

# C8 Structures de données linéaires

## 1. Généralités

### Définition : structure de données

- En informatique, une **structure de données** est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.

### Définition : structure de données

- En informatique, une **structure de données** est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.

Les tableaux fixes du C sont un exemple de structure de données.

### Définition : structure de données

- En informatique, une **structure de données** est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.

Les tableaux fixes du C sont un exemple de structure de données.

- L'**interface** de la structure de données est l'ensemble des opérations accessibles à un utilisateur de la structure de données.

### Définition : structure de données

- En informatique, une **structure de données** est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.

Les tableaux fixes du C sont un exemple de structure de données.

- L'**interface** de la structure de données est l'ensemble des opérations accessibles à un utilisateur de la structure de données.

Par exemple, la notation `[]` permet d'accéder à un élément du tableau, pour le lire ou le modifier. Par contre, la taille du tableau ne fait pas partie de l'interface.

### Définition : structure de données

- En informatique, une **structure de données** est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.

Les tableaux fixes du C sont un exemple de structure de données.

- L'**interface** de la structure de données est l'ensemble des opérations accessibles à un utilisateur de la structure de données.

Par exemple, la notation `[]` permet d'accéder à un élément du tableau, pour le lire ou le modifier. Par contre, la taille du tableau ne fait pas partie de l'interface.

- L'**implémentation** de la structure de données est la façon dont elle est représentée et codée en mémoire et n'est pas forcément accessible à l'utilisateur.

### Définition : structure de données

- En informatique, une **structure de données** est une façon d'organiser, de gérer et de stocker des données permettant d'accéder et de modifier ces données de façon efficace.

Les tableaux fixes du C sont un exemple de structure de données.

- L'**interface** de la structure de données est l'ensemble des opérations accessibles à un utilisateur de la structure de données.

Par exemple, la notation `[]` permet d'accéder à un élément du tableau, pour le lire ou le modifier. Par contre, la taille du tableau ne fait pas partie de l'interface.

- L'**implémentation** de la structure de données est la façon dont elle est représentée et codée en mémoire et n'est pas forcément accessible à l'utilisateur.

On peut utiliser les listes de OCaml via leur interface sans savoir comment elles sont représentées en mémoire par le langage.

### Caractérisation par l'interface

- La différence entre **interface** et **implémentation** est fondamentale et doit être bien comprise. En effet une même structure de données peut avoir plusieurs implémentations. L'idée est que l'utilisation de la structure de données doit se faire indépendamment de son implémentation ce qui permet la séparation des programmes en composants indépendants (modularité).

On utilise la même interface (les opérations arithmétiques) pour manipuler les entiers du C et de Python mais ils ne sont pas implémentés de la même manière.

### Caractérisation par l'interface

- La différence entre **interface** et **implémentation** est fondamentale et doit être bien comprise. En effet une même structure de données peut avoir plusieurs implémentations. L'idée est que l'utilisation de la structure de données doit se faire indépendamment de son implémentation ce qui permet la séparation des programmes en composants indépendants (modularité).  
On utilise la même interface (les opérations arithmétiques) pour manipuler les entiers du C et de Python mais ils ne sont pas implémentés de la même manière.
- Lorsqu'on définit un *cahier des charges* pour une structure de données (ensemble des données et opérations possibles), on définit ce qu'on appelle un **type abstrait de données**. Ainsi, une structure de données peut être vue comme une implémentation d'un type abstrait de données.



# C8 Structures de données linéaires

## 1. Généralités

### Caractérisation par l'interface

- La différence entre **interface** et **implémentation** est fondamentale et doit être bien comprise. En effet une même structure de données peut avoir plusieurs implémentations. L'idée est que l'utilisation de la structure de données doit se faire indépendamment de son implémentation ce qui permet la séparation des programmes en composants indépendants (modularité).

On utilise la même interface (les opérations arithmétiques) pour manipuler les entiers du C et de Python mais ils ne sont pas implémentés de la même manière.

- Lorsqu'on définit un *cahier des charges* pour une structure de données (ensemble des données et opérations possibles), on définit ce qu'on appelle un **type abstrait de données**. Ainsi, une structure de données peut être vue comme une implémentation d'un type abstrait de données.
- La définition complète d'un type abstrait de données inclut généralement la complexité des opérations de l'interface.

L'ajout d'un élément en tête d'une liste de OCaml est une opération en  $O(1)$ .

### Opérations de l'interface

- La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé **constructeur**

### Opérations de l'interface

- La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé **constructeur**  
Par exemple en C, **double** tab[10] ;
- La récupération d'une valeur dans la structure se fait à l'aide d'**accesseur** (en anglais *getter*).


### Opérations de l'interface

- La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé **constructeur**  
Par exemple en C, **double** tab[10];
- La récupération d'une valeur dans la structure se fait à l'aide d'**accesseur** (en anglais *getter*).  
Par exemple en C, **double** e = tab[3];
- La modification d'une valeur dans la structure se fait à l'aide de **transformateur** (en anglais *setter*).  
Par exemple en C, tab[3] = 7.5;

# C8 Structures de données linéaires

## 1. Généralités

### Opérations de l'interface

- La création d'une structure de données se fait à l'aide d'une opération de l'interface appelé **constructeur**  
Par exemple en C, **double** `tab[10]` ;
- La récupération d'une valeur dans la structure se fait à l'aide d'**accesseur** (en anglais *getter*).  
Par exemple en C, **double** `e = tab[3]` ;
- La modification d'une valeur dans la structure se fait à l'aide de **transformateur** (en anglais *setter*).  
Par exemple en C, `tab[3] = 7.5` ;  
 On distingue les structures de données mutables (comme les tableaux du C) des structures de données immuables (comme les listes de OCaml). En cas de non mutabilité, pour modifier une structure de données on doit en construire une nouvelle.

