Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.

Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.

Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le fils d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.

Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le fils d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.
- Dans un arbre, un seul et unique noeud n'est le fils de personne, c'est la racine de l'arbre.

Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le fils d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.
- Dans un arbre, un seul et unique noeud n'est le fils de personne, c'est la racine de l'arbre.
- Un noeud n'ayant pas de fils s'appelle une feuille de l'arbre.

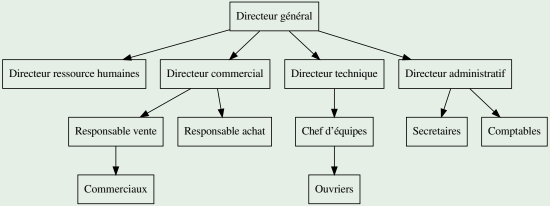
Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le fils d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.
- Dans un arbre, un seul et unique noeud n'est le fils de personne, c'est la racine de l'arbre.
- Un noeud n'ayant pas de fils s'appelle une feuille de l'arbre.
- On appelle branche une suite finie de noeuds partant de la racine vers une feuille.

C8 Arbres

Exemple

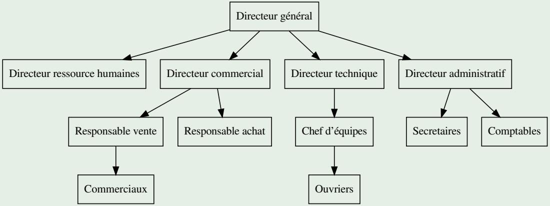
On représente l'organigramme d'une société par un arbre :



C8 Arbres

Exemple

On représente l'organigramme d'une société par un arbre :

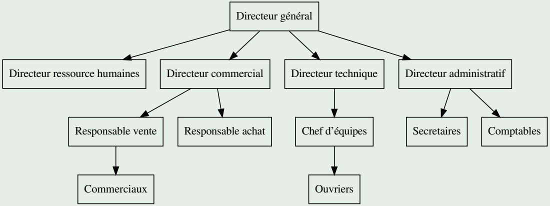


- Citer trois noeuds de cet arbre.

C8 Arbres

Exemple

On représente l'organigramme d'une société par un arbre :

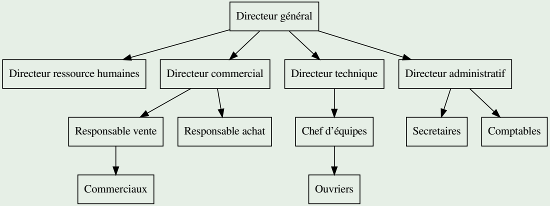


- Citer trois noeuds de cet arbre.
- Donner la racine de cet arbre.

C8 Arbres

Exemple

On représente l'organigramme d'une société par un arbre :

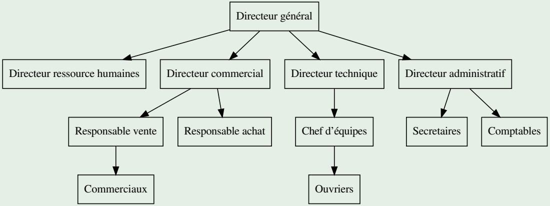


- Citer trois noeuds de cet arbre.
- Donner la racine de cet arbre.
- Donner les feuilles de cet arbre.

C8 Arbres

Exemple

On représente l'organigramme d'une société par un arbre :



- Citer trois noeuds de cet arbre.
- Donner la racine de cet arbre.
- Donner les feuilles de cet arbre.
- Donner une branche de longueur 3 dans cet arbre

C8 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.

Exemple

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.

Exemple

C8 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.

Exemple

C8 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.
  Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.

Exemple

C8 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.
  Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'arité d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.

Exemple

C8 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.
  Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'arité d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.
  On parle aussi de l'arité (ou degré) d'un noeud, il s'agit alors du nombre de fils de ce noeud

Exemple

C8 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.
  Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'arité d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.
  On parle aussi de l'arité (ou degré) d'un noeud, il s'agit alors du nombre de fils de ce noeud

Exemple

- Quelle est la taille de l'arbre représentant l'organigramme d'une société ci-dessus ?

