

1. Généralités

Définition : structure de données

 En informatique, une structure de données est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.



1. Généralités

Définition : structure de données

 En informatique, une structure de données est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.

Les tableaux fixes du C sont un exemple de structure de données.



1. Généralités

Définition : structure de données

 En informatique, une structure de données est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.

Les tableaux fixes du C sont un exemple de structure de données.

 L'interface de la structure de données est l'ensemble des opérations accessibles à un utilisateur de la structure de données.



1. Généralités

Définition : structure de données

 En informatique, une structure de données est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.

Les tableaux fixes du C sont un exemple de structure de données.

 L'interface de la structure de données est l'ensemble des opérations accessibles à un utilisateur de la structure de données.

Par exemple, la notation [] permet d'accéder à un élément du tableau, pour le lire ou le modifier. Par contre, en C, la taille du tableau ne fait pas partie de l'interface.



1. Généralités

Définition : structure de données

 En informatique, une structure de données est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.

Les tableaux fixes du C sont un exemple de structure de données.

- L'interface de la structure de données est l'ensemble des opérations accessibles à un utilisateur de la structure de données.
 - Par exemple, la notation [] permet d'accéder à un élément du tableau, pour le lire ou le modifier. Par contre, en C, la taille du tableau ne fait pas partie de l'interface.
- L'implémentation de la structure de données est la façon dont elle est représentée et codée en mémoire et n'est pas forcément accessible à l'utilisateur.

Structures de données séquentielles 1. Généralités

Définition : structure de données

- En informatique, une structure de données est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.
 - Les tableaux fixes du C sont un exemple de structure de données.
- L'interface de la structure de données est l'ensemble des opérations accessibles à un utilisateur de la structure de données.
 - Par exemple, la notation [] permet d'accéder à un élément du tableau, pour le lire ou le modifier. Par contre, en C, la taille du tableau ne fait pas partie de l'interface.
- L'implémentation de la structure de données est la façon dont elle est représentée et codée en mémoire et n'est pas forcément accessible à l'utilisateur.
 - On peut utiliser les listes de OCaml via leur interface sans savoir comment elles sont représentées en mémoire par le langage.



1. Généralités

Caractérisation par l'interface

- La différence entre interface et implémentation est fondamentale et doit être bien comprise. En effet une même structure de données peut avoir plusieurs implémentations. L'idée est que l'utilisation de la structure de données doit se faire indépendamment de son implémentation ce qui permet la séparation des programmes en composants indépendants (modularité).
 - On utilise la même interface (les opérations arithmétiques) pour manipuler les entiers du C et de Python mais ils ne sont pas implémentés de la même manière.



1. Généralités

Caractérisation par l'interface

- La différence entre interface et implémentation est fondamentale et doit être bien comprise. En effet une même structure de données peut avoir plusieurs implémentations. L'idée est que l'utilisation de la structure de données doit se faire indépendamment de son implémentation ce qui permet la séparation des programmes en composants indépendants (modularité).
 On utilise la même interface (les opérations arithmétiques) pour manipuler les
 - On utilise la meme interface (les operations arithmétiques) pour manipuler les entiers du C et de Python mais ils ne sont pas implémentés de la même manière.
- Lorsqu'on définit un cahier des charges pour une structure de données (ensemble des données et opérations possibles), on définit ce qu'on appelle un type abstrait de données. Ainsi, une structure de données peut être vue comme une implémentation d'un type abstrait de données.



1. Généralités

Caractérisation par l'interface

- La différence entre interface et implémentation est fondamentale et doit être bien comprise. En effet une même structure de données peut avoir plusieurs implémentations. L'idée est que l'utilisation de la structure de données doit se faire indépendamment de son implémentation ce qui permet la séparation des programmes en composants indépendants (modularité).
 - On utilise la même interface (les opérations arithmétiques) pour manipuler les entiers du C et de Python mais ils ne sont pas implémentés de la même manière.
- Lorsqu'on définit un cahier des charges pour une structure de données (ensemble des données et opérations possibles), on définit ce qu'on appelle un type abstrait de données. Ainsi, une structure de données peut être vue comme une implémentation d'un type abstrait de données.
- La définition complète d'un type abstrait de données inclus généralement la complexité des opérations de l'interface.
 - L'ajout d'un élément en tête d'une liste de OCaml est une opération en O(1).



1. Généralités

Opérations de l'interface

• La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé constructeur



1. Généralités

Opérations de l'interface

• La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé constructeur

```
Par exemple en C, double tab[10];
```



1. Généralités

Opérations de l'interface

• La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé constructeur

Par exemple en C, double tab[10];

• La récupération d'une valeur dans la structure se fait à l'aide d'accesseur (en anglais getter).

1. Généralités

Opérations de l'interface

• La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé constructeur

```
Par exemple en C, double tab[10];
```

• La récupération d'une valeur dans la structure se fait à l'aide d'accesseur (en anglais getter).

```
Par exemple en C, double e = tab[3];
```

1. Généralités

Opérations de l'interface

• La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé constructeur

```
Par exemple en C, double tab[10];
```

• La récupération d'une valeur dans la structure se fait à l'aide d'accesseur (en anglais getter).

```
Par exemple en C, double e = tab[3];
```

• La modification d'une valeur dans la structure se fait à l'aide de transformateur (en anglais setter).

