

### Vocabulaire sur les arbres

- Un **arbre** est une structure de données constituée de **noeuds** reliés entre eux par des **arêtes**.

### Vocabulaire sur les arbres

- Un **arbre** est une structure de données constituée de **noeuds** reliés entre eux par des **arêtes**.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hiérarchisées**.

### Vocabulaire sur les arbres

- Un **arbre** est une structure de données constituée de **noeuds** reliés entre eux par des **arêtes**.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le **fil**s d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.

### Vocabulaire sur les arbres

- Un **arbre** est une structure de données constituée de **noeuds** reliés entre eux par des **arêtes**.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le **fils** d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.
- Dans un arbre, un seul et unique noeud n'est le fils de personne, c'est la **racine** de l'arbre.

### Vocabulaire sur les arbres

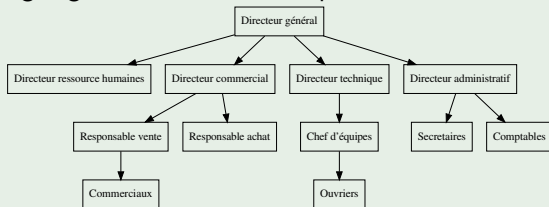
- Un **arbre** est une structure de données constituée de **noeuds** reliés entre eux par des **arêtes**.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le **fils** d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.
- Dans un arbre, un seul et unique noeud n'est le fils de personne, c'est la **racine** de l'arbre.
- Un noeud n'ayant pas de fils s'appelle une **feuille** de l'arbre.

### Vocabulaire sur les arbres

- Un **arbre** est une structure de données constituée de **noeuds** reliés entre eux par des **arêtes**.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le **fils** d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.
- Dans un arbre, un seul et unique noeud n'est le fils de personne, c'est la **racine** de l'arbre.
- Un noeud n'ayant pas de fils s'appelle une **feuille** de l'arbre.
- On appelle **branche** une suite finie de noeuds partant de la racine vers une feuille.

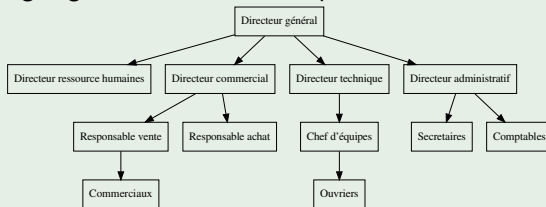
## Exemple

On représente l'organigramme d'une société par un arbre :



## Exemple

On représente l'organigramme d'une société par un arbre :

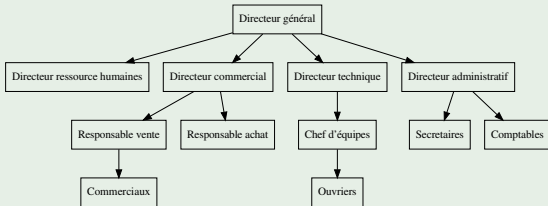


- Citer trois noeuds de cet arbre.



## Exemple

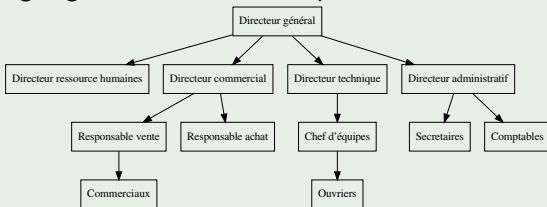
On représente l'organigramme d'une société par un arbre :



- Citer trois noeuds de cet arbre.
- Donner la racine de cet arbre.

## Exemple

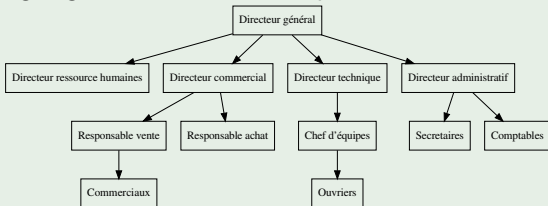
On représente l'organigramme d'une société par un arbre :



- Citer trois noeuds de cet arbre.
- Donner la racine de cet arbre.
- Donner les feuilles de cet arbre.

## Exemple

On représente l'organigramme d'une société par un arbre :



- Citer trois noeuds de cet arbre.
- Donner la racine de cet arbre.
- Donner les feuilles de cet arbre.
- Donner une branche de longueur 3 dans cet arbre

### Définitions

- La **taille** d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.

### Exemple

### Définitions

- La **taille** d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.  
L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.

### Exemple

### Définitions

- La **taille** d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.  
L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La **hauteur** d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.

### Exemple

### Définitions

- La **taille** d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.  
L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La **hauteur** d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.  
Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.

### Exemple

### Définitions

- La **taille** d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.  
L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La **hauteur** d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.  
Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'**arité** d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.

### Exemple



### Définitions

- La **taille** d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.  
L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La **hauteur** d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.  
Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'**arité** d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.  
On parle aussi de l'arité (ou degré) d'un noeud, il s'agit alors du nombre de fils de ce noeud

### Exemple

### Définitions

- La **taille** d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.  
L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La **hauteur** d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.  
Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'**arité** d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.  
On parle aussi de l'arité (ou degré) d'un noeud, il s'agit alors du nombre de fils de ce noeud

### Exemple

- Quelle est la taille de l'arbre représentant l'organigramme d'une société ci-dessus ?

### Définitions

- La **taille** d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.  
L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La **hauteur** d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.  
Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'**arité** d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.  
On parle aussi de l'arité (ou degré) d'un noeud, il s'agit alors du nombre de fils de ce noeud

### Exemple

- Quelle est la taille de l'arbre représentant l'organigramme d'une société ci-dessus ?
- Sa hauteur ?