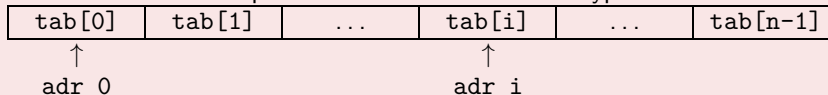
### Définition

un tableau est une séquence de  $n$  valeurs de même type consécutives en mémoire.

tab[0]	tab[1]	...	tab[i]	...	tab[n-1]
↑			↑		
adr 0			adr i		

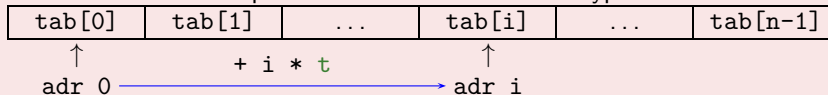
## Complexité des opérations

un tableau est une séquence de  $n$  valeurs de même type consécutives en mémoire.



- L'accès à un élément se fait **temps constant**, en effet il suffit de connaître la taille **t** d'une case et de disposer de l'adresse du premier élément du tableau `adr0`. L'adresse de l'élément d'indice *i* s'obtient alors en ajoutant à l'adresse du premier élément *i* fois la taille d'une case.

un tableau est une séquence de  $n$  valeurs de même type consécutives en mémoire.

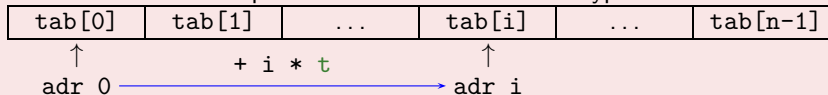


- L'accès à un élément se fait **temps constant**, en effet il suffit de connaître la taille **t** d'une case et de disposer de l'adresse du premier élément du tableau `adr0`. L'adresse de l'élément d'indice  $i$  s'obtient alors en ajoutant à l'adresse du premier élément  $i$  fois la taille d'une case.



### Définition

un tableau est une séquence de  $n$  valeurs de même type **consécutives en mémoire**.



### Complexité des opérations

- L'accès à un élément se fait **temps constant**, en effet il suffit de connaître la taille  $t$  d'une case et de disposer de l'adresse du premier élément du tableau  $\text{adr}0$ . L'adresse de l'élément d'indice  $i$  s'obtient alors en ajoutant à l'adresse du premier élément  $i$  fois la taille d'une case.
- La suppression ou l'insertion d'un élément demande par contre la recopie des éléments et ce sont donc des opérations en  $O(n)$ .

### Remarques

- Les tableaux sont des structures de données mutables par nature, ceux de OCaml seront donc vus dans les aspects impératifs de ce langage. On notera cependant la syntaxe pour l'accès à un élément : `tab.(i)` pour l'élément d'indice `i` du tableau `tab`.

### Remarques

- Les tableaux sont des structures de données mutables par nature, ceux de OCaml seront donc vus dans les aspects impératifs de ce langage. On notera cependant la syntaxe pour l'accès à un élément : `tab.(i)` pour l'élément d'indice `i` du tableau `tab`.
- En C, l'accès au  $i$ ème par addition à l'adresse du premier de  $i \times t$  où  $t$  est la taille d'une case est masqué par le « sucre syntaxique » `tab[i]`. On notera cependant, que les deux syntaxes suivantes sont tout à fait équivalentes ! :

```
1  int main(){
2      int tab[] = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19};
3      // Avec sucre syntaxique
4      int elt5 = tab[5];
5      // En utilisant la représentation en mémoire
6      int elt5 = *(tab + 5) ;}
```

### Tableaux dynamiques

- Les tableaux ont une taille fixée au moment de leur création de façon à réserver l'espace mémoire nécessaire.

### Tableaux dynamiques

- Les tableaux ont une taille fixée au moment de leur création de façon à réserver l'espace mémoire nécessaire.
- On peut créer des tableaux dynamiques (ou redimensionnables) à la façon des listes de Python, une implémentation en C sera vue en TP.

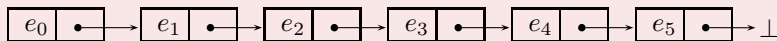
## Tableaux dynamiques

- Les tableaux ont une taille fixée au moment de leur création de façon à réserver l'espace mémoire nécessaire.
- On peut créer des tableaux dynamiques (ou redimensionnables) à la façon des listes de Python, une implémentation en C sera vue en TP.
- On retiendra dès maintenant que dans le cas d'un redimensionnement, la stratégie efficace est alors de **doubler** la taille courante du tableau car cela conduit à une complexité amortie en  $O(1)$  lors de l'ajout (voir TD).

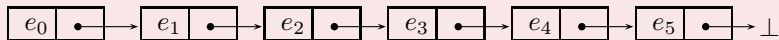
# C8 Structures de données linéaires

## 3. Liste chaînées

### Définition



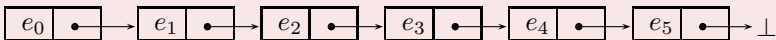
### Définition



- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockées de façon contiguës en mémoire.

