Définition

Soit V un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté $V = \{p, q, r, \dots\}$. On définit inductivement l'ensemble P des formules logiques sur V par :

Définition

Soit V un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté $V = \{p, q, r, \dots\}$. On définit inductivement l'ensemble P des formules logiques sur V par :

- L'ensemble d'axiomes $P_0 = \{\top, \bot\} \cup V$

Définition

Soit V un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté $V = \{p, q, r, \dots\}$. On définit inductivement l'ensemble P des formules logiques sur V par :

- L'ensemble d'axiomes $P_0 = \{\top, \bot\} \cup V$
  $\top$ se lit « top » et $\bot$ se lit « bottom »

Définition

Soit V un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté $V = \{p, q, r, \dots\}$. On définit inductivement l'ensemble P des formules logiques sur V par :

- L'ensemble d'axiomes $P_0 = \{\top, \bot\} \cup V$

  $\top$ se lit « top » et $\bot$ se lit « bottom »
- Les règles d'inférence :
  - *négation* $\neg$: $p \mapsto \neg p$

Définition

Soit V un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté $V = \{p, q, r, \dots\}$. On définit inductivement l'ensemble P des formules logiques sur V par :

- L'ensemble d'axiomes $P_0 = \{\top, \bot\} \cup V$
  $\top$ se lit « top » et $\bot$ se lit « bottom »
- Les règles d'inférence :
  - *négation* $\neg$: $p \mapsto \neg p$
  - *conjonction* $\wedge$: $p, q \mapsto (p \wedge q)$

Définition

Soit V un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté $V = \{p, q, r, \dots\}$. On définit inductivement l'ensemble P des formules logiques sur V par :

- L'ensemble d'axiomes $P_0 = \{\top, \bot\} \cup V$
  $\top$ se lit « top » et $\bot$ se lit « bottom »
- Les règles d'inférence :
  - *négation* $\neg$: $p \mapsto \neg p$
  - *conjonction* $\wedge$: $p, q \mapsto (p \wedge q)$
  - *disjonction* $\vee$: $p, q \mapsto (p \vee q)$

Définition

Soit V un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté $V = \{p, q, r, \dots\}$. On définit inductivement l'ensemble P des formules logiques sur V par :

- L'ensemble d'axiomes $P_0 = \{\top, \bot\} \cup V$
  $\top$ se lit « top » et $\bot$ se lit « bottom »
- Les règles d'inférence :
  - *négation* $\neg$: $p \mapsto \neg p$
  - *conjonction* $\wedge$: $p, q \mapsto (p \wedge q)$
  - *disjonction* $\vee$: $p, q \mapsto (p \vee q)$
  - *implication* $\rightarrow$: $p, q \mapsto (p \rightarrow q)$

Définition

Soit V un ensemble au plus dénombrable de variables logiques noté $V = \{p, q, r, \dots\}$. On définit inductivement l'ensemble P des formules logiques sur V par :

- L'ensemble d'axiomes $P_0 = \{\top, \bot\} \cup V$
  $\top$ se lit « top » et $\bot$ se lit « bottom »
- Les règles d'inférence :
  - *négation* $\neg$: $p \mapsto \neg p$
  - *conjonction* $\wedge$: $p, q \mapsto (p \wedge q)$
  - *disjonction* $\vee$: $p, q \mapsto (p \vee q)$
  - *implication* $\rightarrow$: $p, q \mapsto (p \rightarrow q)$
  - *équivalence* $\leftrightarrow$: $p, q \mapsto (p \leftrightarrow q)$

Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :

Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de $\wedge, \vee$:

Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de $\wedge, \vee$:
    Par exemple, $(p \vee (q \vee r))$ s'écrit plus simplement $p \vee q \vee r$.

Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de $\wedge, \vee$:
    Par exemple, $(p \vee (q \vee r))$ s'écrit plus simplement $p \vee q \vee r$.
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs : $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de $\wedge, \vee$:
    Par exemple, $(p \vee (q \vee r))$ s'écrit plus simplement $p \vee q \vee r$.
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs : $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
    Par exemple $((\neg p) \vee (q \wedge r))$ s'écrit plus simplement $\neg p \vee q \wedge r$.

Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de $\wedge, \vee$:
    Par exemple, $(p \vee (q \vee r))$ s'écrit plus simplement $p \vee q \vee r$.
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs : $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
    Par exemple $((\neg p) \vee (q \wedge r))$ s'écrit plus simplement $\neg p \vee q \wedge r$.

En cas de doute, on laissera les parenthèses afin de lever toute ambiguïté.

Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de $\wedge, \vee$:
    Par exemple, $(p \vee (q \vee r))$ s'écrit plus simplement $p \vee q \vee r$.
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs : $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
    Par exemple $((\neg p) \vee (q \wedge r))$ s'écrit plus simplement $\neg p \vee q \wedge r$.

