

Álgebra Linear Computacional

Professores: Fabricio Murai e Letícia Pereira Pinto

DCC033 - 2019_1 - ANALISE NUMERICA - TZ
DCC049 - 2019_1 - TOPICOS EM SISTEMAS DE INFORMACAO - TZ
DCC639 - 2019_1 - ÁLGEBRA LINEAR COMPUTACIONAL - TZ
DCC639 - 2019_1 - ÁLGEBRA LINEAR COMPUTACIONAL - TZ1

Índice

- O que é ALC?
- O que vamos estudar?
- Referências
- Avaliação
- Comunicação com os professores
- Aprendendo python

O que é Álgebra Linear Computacional?

O que é Álgebra Linear Computacional?

- Curso sobre a teoria, as aplicações e as considerações práticas de se implementar e executar operações matriciais em computadores usando dados reais.

Foco: Como realizar cálculos matriciais com velocidade e precisão aceitáveis?

- É o mesmo que "Análise Numérica", só mudou de nome?
 - Não, embora alguns tópicos da ementa sejam comuns.
- É uma Álgebra Linear avançada?
 - Não, embora alguns conceitos serão revisados ao longo do semestre.

O que é Álgebra Linear Computacional?

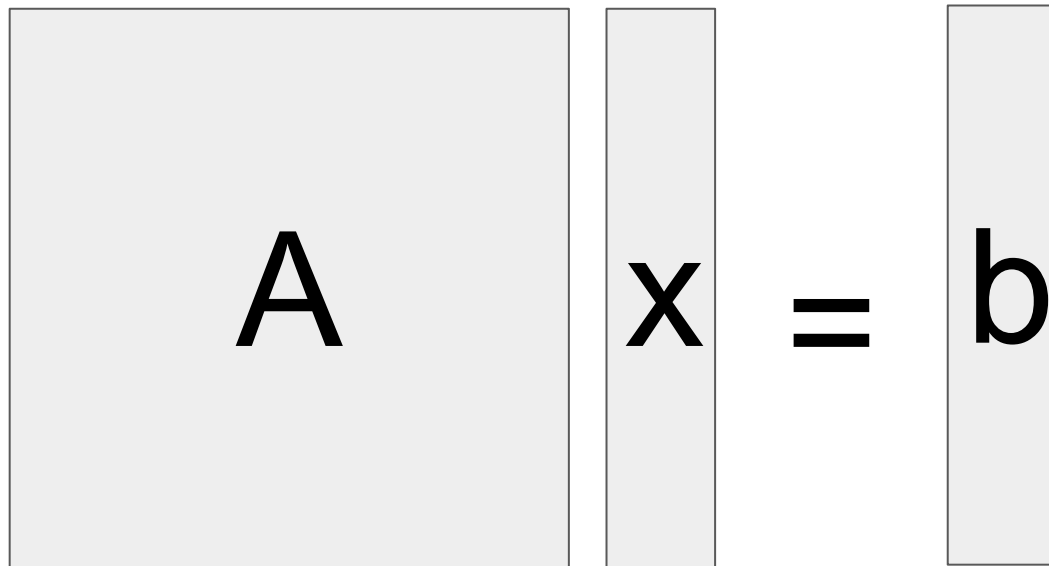
Objetivos:

- Revisar conceitos e fundamentos de álgebra linear;
- Fornecer ao aluno métodos necessários à resolução numérica de problemas que envolvam decomposição de matrizes;
- Familiarizar e motivar o aluno com aplicações práticas em computação dos métodos vistos ao longo do curso;
- Manipular dados em um ambiente científico.

○ que vamos estudar?