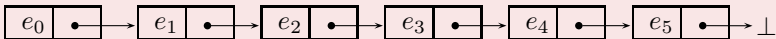


### Définition



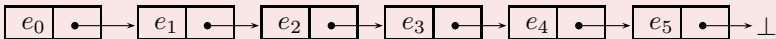
- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockées de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note  $\perp$  (**NULL** en C).

### Définition



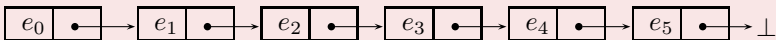
- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockées de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note  $\perp$  (**NULL** en C).

### Définition



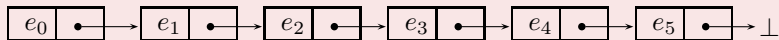
- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockées de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note  $\perp$  (**NULL** en C).

### Définition



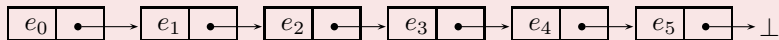
- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockées de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note  $\perp$  (**NULL** en C).
- Les listes chaînées peuvent être définies de façon **récursive** :

### Définition



- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockées de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note  $\perp$  (**NULL** en C).
- Les listes chaînées peuvent être définies de façon **récursive** :
  - Une liste est soit vide (référence vers  $\perp$ )

### Définition



- Contrairement aux tableaux, les différentes valeurs ne sont pas stockées de façon contiguës en mémoire.
- Avec chaque élément, on stocke aussi dans un « maillon » l'emplacement de son successeur. Le successeur du dernier élément se note  $\perp$  (**NULL** en C).
- Les listes chaînées peuvent être définies de façon **récursive** :
  - Une liste est soit vide (référence vers  $\perp$ )
  - Soit c'est la donnée d'un maillon constitué d'une valeur et d'une référence vers une liste.

# C8 Structures de données linéaires

## 3. Liste chaînées

### Complexités des opérations



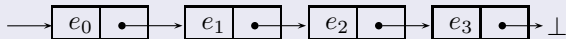
### Complexités des opérations



- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en  $O(n)$ .



### Complexités des opérations

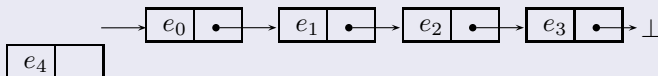


- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en  $O(n)$ .
- L'ajout ou la suppression en tête de liste est en  $O(1)$  car aucune recopie n'est nécessaire :

## C8 Structures de données linéaires

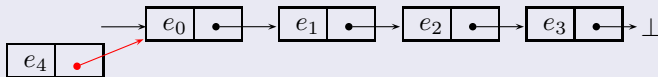
### 3. Liste chaînées

#### Complexités des opérations



- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en  $O(n)$ .
- L'ajout ou la suppression en tête de liste est en  $O(1)$  car aucune recopie n'est nécessaire :
  - 1 On crée un maillon avec la nouvelle valeur.

### Complexités des opérations

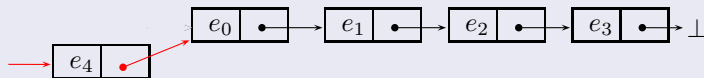


- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en  $O(n)$ .
- L'ajout ou la suppression en tête de liste est en  $O(1)$  car aucune recopie n'est nécessaire :
  - 1 On crée un maillon avec la nouvelle valeur.
  - 2 Le suivant de ce maillon est l'ancienne tête.

# C8 Structures de données linéaires

## 3. Liste chaînées

### Complexités des opérations

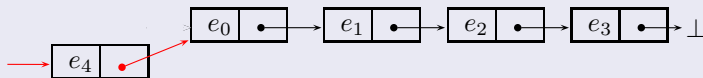


- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en  $O(n)$ .
- L'ajout ou la suppression en tête de liste est en  $O(1)$  car aucune recopie n'est nécessaire :
  - 1 On crée un maillon avec la nouvelle valeur.
  - 2 Le suivant de ce maillon est l'ancienne tête.
  - 3 La nouvelle tête pointe sur le nouveau maillon.

## C8 Structures de données linéaires

### 3. Liste chaînées

#### Complexités des opérations



- Pour accéder à un élément, on doit parcourir tout ceux qui le précèdent. L'accès à un élément est donc une opération en  $O(n)$ .
- L'ajout ou la suppression en tête de liste est en  $O(1)$  car aucune recopie n'est nécessaire :
  - 1 On crée un maillon avec la nouvelle valeur.
  - 2 Le suivant de ce maillon est l'ancienne tête.
  - 3 La nouvelle tête pointe sur le nouveau maillon.
- La taille de la structure de données n'est pas fixée à la construction contrairement aux tableaux.

