

【課題 1 2 - 1】 改行位置決定問題に次の条件を付加した問題を動的計画法で解くための部分問題の定義, 境界条件, 再帰式の導出を行え.

「スペース幅が基準値 $s > 0$ から 30% 以上外れる行 (違反行) の個数が K 以下」 (条件を満たすレイアウトが存在しないこともある).

【解答例】

部分問題の定義:

$1 \leq i \leq n, 0 \leq k \leq K$ に対し

$f^*(i, k) \triangleq$ 「 w_i, w_{i+1}, \dots, w_n を丁度 k 個の違反行を作ってレイアウトしたときの最小コスト」と定義する.

元の問題の最適値は $\min\{f^*(1, k) \mid 0 \leq k \leq K\}$ で与えられる.

再帰式の導出

$1 \leq i \leq n, 0 \leq k \leq K$ に対し, 以下の場合分けを行う.

$w_i, w_{i+1}, \dots, w_j, (j < n)$ で一行を作り, この行が違反行にならないとき;

$k \geq 1$ で, $w_i, w_{i+1}, \dots, w_j, (j < n)$ で一行を作り, この行が違反行となるとき;

$k = 0$ で, w_i, w_{i+1}, \dots, w_n で一行を作り, この行が違反行にならないとき;

$k = 1$ で, w_i, w_{i+1}, \dots, w_n で一行を作り, この行が違反行となるとき.

以上より以下を得る.

境界条件:

$$f^*(n, k) = \min \begin{cases} c(n, n), & k = 0, s - s(n, n) < 0.3s \\ c(n, n), & k = 1, s - s(n, n) \geq 0.3s \\ \infty, & \text{上記以外.} \end{cases}$$

再帰式:

$i = 1, 2, \dots, n-1, k = 0, 1, \dots, K$ に対し,

$$f^*(i, k) = \min \begin{cases} c(i, j) + f^*(j+1, k), & i \leq j < n, |s - s(i, j)| < 0.3s \\ c(i, j) + f^*(j+1, k-1), & k \geq 1, i \leq j < n, |s - s(i, j)| \geq 0.3s \\ c(i, n), & k = 0, s - s(i, n) < 0.3s \\ c(i, n), & k = 1, s - s(i, n) \geq 0.3s \\ \infty, & \text{上記以外.} \end{cases}$$