Bilder

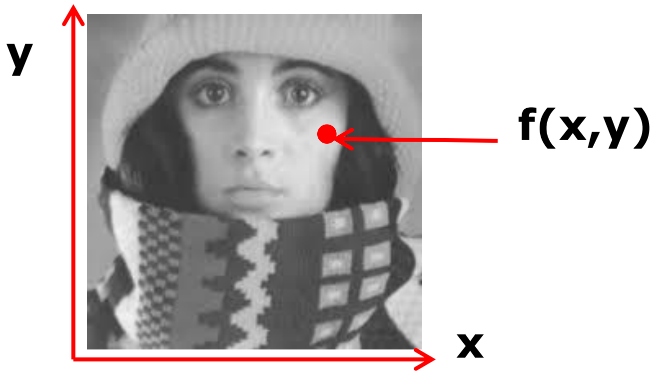
Ein Bild ist eine Abbildung von einem räumlichen Bereich S nach einem Bildbereich B d.h. eine stetige Funktion mehrerer Variablen :

$$f: S \rightarrow B \quad : \quad \mathbf{x} \in S \rightarrow f(\mathbf{x}) \in B \quad (\mathbf{x} \text{ ist ein Vektor ! })$$

Dabei ist $S \subset R^d$ oft ein d dimensionaler Bereich. Die Werte $f(\mathbf{x}) \in B \subset R$ stellen die Messwerte, z.B. Intensitäten dar.

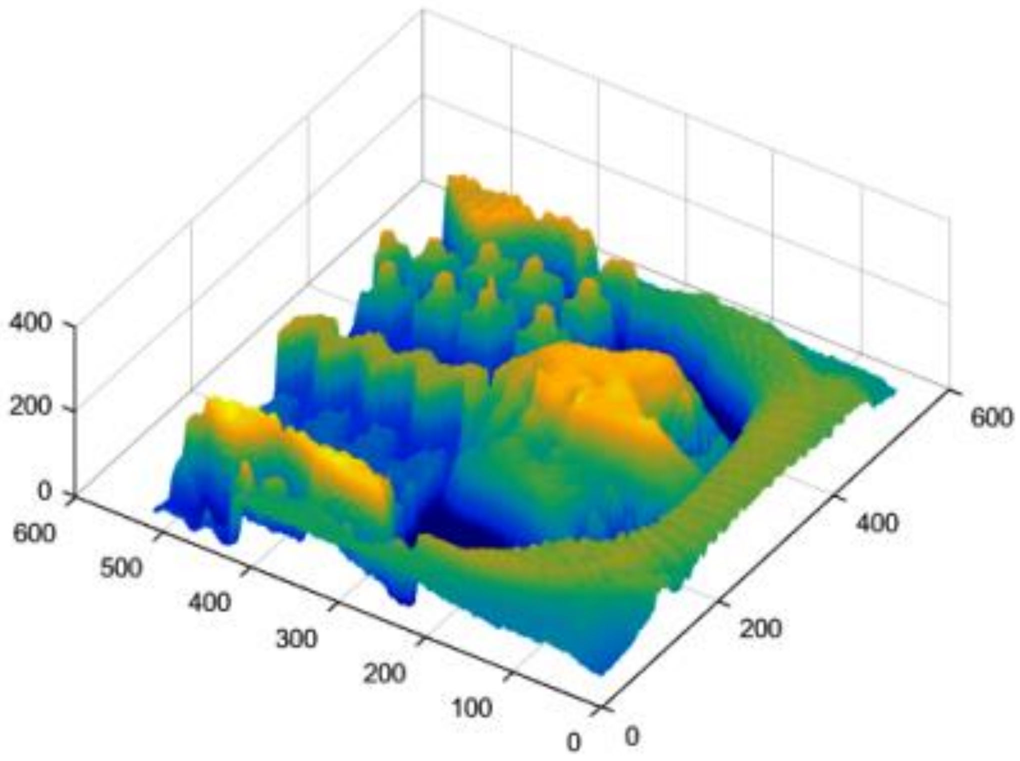
Ein Bild kann mehrere Kanäle enthalten wobei in diesem Fall jeder Kanal eine eigene Funktion über S darstellt.

Die Funktion f kann auch von weiteren Variablen abhängen, z.B. von der Zeit t bei Videosequenzen.