# C8 Structures de données linéaires

## 3. Liste chaînées

### Implémentation en C

On peut définir un maillon comme un `struct` avec les champs `valeur` et `pointeur vers un maillon` :

### Implémentation en OCaml

# C8 Structures de données linéaires

## 3. Liste chaînées

### Implémentation en C

On peut définir un maillon comme un **struct** avec les champs valeur et pointeur vers un maillon :

```
1 struct maillon
2 {
3     int valeur;
4     struct maillon * suivant;
5 };
6 typedef struct maillon maillon;
```

### Implémentation en OCaml

# C8 Structures de données linéaires

## 3. Liste chaînées

### Implémentation en C

On peut définir un maillon comme un **struct** avec les champs valeur et pointeur vers un maillon :

```
1 struct maillon
2 {
3     int valeur;
4     struct maillon * suivant;
5 };
6 typedef struct maillon maillon;
```

### Implémentation en OCaml

- Le type 'a list est prédéfini dans le langage



# C8 Structures de données linéaires

## 3. Liste chaînées

### Implémentation en C

On peut définir un maillon comme un **struct** avec les champs valeur et pointeur vers un maillon :

```
1 struct maillon
2 {
3     int valeur;
4     struct maillon * suivant;
5 };
6 typedef struct maillon maillon;
```

### Implémentation en OCaml

- Le type 'a list est prédéfini dans le langage
- Attention, les listes de OCaml ne sont pas mutables

# C8 Structures de données linéaires

## 3. Liste chaînées

### Implémentation en C

On peut définir un maillon comme un **struct** avec les champs valeur et pointeur vers un maillon :

```
1 struct maillon
2 {
3     int valeur;
4     struct maillon * suivant;
5 };
6 typedef struct maillon maillon;
```

### Implémentation en OCaml

- Le type 'a list est prédéfini dans le langage
- Attention, les listes de OCaml ne sont pas mutables
- Tous les éléments doivent être du même type

## Piles

- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.

## Piles

- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.

elt4
elt3
elt2
elt1

## Piles

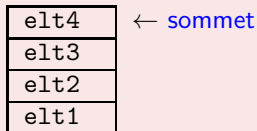
- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.

elt4
elt3
elt2
elt1

- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le **sommet**.

## Piles

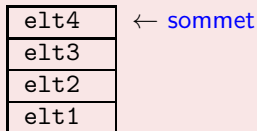
- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le **sommet**.

## Piles

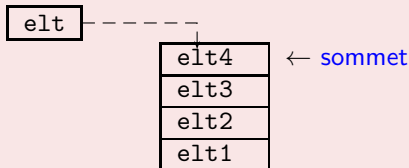
- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le **sommet**.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile

## Piles

- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.

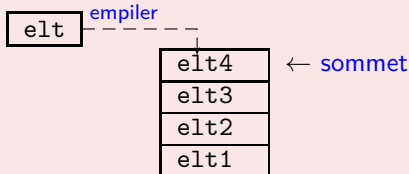


- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le **sommet**.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile



## Piles

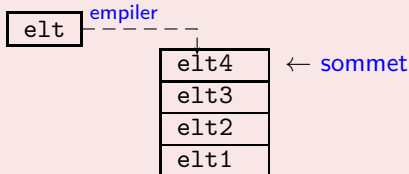
- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le **sommet**.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile

## Piles

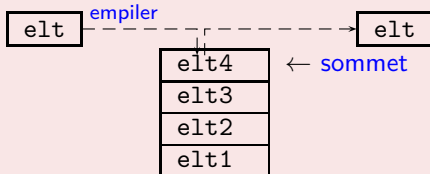
- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le **sommet**.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile
- Dépiler signifie retirer l'élément situé au sommet de la pile

## Piles

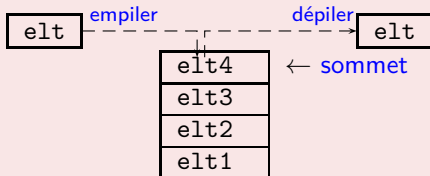
- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le **sommets**.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommets de la pile
- Dépiler signifie retirer l'élément situé au sommets de la pile

## Piles

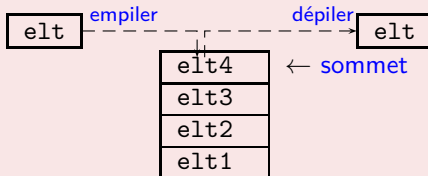
- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le **sommet**.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile
- Dépiler signifie retirer l'élément situé au sommet de la pile

## Piles

- Au niveau sémantique, une **pile** est semblable à une pile d'objet dans la vie de tous les jours.



- L'élément situé en haut de la pile s'appelle le **sommet**.
- Empiler signifie ajouter un élément au sommet de la pile
- Dépiler signifie retirer l'élément situé au sommet de la pile
- Ainsi le premier élément entré dans la pile sera aussi le dernier à en sortir, on dit qu'une pile est une structure **LIFO** *Last In First Out*

## Piles comme structures de données

L'interface d'une structure de données Pile se limite donc aux opérations suivantes :

## Piles comme structures de données

L'interface d'une structure de données Pile se limite donc aux opérations suivantes :

- `est_vide()` qui renvoie un booléen indiquant si la pile est vide ou non.

## Piles comme structures de données

L'interface d'une structure de données Pile se limite donc aux opérations suivantes :

- `est_vide()` qui renvoie un booléen indiquant si la pile est vide ou non.
- `empiler()` (en anglais *push*) qui ajoute un élément au sommet de la pile.



## Piles comme structures de données

L'interface d'une structure de données Pile se limite donc aux opérations suivantes :

- `est_vide()` qui renvoie un booléen indiquant si la pile est vide ou non.
- `empiler()` (en anglais *push*) qui ajoute un élément au sommet de la pile.
- `depiler()` (en anglais *pop*) qui retire l'élément situé au sommet (cela n'est possible que si la pile n'est pas vide).

