C11 Graphes

Aspect historique

- C'est le mathématicien suisse Leonhard Euler (1707-1783) qui est à l'origine de la création de la théorie des graphes.

Définition

Aspect historique

- C'est le mathématicien suisse Leonhard Euler (1707-1783) qui est à l'origine de la création de la théorie des graphes.
- Il en pose les bases en résolvant le problème des 7 ponts de Königsberg (voir activité) en 1740.

Définition

Aspect historique

- C'est le mathématicien suisse Leonhard Euler (1707-1783) qui est à l'origine de la création de la théorie des graphes.
- Il en pose les bases en résolvant le problème des 7 ponts de Königsberg (voir activité) en 1740.
- Les graphes interviennent à présent dans de nombreux problèmes (recherche de chemins, réseau, ...) en informatique comme en mathématiques.

Définition

Aspect historique

- C'est le mathématicien suisse Leonhard Euler (1707-1783) qui est à l'origine de la création de la théorie des graphes.
- Il en pose les bases en résolvant le problème des 7 ponts de Königsberg (voir activité) en 1740.
- Les graphes interviennent à présent dans de nombreux problèmes (recherche de chemins, réseau, ...) en informatique comme en mathématiques.

Définition

Un graphe est la donnée :

Aspect historique

- C'est le mathématicien suisse Leonhard Euler (1707-1783) qui est à l'origine de la création de la théorie des graphes.
- Il en pose les bases en résolvant le problème des 7 ponts de Königsberg (voir activité) en 1740.
- Les graphes interviennent à présent dans de nombreux problèmes (recherche de chemins, réseau, ...) en informatique comme en mathématiques.

Définition

Un graphe est la donnée :

- D'un ensemble de sommet S (on dit aussi noeuds ou points)

Aspect historique

- C'est le mathématicien suisse Leonhard Euler (1707-1783) qui est à l'origine de la création de la théorie des graphes.
- Il en pose les bases en résolvant le problème des 7 ponts de Königsberg (voir activité) en 1740.
- Les graphes interviennent à présent dans de nombreux problèmes (recherche de chemins, réseau, ...) en informatique comme en mathématiques.

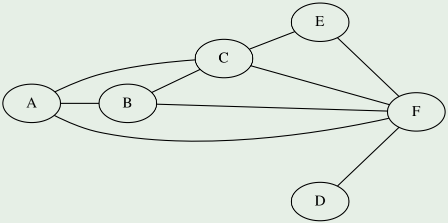
Définition

Un graphe est la donnée :

- D'un ensemble de sommet S (on dit aussi noeuds ou points)
- D'un ensemble d'arêtes E, chaque arête étant une paire de sommets

Exemples

1. On représente par un graphe un minuscule réseau social de 5 personnes : Amélie, Philippe, John, Brice et Alice. Dessiner ce graphe sachant que Philippe est ami avec tout le monde, Amélie et Alice sont amies de même que Brice et John. Donner l'ensemble des arêtes de ce graphe.
2. Donner l'ensemble des sommets et des arêtes du graphe suivant :



Vocabulaire

- On dit que deux sommets sont adjacents lorsqu'une arête les relie. Les voisins d'un sommet sont les sommets adjacents à ce sommet.

Vocabulaire

- On dit que deux sommets sont adjacents lorsqu'une arête les relie. Les voisins d'un sommet sont les sommets adjacents à ce sommet.
- Le degré (ou ordre) du graphe est son nombre de sommets.

Vocabulaire

- On dit que deux sommets sont adjacents lorsqu'une arête les relie. Les voisins d'un sommet sont les sommets adjacents à ce sommet.
- Le degré (ou ordre) du graphe est son nombre de sommets.
- Le degré d'un sommet est le nombre d'arête liées à ce sommet.

Vocabulaire

- On dit que deux sommets sont adjacents lorsqu'une arête les relie. Les voisins d'un sommet sont les sommets adjacents à ce sommet.
- Le degré (ou ordre) du graphe est son nombre de sommets.
- Le degré d'un sommet est le nombre d'arête liées à ce sommet.
- Un graphe est dit complet lorsque deux sommets quelconques sont reliés par une arête.