1. Généralités

Opérations de l'interface

• La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé constructeur

```
Par exemple en C, double tab[10];
```

• La récupération d'une valeur dans la structure se fait à l'aide d'accesseur (en anglais getter).

```
Par exemple en C, double e = tab[3];
```

 La modification d'une valeur dans la structure se fait à l'aide de transformateur (en anglais setter).

```
Par exemple en C, tab[3] = 7.5;
```

1. Généralités

Opérations de l'interface

• La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé constructeur

```
Par exemple en C, double tab[10];
```

• La récupération d'une valeur dans la structure se fait à l'aide d'accesseur (en anglais getter).

```
Par exemple en C, double e = tab[3];
```

 La modification d'une valeur dans la structure se fait à l'aide de transformateur (en anglais setter).

```
Par exemple en C, tab[3] = 7.5;
```

⚠ On distingue les structures de données mutables (comme les tableaux du C) des structures de données immuables (comme les listes de OCaml). En cas de non mutabilité, pour modifier une structure de données on doit en construire une nouvelle.



2. Tableaux

Définition

un tableau est une séguence de n valeurs de même type consécutives en mémoire.

tab[0]	tab[1]		tab[i]		tab[n-1]			
↑			†					
adr 0			adr i					

Complexité des opérations



2. Tableaux

Définition

un tableau est une séquence de n valeurs de même type consécutives en mémoire.

tab[0]	tab[1]	 tab[i]	 tab[n-1]
\uparrow		↑	_
adr 0		adr i	

Complexité des opérations

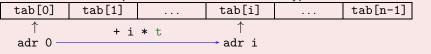
• L'accès à un élément se fait temps constant, en effet il suffit de connaître la taille t d'une case et de disposer de l'adresse du premier élément du tableau adr0. L'adresse de l'élément d'indice i s'obtient alors en ajoutant à l'adresse du premier élément i fois la taille d'une case.



2. Tableaux

Définition

un tableau est une séquence de n valeurs de même type consécutives en mémoire.



Complexité des opérations

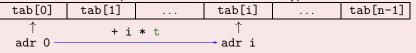
• L'accès à un élément se fait temps constant, en effet il suffit de connaitre la taille t d'une case et de disposer de l'adresse du premier élément du tableau adr0. L'adresse de l'élément d'indice i s'obtient alors en ajoutant à l'adresse du premier élément i fois la taille d'une case.



2. Tableaux

Définition

un tableau est une séquence de n valeurs de même type consécutives en mémoire.



Complexité des opérations

- L'accès à un élément se fait temps constant, en effet il suffit de connaitre la taille t d'une case et de disposer de l'adresse du premier élément du tableau adr0. L'adresse de l'élément d'indice i s'obtient alors en ajoutant à l'adresse du premier élément i fois la taille d'une case.
- La suppression ou l'insertion d'un élément demande par contre la recopie des éléments et ce sont donc des opérations en $\mathcal{O}(n)$.



2. Tableaux

Remarques

• Les tableaux sont des structures de données mutables par nature, ceux de OCaml seront donc vus dans les aspects impératifs de ce langage. On notera cependant la syntaxe pour l'accès à un élément : tab. (i) pour l'élément d'indice i du tableau tab.

2. Tableaux

Remarques

- Les tableaux sont des structures de données mutables par nature, ceux de OCaml seront donc vus dans les aspects impératifs de ce langage. On notera cependant la syntaxe pour l'accès à un élément : tab. (i) pour l'élément d'indice i du tableau tab.
- En C, l'accès au ième par addition à l'adresse du premier de $i \times t$ où t est la taille d'une case est masqué par le « sucre syntaxique » tab[i]. On notera cependant, que les deux syntaxes suivantes sont tout à fait équivalentes! :

```
int main(){
    int tab[] = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19};
    // Avec sucre syntaxique
    int elt5 = tab[5];
   // En utilisant la représentation en mémoire
    int elt5 = *(tab + 5) ;}
```



2. Tableaux

Tableaux dynamiques

• Les tableaux ont une taille fixée au moment de leur création de façon à réserver l'espace mémoire nécessaire.



2. Tableaux

Tableaux dynamiques

- Les tableaux ont une taille fixée au moment de leur création de façon à réserver l'espace mémoire nécessaire.
- On peut créer des tableaux dynamiques (ou redimensionnables) à la façon des listes de Python, une implémentation en C sera vue en TP.



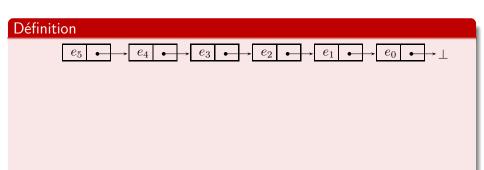
2. Tableaux

Tableaux dynamiques

- Les tableaux ont une taille fixée au moment de leur création de façon à réserver l'espace mémoire nécessaire.
- On peut créer des tableaux dynamiques (ou redimensionnables) à la façon des listes de Python, une implémentation en C sera vue en TP.
- On retiendra dès maintenant que dans le cas d'un redimensionnement, la stratégie efficace est alors de doubler la taille courante du tableau car cela conduit à une complexité amortie en $\mathcal{O}(1)$ lors de l'ajout.