  En cas de doute, on laissera les parenthèses afin de lever toute ambiguïté.
- On a définit pour le moment simplement les propositions logiques valables d'un point de vue *syntaxique*, sans leur donner de sens ou de valeur.

Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de $\wedge, \vee$:
    Par exemple, $(p \vee (q \vee r))$ s'écrit plus simplement $p \vee q \vee r$.
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs : $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
    Par exemple $((\neg p) \vee (q \wedge r))$ s'écrit plus simplement $\neg p \vee q \wedge r$.

  En cas de doute, on laissera les parenthèses afin de lever toute ambiguïté.
- On a définit pour le moment simplement les propositions logiques valables d'un point de vue *syntaxique*, sans leur donner de sens ou de valeur.

Exemples

- $(((\neg p) \vee (\neg q)) \wedge r)$ est une formule logique qu'on pourra écrire plus simplement $(\neg p \vee \neg q) \wedge r$.
- $\wedge p \neg pq$ ou encore $(p \wedge q) \rightarrow (r$ ne sont pas des formules logiques.

Remarques

- Afin d'éviter de surcharger les écritures, on pourra omettre certaines parenthèses :
  - En utilisant l'associativité à droite de $\wedge, \vee$:
    Par exemple, $(p \vee (q \vee r))$ s'écrit plus simplement $p \vee q \vee r$.
  - En utilisant l'ordre de priorité suivant sur les connecteurs : $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
    Par exemple $((\neg p) \vee (q \wedge r))$ s'écrit plus simplement $\neg p \vee q \wedge r$.

  En cas de doute, on laissera les parenthèses afin de lever toute ambiguïté.
- On a définit pour le moment simplement les propositions logiques valables d'un point de vue *syntaxique*, sans leur donner de sens ou de valeur.

Exemples

- $(((\neg p) \vee (\neg q)) \wedge r)$ est une formule logique qu'on pourra écrire plus simplement $(\neg p \vee \neg q) \wedge r$.
- $\wedge p \neg p q$ ou encore $(p \wedge q) \rightarrow (r$ ne sont pas des formules logiques.
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ et $p \leftrightarrow q$ sont deux formules logiques *différentes*.

Arbre syntaxique

Les formules logiques admettent naturellement une représentation sous forme d'arbre :

Arbre syntaxique

Les formules logiques admettent naturellement une représentation sous forme d'arbre :

- les variables logiques et les constantes $\top$ et $\bot$ sont les étiquettes des feuilles

Arbre syntaxique

Les formules logiques admettent naturellement une représentation sous forme d'arbre :

- les variables logiques et les constantes $\top$ et $\bot$ sont les étiquettes des feuilles
- les noeuds internes ont pour étiquette les règles d'inférence

Arbre syntaxique

Les formules logiques admettent naturellement une représentation sous forme d'arbre :

- les variables logiques et les constantes $\top$ et $\bot$ sont les étiquettes des feuilles
- les noeuds internes ont pour étiquette les règles d'inférence

Exemples

La formule logique $(p \to q) \vee (\neg r)$ admet la représentation :

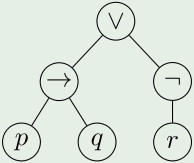
Arbre syntaxique

Les formules logiques admettent naturellement une représentation sous forme d'arbre :

- les variables logiques et les constantes $\top$ et $\bot$ sont les étiquettes des feuilles
- les noeuds internes ont pour étiquette les règles d'inférence

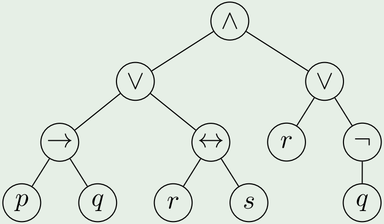
Exemples

La formule logique $(p \to q) \vee (\neg r)$ admet la représentation :



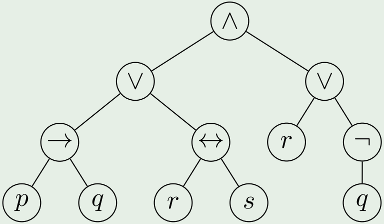
Exemple

- Quelle est la formule logique ayant pour représentation arborescente :



Exemple

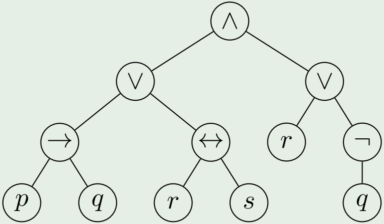
- Quelle est la formule logique ayant pour représentation arborescente :



$((p \to q) \vee (r \leftrightarrow s)) \wedge (r \vee (\neg q))$

Exemple

- Quelle est la formule logique ayant pour représentation arborescente :



$((p \rightarrow q) \vee (r \leftrightarrow s)) \wedge (r \vee (\neg q))$

- Dessiner la représentation arborescente de $\neg(\top \leftrightarrow (p \vee q))$.