Vocabulaire

- On dit que deux sommets sont adjacents lorsqu'une arête les relie. Les voisins d'un sommet sont les sommets adjacents à ce sommet.
- Le degré (ou ordre) du graphe est son nombre de sommets.
- Le degré d'un sommet est le nombre d'arête liées à ce sommet.
- Un graphe est dit complet lorsque deux sommets quelconques sont reliés par une arête.
- Le graphe est dit orienté lorsque les « les arêtes sont fléchées »

C11 Graphes

Vocabulaire

- On dit que deux sommets sont adjacents lorsqu'une arête les relie. Les voisins d'un sommet sont les sommets adjacents à ce sommet.
- Le degré (ou ordre) du graphe est son nombre de sommets.
- Le degré d'un sommet est le nombre d'arête liées à ce sommet.
- Un graphe est dit complet lorsque deux sommets quelconques sont reliés par une arête.
- Le graphe est dit orienté lorsque les « les arêtes sont fléchées »
- Une chaîne est une suite d'arêtes consécutives. Sa longueur est le nombre d'arêtes qu'elle comporte.

C11 Graphes

Vocabulaire

- On dit que deux sommets sont adjacents lorsqu'une arête les relie. Les voisins d'un sommet sont les sommets adjacents à ce sommet.
- Le degré (ou ordre) du graphe est son nombre de sommets.
- Le degré d'un sommet est le nombre d'arête liées à ce sommet.
- Un graphe est dit complet lorsque deux sommets quelconques sont reliés par une arête.
- Le graphe est dit orienté lorsque les « les arêtes sont fléchées »
- Une chaîne est une suite d'arêtes consécutives. Sa longueur est le nombre d'arêtes qu'elle comporte.
- Un cycle est une chaîne dont l'origine est aussi l'extrémité.

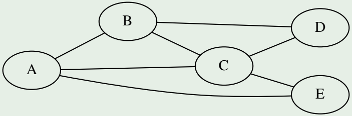
C11 Graphes

Vocabulaire

- On dit que deux sommets sont adjacents lorsqu'une arête les relie. Les voisins d'un sommet sont les sommets adjacents à ce sommet.
- Le degré (ou ordre) du graphe est son nombre de sommets.
- Le degré d'un sommet est le nombre d'arête liées à ce sommet.
- Un graphe est dit complet lorsque deux sommets quelconques sont reliés par une arête.
- Le graphe est dit orienté lorsque les « les arêtes sont fléchées »
- Une chaîne est une suite d'arêtes consécutives. Sa longueur est le nombre d'arêtes qu'elle comporte.
- Un cycle est une chaîne dont l'origine est aussi l'extrémité.
- Un graphe est dit simple lorsqu'il y a au plus une arête entre deux sommets quelconques.

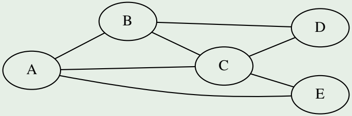
Exercices

1. On considère le graphe suivant :



Exercices

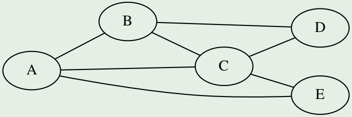
1. On considère le graphe suivant :



- Donner les voisins de A

Exercices

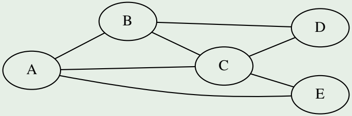
1. On considère le graphe suivant :



- Donner les voisins de A
- Donner le degré de B

Exercices

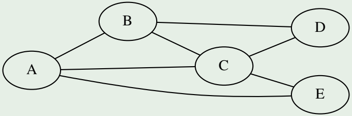
1. On considère le graphe suivant :



- Donner les voisins de A
- Donner le degré de B
- Ce graphe est-il orienté ? est-il complet ? est-il simple ?

Exercices

1. On considère le graphe suivant :

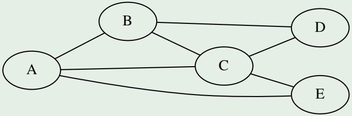


- Donner les voisins de A
- Donner le degré de B
- Ce graphe est-il orienté ? est-il complet ? est-il simple ?
- Donner une chaine de longueur 3 dans ce graphe.

C11 Graphes

Exercices

1. On considère le graphe suivant :

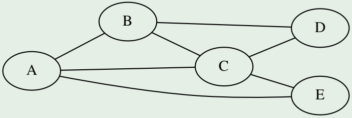


   - Donner les voisins de A
   - Donner le degré de B
   - Ce graphe est-il orienté ? est-il complet ? est-il simple ?
   - Donner une chaine de longueur 3 dans ce graphe.