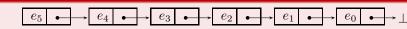
3. Liste chainées





3. Liste chainées

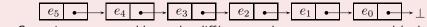




 Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockés de façon contiguës en mémoire.



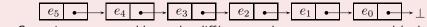
3. Liste chainées



- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockés de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note ⊥ (NULL en C).



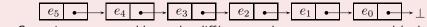
3. Liste chainées



- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockés de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note ⊥ (NULL en C).



3. Liste chainées



- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockés de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note ⊥ (NULL en C).



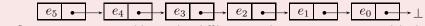
3. Liste chainées



- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockés de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note ⊥ (NULL en C).
- Les listes chainées peuvent être définies de façon récursive :



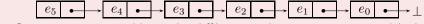
3. Liste chainées



- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockés de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note ⊥ (NULL en C).
- Les listes chainées peuvent être définies de façon récursive :
 - Une liste est soit vide (référence vers ⊥)



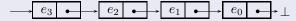
3. Liste chainées



- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockés de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note ⊥ (NULL en C).
- Les listes chainées peuvent être définies de façon récursive :
 - Une liste est soit vide (référence vers ⊥)
 - Soit c'est la donnée d'un maillon constitué d'une valeur et d'une référence vers une liste.

3. Liste chainées

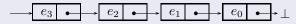
Complexités des opérations





3. Liste chainées

Complexités des opérations

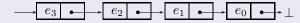


• Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en $\mathcal{O}(n)$.



3. Liste chainées

Complexités des opérations



- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en $\mathcal{O}(n)$.
- L'ajout ou la suppression en tête de liste est en $\mathcal{O}(1)$ car aucune recopie n'est nécessaire :



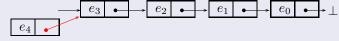
3. Liste chainées



- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en $\mathcal{O}(n)$.
- L'ajout ou la suppression en tête de liste est en $\mathcal{O}(1)$ car aucune recopie n'est nécessaire :
 - 1 On crée un maillon avec la nouvelle valeur.



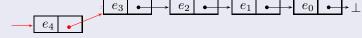
3. Liste chainées



- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en $\mathcal{O}(n)$.
- L'ajout ou la suppression en tête de liste est en $\mathcal{O}(1)$ car aucune recopie n'est nécessaire :
 - 1 On crée un maillon avec la nouvelle valeur.
 - 2 Le suivant de ce maillon est l'ancienne tête.



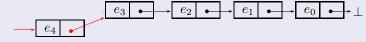
3. Liste chainées



- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en $\mathcal{O}(n)$.
- L'ajout ou la suppression en tête de liste est en $\mathcal{O}(1)$ car aucune recopie n'est nécessaire :
 - 1 On crée un maillon avec la nouvelle valeur.
 - 2 Le suivant de ce maillon est l'ancienne tête.
 - 1 La nouvelle tête pointe sur le nouveau maillon.



3. Liste chainées



- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en $\mathcal{O}(n)$.
- L'ajout ou la suppression en tête de liste est en $\mathcal{O}(1)$ car aucune recopie n'est nécessaire :
 - 1 On crée un maillon avec la nouvelle valeur.
 - 2 Le suivant de ce maillon est l'ancienne tête.
 - 3 La nouvelle tête pointe sur le nouveau maillon.
- La taille de la structure de données n'est pas fixée à la construction contrairement aux tableaux.



3. Liste chainées

Implémentation en C

On peut définir un maillon comme un struct avec les champs valeur et pointeur vers un maillon :

Implémentation en OCaml



3. Liste chainées

Implémentation en C

On peut définir un maillon comme un struct avec les champs valeur et pointeur vers un maillon :

```
struct maillon s
{
    int valeur;
    struct maillon s * suivant;
}:
typedef struct maillon s maillon;
typedef maillon* liste;
```

Implémentation en OCaml



3. Liste chainées

Implémentation en C

On peut définir un maillon comme un struct avec les champs valeur et pointeur vers un maillon :

```
struct maillon s
{
    int valeur;
    struct maillon s * suivant;
}:
typedef struct maillon s maillon;
typedef maillon* liste;
```

Implémentation en OCaml

• Le type 'a list est prédéfini dans le langage



3. Liste chainées

Implémentation en C

On peut définir un maillon comme un struct avec les champs valeur et pointeur vers un maillon :

```
struct maillon s
{
    int valeur;
    struct maillon s * suivant;
}:
typedef struct maillon s maillon;
typedef maillon* liste;
```

Implémentation en OCaml

- Le type 'a list est prédéfini dans le langage
- Attention, les listes de OCaml ne sont pas mutables



3. Liste chainées

Implémentation en C

On peut définir un maillon comme un struct avec les champs valeur et pointeur vers un maillon :

```
struct maillon s
{
    int valeur;
    struct maillon s * suivant;
}:
typedef struct maillon s maillon;
typedef maillon* liste;
```

Implémentation en OCaml

- Le type 'a list est prédéfini dans le langage
- Attention, les listes de OCaml ne sont pas mutables
- Tous les éléments doivent être du même type



3. Liste chainées

Interface des list de OCaml

Fonction	Rôle
List.mem a -> 'a list -> bool	Teste l'appartenance à la liste
List.length : 'a list -> int	Renvoie la longueur de la liste
List.map : ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list	Application d'une fonction
List.for_all : ('a -> bool) -> 'a list -> bool	Vérification d'un prédicat
List.rev : 'a list -> 'a	Retourne la liste
List.filter : ('a -> bool) -> 'a list -> 'a list	Filtrage suivant un prédicat
List.iter : ('a -> unit) -> 'a list -> unit	Applique une fonction renvoyant ()

Toutes ces fonctions sont de complexité $\mathcal{O}(n)$ où n est la longueur de la liste.



