deux moitiés
- 2 Comparer l'élément cherché avec celui situé au milieu
- 3 En déduire dans quelle moitié poursuivre la recherche

C4 Notions d'algorithmique

Algorithme de recherche par dichotomie

Lorsqu'une **liste est triée**, on peut utiliser la recherche par dichotomie :

- 1 Partager la liste en deux moitiés
- 2 Comparer l'élément cherché avec celui situé au milieu
- 3 En déduire dans quelle moitié poursuivre la recherche
- 4 S'arrêter lorsque la zone de recherche ne contient plus qu'un élément.

C4 Notions d'algorithmique

Définition : complexité

La **complexité** d'un algorithme est une mesure de son efficacité.

C4 Notions d'algorithmique

Définition : complexité

La **complexité** d'un algorithme est une mesure de son efficacité. On parle notamment de :

C4 Notions d'algorithmique

Définition : complexité

La **complexité** d'un algorithme est une mesure de son efficacité. On parle notamment de :

- Complexité en temps : le nombre d'opérations nécessaire à l'exécution d'un algorithme en fonction de la taille des données

C4 Notions d'algorithmique

Définition : complexité

La **complexité** d'un algorithme est une mesure de son efficacité. On parle notamment de :

- Complexité en temps : le nombre d'opérations nécessaire à l'exécution d'un algorithme en fonction de la taille des données
- Complexité en mémoire : l'occupation mémoire en fonction de la taille des données

C4 Notions d'algorithmique

Complexité des algorithmes de recherche

C4 Notions d'algorithmique

Complexité des algorithmes de recherche

- Le nombre de comparaisons nécessaire à l'algorithme de recherche simple est proportionnel à la taille de la liste.

C4 Notions d'algorithmique

Complexité des algorithmes de recherche

- Le nombre de comparaisons nécessaire à l'algorithme de recherche simple est proportionnel à la taille de la liste. On dit que cet algorithme a une **complexité linéaire**.

Complexité des algorithmes de recherche

- Le nombre de comparaisons nécessaire à l'algorithme de recherche simple est proportionnel à la taille de la liste. On dit que cet algorithme a une **complexité linéaire**.

L'allure du graphique représentant le temps d'exécution en fonction de la taille des données est une droite.

Complexité des algorithmes de recherche

- Le nombre de comparaisons nécessaire à l'algorithme de recherche simple est proportionnel à la taille de la liste. On dit que cet algorithme a une **complexité linéaire**.
L'allure du graphique représentant le temps d'exécution en fonction de la taille des données est une droite.
- Le nombre de comparaisons nécessaire à l'algorithme de recherche dichotomique augmente de 1 lorsque la taille de la liste double.

C4 Notions d'algorithmique

Complexité des algorithmes de recherche

- Le nombre de comparaisons nécessaire à l'algorithme de recherche simple est proportionnel à la taille de la liste. On dit que cet algorithme a une **complexité linéaire**.
L'allure du graphique représentant le temps d'exécution en fonction de la taille des données est une droite.
- Le nombre de comparaisons nécessaire à l'algorithme de recherche dichotomique augmente de 1 lorsque la taille de la liste double. En mathématiques, les fonctions évoluant de cette façon sont appelées **logarithmes**, l'algorithme de recherche dichotomique a donc une **complexité logarithmique**.

C4 Notions d'algorithmique

Correction d'un algorithme

On dira qu'un algorithme est **correct**

C4 Notions d'algorithmique

Correction d'un algorithme

On dira qu'un algorithme est **correct** lorsqu'il renvoie la réponse attendue pour n'importe quel donnée.

C4 Notions d'algorithmique

Correction d'un algorithme

On dira qu'un algorithme est **correct** lorsqu'il renvoie la réponse attendue pour n'importe quel donnée.

Tests et correction

C4 Notions d'algorithmique

Correction d'un algorithme

On dira qu'un algorithme est **correct** lorsqu'il renvoie la réponse attendue pour n'importe quel donnée.

Tests et correction

Des tests ne permettent **pas** de prouver qu'un algorithme est correct.

C4 Notions d'algorithmique

Correction d'un algorithme

On dira qu'un algorithme est **correct** lorsqu'il renvoie la réponse attendue pour n'importe quel donnée.

Tests et correction

Des tests ne permettent **pas** de prouver qu'un algorithme est correct. En effet, ils ne permettent de valider le comportement de l'algorithme que dans quelques cas particuliers et jamais dans le cas général

C4 Notions d'algorithmique

Preuve de la correction d'un algorithme

Pour prouver la correction d'un algorithme on utilise la notion d'**invariant de boucle**. C'est une propriété du programme qui

C4 Notions d'algorithmique

Preuve de la correction d'un algorithme

Pour prouver la correction d'un algorithme on utilise la notion d'**invariant de boucle**. C'est une propriété du programme qui

- est vraie à l'entrée dans la boucle.