2. Dessiner un graphe complet ayant 5 sommets, combien d'arêtes possède ce graphe ?

Exercices

1. On considère le graphe suivant :



- Donner les voisins de A
- Donner le degré de B
- Ce graphe est-il orienté ? est-il complet ? est-il simple ?
- Donner une chaine de longueur 3 dans ce graphe.

2. Dessiner un graphe complet ayant 5 sommets, combien d'arêtes possède ce graphe ?
3. Dessiner tous les graphes non orientés ayant 3 sommets.

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est à dire un tableau de n lignes et n colonnes :

Remarques

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est à dire un tableau de n lignes et n colonnes :

- On numérote les sommets du graphe

Remarques

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est à dire un tableau de n lignes et n colonnes :

- On numérote les sommets du graphe
- S'il y a une arête du sommet i vers le sommet j alors on place un 1 à la ligne i et à la colonne j de M

Remarques

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est à dire un tableau de n lignes et n colonnes :

- On numérote les sommets du graphe
- S'il y a une arête du sommet i vers le sommet j alors on place un 1 à la ligne i et à la colonne j de M
- Sinon on place un 0

Remarques

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est à dire un tableau de n lignes et n colonnes :

- On numérote les sommets du graphe
- S'il y a une arête du sommet i vers le sommet j alors on place un 1 à la ligne i et à la colonne j de M
- Sinon on place un 0

Remarques

- Si le graphe n'est pas orienté alors la matrice est symétrique par rapport à sa première diagonale.

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est à dire un tableau de n lignes et n colonnes :

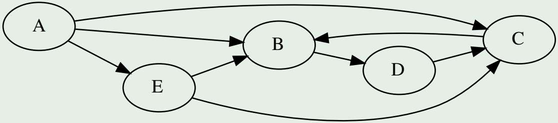
- On numérote les sommets du graphe
- S'il y a une arête du sommet i vers le sommet j alors on place un 1 à la ligne i et à la colonne j de M
- Sinon on place un 0

Remarques

- Si le graphe n'est pas orienté alors la matrice est symétrique par rapport à sa première diagonale.
- On peut representer les graphes pondérés en écrivant le poids à la place du 1 pour chaque arête.

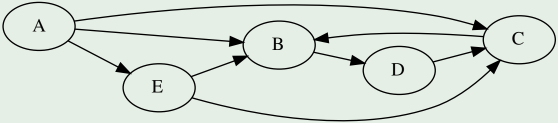
Exemple

1. En supposant les sommets numérotés dans l'ordre alphabétique, écrire la matrice d'adjacence du graphe suivant :



Exemple

1. En supposant les sommets numérotés dans l'ordre alphabétique, écrire la matrice d'adjacence du graphe suivant :



2. Dessiner le graphe ayant la matrice d'adjacence suivante (on appellera les sommets $S_1, S_2, \dots$) :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est à dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

Remarques

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est à dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

- On crée pour chaque sommet du graphe une liste

Remarques

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est à dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

- On crée pour chaque sommet du graphe une liste
- S'il y a une arête du sommet S_i vers le sommet S_j alors S_j est dans la liste de S_i

Remarques

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est à dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

- On crée pour chaque sommet du graphe une liste
- S'il y a une arête du sommet S_i vers le sommet S_j alors S_j est dans la liste de S_i

Remarques

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est à dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

- On crée pour chaque sommet du graphe une liste
- S'il y a une arête du sommet S_i vers le sommet S_j alors S_j est dans la liste de S_i

Remarques

- Lorsqu'un graphe a "peu" d'arête cette implémentation est plus intéressante en terme d'occupation mémoire que celle par matrice d'adjacence.

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est à dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

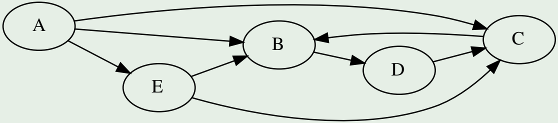
- On crée pour chaque sommet du graphe une liste
- S'il y a une arête du sommet S_i vers le sommet S_j alors S_j est dans la liste de S_i

Remarques

- Lorsqu'un graphe a "peu" d'arête cette implémentation est plus intéressante en terme d'occupation mémoire que celle par matrice d'adjacence.
- En Python, on utilisera un dictionnaire pour représenter les listes d'adjacences, les clés sont les sommets et les valeurs les listes associées

