

Capítulo 1. A Linguagem da Lógica proposicional

Exercício 1

- (a) Não é uma fórmula da Lógica Proposicional
- (b) É uma fórmula da Lógica Proposicional
- (c) É uma fórmula da Lógica Proposicional
- (d) Não é uma fórmula da Lógica Proposicional
- (e) É uma fórmula da Lógica Proposicional

Exercício 2

- (a) Sim, apenas quando a fórmula for composta de um único símbolo verdade ou um símbolo proposicional.
- (b) O alfabeto da Lógica proposicional possui 4 símbolos, sendo os símbolos de pontuação, proposicionais, de verdade e os conectivos proposicionais.
- (c) Não, pois toda fórmula com conectivos possui símbolo de pontuação.

Exercício 3:

a) Comprimento = 11

b) Comprimento = 13

c) Comprimento = 9

d) Comprimento = 5

Exercício 4

a) $\neg P \leftrightarrow (\neg(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow R) \wedge P)$

b) Mesma fórmula $(\neg P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \wedge P))$

c) $(P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$

Exercício 5

a) $P \vee \neg Q \rightarrow R \rightarrow \neg R$
 $P \vee \neg(Q \rightarrow R \rightarrow \neg R)$
 $P \vee (\neg Q \rightarrow (R \rightarrow \neg R))$
 $(P \vee (\neg Q \rightarrow R)) \rightarrow \neg R$
 $(P \vee \neg Q) \rightarrow (R \rightarrow \neg R)$

b) $Q \rightarrow \neg P \wedge Q$
 $Q \rightarrow (\neg P \wedge Q)$
 $Q \rightarrow \neg(P \wedge Q)$

$$\begin{aligned} \textcircled{c} \quad & \neg (P \vee Q) \leftrightarrow Q \\ & \neg P \vee Q \leftrightarrow Q \\ & (\neg P \vee Q) \leftrightarrow Q \end{aligned}$$

Exercício 6:

Exercício 3

$$\begin{aligned} \textcircled{a} \quad & \wedge \leftrightarrow \vee \neg \neg P Q \rightarrow P Q T \\ \textcircled{b} \quad & \rightarrow P \rightarrow \neg \rightarrow Q R \rightarrow \neg \rightarrow P R \rightarrow P R \\ \textcircled{c} \quad & \vee \leftrightarrow \neg \neg P \neg P \neg P Q \\ \textcircled{d} \quad & \neg \rightarrow P \neg P \end{aligned}$$

Exercício 4

$$\begin{aligned} \textcircled{a} \quad & \leftrightarrow \wedge \neg \rightarrow \neg \neg \vee P Q R P \neg \neg P \\ \textcircled{b} \quad & \leftrightarrow \rightarrow \neg P \vee Q R \leftrightarrow \wedge P Q \vee \neg \neg R \neg P \\ \textcircled{c} \quad & \rightarrow \vee P Q \rightarrow P \neg Q \end{aligned}$$

Exercício 10:

- \textcircled{a} $\text{comp}[H]$ é ímpar
 \textcircled{b} $\text{comp}[H]$ é o dobro do número de conectivos de H , mais um.

Capítulo 2. A semântica da lógica proposicional

Exercício 2

A sintaxe determina as relações formais que interligam os constituintes da sentença, atribuindo-lhe uma estrutura de acordo com os símbolos. Semântica é a interpretação dos objetos sintáticos.

Exercício 3

Não, pois na lógica, para que uma disjunção seja verdadeira, não é necessário nenhuma relação entre suas alternativas.

Exercício 4

(a) $I[P] = T$ e $I[Q] = T$

(b) $I[Q] = T$

(c) $I[H] = T$

(d) Sem conclusão para $I[Q]$

(e) $I[H] = F$

Exercício 5

(a)

P	Q	$(\neg P \vee Q)$	$(P \rightarrow Q)$	$(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
T	T	T	T	T
T	F	T	F	F
F	T	T	T	T
F	F	F	T	F

Em interpretação I, o valor verdade é "T".

(b)

P	Q	R	$(Q \rightarrow R)$	$(P \rightarrow R)$	$(P \rightarrow R) \rightarrow (Q \rightarrow R)$	$(Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	T
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T

Em interpretação I, o valor verdade é "T".

(c)

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$(P \rightarrow \neg Q)$	$(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg P$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

O valor verdade é "F".

d)

P	Q	$\neg P$	$Q \rightarrow \neg P$
T	T	F	F
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	T

O valor verdade é "T"

e)

P	Q	R	$(Q \rightarrow R)$	$(P \rightarrow (Q \rightarrow R))$	$(P \wedge Q) \rightarrow R$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	F
F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

$$(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$$

T
T
T
T
T
F
T
T

O valor verdade é "T"

⑦

P	R	$\neg P$	$(R \wedge \neg P)$	$(P \wedge R)$	$(R \wedge \neg P) \leftrightarrow (P \wedge R)$
T	T	F	F	T	F
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	F	F
F	F	T	F	F	T

O valor verdade é "T"

⑧

Q	R	False \rightarrow Q	(False \rightarrow Q) \leftrightarrow R
T	T	T	T
T	F	T	F
F	T	T	T
F	F	T	F

O valor verdade é "F"

⑨

Q	true \rightarrow Q
T	T
F	F

O valor verdade é "T"

⑩

P	R	$(P \rightarrow \text{false})$	$(P \rightarrow \text{false}) \leftrightarrow R$
T	T	F	F
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	F

O valor verdade para esta fórmula é "T"

⑪

P	$P \rightarrow \text{true}$
T	T
F	T

O valor verdade é "T"

Exercício 7

- (a) $I[\neg P \wedge Q] = F$
- (b) $I[P \vee \neg Q] = T$
- (c) $I[P \rightarrow Q] = T$
- (d) $I[(P \wedge R) \leftrightarrow (Q \wedge R)] = T$
- (e) $I[(P \vee R) \leftrightarrow (Q \vee R)] = T$

Agora supondo $I[P \leftrightarrow Q] = F$, nada se pode concluir em relação as formulas apresentadas.

Exercício 8

- (a) Se $I[P] = F$, temos que $I[H] = F$, porque,
 $I[(P \wedge Q) \leftrightarrow P] = T$, $I[(P \vee Q) \leftrightarrow Q] = T$, $I[P \rightarrow Q] = T$,
 $I[(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q)] = T$,
logo: $I[(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q)] \rightarrow P = F$
- (b) Se $I[P] = T$, então $I[H] = T$, porque $I[P \rightarrow F] = T$

Exercício 10

Faithful

a) $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ $\neg = [P \wedge Q \neg] \neg$

b) $(Q \rightarrow \neg P) \wedge (P \rightarrow \neg Q)$ $\neg = [Q \neg \vee P] \neg$

c) $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow R)$ $\neg = [Q \neg \vee P] \neg$

d) $(P \wedge Q) \rightarrow R$ $\neg = [(P \wedge Q) \leftrightarrow (Q \wedge P)] \neg$

e) $(P \rightarrow \neg Q) \wedge (Q \rightarrow \neg P)$ $\neg = [P \neg \vee Q] \neg$

f) $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$ $\neg = [P \neg \vee Q] \neg$