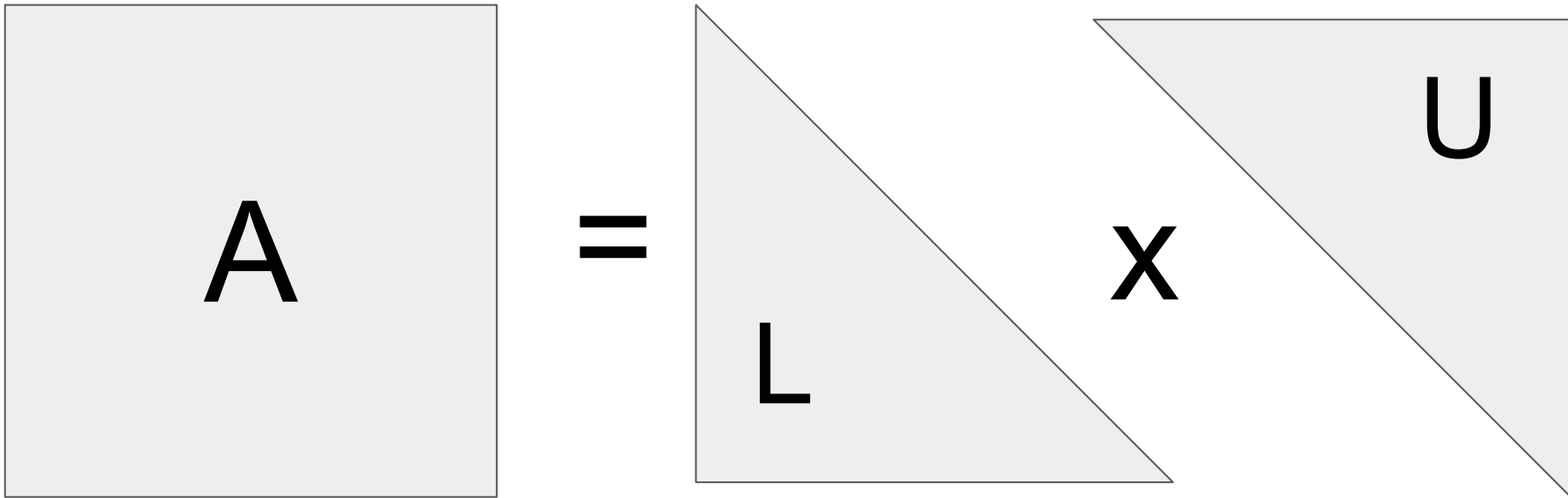
Eliminação Gaussiana

- Implementação em ambiente científico (Python)
- Aritmética de ponto flutuante.
- Estudo de erro, estabilidade, convergência.



A diagram illustrating the linear system $Ax = b$. It consists of three light gray rectangular boxes with black outlines. The first box is a square and contains the letter 'A' in a large, bold, black font. To its right is a tall, narrow vertical rectangle containing the letter 'x' in a large, bold, black font. To the right of 'x' is an equals sign '='. To the right of the equals sign is another tall, narrow vertical rectangle containing the letter 'b' in a large, bold, black font.

