課題８－１の解答例

一般に目的地の点の集合を T としたとき以下のように定式化できる．

有向スタイナー木問題

入力: 有向グラフ $G=(V,E)$, 非負の枝重み $w: E \to \mathbb{Z}_+$, 始点 $s \in V$，目的地点の集合 $T \subseteq V \setminus \{s\}$. $k=|T|$ とする．

実行可能解: 点 s を根とする G の有向 F で目的地点をすべて含むもの．F は G の全域木である必要はない．端点は T の葉である必要もない．

目的: 枝重み和 $\sum_{e \in E(F)} w(e)$ の最小化.

演習課題の整数 IP への定式化の例

整数変数

$$x_{u,v} \in \{0,1\}, \qquad \forall (u,v) \in E,$$

$$f_{u,v} \in [0,k], \qquad \forall (u,v) \in E,$$

制約式

$$\sum_{(s,v)\in E} f_{s,v} = k, \tag{1}$$

$$\sum_{(v,s)\in E} f_{v,s} = 0, \tag{2}$$

$$\sum_{(v,t)\in E} f_{v,t} - \sum_{(t,v)\in E} f_{t,v} = 1, \qquad \forall t \in T, \tag{3}$$

$$\sum_{(u,v)\in E} f_{u,v} - \sum_{(v,u)\in E} f_{v,u} = 0, \qquad \forall v \in V \setminus T \cup \{s\}, \tag{4}$$

$$k \cdot x_{u,v} \geq f_{u,v}, \qquad \forall (u,v) \in E, \tag{5}$$

目的関数

$$\sum_{e=(u,v)\in E} w(e) x_{u,v} \to \text{最小}.$$