C8 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.
  Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'arité d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.
  On parle aussi de l'arité (ou degré) d'un noeud, il s'agit alors du nombre de fils de ce noeud

Exemple

- Quelle est la taille de l'arbre représentant l'organigramme d'une société ci-dessus ?
- Sa hauteur ?

C8 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.
  Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'arité d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.
  On parle aussi de l'arité (ou degré) d'un noeud, il s'agit alors du nombre de fils de ce noeud

Exemple

- Quelle est la taille de l'arbre représentant l'organigramme d'une société ci-dessus ?
- Sa hauteur ?
- Son arité ?

Arbre binaire

Arbre binaire

- On appelle arbre binaire un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.

Arbre binaire

- On appelle arbre binaire un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.
  De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.

Arbre binaire

- On appelle arbre binaire un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.
  De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.
- Chaque noeud ayant au plus deux fils, dans un arbre binaire on peut considérer le sous arbre droit et le sous arbre gauche d'un noeud. Chacun de ces sous arbres étant lui-même un arbre binaire pouvant être vide (noté Δ).

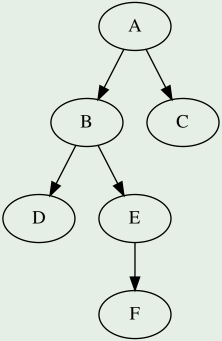
Arbre binaire

- On appelle arbre binaire un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.
  De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.
- Chaque noeud ayant au plus deux fils, dans un arbre binaire on peut considérer le sous arbre droit et le sous arbre gauche d'un noeud. Chacun de ces sous arbres étant lui-même un arbre binaire pouvant être vide (noté Δ).
  On obtient donc une définition récursive d'un arbre binaire :

Arbre binaire

- On appelle arbre binaire un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.
  De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.
- Chaque noeud ayant au plus deux fils, dans un arbre binaire on peut considérer le sous arbre droit et le sous arbre gauche d'un noeud. Chacun de ces sous arbres étant lui-même un arbre binaire pouvant être vide (noté Δ).
  On obtient donc une définition récursive d'un arbre binaire :
  Un arbre binaire est soit un arbre vide (Δ) soit un triplet *(noeud,sag,sad)* où *sag* et *sad* sont des arbres binaires.

Exemple



- Vérifier rapidement que cet arbre est binaire.
- Compléter l'écriture de cet arbre binaire sous forme de triplet :
  - (A,sag(A),sad(A))
  - (A,(B,sag(B),sad(B)),(C,Δ,Δ))
  - ....
  - ....
- Dessiner l'arbre binaire qui s'écrit sous forme de triplet : (A,Δ,(B,(C,(D,Δ,Δ),Δ),(E,Δ,Δ))).

Quelques cas particuliers

- Un arbre binaire est dit *dégénéré* lorsque tous les noeuds à l'exception des feuilles n'ont qu'un fils.

C8 Arbres

Quelques cas particuliers

- Un arbre binaire est dit *dégénéré* lorsque tous les noeuds à l'exception des feuilles n'ont qu'un fils.
  Exemple d'arbre binaire dégéné de taille 5 :

$$\boxed{A} \longrightarrow \boxed{B} \longrightarrow \boxed{C} \longrightarrow \boxed{D} \longrightarrow \boxed{E}$$

C8 Arbres

Quelques cas particuliers

- Un arbre binaire est dit *dégénéré* lorsque tous les noeuds à l'exception des feuilles n'ont qu'un fils.
  Exemple d'arbre binaire dégéné de taille 5 :

  $$\boxed{A} \longrightarrow \boxed{B} \longrightarrow \boxed{C} \longrightarrow \boxed{D} \longrightarrow \boxed{E}$$

