

## Indentation d'un système couche mince / substrat

L'objectif de l'atelier est d'illustrer numériquement quelques effets de la configuration d'un système couche mince / substrat (Figure 1) sur la courbe d'indentation et le profil de l'empreinte.

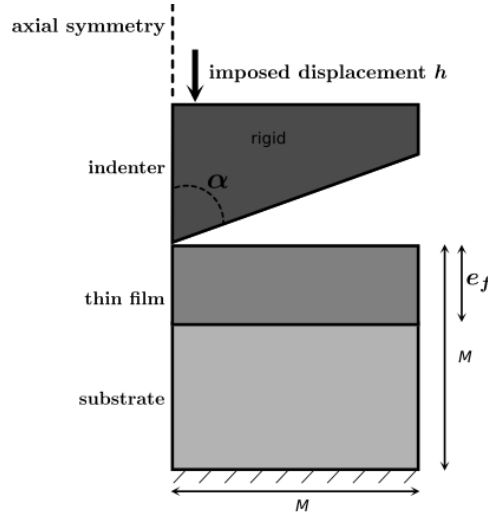


Figure 1 : Schéma de l'indentation du système couche mince / substrat

On utilisera deux matériaux élastoplastiques très différents pour illustrer ces effets : un mou et un dur. La loi d'érouissage isotrope utilisée est une loi de type puissance vérifiant le critère de von Mises. Elle s'exprime en traction simple sous la forme :

$$\begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon && \text{pour } \sigma < \sigma_y, \\ \sigma &= \sigma_y \left( \frac{E}{\sigma_y} \right)^n \varepsilon^n && \text{pour } \sigma \geq \sigma_y. \end{aligned} \quad (1)$$

$E$  est le module d'Young,  $\sigma_y$  est la limite élastique initiale et  $n$  le coefficient d'érouissage. Pour la formulation multiaxiale, le coefficient de Poisson est fixé à  $\nu = 0.3$ . Les valeurs des paramètres pour les deux matériaux sont récapitulées dans le Tableau 1.

Tableau 1 : Propriétés élastoplastiques des deux matériaux utilisés ( $\nu = 0.3$ ).

	$E$ (GPa)	$\sigma_y$ (GPa)	$n$
dur	300	20	0.1
mou	200	2	0.1

Après avoir retrouvé quelques résultats classiques pour un échantillon homogène, on s'intéressera à l'effet d'une couche dure sur un substrat mou, puis d'une couche molle sur un substrat dur. On abordera dans la dernière partie l'identifiabilité des paramètres plastiques.

La résolution des équations du modèle de l'essai d'indentation est basée sur la méthode des Eléments Finis (EF). Les équations sont résolues à l'aide du logiciel Ansys. Pour simplifier l'utilisation des scripts APDL (Ansys Parametric Design Language) et aborder l'identifiabilité paramétrique, le logiciel MIC2M (développé en script Matlab/Octave) est utilisé. Une interface spécifique pour l'atelier assure également l'affichage des résultats EF pertinents (courbes  $P(h)$ , profils d'empreinte  $Z(X)$ , ...).

Autres hypothèses/remarques (sauf indication contraire dans la question) :

- Dimension de l'échantillon modélisé :  $M = 40 \times h_{max}$
- Pointe : cône parfait, indéformable, équivalent Berkovich ( $\alpha = 70.3^\circ$ )
- Coefficient de frottement pointe/échantillon : 0.1
- Discrétisation EF très grossière : (finesse = 8 : taille EF sous la pointe =  $h_{max}/2$ ) et approximation polynomiale (charge/décharge) des courbes P-h.
- Le modèle paramétrique de l'essai n'est valide que pour les valeurs de l'énoncé !

## 1 Préalable

- Télécharger la version enseignement de MIC2M intégrant le module spécifique de l'atelier Indentation2021 (Figure 2), décompresser le fichier et suivre les instructions du tutoriel « installation » (fichier : *MIC2M\_teaching\\_start\installation.pdf*).