Dieses Bild ist zweidimensional. Die Basis im R^2 kann beliebig gewählt werden, ist aber oft wie hier.

Die Bild "Funktion" als 3D Plot



Das Bild ist eine kontinuierliche Verteilung von Werten über einem 2D Bereich.

Mehrdimensionale Bereiche hat man z.B. bei Videos, bei Bildern aus der konfokalen Mikroskopie, bei CT Scans usw.

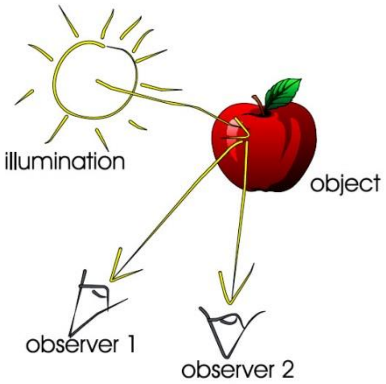
Die Messwerte können z.B. Intensitäten in einem Band aus dem elektromagnetischen Spektrum sein wie:
Farben, Gamma -Intensitäten, Infrarot- Intensitäten, Röntgen - Intensitäten usw.

Diese Werte können auch auf unterschiedliche Art zustande kommen, bzw. es können ganz unterschiedliche physikalische Vorgänge zugrunde liegen.

Alles bezeichnet man als "Bild".

Vorsicht !!

Oft unterstellt man aus unserer Gewohnheit, dass Bilder immer in dieser Art entstanden sind:

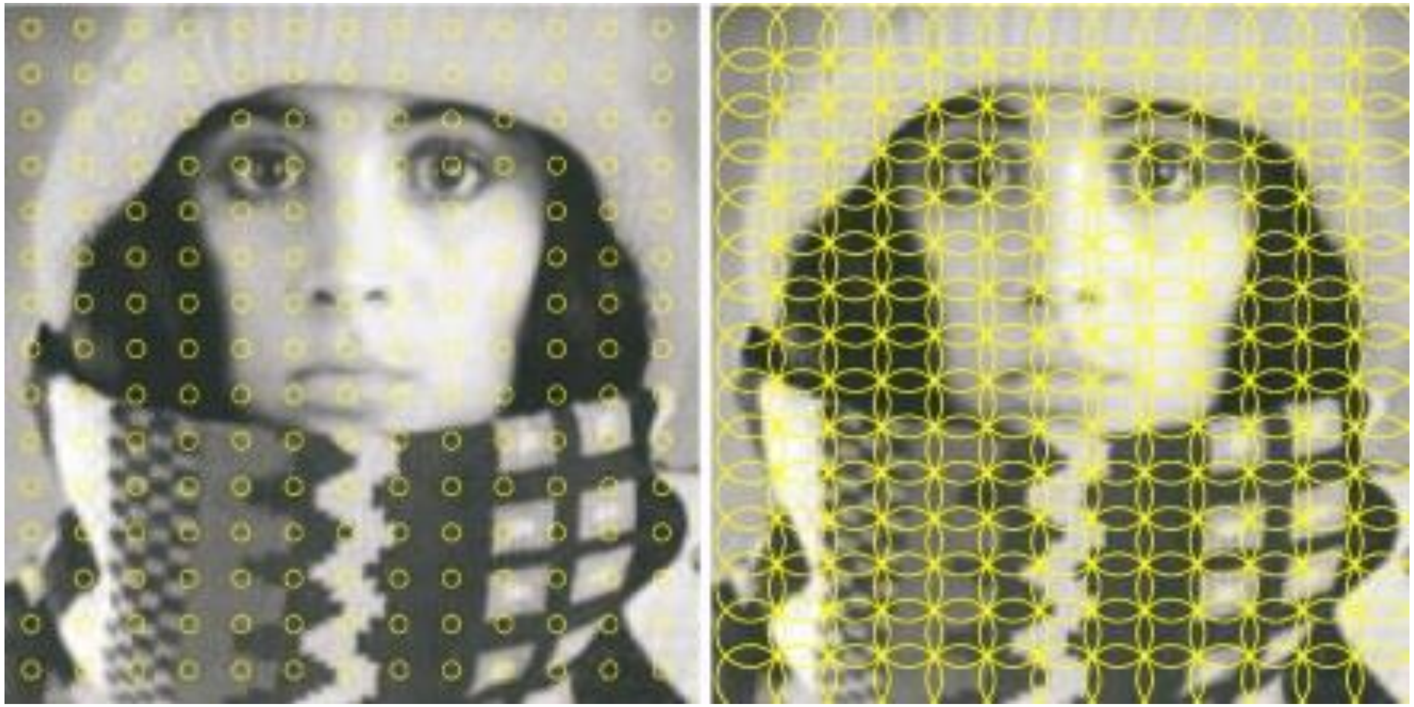


Das führt zu Fehlinterpretationen !

