

最適化

永持仁, 山下信雄, 原口和也

授業計画

前半：

非線形最適化

* 線形計画の関数を非線形関数に拡張

担当：山下

後半

組合せ最適化

* 線形計画の変数を整数に限定

担当：永持，原口

例年の成績評価

山下担当分：

情報学科学生： 定期テスト50点

経営管理学生： レポート25点，
定期テスト25点

教科書(山下担当分)

福島雅夫,

「数理計画入門」, 4章, 朝倉書店, 2011



数理最適化，数理計画

[最適化問題]

ある条件をみたす候補の中から，ある目的にとって最適なものを見つける問題．

例：最も安く(速く)東京に行く方法を見つける。

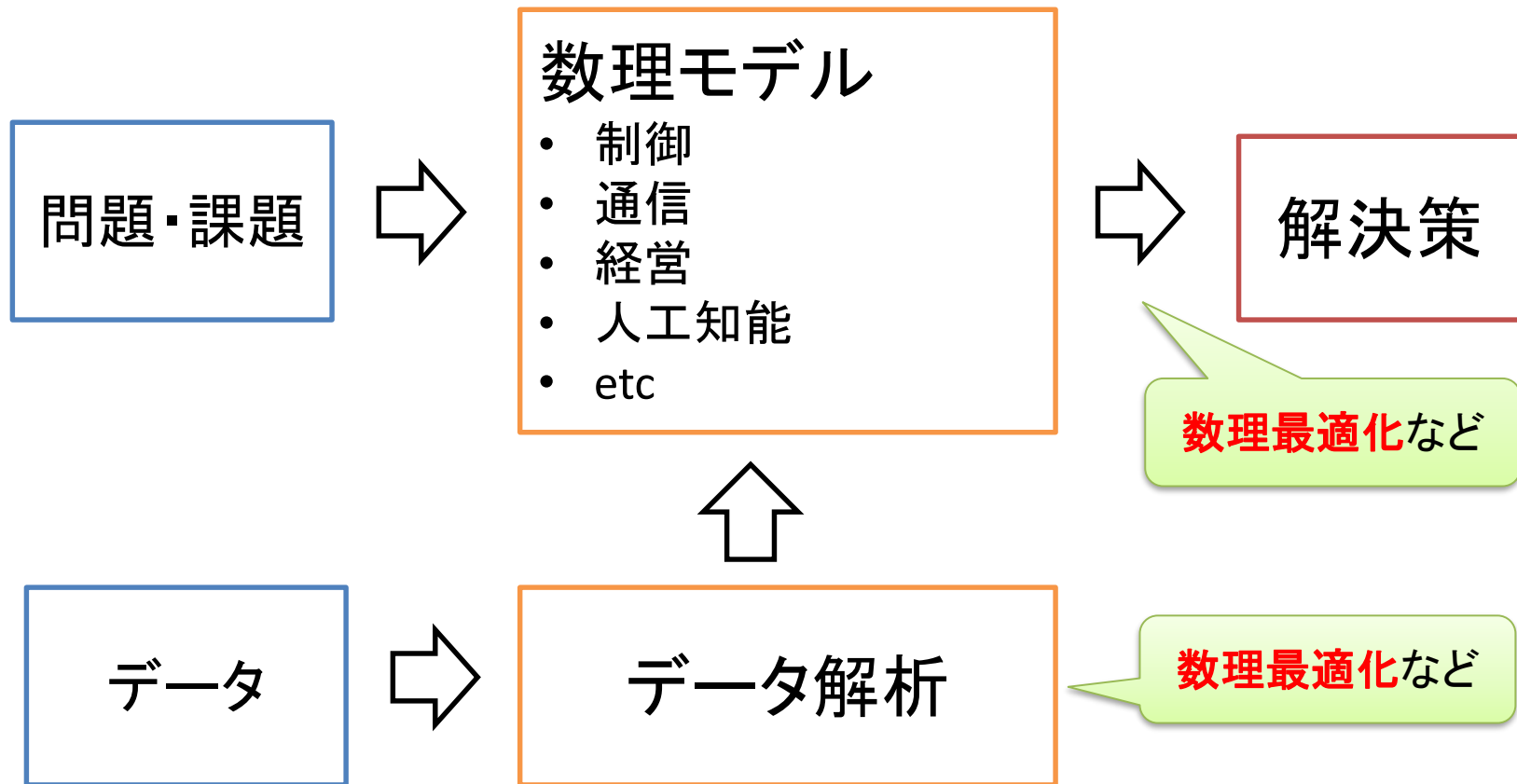
[数理最適化問題]

「ある条件」および「ある目的」を数式や関数を使って表された最適化問題．

[数理計画法]