## Piles comme structures de données

L'interface d'une structure de données Pile se limite donc aux opérations suivantes :

- `est_vide()` qui renvoie un booléen indiquant si la pile est vide ou non.
- `empiler()` (en anglais *push*) qui ajoute un élément au sommet de la pile.
- `depiler()` (en anglais *pop*) qui retire l'élément situé au sommet (cela n'est possible que si la pile n'est pas vide).

## Utilisation

En dépit de sa simplicité, cette structure de données a de nombreuses applications en informatique : pile d'appel récursif, pile d'évaluation d'une expression, ...

## Manipulation de piles

## Manipulation de piles

- On considère la pile :  $P = | "A", "L", "I", "X" >$  (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir  $P = | "A", "L", "E", "X" >$ ?

## Manipulation de piles

- On considère la pile :  $P = | "A", "L", "I", "X" >$  (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir  $P = | "A", "L", "E", "X" >$ ?
- Un programmeur décide d'utiliser une pile afin de stocker une réponse entrée au clavier. Chaque caractère tapé doit être empiler. Traduire en terme d'opérations sur cette pile les actions suivantes :


## Manipulation de piles

- On considère la pile :  $P = | "A", "L", "I", "X" >$  (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir  $P = | "A", "L", "E", "X" >$ ?
- Un programmeur décide d'utiliser une pile afin de stocker une réponse entrée au clavier. Chaque caractère tapé doit être empiler. Traduire en terme d'opérations sur cette pile les actions suivantes :
  - Appuie sur la touche "o"

## Manipulation de piles


- On considère la pile :  $P = | "A", "L", "I", "X" >$  (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir  $P = | "A", "L", "E", "X" >$ ?
- Un programmeur décide d'utiliser une pile afin de stocker une réponse entrée au clavier. Chaque caractère tapé doit être empiler. Traduire en terme d'opérations sur cette pile les actions suivantes :
  - Appuie sur la touche "o"
  - Appuie sur la touche "i"

## Manipulation de piles

- On considère la pile :  $P = | "A", "L", "I", "X" >$  (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir  $P = | "A", "L", "E", "X" >$ ?
- Un programmeur décide d'utiliser une pile afin de stocker une réponse entrée au clavier. Chaque caractère tapé doit être empiler. Traduire en terme d'opérations sur cette pile les actions suivantes :
  - Appuie sur la touche "o"
  - Appuie sur la touche "i"
  - Appuie sur la touche  (*backspace*)



## Manipulation de piles

- On considère la pile :  $P = | "A", "L", "I", "X" >$  (le sommet est "X"). Quelle suite d'opération permet d'obtenir  $P = | "A", "L", "E", "X" >$ ?
- Un programmeur décide d'utiliser une pile afin de stocker une réponse entrée au clavier. Chaque caractère tapé doit être empiler. Traduire en terme d'opérations sur cette pile les actions suivantes :
  - Appuie sur la touche "o"
  - Appuie sur la touche "i"
  - Appuie sur la touche  (*backspace*)
  - Appuie sur la touche "k"

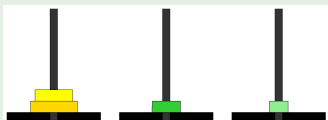
## Manipulation de piles

Au jeu des tours des Hanoï, on gère les trois tours T1, T2 et T3 à l'aide de trois piles.

## Manipulation de piles

Au jeu des tours des Hanoï, on gère les trois tours T1, T2 et T3 à l'aide de trois piles.

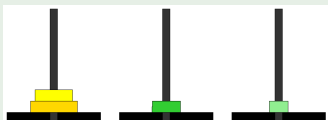
- 1 Quel est le contenu de chacune des piles dans la situation ci-dessous? (un disque est représenté dans la pile par sa taille)



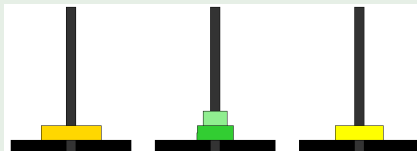
## Manipulation de piles

Au jeu des tours des Hanoï, on gère les trois tours T1, T2 et T3 à l'aide de trois piles.

- 1 Quel est le contenu de chacune des piles dans la situation ci-dessous ? (un disque est représenté dans la pile par sa taille)



- 2 Ecrire les opérations permettant de passer la situation précédente à celle ci-dessous :



## Implémentation des piles

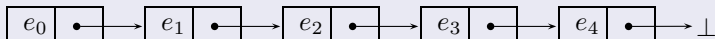
Plusieurs implémentations sont possibles :

- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.

## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

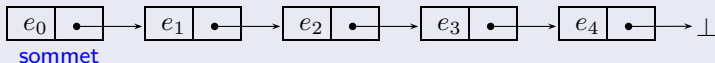
- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

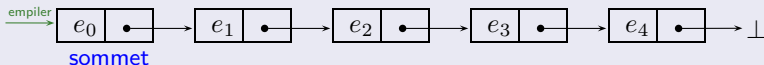
- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.

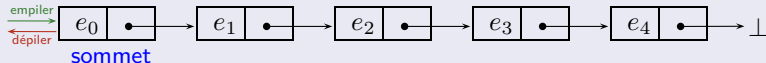




## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

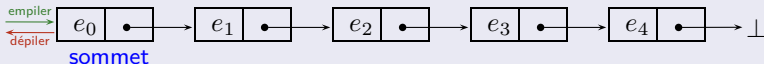
- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.