3. Liste chainées

Interface des list de OCaml

Fonction	Rôle
List.mem a -> 'a list -> bool	Teste l'appartenance à la liste
List.length : 'a list -> int	Renvoie la longueur de la liste
List.map : ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list	Application d'une fonction
List.for_all : ('a -> bool) -> 'a list -> bool	Vérification d'un prédicat
List.rev : 'a list -> 'a	Retourne la liste
List.filter : ('a -> bool) -> 'a list -> 'a list	Filtrage suivant un prédicat
List.iter : ('a -> unit) -> 'a list -> unit	Applique une fonction renvoyant ()

Toutes ces fonctions sont de complexité $\mathcal{O}(n)$ où n est la longueur de la liste. La concaténation de deux listes Q: 'a list \rightarrow 'a list \rightarrow 'a list est de

complexité $\mathcal{O}(n_1)$ où n_1 est la longueur de la *première* liste.



3. Liste chainées

Interface des list de OCaml

Fonction	Rôle
List.mem a -> 'a list -> bool	Teste l'appartenance à la liste
List.length : 'a list -> int	Renvoie la longueur de la liste
List.map : ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list	Application d'une fonction
List.for_all : ('a -> bool) -> 'a list -> bool	Vérification d'un prédicat
List.rev : 'a list -> 'a	Retourne la liste
List.filter : ('a -> bool) -> 'a list -> 'a list	Filtrage suivant un prédicat
List.iter : ('a -> unit) -> 'a list -> unit	Applique une fonction renvoyant ()

Toutes ces fonctions sont de complexité $\mathcal{O}(n)$ où n est la longueur de la liste.

La concaténation de deux listes @: 'a list -> 'a list -> 'a list est de complexité $\mathcal{O}(n_1)$ où n_1 est la longueur de la première liste.

On rappelle que List.fold_left et List.fold_right permettent de parcourir une liste (depuis la gauche ou depuis la droite) en accumulant les résultats successifs trouvés.



3. Liste chainées

Exercice

On rappelle l'implémentation d'une liste chainée en C;

```
struct maillon_s
    int valeur:
    struct maillon_s * suivant;
};
typedef struct maillon_s maillon;
typedef maillon* liste;
```



3. Liste chainées

Exercice

On rappelle l'implémentation d'une liste chainée en C;

```
struct maillon_s
    int valeur:
    struct maillon s * suivant;
};
typedef struct maillon_s maillon;
typedef maillon* liste;
```

Ecrire une fonction affiche de signature void affiche(liste 1) qui affiche les éléments de la liste chainée 1.



3. Liste chainées

Exercice

On rappelle l'implémentation d'une liste chainée en C;

```
struct maillon_s
    int valeur:
    struct maillon s * suivant;
};
typedef struct maillon_s maillon;
typedef maillon* liste;
```

- Ecrire une fonction affiche de signature void affiche(liste 1) qui affiche les éléments de la liste chainée 1.
- Onner la signature d'une fonction a joute qui ajoute une valeur en tête d'une liste.



3. Liste chainées

Exercice

On rappelle l'implémentation d'une liste chainée en C;

```
struct maillon_s
    int valeur:
    struct maillon s * suivant;
};
typedef struct maillon_s maillon;
typedef maillon* liste;
```

- Ecrire une fonction affiche de signature void affiche(liste 1) qui affiche les éléments de la liste chainée 1.
- Donner la signature d'une fonction ajoute qui ajoute une valeur en tête d'une liste.
- Onner l'implémentation de cette fonction.
 - 🔇 On pourra traduire en C les étapes de l'ajout : création du nouveau maillon en le faisant pointer vers l'ancienne tête, modification de la liste dont la tête est le nouveau maillon.



4. Piles

Piles



4. Piles

Piles

• Au niveau sémantique, une pile est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.

> elt4 elt3 elt2 elt1



Piles

• Au niveau sémantique, une pile est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.

elt4
elt3
elt2
elt1

• L'élément situé en haut de la pile s'appelle le sommet.



Piles

• Au niveau sémantique, une pile est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.

elt4	\leftarrow sommet
elt3	
elt2	
elt1	

• L'élément situé en haut de la pile s'appelle le sommet.