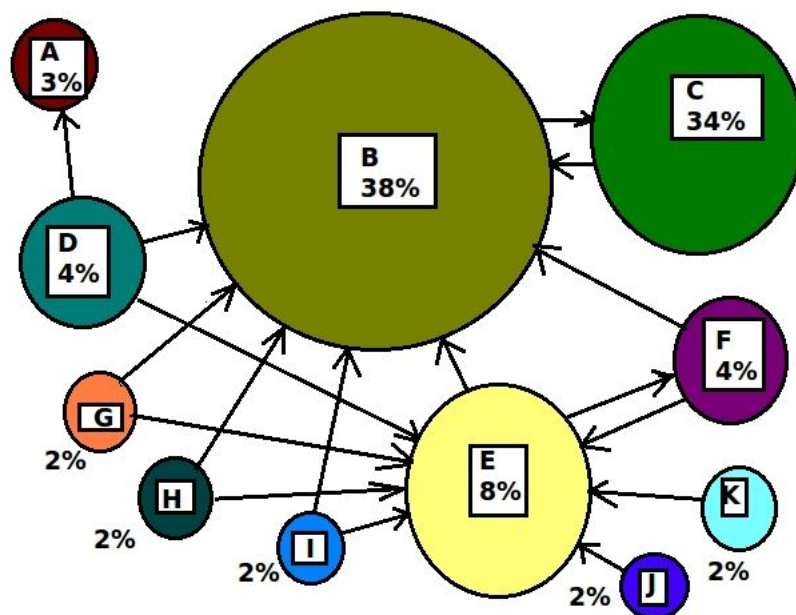
Decomposição LU



- Cálculo da inversa
- Refinamento de solução
- Posto de matriz

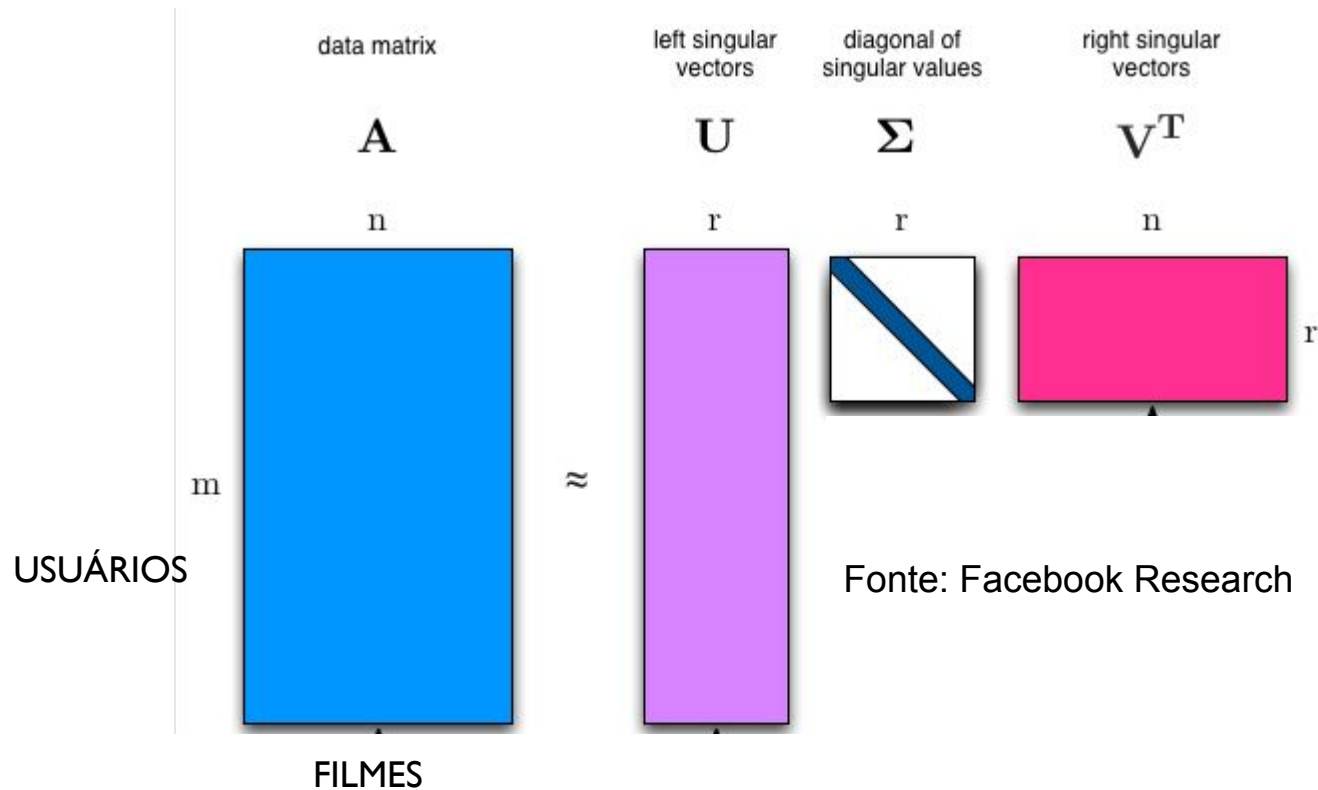
Decomposição espectral

- Espaços vetoriais e bases
- Cálculos de potências de matrizes
- Implementação prática escalável
- Aplicação ao PageRank