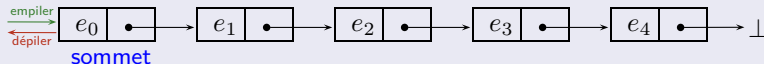


- Si la capacité de la pile  $n$  est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille  $n$  et mémoriser la taille courante  $t$  de la pile.

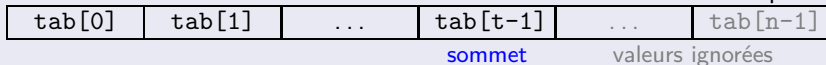
## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



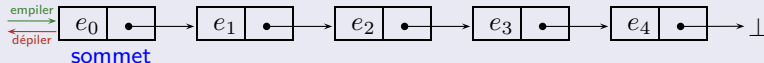
- Si la capacité de la pile  $n$  est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille  $n$  et mémoriser la taille courante  $t$  de la pile.



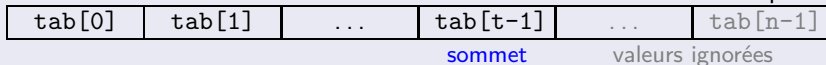
## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



- Si la capacité de la pile  $n$  est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille  $n$  et mémoriser la taille courante  $t$  de la pile.

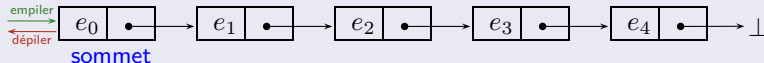


- pour tester si la pile est vide on teste si  $t$  est égal à 0,

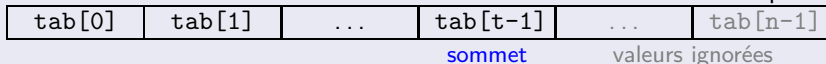
## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



- Si la capacité de la pile  $n$  est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille  $n$  et mémoriser la taille courante  $t$  de la pile.

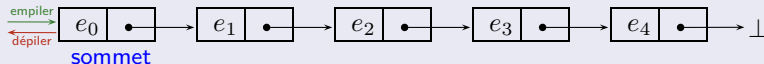


- pour tester si la pile est vide on teste si  $t$  est égal à 0,
- pour empiler une valeur  $v$ , on affecte  $\text{tab}[t]=v$  et on incrémente  $t$ ,

## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



- Si la capacité de la pile  $n$  est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille  $n$  et mémoriser la taille courante  $t$  de la pile.



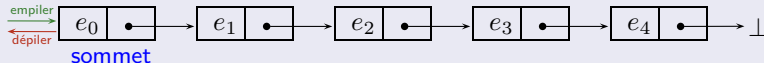
sommet → empiler valeurs ignorées

- pour tester si la pile est vide on teste si  $t$  est égal à 0,
- pour empiler une valeur  $v$ , on affecte  $\text{tab}[t]=v$  et on incrémente  $t$ ,

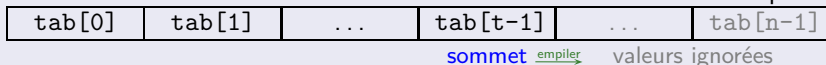
## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



- Si la capacité de la pile  $n$  est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille  $n$  et mémoriser la taille courante  $t$  de la pile.

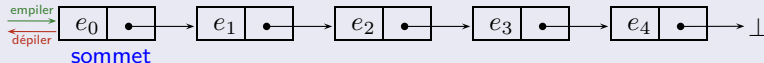


- pour tester si la pile est vide on teste si  $t$  est égal à 0,
- pour empiler une valeur  $v$ , on affecte  $\text{tab}[t]=v$  et on incrémente  $t$ ,
- pour dépiler on renvoie  $\text{tab}[t-1]$  et décrémente  $t$ .

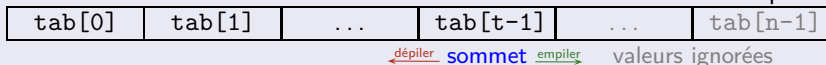
## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



- Si la capacité de la pile  $n$  est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille  $n$  et mémoriser la taille courante  $t$  de la pile.



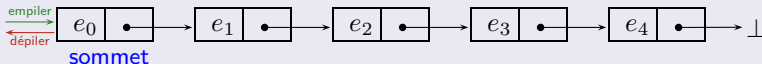
- pour tester si la pile est vide on teste si  $t$  est égal à 0,
- pour empiler une valeur  $v$ , on affecte  $\text{tab}[t]=v$  et on incrémente  $t$ ,
- pour dépiler on renvoie  $\text{tab}[t-1]$  et décrémente  $t$ .



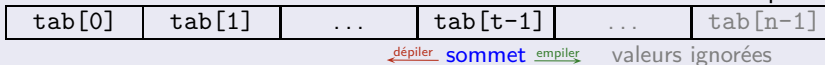
## Implémentation des piles

Plusieurs implémentations sont possibles :

- A l'aide d'une liste chaînée, la tête de la liste représente alors le sommet de la pile.



- Si la capacité de la pile  $n$  est bornée et connue en amont, on peut aussi utiliser un tableau de taille  $n$  et mémoriser la taille courante  $t$  de la pile.