Wir beschränken uns in diesem Modul auf genau solche Bilder !

Ein Bild kann immer nur an endlich vielen Stellen mit Sensoren von endlicher räumlicher oder zeitlicher Ausdehnung gemessen werden.

Die Grösse des "Messflecks" und die Abstände der Messpunkte muss immer passend gewählt werden.



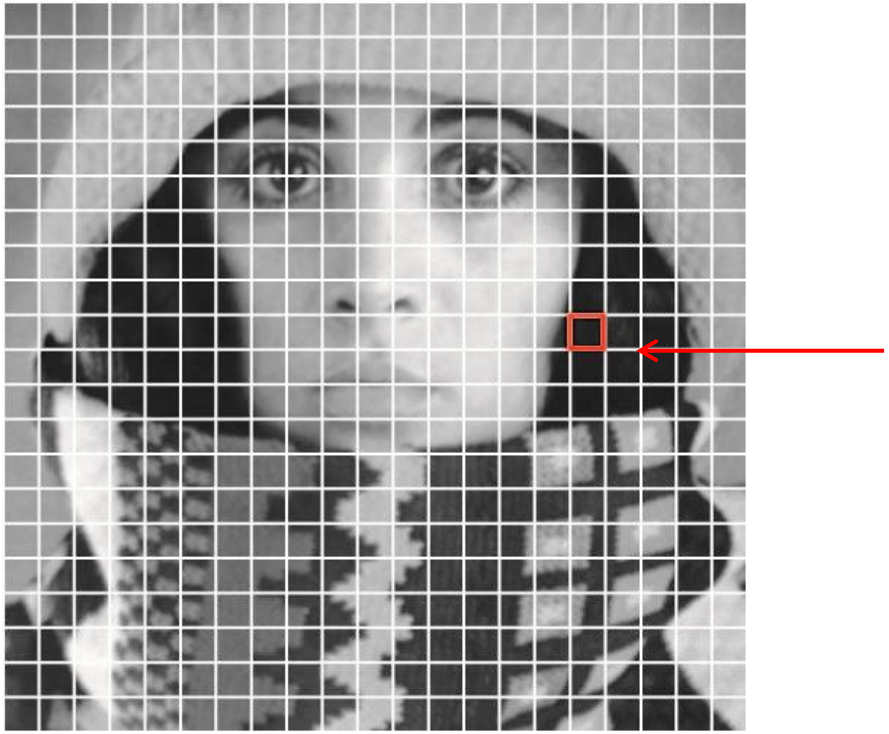
Hier gibt es Verluste und Überlapp. Innerhalb eines jeden Kreises wird nur ein Messwert erfasst. Die kontinuierlichen Werte werden integriert.

Diskretisierung

Um ein Bild im Computer verarbeiten zu können, muss es diskretisiert werden.

Spalten

Zeilen



Pixel
$f(x_i, y_j)$

Die Diskretisierung umfasst zwei Schritte:

- Diskretisierung des räumlichen Bereichs (Zeilen, Spaltern) -> Pixel
- Diskretisierung der über ein Pixel gemittelten Intensität

Räumliches Sampling

Durch räumliches Sampling wird der Bereich S diskretisiert. Das Bild ist jetzt eine Funktion $f : Z^d \rightarrow R$

Das Gitter der gesampelten Punkte G wird als Linearkombination der Gittervektoren $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \ldots, \mathbf{b}_d$ erzeugt:

$$G=\{k_1\mathbf{b}_1 + k_2\mathbf{b}_2 + \ldots + k_d\mathbf{b}_d \;\; | \; k_i \in Z \}$$

Jedes Tupel $(k_1, k_2, k_3, \ldots, k_d)$ beschreibt eindeutig einen gesampelten Punkt. Die Basisvektoren werden oft orthonormal gewählt.

Der Vektor $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3, \ldots, k_d)$ heisst der Indexvektor.