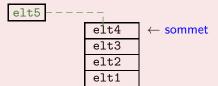
Piles

elt4	\leftarrow sommet
elt3	
elt2	
elt1	

- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le sommet.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile



Piles

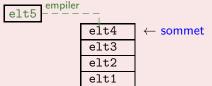


- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le sommet.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile



4. Piles

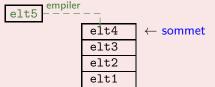
Piles



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le sommet.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile



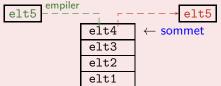
Piles



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le sommet.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile
- Dépiler signifie retirer l'élément situé au sommet de la pile



Piles

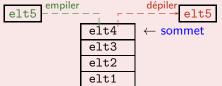


- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le sommet.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile
- Dépiler signifie retirer l'élément situé au sommet de la pile



4. Piles

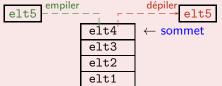
Piles



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le sommet.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile
- Dépiler signifie retirer l'élément situé au sommet de la pile



Piles



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le sommet.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile
- Dépiler signifie retirer l'élément situé au sommet de la pile
- Ainsi le premier élément entré dans la pile sera aussi le dernier à en sortir, on dit qu'une pile est une structure LIFO Last In First Out



4. Piles

Piles comme structures de données

L'interface d'une structure de données Pile se limite donc aux opérations suivantes:



4. Piles

Piles comme structures de données

L'interface d'une structure de données Pile se limite donc aux opérations suivantes :

• est_vide qui renvoie un booléen indiquant si la pile est vide ou non.



4. Piles

Piles comme structures de données

L'interface d'une structure de données Pile se limite donc aux opérations suivantes :

- est_vide qui renvoie un booléen indiquant si la pile est vide ou non.
- empiler (en anglais push) qui ajoute un élément au sommet de la pile.



4. Piles

Piles comme structures de données

L'interface d'une structure de données Pile se limite donc aux opérations suivantes :

- est_vide qui renvoie un booléen indiquant si la pile est vide ou non.
- empiler (en anglais push) qui ajoute un élément au sommet de la pile.
- depiler (en anglais *pop*) qui retire l'élément situé au sommet (cela n'est possible que si la pile n'est pas vide).



Piles comme structures de données

L'interface d'une structure de données Pile se limite donc aux opérations suivantes :

- est_vide qui renvoie un booléen indiquant si la pile est vide ou non.
- empiler (en anglais push) qui ajoute un élément au sommet de la pile.
- depiler (en anglais *pop*) qui retire l'élément situé au sommet (cela n'est possible que si la pile n'est pas vide).

Utilisation

En dépit de sa simplicité, cette structure de données a de nombreuses applications en informatique : pile d'appel récursif, pile d'évaluation d'une expression, ...







4. Piles

Manipulation de piles

• On considère la pile : P = |"A", "L", "I", "X"> (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir P=|"A", "L", "E", "X">?



Manipulation de piles

- On considère la pile : P = | "A", "L", "I", "X" > (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir P=|"A", "L", "E", "X">?
- Un programmeur décide d'utiliser une pile afin de stocker une réponse entrée au clavier. Chaque caractère tapé doit être empiler. Traduire en terme d'opérations sur cette pile les actions suivantes :



4. Piles

Manipulation de piles

- On considère la pile : P = | "A", "L", "I", "X" > (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir P=|"A", "L", "E", "X">?
- Un programmeur décide d'utiliser une pile afin de stocker une réponse entrée au clavier. Chaque caractère tapé doit être empiler. Traduire en terme d'opérations sur cette pile les actions suivantes :
 - Appuie sur la touche "o"



Manipulation de piles

- On considère la pile : P = | "A", "L", "I", "X" > (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir P=|"A", "L", "E", "X">?
- Un programmeur décide d'utiliser une pile afin de stocker une réponse entrée au clavier. Chaque caractère tapé doit être empiler. Traduire en terme d'opérations sur cette pile les actions suivantes :
 - Appuie sur la touche "o"
 - Appuie sur la touche "i"

Manipulation de piles

- On considère la pile : P = | "A", "L", "I", "X" > (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir P=|"A", "L", "E", "X">?
- Un programmeur décide d'utiliser une pile afin de stocker une réponse entrée au clavier. Chaque caractère tapé doit être empiler. Traduire en terme d'opérations sur cette pile les actions suivantes :
 - Appuie sur la touche "o"
 - Appuie sur la touche "i"
 - Appuie sur la touche ← (backspace)

Manipulation de piles

- On considère la pile : P = | "A", "L", "I", "X" > (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir P=|"A", "L", "E", "X">?
- Un programmeur décide d'utiliser une pile afin de stocker une réponse entrée au clavier. Chaque caractère tapé doit être empiler. Traduire en terme d'opérations sur cette pile les actions suivantes :
 - Appuie sur la touche "o"
 - Appuie sur la touche "i"
 - Appuie sur la touche ← (backspace)
 - Appuie sur la touche "k"



4. Piles

Manipulation de piles

Au jeu des tours des Hanoï, on gère les trois tours T1, T2 et T3 à l'aide de trois piles.

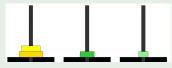


4. Piles

Manipulation de piles

Au jeu des tours des Hanoï, on gère les trois tours T1, T2 et T3 à l'aide de trois piles.