- pour tester si la pile est vide on teste si  $t$  est égal à 0,
- pour empiler une valeur  $v$ , on affecte  $\text{tab}[t]=v$  et on incrémente  $t$ ,
- pour dépiler on renvoie  $\text{tab}[t-1]$  et décrémente  $t$ .

Ainsi, le sommet de la pile est toujours l'élément d'indice  $t-1$  du tableau.

## Files

- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.

## Files

- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.

elt4	elt3	elt2	elt1
------	------	------	------

## Files

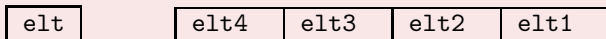
- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file

## Files

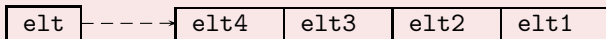
- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file

## Files

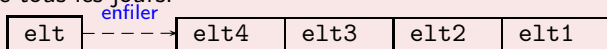
- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file

## Files

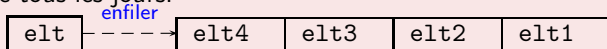
- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file

## Files

- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.

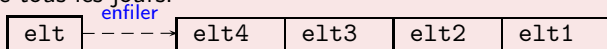


- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file
- Défiler signifie retirer l'élément situé au début de la file.



## Files

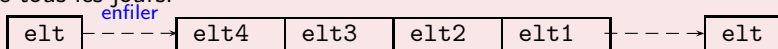
- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file
- Défiler signifie retirer l'élément situé au début de la file.

## Files

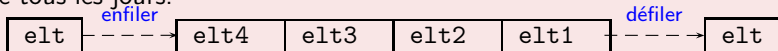
- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file
- Défiler signifie retirer l'élément situé au début de la file.

## Files

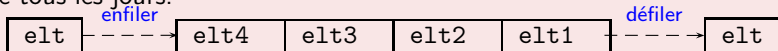
- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file
- Défiler signifie retirer l'élément situé au début de la file.

## Files

- Au niveau sémantique, une **file** est semblable à une file d'attente dans la vie de tous les jours.



- Enfiler signifie ajouter un élément en fin de file
- Défiler signifie retirer l'élément situé au début de la file.
- Ainsi le premier élément entré dans la file sera aussi le premier à en sortir, on dit qu'une file est une structure **FIFO** *First In First Out*

## Files comme structures de données

L'interface d'une structure de données File se limite donc aux opérations suivantes :

## Files comme structures de données

L'interface d'une structure de données File se limite donc aux opérations suivantes :

- `est_vide()` qui renvoie un booléen indiquant si la file est vide ou non.

## Files comme structures de données

L'interface d'une structure de données File se limite donc aux opérations suivantes :

- `est_vide()` qui renvoie un booléen indiquant si la file est vide ou non.
- `enfiler(element)` qui ajoute un élément à la fin de la file.

## Files comme structures de données

L'interface d'une structure de données File se limite donc aux opérations suivantes :

- `est_vide()` qui renvoie un booléen indiquant si la file est vide ou non.
- `enfiler(element)` qui ajoute un élément à la fin de la file.
- `defiler()` qui retire l'élément situé au début de la file (cela n'est possible que si la file n'est pas vide).



## Files comme structures de données

L'interface d'une structure de données File se limite donc aux opérations suivantes :

- `est_vide()` qui renvoie un booléen indiquant si la file est vide ou non.
- `enfiler(element)` qui ajoute un élément à la fin de la file.
- `defiler()` qui retire l'élément situé au début de la file (cela n'est possible que si la file n'est pas vide).

## Utilisation

Comme pour les piles, cette structure de données a de nombreuses applications en informatique : file d'attente d'une imprimante, simulation de files d'attentes réelles, ...

## Manipulation de files

## Manipulation de files

- On considère la file :  $F = \langle "E", "L", "S", "A" \rangle$ . Quelle suite d'opération permet d'obtenir  $F = \langle "N", "O", "E", "L" \rangle$ ?

## Manipulation de files

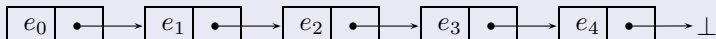
- On considère la file :  $F = \langle "E", "L", "S", "A" \rangle$ . Quelle suite d'opération permet d'obtenir  $F = \langle "N", "O", "E", "L" \rangle$ ?
- On simule la file d'attente d'une imprimante à l'aide d'une file. A quelle opération sur cette file correspond l'envoi d'une nouvelle impression ? La fin de l'impression en cours ? Dans quel ordre seront effectuées les impressions ?

## Implémentation avec une liste chaînée

Si on veut pouvoir enfiler et défiler en temps constant, il faut disposer d'un accès au premier maillon (pour enfiler en  $O(1)$ ) et au dernier maillon (pour défiler en  $O(1)$ ).

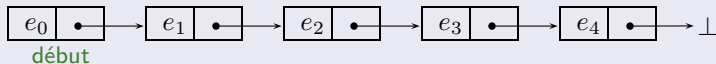
## Implémentation avec une liste chaînée

Si on veut pouvoir enfiler et défiler en temps constant, il faut disposer d'un accès au premier maillon (pour enfiler en  $O(1)$ ) et au dernier maillon (pour défiler en  $O(1)$ ).



