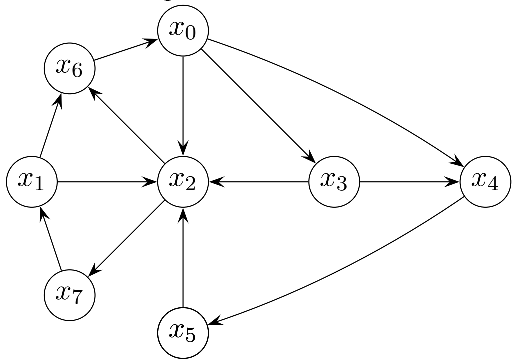
❑ **Exercice 1** : *Parcours de graphes*

On considère le graphe $G$ représenté ci-dessous :




1. Donner le résultat d'un parcours en largeur de ce graphe en démarrant du sommet $x_1$.
2. Même question en démarrant du sommet $x_2$.
3. Donner le résultat d'un parcours en profondeur de ce graphe en démarrant du sommet $x_1$.
4. Même question en démarrant du sommet $x_2$.

❑ **Exercice 2** : *Parcours et graphe complet ou cylique*

1. Quel est résultat du parcours en largeur d'un graphe complet à $n$ sommets $\{x_0, \dots x_{n-1}\}$ qui démarre au sommet $x_i$ ?
2. Même question pour un parcours en profondeur.
3. Reprendre les questions précédentes pour un graphe cyclique à $n$ sommets. c'est-à-dire ayant comme arc $x_i \to x_{i+1}$ pour $i \in [\![0; n-2]\!]$ et $x_{n-1} \to x_0$.

❑ **Exercice 3** : *Recherche de cycle*

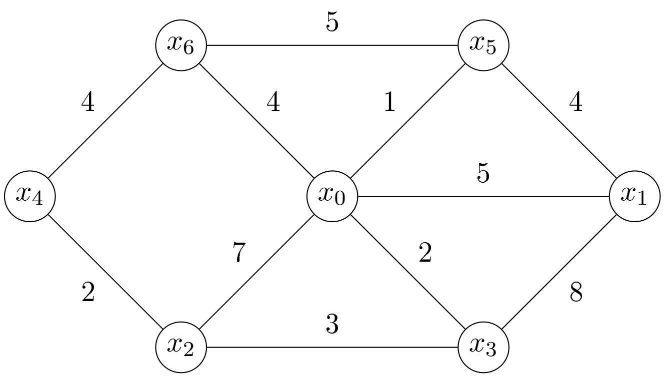
1. Ecrire une fonction `contient_cycle: digraphe -> int -> bool` qui teste s'il existe un cycle dans le graphe orienté donnée en argument accessible à partir du sommet donnée. On utilisera un parcours en profondeur en marquant les sommets en trois couleurs : non visité/ en cours de visite/ déjà visité. Si le parcours revient sur un sommet en cours de visite, on a trouvé un cycle. On pourra alors lever l'exception prédéfinie `Exit` afin de renvoyer `true`

❑ **Exercice 4** : *Chemin Hamiltonien*

Soit $G = (S, A)$ un graphe orienté, on suppose pour pour tout $(s, t) \in S^2$, on a $s \to t \in A$ ou $t \to s \in A$ mais pas les deux à la fois.

1. Montrer qu'il existe un chemin dans $G$ qui passe une et une seule fois par chaque sommet (un tel chemin est dit *Hamiltonien*).
   On pourra procéder par récurrence
2. On suppose les graphes représentés en OCaml par matrices d'adjacence à l'aide d'un type `digraphe`. Ecrire une fonction de signature `chemin : digraphe -> int list` qui prend en argument un graphe respectant les hypothèses de l'énoncé et renvoie un chemin hamiltonien de ce graphe.

❑ **Exercice 5** : *Algorithme de Dijkstra*




Dérouler les étapes de l'algorithme de Djikstra sur ce graphe en partant du sommet $x_4$ et en utilisant un tableau tel que celui vu dans l'exemple du cours.