- Un arbre binaire est dit *complet* lorsque tous les niveaux sont remplis :

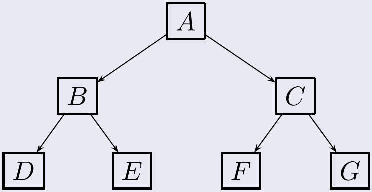
C8 Arbres

Quelques cas particuliers

- Un arbre binaire est dit *dégénéré* lorsque tous les noeuds à l'exception des feuilles n'ont qu'un fils.
  Exemple d'arbre binaire dégéné de taille 5 :

  $$\boxed{A} \longrightarrow \boxed{B} \longrightarrow \boxed{C} \longrightarrow \boxed{D} \longrightarrow \boxed{E}$$

- Un arbre binaire est dit *complet* lorsque tous les niveaux sont remplis :
  Exemple d'arbre binaire complet de hauteur 3.



Relation entre hauteur et taille

En notant n la taille et h la hauteur d'un arbre binaire, pour $n \geq 2$, on a la relation suivante :

Exemples

Relation entre hauteur et taille

En notant n la taille et h la hauteur d'un arbre binaire, pour $n \geq 2$, on a la relation suivante :

$$\boxed{h \leq n \leq 2^h - 1}$$

Exemples

Relation entre hauteur et taille

En notant n la taille et h la hauteur d'un arbre binaire, pour $n \geq 2$, on a la relation suivante :

$$\boxed{h \leq n \leq 2^h - 1}$$

Exemples

- Quelle est la relation entre h et n dans le cas d'un arbre binaire dégénéré ?

Relation entre hauteur et taille

En notant n la taille et h la hauteur d'un arbre binaire, pour $n \geq 2$, on a la relation suivante :

$$\boxed{h \leq n \leq 2^h - 1}$$

Exemples

- Quelle est la relation entre h et n dans le cas d'un arbre binaire dégénéré ?
- Même question dans le cas d'un arbre binaire complet.

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

- En largeur, cela revient à lister les noeuds par ordre croissant de profondeur et de gauche à droite

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

- En largeur, cela revient à lister les noeuds par ordre croissant de profondeur et de gauche à droite
  L'implémentation de ce parcours peut se faire à l'aide d'une file dans laquelle on stocke les noeuds restants à parcourir. A chaque fois qu'on traite un noeud, on le defile et on enfile ses fils (voir la fiche d'activité).
- En profondeur, on tire alors partie de la structure récursive des arbres. Pour parcourir l'arbre $T = (e, sag, sad)$ on doit relancer le parcours sur sag et sad. On distingue alors trois parcours suivant que e est affiché avant, entre ou après sag et sad :

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

- En largeur, cela revient à lister les noeuds par ordre croissant de profondeur et de gauche à droite
  L'implémentation de ce parcours peut se faire à l'aide d'une file dans laquelle on stocke les noeuds restants à parcourir. A chaque fois qu'on traite un noeud, on le defile et on enfile ses fils (voir la fiche d'activité).
- En profondeur, on tire alors partie de la structure récursive des arbres. Pour parcourir l'arbre $T = (e, sag, sad)$ on doit relancer le parcours sur sag et sad. On distingue alors trois parcours suivant que e est affiché avant, entre ou après sag et sad :
  - Dans le parcours préfixé, e est affiché avant de parcourir sag et sad.

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

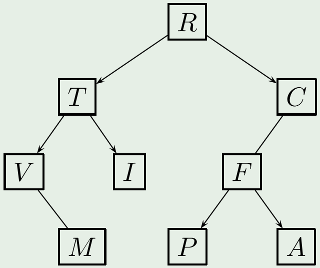
- En largeur, cela revient à lister les noeuds par ordre croissant de profondeur et de gauche à droite
  L'implémentation de ce parcours peut se faire à l'aide d'une file dans laquelle on stocke les noeuds restants à parcourir. A chaque fois qu'on traite un noeud, on le defile et on enfile ses fils (voir la fiche d'activité).
- En profondeur, on tire alors partie de la structure récursive des arbres. Pour parcourir l'arbre $T = (e, sag, sad)$ on doit relancer le parcours sur sag et sad. On distingue alors trois parcours suivant que e est affiché avant, entre ou après sag et sad :
  - Dans le parcours préfixé, e est affiché avant de parcourir sag et sad.
  - Dans le parcours infixé, e est affiché après le parcours de sag mais avant celui de sad.