C4 Notions d'algorithmique

Preuve de la correction d'un algorithme

Pour prouver la correction d'un algorithme on utilise la notion d'**invariant de boucle**. C'est une propriété du programme qui

- est vraie à l'entrée dans la boucle.
- reste vraie à chaque itération si elle l'était à l'itération précédente.

C4 Notions d'algorithmique

Preuve de la correction d'un algorithme

Pour prouver la correction d'un algorithme on utilise la notion d'**invariant de boucle**. C'est une propriété du programme qui

- est vraie à l'entrée dans la boucle.
- reste vraie à chaque itération si elle l'était à l'itération précédente.

Trouver un invariant de boucle c'est **prouver** qu'un algorithme fournit la réponse attendue quelque soient les données.

C4 Notions d'algorithmique

Exemple

On considère la fonction ci-dessous :

```
1 def compte(elt, liste):  
2     '''compte le nombre de fois où elt apparaît dans  
   liste'''  
3     compteur=0  
4     for x in liste:  
5         if x==elt:  
6             compteur=compteur+1  
7     return compteur
```


C4 Notions d'algorithmique

Exemple

On considère la fonction ci-dessous :

```
1 def compte(elt, liste):  
2     '''compte le nombre de fois où elt apparaît dans  
    liste'''  
3     compteur=0  
4     for x in liste:  
5         if x==elt:  
6             compteur=compteur+1  
7     return compteur
```

En trouvant un invariant de boucle, montrer qu'à la sortie de la boucle, la variable compteur contient le nombre de fois où elt apparaît dans liste

C4 Notions d'algorithmique

Correction de l'exemple

On note la liste $[e_1, e_2, \dots, e_n]$, et on note k le nombre de tours de boucle

C4 Notions d'algorithmique

Correction de l'exemple

On note la liste $[e_1, e_2, \dots, e_n]$, et on note k le nombre de tours de boucle
Montrons que la propriété :

« compteur contient le nombre de de fois où elt apparaît dans les k premiers éléments de la liste »

C4 Notions d'algorithmique

Correction de l'exemple

On note la liste $[e_1, e_2, \dots, e_n]$, et on note k le nombre de tours de boucle
Montrons que la propriété :

« compteur contient le nombre de de fois où elt apparaît dans les k premiers
éléments de la liste »

est un invariant de boucle.

C4 Notions d'algorithmique

Correction de l'exemple

On note la liste $[e_1, e_2, \dots, e_n]$, et on note k le nombre de tours de boucle
Montrons que la propriété :

« compteur contient le nombre de de fois où e_l apparaît dans les k premiers
éléments de la liste »

est un invariant de boucle.

- En entrant dans la boucle ($k=0$) la propriété est vraie car compteur vaut 0.

C4 Notions d'algorithmique

Correction de l'exemple

On note la liste $[e_1, e_2, \dots, e_n]$, et on note k le nombre de tours de boucle. Montrons que la propriété :

« **compteur** contient le nombre de de fois où elt apparaît dans les k premiers éléments de la liste »

est un invariant de boucle.

- En entrant dans la boucle ($k=0$) la propriété est vraie car **compteur** vaut 0.
- Supposons la propriété vraie au k -ième tour de boucle alors, au tour suivant elle reste vraie puisqu'on ajoute 1 au **compteur** lorsque $elt=e_{k+1}$

C4 Notions d'algorithmique

Correction de l'exemple

On note la liste $[e_1, e_2, \dots, e_n]$, et on note k le nombre de tours de boucle. Montrons que la propriété :

« **compteur** contient le nombre de de fois où elt apparaît dans les k premiers éléments de la liste »

est un invariant de boucle.

- En entrant dans la boucle ($k=0$) la propriété est vraie car **compteur** vaut 0.
- Supposons la propriété vraie au k -ième tour de boucle alors, au tour suivant elle reste vraie puisqu'on ajoute 1 au **compteur** lorsque $elt=e_{k+1}$

Cette propriété est donc bien un invariant de boucle.

C4 Notions d'algorithmique

Correction de l'exemple

On note la liste $[e_1, e_2, \dots, e_n]$, et on note k le nombre de tours de boucle. Montrons que la propriété :

« compteur contient le nombre de de fois où elt apparaît dans les k premiers éléments de la liste »

est un invariant de boucle.