数理計画問題の理論的性質を解明し，効率の良い解法を与える方法論

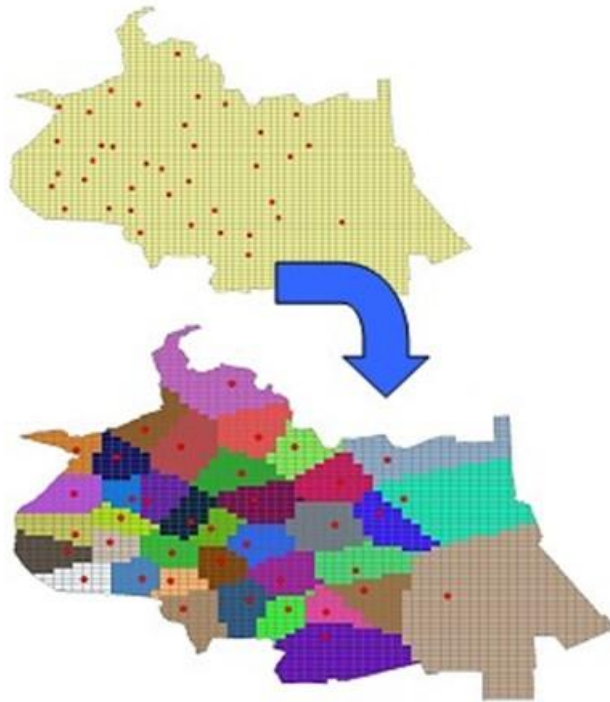
問題解決と最適化



施設配置問題

各施設の容量と限界距離を条件に、
低コストで、小・中学校を統廃合する。

品川区



NTTデータ数理システムHPより

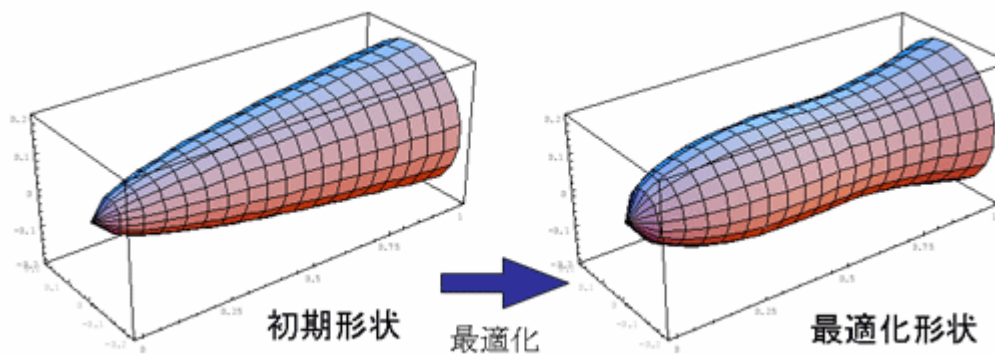
形状設計問題



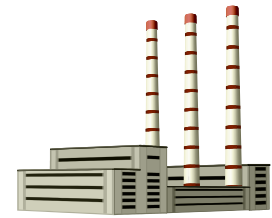
N700系の設計

目的: トンネル出口での騒音の最小化

条件: 全長, 乗員数, etc



起動停止計画問題



I 個の発電機のある期間($t=1, \dots, T$)における
総発電コスト(燃料費+起動費)が最小となる
 計画および発電量を決定する問題

決定変数

$p_{it} \in \mathbb{R}$: 発電量

$u_{it} \in \{0, 1\}$: 起動停止計画
 (0 : 停止, 1 : 運転)

定数

S_i : 起動費

D_t : 需要

R_t : 予備力

p_i^{\max} : 最大発電量

p_i^{\min} : 最小発電量

$$\min \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T \{ \underbrace{u_{it} f_i(p_{it})}_{\text{燃料費}} + \underbrace{u_{it}(1 - u_{i,t-1}) S_i}_{\text{起動費}} \}$$

(二次関数) (時刻 t で起動時のみ必要)

$$\text{s.t. } D_t = \sum_{i=1}^I p_{it}, \quad \forall t$$

需要を満たす

$$R_t \leq \sum_{i=1}^I u_{it} (p_i^{\max} - p_{it}), \quad \forall t$$

予備電力を確保

$$u_{it} p_i^{\min} \leq p_{it} \leq u_{it} p_i^{\max}, \quad \forall t, \forall i$$

最小運転/停止時間制約, $\forall i$

一度起動したらしばらくは運転!

非線形な混合整数計画問題
 (連続変数: $I \times T$ 個, 0-1変数: $I \times T$ 個)
 \Rightarrow 大規模になると
 厳密に解くのは困難

ポートフォリオ最適化

資産の数: n

ポートフォリオ: $x = (x_1, \dots, x_n)^\top$

目的: リスク $\sigma(x)$ の最小化

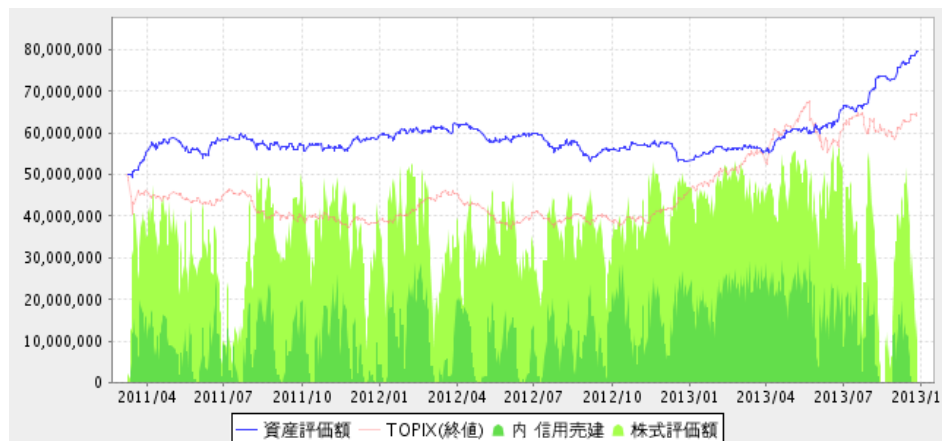
条件: 期待リターン $R(x)$ の確保

$$\min \sigma(x)$$

$$\text{s.t. } R(x) \geq \bar{r}$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$



人工知能，機械学習

- クラス判別
 - サポートベクターマシン(座標降下法)
 - ニューラルネットワーク(確率的勾配法)
- 予測(回帰関数)
 - ガウス回帰
 - サポートベクター回帰(座標降下法)
 - ニューラルネットワーク(確率的勾配法)
- クラスタリング
 - 混合モデル(EMアルゴリズム)