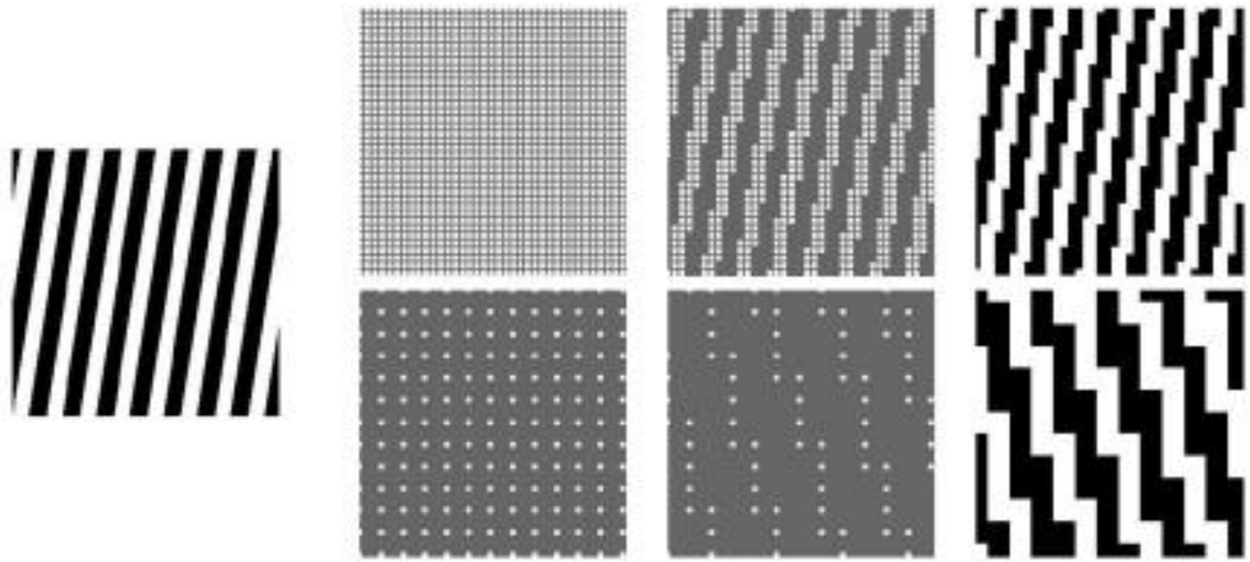
Da Bilder aber von endlicher Grösse sind, gibt es dazu den Grössenvektor $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3, \ldots, s_d)$

Der diskretisierte Bereich ist damit:

$$Z_S = \{ \mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3, \ldots, k_d) \in Z^d \mid 1 \leq k_i \leq s_i \}$$

Die Wahl des Gitters ist nichttrivial. Sie muss so erfolgen, dass keine Information verloren geht. Diese Details behandelt die Signaltheorie, welche hier in diesem Modul nicht vorkommen wird.

Original 256 x 256 | Gitter | Sampling | Rekonstruktion



Sampeldistanz 8

Sampeldistanz 22

Sampling des Bildbereichs

Auch die kontinuierlichen Werte aus dem Bildbereich müssen gesampelt werden. In Grauwertbildern ist das die Helligkeit, welche oft im Bereich $0 \leq h \leq 255$ liegt.

Diese Werte sind immer positiv und auf einen festen Bereich beschränkt. Sie werden typisch mit 8, 12 oder 24 Bit als Integerwerte codiert.

Man hat heute auch 32 Bit Fliesskommawerte. Dabei ist 0.0 schwarz und 1.0 weiss.

Farbbilder werden in Kanäle getrennt und jeder Kanal wird für sich gesampelt.

Gibt es nur zwei Intensitätswerte, z.B. 0 und 1 , nennt man das Bild ein Binärbild.

Bildarithmetik

Hat man Bilder über demselben Bereich S , z.B. f,g: R^2 -> R und diskretisiert über demselben Bereich, dann kann man sie z.B. Punktweise addieren und damit ein neues Bild erzeugen:

$H(\mathbf{k}) = F(\mathbf{k}) + G(\mathbf{k})$ für alle $k \in Z^2$ F,G sind die diskreten Bilder f,g

Es muss beachtet werden, dass dadurch der zulässige Intensitätsbereich nicht überschritten wird.

Es sind Addition, Subtraktion und Multiplikation üblich (siehe später:Punktoperationen)