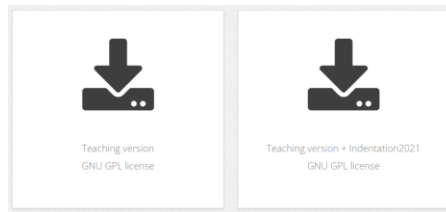


Figure 2: <http://mic2m.univ-fcomte.fr> (Richard, 2000)> Download

## 2 Echantillons homogènes

- Faire le tutoriel « simulation » de l'atelier pour apprendre à simuler un essai d'indentation.  
fichier : *MIC2M\_teaching\\_PW\_Indentation2021\\_tuto\simulation\_Indentation2021.pdf*

### 2.1 Courbes d'indentation et profils des empreintes

Q : Tracer les courbes  $P(h)$  et les profils  $Z(X)$  des empreintes pour les deux échantillons homogènes et une profondeur d'indentation  $h_{max} = 0.5 \mu\text{m}$ .

Q : Que pensez-vous des modules d'Young obtenus par la méthode d'Oliver et Pharr (Oliver and Pharr, 1992) ? Quantifier les hauteurs de bourrelet  $h_{pile-up}$  / à  $h_{max}$ .

### 2.2 Effet de la discrétisation

Q : Etudier l'influence de la discrétisation sur les résultats précédents avec une discrétisation plus fine (finesse = 4).

Dans la suite de l'atelier, utiliser finesse = 8 pour minimiser le temps de calcul.

### 2.3 Effet de la dimension de l'échantillon

Q : Etudier l'influence de la taille de l'échantillon modélisée en simulant l'essai avec un échantillon deux fois plus grand :  $M/h_{max} = 80$ .

Dans la suite de l'atelier, utiliser  $M = 40 \times h_{max}$  pour minimiser le temps de calcul.

Remarque : Les effets d'un arrondi de la pointe, de sa dimension et de sa déformabilité ne sont pas étudiés dans l'atelier pour des raisons de temps de calcul mais ils peuvent être très importants !

### 2.4 « Auto-similarité » de l'essai

Si le modèle numérique respecte le principe de similitude géométrique, les mêmes champs de contraintes et déformations doivent être obtenus quelle que soit la profondeur d'indentation, à un facteur près. Les

courbes  $P(h)$  et les profils résiduels  $Z(X)$  doivent donc être similaires quelle que soit la profondeur indentée, à un facteur près.

- Q : Pour les deux matériaux, simuler une indentation pour plusieurs profondeurs  $h_{max}$  (0.1, 0.5, 1 et 2  $\mu\text{m}$ ) et vérifier :
  - la similitude des courbes  $\left(\frac{P}{P_{max}}\right) = f\left(\frac{h^2}{h_{max}^2}\right)$  et  $\left(\frac{Z}{h_{max}}\right) = g\left(\frac{X}{h_{max}}\right)$ .
  - la proportionnalité de la charge à  $h^2$ .

### 3 Effet d'une couche mince

#### 3.1 Dur/mou

Q : Etudier l'influence d'une couche dure d'épaisseur égale à  $e_f = 1 \mu\text{m}$  sur un substrat mou pour plusieurs profondeurs  $h_{max}/e_f$  (0.1, 0.5, 1 et 2). Quid des similitudes des courbes (indentation et profil) et de l'évolution du module élastique et de la dureté en fonction de  $h_{max}$  ?

#### 3.2 Mou/dur

Q : Etudier l'influence d'une couche molle d'épaisseur égale à  $e_f = 1 \mu\text{m}$  sur un substrat dur pour plusieurs profondeurs  $h_{max}/e_f$  (0.1, 0.5, 1 et 2). Quid des similitudes des courbes (indentation et profil) et de l'évolution du module élastique et de la dureté en fonction de  $h_{max}$  ?