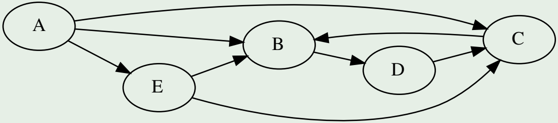
Exemple

1. Ecrire les listes d'adjacences du graphe suivante :



Exemple

1. Ecrire les listes d'adjacences du graphe suivante :



2. Dessiner le graphe représenté par le dictionnaire Python suivante :

```
{
    'A' : ['C'],
    'B' : ['D','E'],
    'C' : ['A','B'],
    'D' : ['A','C'],
    'E' : ['B','C','D']
}
```

Parcours d'un graphe

De la même façon que pour les arbres, un graphe peut être parcouru de plusieurs façons :

- dans un parcours en profondeur, consiste à passer par le premier voisin non encore parcouru à chaque étape.

Parcours d'un graphe

De la même façon que pour les arbres, un graphe peut être parcouru de plusieurs façons :

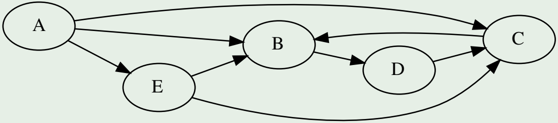
- dans un parcours en profondeur, consiste à passer par le premier voisin non encore parcouru à chaque étape.
- dans un parcours en largeur, consiste à parcourir les voisins immédiats, puis les voisins des voisins, etc ...

Parcours d'un graphe

De la même façon que pour les arbres, un graphe peut être parcouru de plusieurs façons :

- dans un parcours en profondeur, consiste à passer par le premier voisin non encore parcouru à chaque étape.
- dans un parcours en largeur, consiste à parcourir les voisins immédiats, puis les voisins des voisins, etc ...

Exemple

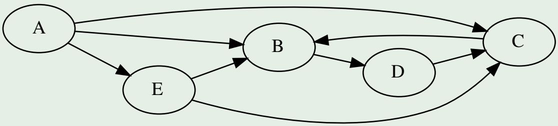


Parcours d'un graphe

De la même façon que pour les arbres, un graphe peut être parcouru de plusieurs façons :

- dans un parcours en profondeur, consiste à passer par le premier voisin non encore parcouru à chaque étape.
- dans un parcours en largeur, consiste à parcourir les voisins immédiats, puis les voisins des voisins, etc ...

Exemple



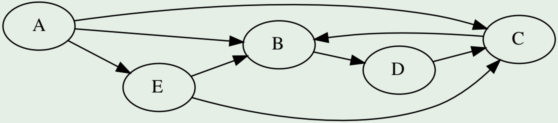
- En profondeur : .

Parcours d'un graphe

De la même façon que pour les arbres, un graphe peut être parcouru de plusieurs façons :

- dans un parcours en profondeur, consiste à passer par le premier voisin non encore parcouru à chaque étape.
- dans un parcours en largeur, consiste à parcourir les voisins immédiats, puis les voisins des voisins, etc ...

Exemple



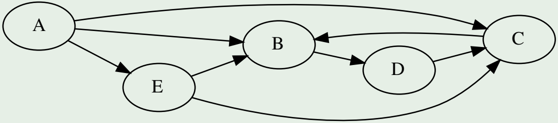
- En profondeur : A, B, D, C, E.

Parcours d'un graphe

De la même façon que pour les arbres, un graphe peut être parcouru de plusieurs façons :

- dans un parcours en profondeur, consiste à passer par le premier voisin non encore parcouru à chaque étape.
- dans un parcours en largeur, consiste à parcourir les voisins immédiats, puis les voisins des voisins, etc ...

Exemple



- En profondeur : A, B, D, C, E.
- En largeur :   .

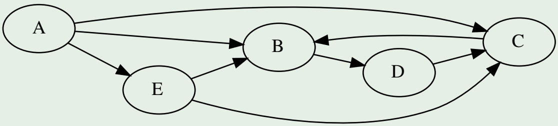
C11 Graphes

Parcours d'un graphe

De la même façon que pour les arbres, un graphe peut être parcouru de plusieurs façons :

- dans un parcours en profondeur, consiste à passer par le premier voisin non encore parcouru à chaque étape.
- dans un parcours en largeur, consiste à parcourir les voisins immédiats, puis les voisins des voisins, etc ...

Exemple



- En profondeur : A, B, D, C, E.
- En largeur : A, B, C, E, D.