

Upsolving Examen Teórico 1

Análisis y Diseño de Algoritmos

22 de Junio del 2020

Ejercicio 1 (1 pto). Sea $A[1..n]$ un arreglo de n números distintos. Si $i < j$ y $A[i] > A[j]$, entonces (i, j) es llamado una *inversión* de A . Suponga que los elementos de A son una permutación aleatoria uniforme de $1, 2, \dots, n$. Calcule el número esperado de inversiones en A . Justifique usando el concepto de esperanza y variable aleatoria. (Pista: defina variables indicadoras para cada par de índices).

Ejercicio 2 (3 ptos). Sea \mathcal{I} un conjunto de n intervalos en la recta real. Decimos que un subconjunto $X \subseteq \mathcal{I}$ de intervalos *cubre* \mathcal{I} si la unión de todos los intervalos en X es igual a la unión de todos los intervalos en \mathcal{I} .

Queremos diseñar un algoritmo voraz para encontrar el conjunto más pequeño de intervalos que *cubre* \mathcal{I} . Por ejemplo, en la siguiente figura, el número pedido es 7.



- (a) Mencione cual es la elección voraz
- (b) Escriba el pseudocódigo (no código) de su algoritmo voraz. Indique claramente qué recibe y qué devuelve su algoritmo. El algoritmo debe ser recursivo.
- (c) Demuestre que su elección voraz es correcta. Enuncie a modo de lema y demuestre que su lema es correcto.
- (d) Demuestre que su algoritmo tiene subestructura óptima. Enuncie a modo de lema y demuestre que su lema es correcto.

Deberá utilizar la siguiente notación.

Para los intervalos: $\mathcal{I} = \{[s_1, t_1], [s_2, t_2], \dots, [s_n, t_n]\}$, donde $[s_i, t_i]$ es un intervalo con punta inicial s_i y punta final t_i . Para soluciones devueltas por el algoritmo o utilizadas en las demostraciones: variables X, Y, Y', X' .

Pista: ordene previamente sus intervalos según algún criterio (o considere que recibe los intervalos ordenados según ese criterio).