## 4 Identifiabilité de deux paramètres plastiques

### 4.1 Introduction à l'identifiabilité

Lors d'une identification de paramètres élastoplastique à partir d'une courbe d'indentation, un problème majeur est celui la non-unicité de la solution obtenue (Cheng and Cheng, 1999). C'est le manque de stabilité de la solution (c.à.d. sa grande sensibilité à des perturbations P-h) qui génère en pratique des solutions multiples (Phadikar et al., 2013). Le  $I$ -index (Richard et al., 2013; Richard, 2017) permet de quantifier ce problème pour une solution virtuelle sans avoir à exécuter une procédure d'optimisation de type FEMU, coûteuse en temps de calcul et potentiellement génératrice d'une solution instable. Plus le  $I$ -index est faible, meilleur est le conditionnement du problème inverse qui pourrait être posé. Si  $I > 3$ , les paramètres sont en pratique non identifiables (Figure 3).

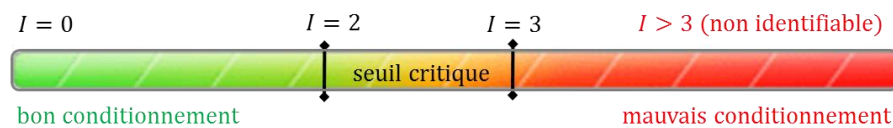


Figure 3 : Valeurs indicatives  $I$ -index / conditionnement.

Cet  $I$ -index intègre des informations sur les normes et les multi-colinéarités des vecteurs sensibilités des observables utilisés (courbe  $P(h)$ , profil  $Z(X)$ , ...). Il peut se calculer par différences finies à l'aide du modèle de l'essai. Le logiciel MIC2M calcule automatiquement cet  $I$ -index.

### 4.2 Echantillon homogène

- Faire le tutoriel « identifiabilité » de l'atelier pour apprendre à calculer l'indice d'identifiabilité  $I(\sigma_y, n)$  dans le cas d'un échantillon homogène.

fichier : MIC2M\_teaching\\_PW\_Indentation2021\\_tuto\identifiabilite\_Indentation2021.pdf

Q : Calculer  $I(\sigma_y, n)$  pour les deux matériaux (dur et mou) à partir de  $P(h)$  et à partir de  $Z(X)$ .

#### 4.3 Dur/mou

On suppose le comportement du substrat mou connu.

Q : Calculer les  $I$ -index  $(\sigma_y, n)$  dans le cas d'une couche mince dur d'épaisseur  $e_f = 1 \mu\text{m}$  pour une profondeur égale à  $h_{max} = e_f$ .

#### 4.4 Mou/dur

On suppose le comportement du substrat dur connu.

Q : Calculer le  $I$ -index  $(\sigma_y, n)$  dans le cas d'une couche mince molle d'épaisseur  $e_f = 1 \mu\text{m}$  pour une profondeur égale à  $h_{max} = e_f$ .

#### Références :

- Cheng, Y.-T., Cheng, C.-M., 1999. Can stress-strain relationships be obtained from indentation curves using conical and pyramidal indenters? *Journal of Materials Research* 14, 3493–3496. <https://doi.org/10.1557/JMR.1999.0472>
- Oliver, W.C., Pharr, G.M., 1992. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. *Journal of Materials Research* 7, 1564–1583. <https://doi.org/10.1557/JMR.1992.1564>
- Phadikar, J.K., Bogetti, T.A., Karlsson, A.M., 2013. On the uniqueness and sensitivity of indentation testing of isotropic materials. *International Journal of Solids and Structures* 50, 3242–3253. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2013.05.028>
- Richard, F., 2017. Vers une détermination guidée par l'identifiabilité du comportement mécanique des matériaux par nanoindentation. UBFC, HDR, <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01590429>.
- Richard, F., 2000. MIC2M Software: Modélisation et Identification du Comportement Mécanique des Matériaux. <http://mic2m.univ-fcomte.fr/>.
- Richard, F., Villars, M., Thibaud, S., 2013. Viscoelastic modeling and quantitative experimental characterization of normal and osteoarthritic human articular cartilage using indentation. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 24, 41–52. <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2013.04.012>