Quel est le contenu de chacune des piles dans la situation ci-dessous? (un disque est réprésenté dans la pile par sa taille)





Manipulation de piles

Au jeu des tours des Hanoï, on gère les trois tours T1, T2 et T3 à l'aide de trois piles.

• Quel est le contenu de chacune des piles dans la situation ci-dessous? (un disque est réprésenté dans la pile par sa taille)



2 Ecrire les opérations permettant de passer la situation précédente à celle ci-dessous:





4. Piles

Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :



4. Piles

Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

```
\rightarrow e_2 \mid \bullet
```



4. Piles

Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :





4. Piles

Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

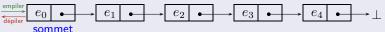




4. Piles

Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :





4. Piles

Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

 A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



 Si la capacité de la pile n est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille n et mémoriser la taille courante t de la pile.



4. Piles

Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

 A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



• Si la capacité de la pile n est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille n et mémoriser la taille courante ${\bf t}$ de la pile.

tab[0]	tab[1]	 tab[t-1]		tab[n-1]
		sommet	valeurs	ignorées



4. Piles

Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

 A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



• Si la capacité de la pile n est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille n et mémoriser la taille courante ${\bf t}$ de la pile.

tab[0]	tab[1]	 tab[t-1]		tab[n-1]
		sommet	valeurs	ignorées

• pour tester si la pile est vide on teste si t est égal à 0,



Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

 A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



• Si la capacité de la pile n est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille n et mémoriser la taille courante ${\bf t}$ de la pile.

tab[0]	tab[1]	 tab[t-1]		tab[n-1]
		sommet	valeurs	ignorées

- pour tester si la pile est vide on teste si t est égal à 0,
- pour empiler une valeur v, on affecte tab[t]=v et on incrémente t,

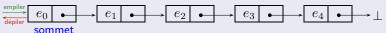


4. Piles

Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

 A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



• Si la capacité de la pile n est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille n et mémoriser la taille courante $\mathbf t$ de la pile.

Ē	tab[0]	tab[1]	 tab[t-1]		tab[n-1]
			sommet em	piler valeurs	ignorées

- pour tester si la pile est vide on teste si t est égal à 0,
- pour empiler une valeur v, on affecte tab[t]=v et on incrémente t,



Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

 A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



• Si la capacité de la pile n est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille n et mémoriser la taille courante ${\bf t}$ de la pile.

tab[0]	tab[1]	 tab[t-1]		tab[n-1]
		sommet em	piler valeurs	ignorées

- pour tester si la pile est vide on teste si t est égal à 0,
- pour empiler une valeur v, on affecte tab[t]=v et on incrémente t,
- pour dépiler on renvoie tab[t-1] et décrémente t.



Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

 A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



• Si la capacité de la pile n est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille n et mémoriser la taille courante ${\bf t}$ de la pile.

tab[0]	tab[1]	 tab[t-1]	 tab[n-1]
			 . /

dépiler sommet empiler valeurs ignorées

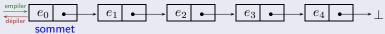
- pour tester si la pile est vide on teste si t est égal à 0,
- pour empiler une valeur v, on affecte tab[t]=v et on incrémente t,
- pour dépiler on renvoie tab[t-1] et décrémente t.



Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

 A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



• Si la capacité de la pile n est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille n et mémoriser la taille courante t de la pile.

tab[0]	tab[1]	 tab[t-1]	 tab[n-1]

<u>dépiler</u> sommet empiler valeurs ignorées

- pour tester si la pile est vide on teste si t est égal à 0,
- pour empiler une valeur v, on affecte tab[t]=v et on incrémente t,
- pour dépiler on renvoie tab[t-1] et décrémente t.

Ainsi, le sommet de la pile est toujours l'élément d'indice t-1 du tableau.

Année scolaire 2023-2024



4. Piles

Remarques

• A Une pile peut-être implémentée par un tableau ou par une liste chainée, mais une pile n'est ni l'un ni l'autre!



4. Piles

Remarques

• A Une pile peut-être implémentée par un tableau ou par une liste chainée, mais une pile n'est ni l'un ni l'autre!

Par exemple en OCaml, même si la pile est implémentée par une list, on n'utilisera pas List.length car la taille ne fait pas partie de l'interface d'une pile.



4. Piles

- A Une pile peut-être implémentée par un tableau ou par une liste chainée, mais une pile n'est ni l'un ni l'autre!
 - Par exemple en OCaml, même si la pile est implémentée par une list, on n'utilisera pas List.length car la taille ne fait pas partie de l'interface d'une pile.
- En Ocaml, on se limite pour le moment à des structures de données non mutables, par conséquent, la modificiation d'une pile renvoie une nouvelle pile.



