❑ Exercice 1 : *Représentation d'arbres binaires*

1. Dessiner tous les arbres binaires ayant 3 noeuds.
2. Dessiner tous les arbres binaires ayant 4 noeuds.
3. Dessiner un arbre binaire ayant 8 noeuds et de hauteur maximale (resp. minimale).

❑ Exercice 2 : *Représentation en C*

On rappelle qu'on a défini en C, un arbre binaire (avec des étiquettes entières) par :

```c
struct noeud
{
    struct noeud *sag;
    int valeur;
    struct noeud *sad;
};
typedef struct noeud noeud;
typedef noeud *ab;
```

1. Rappeler la définition de la hauteur d'un arbre binaire et écrire une fonction de prototype `int hauteur(ab arbrebinaire)` qui renvoie la hauteur de l'arbre donné en argument.
2. On rappelle que dans cette implémentation, l'espace nécessaire au stockage des noeuds est alloué dynamiquement à l'aide d'instructions `malloc`. Ecrire une fonction de prototype `void libere(ab* arbrebinaire)` qui détruit l'arbre binaire donné en paramètre, en libérant l'espace alloué par ses noeuds. A la fin de l'appel `ab` vaut `NULL`.

❑ Exercice 3 : *Représentation en OCaml*

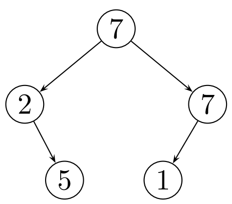
On rappelle qu'on a défini en OCaml un arbre binaire (avec des étiquettes entières) par :

```ocaml
type ab =
 |Vide
 |Noeud of ab *  int * ab;;
```

1. Dessiner l'arbre représenté par :

```ocaml
let t = Noeud(
          Noeud(
            Noeud(Noeud(Vide,2,Noeud(Vide,3,Vide)),8,Vide),
            9,
            Noeud(Vide,12,Vide)),
          11,
            Noeud(Noeud(Vide,13,Vide),
            15,
            Vide))
```

2. Donner sa taille et sa hauteur
3. S'agit-il d'un arbre binaire de recherche ? Justifier
4. Donner la représentation en OCaml de l'arbre :



❑ Exercice 4 : *Un peu de dénombrement*

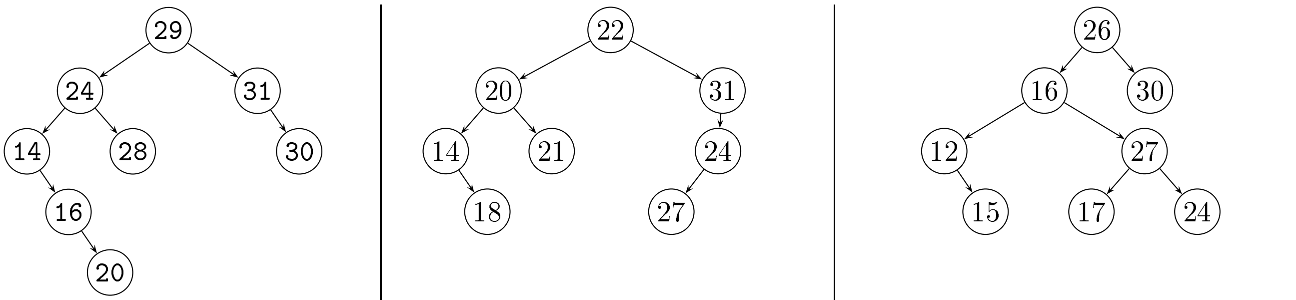
On note T_n le nombre d'arbres binaires à n noeuds.

1. Donner T_0 et déterminer une relation de récurrence liant les $(T_k)_{0 \leqslant k \leqslant n}$
   Utiliser la définition par récurrence des arbres binaires.
2. Vérifier que $T_5 = 42$.
3. Le nombre de Catalan d'indice n est défini par :

$$C_n = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$$

   Prouver que $T_n = C_n$.

❑ Exercice 5 : *Parcours d'un arbre binaire*



T_1 T_2 T_3

1. Pour chacun des trois arbres binaires ci-dessus, donner l'ordre des noeuds lors d'un parcours prefixe, infixe et suffixe.
2. Lequel de ces arbres binaires est un ABR ? Justifier

❑ Exercice 6 : *Un peu de complexité*

On considère la fonction OCaml suivante qui prend en argument un arbre binaire tel que défini par le type de l'exercice 3

```
let rec mystere ab =
  match ab with
  | Vide -> []
  | Noeud(g,v,d) ->   v::mystere g @ mystere d;;
```

1. Ecrire une spécification et donner un nom plus approprié à la fonction `mystère`.
2. Rappeler la complexité de l'opérateur `@` et en déduire celle de la fonction `mystere`
3. Proposer une version de cette fonction ayant une complexité linéaire en fonction du nombre de noeuds de l'arbre.
   Utiliser une fonction auxiliaire avec un accumulateur.

❑ Exercice 7 : *Reconstruction d'un arbre*

1. Dessiner un arbre binaire dont le parcours prefixe donne :