### Définitions

- La **taille** d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.  
L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La **hauteur** d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.  
Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'**arité** d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.  
On parle aussi de l'arité (ou degré) d'un noeud, il s'agit alors du nombre de fils de ce noeud

### Exemple

- Quelle est la taille de l'arbre représentant l'organigramme d'une société ci-dessus ?
- Sa hauteur ?
- Son arité ?

## Arbre binaire

### Arbre binaire

- On appelle **arbre binaire** un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.

### Arbre binaire

- On appelle **arbre binaire** un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.  
De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.

### Arbre binaire

- On appelle **arbre binaire** un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.  
De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.
- Chaque noeud ayant au plus deux fils, dans un arbre binaire on peut considérer le **sous arbre droit** et le **sous arbre gauche** d'un noeud. Chacun de ces sous arbres étant lui-même un arbre binaire pouvant être vide (noté  $\Delta$ ).



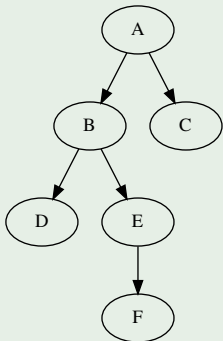
## Arbre binaire

- On appelle **arbre binaire** un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.  
De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.
- Chaque noeud ayant au plus deux fils, dans un arbre binaire on peut considérer le **sous arbre droit** et le **sous arbre gauche** d'un noeud. Chacun de ces sous arbres étant lui-même un arbre binaire pouvant être vide (noté  $\Delta$ ).  
On obtient donc une définition récursive d'un arbre binaire :

## Arbre binaire

- On appelle **arbre binaire** un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.  
De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.
- Chaque noeud ayant au plus deux fils, dans un arbre binaire on peut considérer le **sous arbre droit** et le **sous arbre gauche** d'un noeud. Chacun de ces sous arbres étant lui-même un arbre binaire pouvant être vide (noté  $\Delta$ ).  
On obtient donc une définition récursive d'un arbre binaire :  
Un arbre binaire est soit un arbre vide ( $\Delta$ ) soit un triplet  $(noeud, sag, sad)$  où *sag* et *sad* sont des arbres binaires.

## Exemple



- Vérifier rapidement que cet arbre est binaire.
- Compléter l'écriture de cet arbre binaire sous forme de triplet :
  - $(A, \text{sag}(A), \text{sad}(A))$
  - $(A, (B, \text{sag}(B), \text{sad}(B)), (C, \Delta, \Delta))$
  - .....
  - .....
- Dessiner l'arbre binaire qui s'écrit sous forme de triplet :  $(A, (B, (C, (D, \Delta, \Delta), \Delta), (E, \Delta, \Delta)))$ .

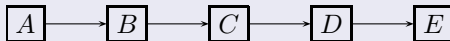
### Quelques cas particuliers

- Un arbre binaire est dit *dégénéré* lorsque tous les noeuds à l'exception des feuilles n'ont qu'un fils.

## Quelques cas particuliers

- Un arbre binaire est dit *dégénéré* lorsque tous les noeuds à l'exception des feuilles n'ont qu'un fils.

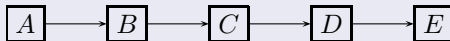
Exemple d'arbre binaire dégénéré de taille 5 :



## Quelques cas particuliers

- Un arbre binaire est dit *dégénéré* lorsque tous les noeuds à l'exception des feuilles n'ont qu'un fils.

Exemple d'arbre binaire dégéné de taille 5 :

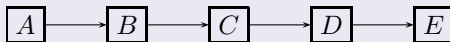


- Un arbre binaire est dit *complet* lorsque tous les niveaux sont remplis :

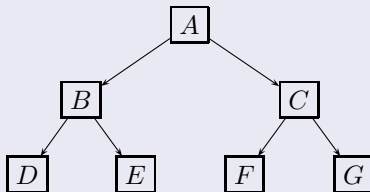
## Quelques cas particuliers

- Un arbre binaire est dit *dégénéré* lorsque tous les noeuds à l'exception des feuilles n'ont qu'un fils.

Exemple d'arbre binaire dégénéré de taille 5 :



- Un arbre binaire est dit *complet* lorsque tous les niveaux sont remplis :  
Exemple d'arbre binaire complet de hauteur 3.



### Relation entre hauteur et taille

En notant  $n$  la taille et  $h$  la hauteur d'un arbre binaire, pour  $n \geq 2$ , on a la relation suivante :

### Exemples



### Relation entre hauteur et taille

En notant  $n$  la taille et  $h$  la hauteur d'un arbre binaire, pour  $n \geq 2$ , on a la relation suivante :

$$h \leq n \leq 2^h - 1$$

### Exemples

### Relation entre hauteur et taille

En notant  $n$  la taille et  $h$  la hauteur d'un arbre binaire, pour  $n \geq 2$ , on a la relation suivante :

$$h \leq n \leq 2^h - 1$$

### Exemples

- Quelle est la relation entre  $h$  et  $n$  dans le cas d'un arbre binaire dégénéré ?

### Relation entre hauteur et taille

En notant  $n$  la taille et  $h$  la hauteur d'un arbre binaire, pour  $n \geq 2$ , on a la relation suivante :

$$h \leq n \leq 2^h - 1$$

### Exemples

- Quelle est la relation entre  $h$  et  $n$  dans le cas d'un arbre binaire dégénéré ?
- Même question dans le cas d'un arbre binaire complet.