- En entrant dans la boucle ($k=0$) la propriété est vraie car compteur vaut 0.
- Supposons la propriété vraie au k -ième tour de boucle alors, au tour suivant elle reste vraie puisqu'on ajoute 1 au compteur lorsque $elt=e_{k+1}$

Cette propriété est donc bien un invariant de boucle. L'invariant de boucle reste vraie en sortie de boucle ce qui prouve que l'algorithme est correct.

C4 Notions d'algorithmique

Rappel

On distingue deux types de boucle :

C4 Notions d'algorithmique

Rappel

On distingue deux types de boucle :

- Les boucles **bornées**, on connaît leur nombre de répétitions. Ce sont les boucles `for` de Python.

C4 Notions d'algorithmique

Rappel

On distingue deux types de boucle :

- Les boucles **bornées**, on connaît leur nombre de répétitions. Ce sont les boucles `for` de Python.
- Les boucles **non bornées**, qui peuvent se répéter un nombre indéterminé de fois. Ce sont les boucles `while` de Python.

C4 Notions d'algorithmique

Rappel

On distingue deux types de boucle :

- Les boucles **bornées**, on connaît leur nombre de répétitions. Ce sont les boucles `for` de Python.
- Les boucles **non bornées**, qui peuvent se répéter un nombre indéterminé de fois. Ce sont les boucles `while` de Python.

Terminaison d'un algorithme

Une boucle non bornée pouvant se répéter à l'infini, on s'interroge sur le problème de la **terminaison** d'un programme. C'est à dire qu'on souhaite prouver mathématiquement qu'un programme s'arrête quelques soient les données fournies.

C4 Notions d'algorithmique

Preuve de la terminaison d'un algorithme

- Pour prouver la terminaison d'un algorithme on utilise la notion de **variant de boucle**. Il s'agit de mettre en évidence une **suite d'entiers naturels strictement décroissante** avec le nombre de tours de boucle.

C4 Notions d'algorithmique

Preuve de la terminaison d'un algorithme

- Pour prouver la terminaison d'un algorithme on utilise la notion de **variant de boucle**. Il s'agit de mettre en évidence une **suite d'entiers naturels strictement décroissante** avec le nombre de tours de boucle.
- On montre en mathématique qu'une telle suite ne peut être infinie, traduit en langage informatique cela signifie que la boucle s'arrête forcément.

C4 Notions d'algorithmique

Exemple

On considère la fonction ci-dessous :

```
1 def quotient(a,b):  
2     '''Renvoie le quotient dans la division euclidienne  
      de a par b avec a et b deux entiers naturels'''  
3     q=0  
4     while a-b>=0:  
5         a=a-b  
6         q=q+1  
7     return q
```

C4 Notions d'algorithmique

Exemple

On considère la fonction ci-dessous :

```
1 def quotient(a,b):  
2     '''Renvoie le quotient dans la division euclidienne  
      de a par b avec a et b deux entiers naturels'''  
3     q=0  
4     while a-b>=0:  
5         a=a-b  
6         q=q+1  
7     return q
```

En trouvant un variant de boucle, prouver la terminaison de ce programme.

Correction de l'exemple

Montrer que la suite de valeurs prises par la variable a est une suite d'entiers naturels strictement décroissante.

Correction de l'exemple

Montrer que la suite de valeurs prises par la variable a est une suite d'entiers naturels strictement décroissante.

- La valeur initiale de a est un entier naturel (précondition)

Correction de l'exemple

Montrer que la suite de valeurs prises par la variable a est une suite d'entiers naturels strictement décroissante.

- La valeur initiale de a est un entier naturel (précondition)
- A chaque tour de boucle la valeur de a diminue (de b).

Correction de l'exemple

Montrer que la suite de valeurs prises par la variable a est une suite d'entiers naturels strictement décroissante.

- La valeur initiale de a est un entier naturel (précondition)
- A chaque tour de boucle la valeur de a diminue (de b).
- La nouvelle valeur de a est $a-b$ qui est garantie positive par condition d'entrée dans la boucle

Correction de l'exemple

Montrer que la suite de valeurs prises par la variable a est une suite d'entiers naturels strictement décroissante.

- La valeur initiale de a est un entier naturel (précondition)
- A chaque tour de boucle la valeur de a diminue (de b).
- La nouvelle valeur de a est $a-b$ qui est garantie positive par condition d'entrée dans la boucle

Les trois éléments ci-dessus prouvent que la suite de valeurs prises par la variable a est une suite d'entiers naturels strictement décroissante. Cette suite de valeurs est donc finie ce qui prouve la terminaison de cet algorithme.