4. Piles

- A Une pile peut-être implémentée par un tableau ou par une liste chainée, mais une pile n'est ni l'un ni l'autre!
 - Par exemple en OCaml, même si la pile est implémentée par une list, on n'utilisera pas List.length car la taille ne fait pas partie de l'interface d'une pile.
- En Ocaml, on se limite pour le moment à des structures de données non mutables, par conséquent, la modificiation d'une pile renvoie une nouvelle pile.
 - Par exemple, en implémentant les piles avec le type 'a list la fonction dépiler renvoie une l'élément dépilé et une nouvelle pile depiler : 'a list -> 'a * 'a list



4. Piles

- A Une pile peut-être implémentée par un tableau ou par une liste chainée, mais une pile n'est ni l'un ni l'autre!
 - Par exemple en OCaml, même si la pile est implémentée par une list, on n'utilisera pas List.length car la taille ne fait pas partie de l'interface d'une pile.
- En Ocaml, on se limite pour le moment à des structures de données non mutables, par conséquent, la modificiation d'une pile renvoie une nouvelle pile. Par exemple, en implémentant les piles avec le type 'a list la fonction dépiler
 - renvoie une l'élément dépilé et une nouvelle pile depiler : 'a list -> 'a * 'a list
- En Ocaml, le module Stack accessible avec open Stack sera vu plus tard et permet de manipuler des piles mutables via l'interface :



- A Une pile peut-être implémentée par un tableau ou par une liste chainée, mais une pile n'est ni l'un ni l'autre!
 - Par exemple en OCaml, même si la pile est implémentée par une list, on n'utilisera pas List.length car la taille ne fait pas partie de l'interface d'une pile.
- En Ocaml, on se limite pour le moment à des structures de données non mutables, par conséquent, la modificiation d'une pile renvoie une nouvelle pile.
 - Par exemple, en implémentant les piles avec le type 'a list la fonction dépiler renvoie une l'élément dépilé et une nouvelle pile depiler : 'a list -> 'a * 'a list
- En Ocaml, le module Stack accessible avec open Stack sera vu plus tard et permet de manipuler des piles mutables via l'interface :
 - Stack.create de signature () -> 'a t qui crée une pile vide d'éléments de type 'a.



- A Une pile peut-être implémentée par un tableau ou par une liste chainée, mais une pile n'est ni l'un ni l'autre!
 - Par exemple en OCaml, même si la pile est implémentée par une list, on n'utilisera pas List.length car la taille ne fait pas partie de l'interface d'une pile.
- En Ocaml, on se limite pour le moment à des structures de données non mutables, par conséquent, la modificiation d'une pile renvoie une nouvelle pile.
 - Par exemple, en implémentant les piles avec le type 'a list la fonction dépiler renvoie une l'élément dépilé et une nouvelle pile depiler : 'a list -> 'a * 'a list
- En Ocaml, le module Stack accessible avec open Stack sera vu plus tard et permet de manipuler des piles mutables via l'interface :
 - Stack.create de signature () -> 'a t qui crée une pile vide d'éléments de type 'a.
 - Stack.push de signature 'a 'a t -> () qui empile un élément.



- A Une pile peut-être implémentée par un tableau ou par une liste chainée, mais une pile n'est ni l'un ni l'autre!
 - Par exemple en OCaml, même si la pile est implémentée par une list, on n'utilisera pas List.length car la taille ne fait pas partie de l'interface d'une pile.
- En Ocaml, on se limite pour le moment à des structures de données non mutables, par conséquent, la modificiation d'une pile renvoie une nouvelle pile.
 - Par exemple, en implémentant les piles avec le type 'a list la fonction dépiler renvoie une l'élément dépilé et une nouvelle pile depiler : 'a list -> 'a * 'a list
- En Ocaml, le module Stack accessible avec open Stack sera vu plus tard et permet de manipuler des piles mutables via l'interface :
 - Stack.create de signature () -> 'a t qui crée une pile vide d'éléments de type 'a.
 - Stack.push de signature 'a 'a t -> () qui empile un élément.
 - Stack.pop de signature 'a t -> 'a qui dépile un élément.



5. Files

Files

• Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



5. Files

Files

 Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.

> elt1 elt4 elt3 elt2



5. Files

Files

 Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



5. Files

Files

 Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.

elt

elt4 elt3 elt2 elt1



5. Files

Files

 Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



5. Files

Files

 Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



5. Files

Files

 Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.

- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file
- Défiler signifie retirer l'élément situé au début de la file.



5. Files

Files

 Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.

- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file
- Défiler signifie retirer l'élément situé au début de la file.



5. Files

Files

 Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.

- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file
- Défiler signifie retirer l'élément situé au début de la file.



5. Files

Files

 Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.

- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file
- Défiler signifie retirer l'élément situé au début de la file.



5. Files

Files

 Au niveau sémantique, une file est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.

elt |---| elt4 elt3 elt2 elt1 |---| elt

- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file
- Défiler signifie retirer l'élément situé au début de la file.
- Ainsi le premier élément entré dans la file sera aussi le premier à en sortir, on dit qu'une file est une structure FIFO First In First Out



5. Files

Files comme structures de données

L'interface d'une structure de données File se limite donc aux opérations suivantes:



Files comme structures de données

L'interface d'une structure de données File se limite donc aux opérations suivantes :

• est vide qui renvoie un booléen indiquant si la file est vide ou non.



Files comme structures de données

L'interface d'une structure de données File se limite donc aux opérations suivantes :

- est vide qui renvoie un booléen indiquant si la file est vide ou non.
- enfiler qui ajoute un élément à la fin de la file.



Files comme structures de données

L'interface d'une structure de données File se limite donc aux opérations suivantes :

- est_vide qui renvoie un booléen indiquant si la file est vide ou non.
- enfiler qui ajoute un élément à la fin de la file.
- defiler qui retire l'élément situé au début de la file (cela n'est possible que si la file n'est pas vide).