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

- En largeur, cela revient à lister les noeuds par ordre croissant de profondeur et de gauche à droite
  L'implémentation de ce parcours peut se faire à l'aide d'une file dans laquelle on stocke les noeuds restants à parcourir. A chaque fois qu'on traite un noeud, on le defile et on enfile ses fils (voir la fiche d'activité).
- En profondeur, on tire alors partie de la structure récursive des arbres. Pour parcourir l'arbre $T = (e, sag, sad)$ on doit relancer le parcours sur sag et sad. On distingue alors trois parcours suivant que e est affiché avant, entre ou après sag et sad :
  - Dans le parcours préfixé, e est affiché avant de parcourir sag et sad.
  - Dans le parcours infixé, e est affiché après le parcours de sag mais avant celui de sad.
  - Dans le parcours suffixé, e est affiché après le parcours de sag et sad

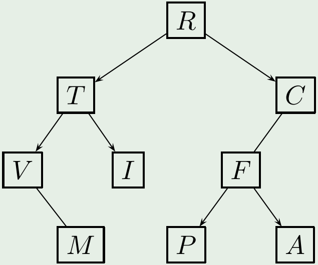
Exemple



Donner l'ordre des noeuds lorsqu'on parcourt l'arbre ci-dessus :

- En largeur

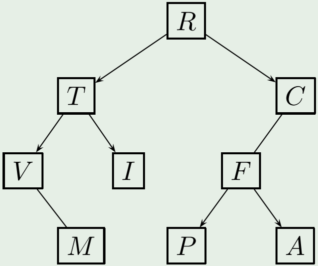
Exemple



Donner l'ordre des noeuds lorsqu'on parcourt l'arbre ci-dessus :

- En largeur
- En profondeur préfixé

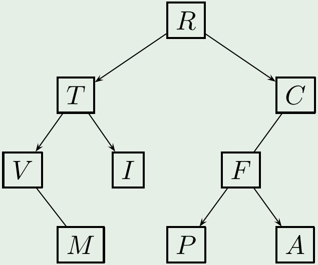
Exemple



Donner l'ordre des noeuds lorsqu'on parcourt l'arbre ci-dessus :

- En largeur
- En profondeur préfixé
- En profondeur infixé

Exemple



Donner l'ordre des noeuds lorsqu'on parcourt l'arbre ci-dessus :

- En largeur
- En profondeur préfixé
- En profondeur infixé
- En profondeur suffixé

Arbre binaire de recherche

Un arbre binaire de recherche (noté ABR), est un arbre binaire tel que :

Arbre binaire de recherche

Un arbre binaire de recherche (noté ABR), est un arbre binaire tel que :

- Les étiquettes des noeuds, appelées clé sont toutes comparables entre elles.

Arbre binaire de recherche

Un arbre binaire de recherche (noté ABR), est un arbre binaire tel que :

- Les étiquettes des noeuds, appelées clé sont toutes comparables entre elles.

Arbre binaire de recherche

Un arbre binaire de recherche (noté ABR), est un arbre binaire tel que :

- Les étiquettes des noeuds, appelées clé sont toutes comparables entre elles.
  Par exemple, les étiquettes sont toutes des nombres ou encore des chaines de caractères (comparées par ordre alphabétique).