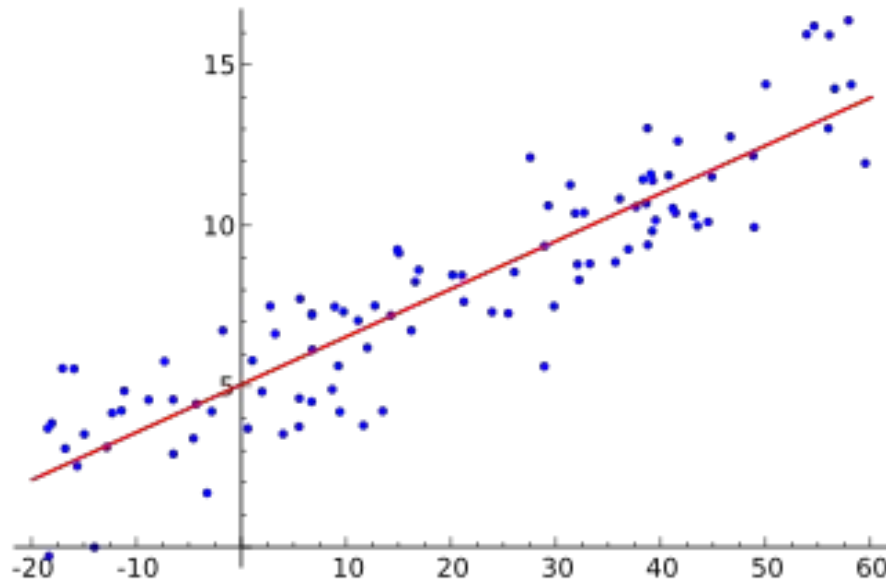
Decomposição SVD

- Matrizes ortogonais
- Aplicação a sistemas de recomendação, modelagem de tópicos e recomendação de background em imagens



Decomposição Cholesky e QR

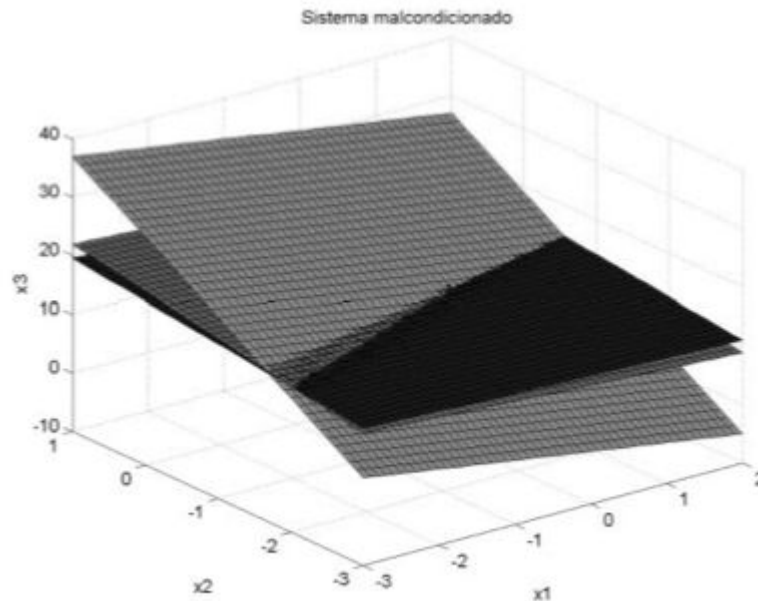
- Método dos mínimos quadrados
- Cálculo de autovalores
- Exemplo de regressão linear



Fonte: Wikipedia

Condicionamento

- Número de condição
- Normas vetoriais e matriciais
- Exemplos de mal condicionamento



Fonte: CAMPOS filho, F. Algoritmos Numéricos.

