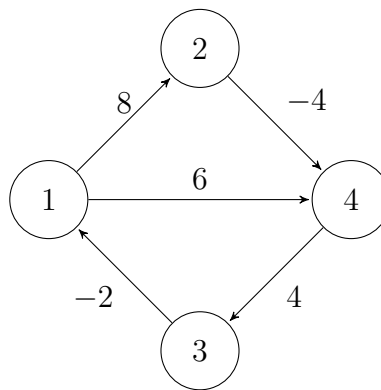


# Examen Teórico 2

## Análisis y Diseño de Algoritmos

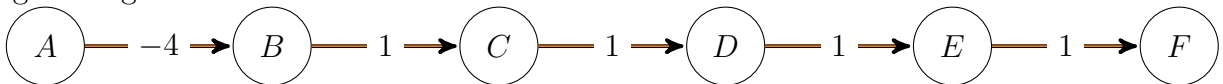
22 de Junio del 2020

**Ejercicio 1 (6 ptos).** Considere el siguiente grafo



- (a) Ejecute el algoritmo  $O(n^3 \lg n)$  visto en clase para encontrar caminos mínimos entre todos los pares. Debe mostrar todas las matrices intermedias
- (b) Ejecute el algoritmo  $O(n^3)$  visto en clase para encontrar caminos mínimos entre todos los pares. Debe mostrar todas las matrices intermedias.

**Ejercicio 2 (3 ptos).** Suponga que queremos encontrar las distancias desde el nodo  $A$  en el siguiente grafo:



Señale un orden de procesamiento de las aristas en donde el algoritmo de Bellman-Ford tarda 5 iteraciones en encontrar las distancias correctas. Señale un orden de procesamiento de las aristas en donde el algoritmo de Bellman-Ford tarda 1 iteración en encontrar las distancias correctas. Justifique brevemente.

**Ejercicio 3 (3.5 ptos).** Dado un árbol  $T$  (grafo conexo sin circuitos, no dirigido y sin pesos en las aristas), un vértice  $s$  y un conjunto  $R \subseteq V(T)$ , decimos que una hoja  $v$  (vértice de grado uno diferente de  $s$ ) de  $T$  es  $k$ -alcanzable desde  $s$ , si el (único) camino desde  $s$  hacia  $v$  contiene como máximo  $k$  vértices en  $R$ . Diseñe un algoritmo **eficiente** ( $O(|V(G)|)$ ) que recibe un árbol  $G$ , un vértice  $s$  en  $G$ , un conjunto  $R \subseteq V(G)$ , un entero  $k$  y encuentra todas las hojas  $k$ -alcanzable desde  $s$  en  $G$ .

**Ejercicio 4 (3.5 ptos).** La operación  $\text{HEAP-DELETE}(A, i)$  elimina el ítem en el nodo  $i$  de un heap  $A$ . Muestre una implementación  $O(\lg n)$  de  $\text{HEAP-DELETE}$  cuando  $A$  es un max-heap con  $n$  elementos. Justifique el tiempo de ejecución. Obs: puede usar como caja negra las operaciones de heap dadas en clase.

**Ejercicio 5 (4 ptos).** Muestre el valor del vector **dist** en cada iteración del algoritmo de Dijkstra, a partir del nodo  $A$ , y suponiendo que los vecinos de un vértice son procesados en orden alfabético. Muestre también el árbol de parentesco generado.