Arbre binaire de recherche

Un arbre binaire de recherche (noté ABR), est un arbre binaire tel que :

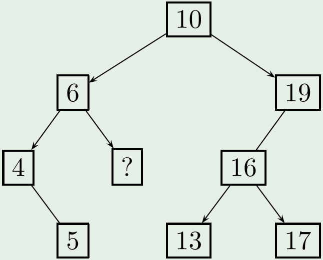
- Les étiquettes des noeuds, appelées clé sont toutes comparables entre elles. Par exemple, les étiquettes sont toutes des nombres ou encore des chaines de caractères (comparées par ordre alphabétique).
- Pour tous les noeuds l'ensemble des clés présentes dans le sous arbre gauche (resp. droit) sont strictement inférieures (resp. supérieures) à la clé du noeud.

Arbre binaire de recherche

Un arbre binaire de recherche (noté ABR), est un arbre binaire tel que :

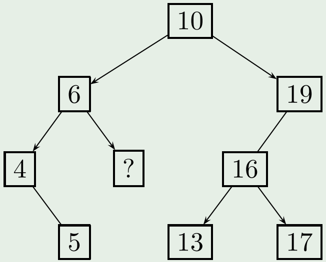
- Les étiquettes des noeuds, appelées clé sont toutes comparables entre elles. Par exemple, les étiquettes sont toutes des nombres ou encore des chaines de caractères (comparées par ordre alphabétique).
- Pour tous les noeuds l'ensemble des clés présentes dans le sous arbre gauche (resp. droit) sont strictement inférieures (resp. supérieures) à la clé du noeud. Par souci de simplicité, on admettra que les clés sont uniques dans un ABR ce qui permet d'éviter le cas de clés égales

Exemple



- Cet arbre est-il un ABR si la clé manquante est 2 ? 9 ? 12 ?

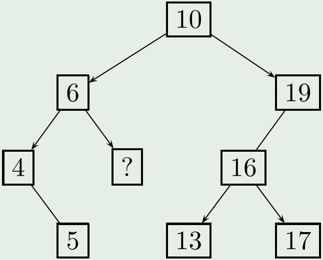
Exemple



- Cet arbre est-il un ABR si la clé manquante est 2 ? 9 ? 12 ?
- On suppose que la clé manquante est 9. Proposer une nouvelle valeur pour le noeud de clé 16 de façon à ce que cet arbre reste un ABR.

C8 Arbres

Exemple



- Cet arbre est-il un ABR si la clé manquante est 2 ? 9 ? 12 ?
- On suppose que la clé manquante est 9. Proposer une nouvelle valeur pour le noeud de clé 16 de façon à ce que cet arbre reste un ABR.
- Proposer une valeur pour le noeud de clé 16 de façon à ce que cet arbre ne soit pas un ABR

Recherche dans un ABR

- La recherche d'un élément dans un ABR a pour complexité la hauteur de cet arbre. En effet, on descend d'un niveau dans l'arbre à chaque étape de la recherche en choisissant d'aller à gauche ou à droite suivante que l'élément recherché est plus petit ou plus grand que le noeud parcouru.

Recherche dans un ABR

- La recherche d'un élément dans un ABR a pour complexité la hauteur de cet arbre. En effet, on descend d'un niveau dans l'arbre à chaque étape de la recherche en choisissant d'aller à gauche ou à droite suivante que l'élément recherché est plus petit ou plus grand que le noeud parcouru.
- Par conséquent, si l'arbre est dégénéré, la hauteur est égale au nombre de noeuds et l'algorithme équivaut à la recherche dans une liste.

Recherche dans un ABR

- La recherche d'un élément dans un ABR a pour complexité la hauteur de cet arbre. En effet, on descend d'un niveau dans l'arbre à chaque étape de la recherche en choisissant d'aller à gauche ou à droite suivante que l'élément recherché est plus petit ou plus grand que le noeud parcouru.
- Par conséquent, si l'arbre est dégénéré, la hauteur est égale au nombre de noeuds et l'algorithme équivaut à la recherche dans une liste.
- Si l'arbre est complet par contre la complexité est logarithmique et équivaut à une recherche dichotomique dans une liste triée.