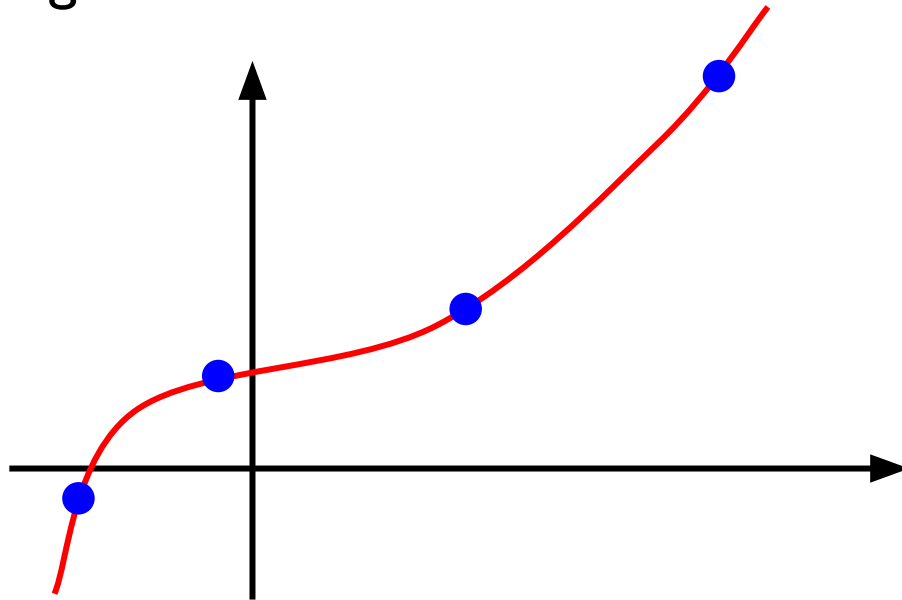
Tópicos em Análise Numérica

Alguns tópicos dentre:

- Interpolação polinomial
- Integração numérica
- Resolução de equações

Interpolação polinomial

Como aproximar uma função que passa por $n+1$ pontos por um polinômio de grau n ?

