

### Définition

Soit  $V$  un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté  $V = \{p, q, r, \dots\}$ . On définit inductivement l'ensemble  $P$  des formules logiques par :

### Définition

Soit  $V$  un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté  $V = \{p, q, r, \dots\}$ . On définit inductivement l'ensemble  $P$  des formules logiques par :

- L'ensemble d'axiomes  $P_0 = \{\top, \perp\} \cup V$

### Définition

Soit  $V$  un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté  $V = \{p, q, r, \dots\}$ . On définit inductivement l'ensemble  $P$  des formules logiques par :

- L'ensemble d'axiomes  $P_0 = \{\top, \perp\} \cup V$   
 $\top$  se lit « top » et  $\perp$  se lit « bottom »

### Définition

Soit  $V$  un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté  $V = \{p, q, r, \dots\}$ . On définit inductivement l'ensemble  $P$  des formules logiques par :

- L'ensemble d'axiomes  $P_0 = \{\top, \perp\} \cup V$   
 $\top$  se lit « top » et  $\perp$  se lit « bottom »
- Les règles d'inférence :
  - *négation*  $\neg : p \mapsto \neg p$

### Définition

Soit  $V$  un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté  $V = \{p, q, r, \dots\}$ . On définit inductivement l'ensemble  $P$  des formules logiques par :

- L'ensemble d'axiomes  $P_0 = \{\top, \perp\} \cup V$   
 $\top$  se lit « top » et  $\perp$  se lit « bottom »
- Les règles d'inférence :
  - *négation*  $\neg : p \mapsto \neg p$
  - *conjonction*  $\wedge : p, q \mapsto (p \wedge q)$

### Définition

Soit  $V$  un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté  $V = \{p, q, r, \dots\}$ . On définit inductivement l'ensemble  $P$  des formules logiques par :

- L'ensemble d'axiomes  $P_0 = \{\top, \perp\} \cup V$   
 $\top$  se lit « top » et  $\perp$  se lit « bottom »
- Les règles d'inférence :
  - *négation*  $\neg : p \mapsto \neg p$
  - *conjonction*  $\wedge : p, q \mapsto (p \wedge q)$
  - *disjonction*  $\vee : p, q \mapsto (p \vee q)$

### Définition

Soit  $V$  un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté  $V = \{p, q, r, \dots\}$ . On définit inductivement l'ensemble  $P$  des formules logiques par :

- L'ensemble d'axiomes  $P_0 = \{\top, \perp\} \cup V$   
 $\top$  se lit « top » et  $\perp$  se lit « bottom »
- Les règles d'inférence :
  - *négation*  $\neg : p \mapsto \neg p$
  - *conjonction*  $\wedge : p, q \mapsto (p \wedge q)$
  - *disjonction*  $\vee : p, q \mapsto (p \vee q)$
  - *implication*  $\rightarrow : p, q \mapsto (p \rightarrow q)$

### Définition

Soit  $V$  un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté  $V = \{p, q, r, \dots\}$ . On définit inductivement l'ensemble  $P$  des formules logiques par :

- L'ensemble d'axiomes  $P_0 = \{\top, \perp\} \cup V$   
 $\top$  se lit « top » et  $\perp$  se lit « bottom »
- Les règles d'inférence :
  - *négation*  $\neg : p \mapsto \neg p$
  - *conjonction*  $\wedge : p, q \mapsto (p \wedge q)$
  - *disjonction*  $\vee : p, q \mapsto (p \vee q)$
  - *implication*  $\rightarrow : p, q \mapsto (p \rightarrow q)$
  - *équivalence*  $\leftrightarrow : p, q \mapsto (p \leftrightarrow q)$



### Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :

### Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de  $\wedge, \vee$  :

### Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de  $\wedge, \vee$  :  
Par exemple,  $p \vee (q \vee r)$  s'écrit plus simplement  $p \vee q \vee r$ .

### Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de  $\wedge, \vee$  :  
Par exemple,  $p \vee (q \vee r)$  s'écrit plus simplement  $p \vee q \vee r$ .
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs :  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

### Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de  $\wedge, \vee$  :  
Par exemple,  $p \vee (q \vee r)$  s'écrit plus simplement  $p \vee q \vee r$ .
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs :  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$   
Par exemple  $(\neg p) \vee (q \wedge r)$  s'écrit plus simplement  $\neg p \vee q \wedge r$ .
- On a défini pour le moment simplement les propositions logiques valables d'un point de vue *syntactique*, sans leur donner de sens ou de valeur.

### Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de  $\wedge, \vee$  :  
Par exemple,  $p \vee (q \vee r)$  s'écrit plus simplement  $p \vee q \vee r$ .
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs :  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$   
Par exemple  $(\neg p) \vee (q \wedge r)$  s'écrit plus simplement  $\neg p \vee q \wedge r$ .

En cas de doute, on laissera les parenthèses afin de lever toute ambiguïté.

- On a défini pour le moment simplement les propositions logiques valables d'un point de vue *syntactique*, sans leur donner de sens ou de valeur.

# C16 Logique

## 1. Syntaxe des formules logiques

### Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de  $\wedge, \vee$  :  
Par exemple,  $p \vee (q \vee r)$  s'écrit plus simplement  $p \vee q \vee r$ .
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs :  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$   
Par exemple  $(\neg p) \vee (q \wedge r)$  s'écrit plus simplement  $\neg p \vee q \wedge r$ .

En cas de doute, on laissera les parenthèses afin de lever toute ambiguïté.

- On a défini pour le moment simplement les propositions logiques valables d'un point de vue *syntactique*, sans leur donner de sens ou de valeur.

### Exemples

- $\neg p \vee \neg q \wedge r$  est une formule logique.

### Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de  $\wedge, \vee$  :  
Par exemple,  $p \vee (q \vee r)$  s'écrit plus simplement  $p \vee q \vee r$ .
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs :  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$   
Par exemple  $(\neg p) \vee (q \wedge r)$  s'écrit plus simplement  $\neg p \vee q \wedge r$ .

En cas de doute, on laissera les parenthèses afin de lever toute ambiguïté.

- On a défini pour le moment simplement les propositions logiques valables d'un point de vue *syntactique*, sans leur donner de sens ou de valeur.

### Exemples

- $\neg p \vee \neg q \wedge r$  est une formule logique.
- $\wedge p \neg p q$  n'est pas une formule logique.



### Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de  $\wedge, \vee$  :  
Par exemple,  $p \vee (q \vee r)$  s'écrit plus simplement  $p \vee q \vee r$ .
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs :  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$   
Par exemple  $(\neg p) \vee (q \wedge r)$  s'écrit plus simplement  $\neg p \vee q \wedge r$ .

En cas de doute, on laissera les parenthèses afin de lever toute ambiguïté.

- On a défini pour le moment simplement les propositions logiques valables d'un point de vue *syntactique*, sans leur donner de sens ou de valeur.

### Exemples

- $\neg p \vee \neg q \wedge r$  est une formule logique.
- $\wedge p \neg p q$  n'est pas une formule logique.
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$  et  $p \leftrightarrow q$  sont deux formules logiques *différentes*.