

5. $T(n) = 2T(\lfloor n/2 \rfloor) + n$ es $\Theta(n \lg n)$

• Probar que es $O(n \lg n)$

$$\hookrightarrow T(k) \leq c k \lg k$$

$$T(n) \leq 2c(\lfloor n/2 \rfloor \lg(\lfloor n/2 \rfloor)) + n$$

$$\leq 2c(n/2 \lg(n/2)) + n$$

$$\leq cn \lg(n/2) + n$$

$$\leq cn \lg n - \underbrace{cn + n}_{\text{sale}}$$

$$-cn + n \leq 0$$

$$cn \geq n$$

$c \geq 1$ cierra la inducción

$$T(n) = O(n \lg n)$$

• Probar que es $\Omega(n \lg n)$

$$T(k) \geq c k \lg k$$

$$T(n) \geq 2c(\lfloor n/2 \rfloor \lg(\lfloor n/2 \rfloor)) + n$$

$$\geq 2c(n/2 \lg(n/2)) + n$$

$$\geq cn \lg n - \underbrace{cn + n}_{\text{sale}}$$

$$-cn + n \geq 0$$

$$n \geq cn$$

$$1 \geq c$$

$$T(n) = \Omega(n \lg n)$$

$1 \geq c$ cierra la inducción

$$T(n) = O(n \lg n) \wedge T(n) = \Omega(n \lg n) \rightarrow T(n) = \Theta(n \lg n)$$