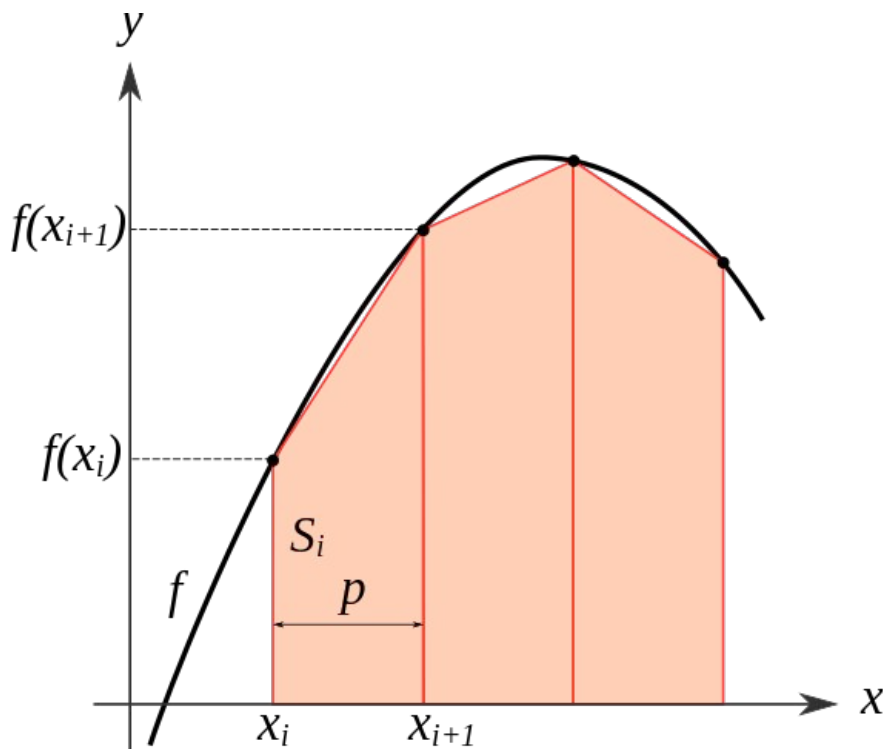


Polinômio de Lagrange
Polinômio de Newton

Integração numérica

Como aproximar uma integral que não possui fórmula fechada?

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$



Regra do trapézio
Regra do $\frac{1}{3}$ de Simpson
Regra dos $\frac{3}{8}$ de Simpson
Quadratura Gaussiana

Fonte: Wikipedia

Encontrar raízes de equações

Como encontrar raízes de polinômios de grau alto ou de equações transcendentais?

Função Lambert-W:

$$xe^x = C \quad \Rightarrow \quad W(C) = x$$

Bisseção
Regula-Falsi
Newton
Secante

Minimizar $f(x) = x^2/4 - \sin(x) + \cos^2(x) + \log(x^2 + 1)$
encontrar os pontos críticos

$$f'(x) = 0$$

Referências

Material na página do curso

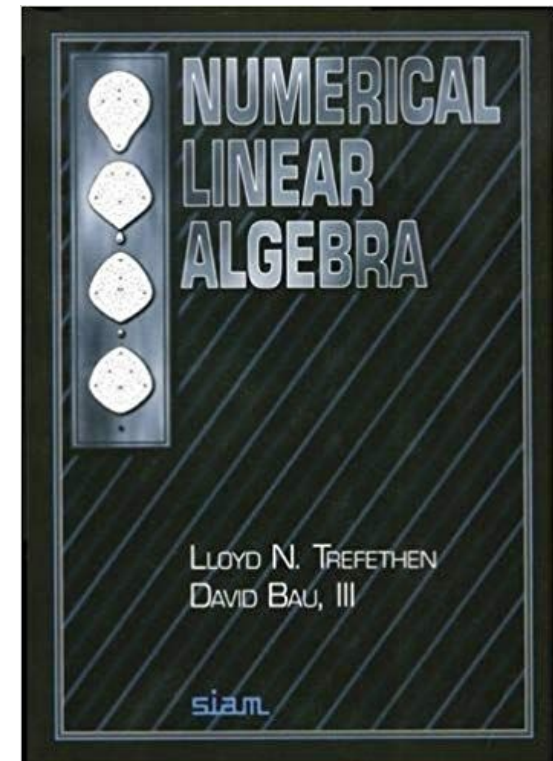
- URL da página do curso:
 - bit.ly/ALC2019I
- Calendário
- Slides
- Python notebooks
- Gabaritos das listas de exercícios entregues
- Lista de material suplementar

Livro-texto

TREFETHEN, L. N. & BAU III, D. Numerical Linear Algebra. Vol. 50. SIAM, 1997.

Q: Preciso acompanhar o conteúdo pelo livro?

Não. Recomendo que obtenham uma cópia apenas aqueles que quiserem se aprofundar no conteúdo visto em sala.



Outros materiais

- BORNEMANN, F. Numerical Linear Algebra (A Concise Introduction with MATLAB and Julia). Springer, 2018.
- CAMPOS Filho, F. Algoritmos numéricos. LTC, 2007.
- Apostila escrita por Cláudio Asano e Eduardo Colli (USP)
- Franco, Neide Maria Bertoldi. Cálculo Numérico. Pearson Brasil.