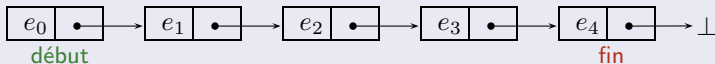
## Implémentation avec une liste chaînée

Si on veut pouvoir enfiler et défiler en temps constant, il faut disposer d'un accès au premier maillon (pour enfiler en  $O(1)$ ) et au dernier maillon (pour défiler en  $O(1)$ ).



## Implémentation avec une liste chaînée

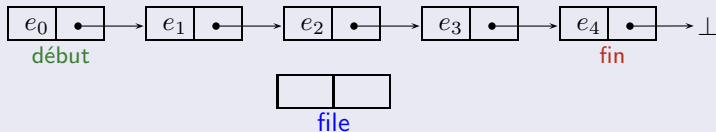
Si on veut pouvoir enfiler et défiler en temps constant, il faut disposer d'un accès au premier maillon (pour enfiler en  $O(1)$ ) et au dernier maillon (pour défiler en  $O(1)$ ).





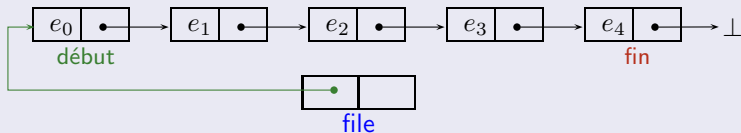
## Implémentation avec une liste chaînée

Si on veut pouvoir enfiler et défiler en temps constant, il faut disposer d'un accès au premier maillon (pour enfiler en  $O(1)$ ) et au dernier maillon (pour défiler en  $O(1)$ ).



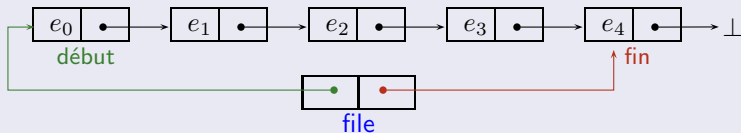
## Implémentation avec une liste chaînée

Si on veut pouvoir enfiler et défiler en temps constant, il faut disposer d'un accès au premier maillon (pour enfiler en  $O(1)$ ) et au dernier maillon (pour défiler en  $O(1)$ ).



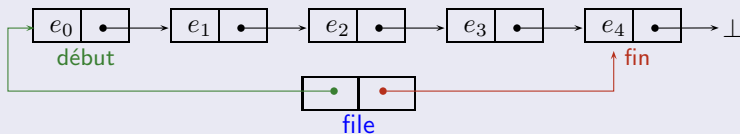
## Implémentation avec une liste chaînée

Si on veut pouvoir enfiler et défiler en temps constant, il faut disposer d'un accès au premier maillon (pour enfiler en  $O(1)$ ) et au dernier maillon (pour défiler en  $O(1)$ ).



## Implémentation avec une liste chaînée

Si on veut pouvoir enfiler et défiler en temps constant, il faut disposer d'un accès au premier maillon (pour enfiler en  $O(1)$ ) et au dernier maillon (pour défiler en  $O(1)$ ).



Une file est donc un couple de pointeurs vers des maillons, ce qui donne en C :

```

1 struct file
2 {
3     maillon *tete;
4     maillon *queue;
5 };
6 typedef struct file file;
  
```

## Implémentation avec un tableau

Si la capacité de la file  $n$  est bornée, on peut utiliser un tableau  $f$  qu'on traite circulairement (*ring buffer*). Pour cela, on maintient à jour une variable  $t$  contenant le nombre d'éléments de la file et une variable  $d$  contenant l'indice du prochain élément à défiler.

## Implémentation avec un tableau

Si la capacité de la file  $n$  est bornée, on peut utiliser un tableau  $f$  qu'on traite circulairement (*ring buffer*). Pour cela, on maintient à jour une variable  $t$  contenant le nombre d'éléments de la file et une variable  $d$  contenant l'indice du prochain élément à défiler.

- pour défiler, on renvoie l'élément d'indice  $d$ , on décremente  $t$  et on incrémente  $d$  (modulo  $n$ ).

## Implémentation avec un tableau

Si la capacité de la file  $n$  est bornée, on peut utiliser un tableau  $f$  qu'on traite circulairement (*ring buffer*). Pour cela, on maintient à jour une variable  $t$  contenant le nombre d'éléments de la file et une variable  $d$  contenant l'indice du prochain élément à défiler.

- pour défiler, on renvoie l'élément d'indice  $d$ , on décremente  $t$  et on incrémente  $d$  (modulo  $n$ ).
- pour enfiler une valeur  $v$  lorsque la file *n'est pas pleine*, on affecte  $tab[(d+t)\%n] = v$  et on incrémente  $t$  (modulo  $n$ ).

## Implémentation avec un tableau

Si la capacité de la file  $n$  est bornée, on peut utiliser un tableau  $f$  qu'on traite circulairement (*ring buffer*). Pour cela, on maintient à jour une variable  $t$  contenant le nombre d'éléments de la file et une variable  $d$  contenant l'indice du prochain élément à défiler.

- pour défiler, on renvoie l'élément d'indice  $d$ , on décremente  $t$  et on incrémente  $d$  (modulo  $n$ ).
- pour enfiler une valeur  $v$  lorsque la file n'est pas pleine, on affecte  $\text{tab}[(d+t)\%n] = v$  et on incrémente  $t$  (modulo  $n$ ).

Illustration :

$f[0]$	...	$f[(d+t)\%n]$	...	$f[d]$	...	$f[n-1]$
		fin	valeurs ignorées	debut		