Files comme structures de données

L'interface d'une structure de données File se limite donc aux opérations suivantes :

- est vide qui renvoie un booléen indiquant si la file est vide ou non.
- enfiler qui ajoute un élément à la fin de la file.
- defiler qui retire l'élément situé au début de la file (cela n'est possible que si la file n'est pas vide).

Utilisation

Comme pour les piles, cette structure de données a de nombreuses applications en informatique : file d'attente d'une imprimante, simulation de files d'attentes réelles. . . .



5. Files

Manipulation de files



5. Files

Manipulation de files

• On considère la file : F = >"E", "L", "S", "A">. Quelle suite d'opération permet d'obtenir F= >"N", "O", "E", "L">?



5. Files

Manipulation de files

- On considère la file : F = >"E", "L", "S", "A">. Quelle suite d'opération permet d'obtenir F= >"N", "O", "E", "L">?
- On simule la file d'attente d'une imprimante à l'aide d'une file. A quelle opération sur cette file correspond l'envoie d'une nouvelle impression? La fin de l'impression en cours? Dans quel ordre seront effectuées les impressions?



5. Files

Implémentation avec une liste chainée



5. Files

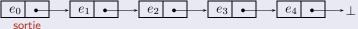
Implémentation avec une liste chainée





5. Files

Implémentation avec une liste chainée





5. Files

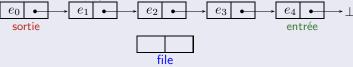
Implémentation avec une liste chainée





5. Files

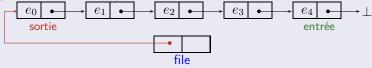
Implémentation avec une liste chainée





5. Files

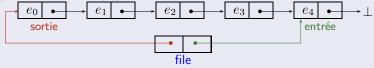
Implémentation avec une liste chainée





5. Files

Implémentation avec une liste chainée





Implémentation avec une liste chainée

L'une des implémentations possibles, afin d'obtenir des opérations en $\mathcal{O}(1)$ est de disposer d'un accès au premier maillon (pour défiler en $\mathcal{O}(1)$) et au dernier maillon (pour enfiler en $\mathcal{O}(1)$).



A Le sens de parcours de la file est l'inverse de celui des maillons.



Implémentation avec une liste chainée

L'une des implémentations possibles, afin d'obtenir des opérations en $\mathcal{O}(1)$ est de disposer d'un accès au premier maillon (pour défiler en $\mathcal{O}(1)$) et au dernier maillon (pour enfiler en $\mathcal{O}(1)$).



A Le sens de parcours de la file est l'inverse de celui des maillons.

```
struct file s
{
    maillon *tete;
    maillon *queue;
};
typedef struct file_s file;
```



Implémentation avec un tableau

Si la capacité de la file n est bornée, on peut utiliser un tableau f qu'on traite circulairement (ring buffer). Pour cela, on maintient à jour une variable t contenant le nombre d'éléments de la file et une variable d contenant l'indice du prochain élément à défiler.



Implémentation avec un tableau

Si la capacité de la file n est bornée, on peut utiliser un tableau f qu'on traite circulairement ($ring\ buffer$). Pour cela, on maintient à jour une variable t contenant le nombre d'éléments de la file et une variable d contenant l'indice du prochain élément à défiler.

• pour défiler, on renvoie l'élément d'indice d, on décremente t et on incrémente d (modulo n).



Implémentation avec un tableau

Si la capacité de la file n est bornée, on peut utiliser un tableau f qu'on traite circulairement ($ring\ buffer$). Pour cela, on maintient à jour une variable t contenant le nombre d'éléments de la file et une variable d contenant l'indice du prochain élément à défiler.

- pour défiler, on renvoie l'élément d'indice d, on décremente t et on incrémente d (modulo n).
- pour enfiler une valeur v lorsque la file n'est pas pleine, on affecte tab[(d+t)%n]=v et on incrémente t (modulo n).



Implémentation avec un tableau

Si la capacité de la file n est bornée, on peut utiliser un tableau f qu'on traite circulairement (ring buffer). Pour cela, on maintient à jour une variable t contenant le nombre d'éléments de la file et une variable d contenant l'indice du prochain élément à défiler.

- pour défiler, on renvoie l'élément d'indice d, on décremente t et on incrémente d (modulo n).
- pour enfiler une valeur v lorsque la file n'est pas pleine, on affecte tab[(d+t)%n]=v et on incrémente t (modulo n).

	lustration	
ш	iustiation	

J	<u>llustration:</u>						
Ī	f[0]		f[(d+t)%n]		f [d]		f[n-1]
	•	·	fin	valeurs ignorées	debut	·	



6. Complexité amortie

Définition

On considère une structure de données munie d'un ensemble d'opérations $\mathcal P.$ Sur une instance de cette structure de données on effectue une suite d'opérations $\{p_1,\ldots,p_n\}$ où $p_i\in\mathcal P$ pour $i\in [\![1;n]\!].$ En notant c_i le coût en nombre d'operations élémentaires de p_i , la complexité amortie de chacune des opérations

$$p_i$$
 est $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n c_i$.