Software

- Python 3
 - Anaconda
- Socrative App (se houwer wifi)

Avaliação

Avaliação

- Três provas:
 - P1: vale 25 pts
 - P2: vale 25 pts
 - P3: vale 40 pts
- Listas de exercícios: valem 20 pts
 - N_1 Listas Fabricio (10 pts total)
 - N_2 Listas Letícia (10 pts total)

Listas de Exercícios (Fabricio)

- Idealmente, uma lista por semana
 - A lista estará disponível no Moodle
 - As soluções devem ser submetidas pelo Moodle
- Lista conterà:
 - Parte teórica: soluções devem ser escaneadas
 - Parte prática: código submetido pelo aluno será avaliado pelo VPL

Presença e Exame Especial

Sejam:

M a média do aluno antes do exame especial

$P \in [0, 100\%]$ a presença do aluno durante o semestre

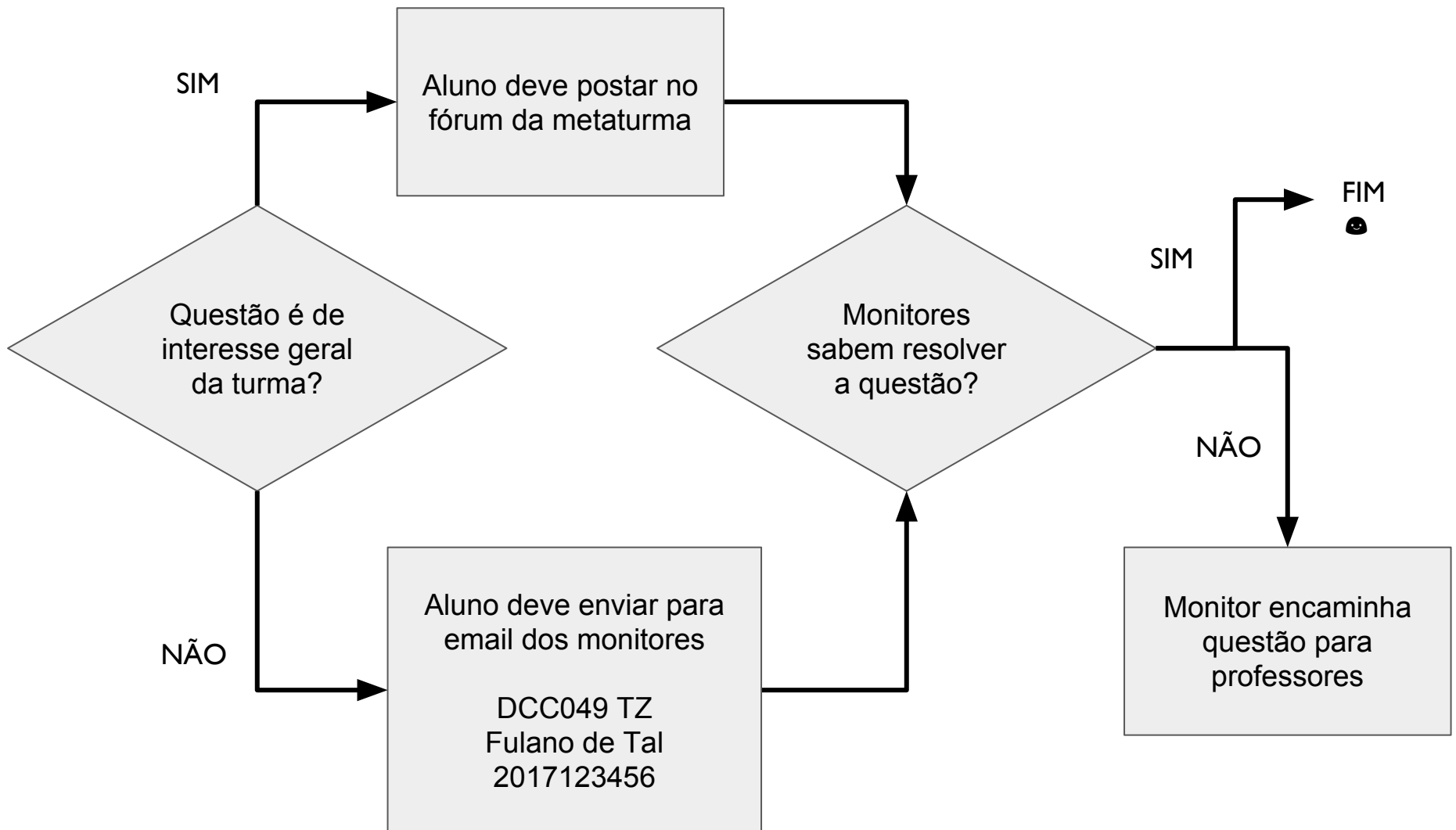
- Se $M \geq 60$:
 - **APROVADO**, presença lançada $\max(M, 75\%)$
 - Pode fazer **exame especial**, sem risco de diminuir nota
- Se $40 \leq M < 59$:
 - Se $P \geq 75\%$: exame especial, sob risco de diminuir nota
 - Se $P < 75\%$: **REPROVADO** por falta
- Se $M < 40$:
 - Se $P \geq 75\%$: **REPROVADO** por nota
 - Se $P < 75\%$: **REPROVADO** por falta

Comunicação com os professores

Regras do jogo

- Devido ao número de alunos inscritos, dúvidas, problemas com notas, etc, **serão tratadas apenas pelos monitores**
 - Questões de interesse geral, deverão ser postadas no fórum da **Metaturma do Moodle**
 - Questões de interesse de um único aluno, devem ser encaminhadas aos monitores; email deve incluir:
 - Código da disciplina e turma (e.g., DCC049 TZ)
 - Nome completo e matrícula
- Caso os monitores não consigam resolver, eles irão se comunicar com os professores

Regras do jogo



Aprendendo python

O que é python?

Python is an interpreted, object-oriented, high-level programming language with dynamic semantics. Its high-level built in data structures, combined with dynamic typing and dynamic binding, make it very attractive for Rapid Application Development, as well as for use as a scripting or glue language to connect existing components together. Python's simple, easy to learn syntax emphasizes readability and therefore reduces the cost of program maintenance (...)

Source: Python executive summary

O que é python?



Aprendendo python

(Se você já sabe usar python+numpy, ignore os próximos n slides)

- Notícia ruim: você **não** vai aprender python assistindo esta disciplina.
- Notícia boa:

**Você acaba de ganhar
duas semanas para
aprender python por
conta própria!**



○ que eu preciso aprender?

- Instalar o Anaconda (Python 3.x)
 - Se familiarizar com o jupyter notebook
 - ○ básico da linguagem
 - Declarar variáveis
 - Definir funções
 - Tipos como list, tuple, dict, set
 - Condições (if/else)
 - Laços (for/while)
 - Imprimir
 - Leitura e escrita em arquivo
 - Importar bibliotecas
 - Biblioteca numpy: declarar e manipular vetores e matrizes
 - Biblioteca matplotlib.pyplot: gerar gráficos simples
- Desafio:** tente implementar a eliminação de Gauss.

Perguntas e respostas

Perguntas e respostas

Q: Será cobrada presença?

A: Não e sim.

- Se o aluno ficar com média ≥ 60 antes do exame especial, será aprovado, independentemente do número de faltas.
Caso contrário, o número de faltas será considerado.

Perguntas e respostas

Q: Quem poderá fazer o exame especial?

- Alunos com nota entre 40 e 59 com presença $\geq 75\%$, sob o risco de diminuir a nota final.
- Alunos com nota ≥ 60 , sem o risco de diminuir a nota final.

Perguntas?