

最適化（後半） 第8回

講義資料と課題

離散最適化問題

目的関数: 利潤(あるいは費用)

objective function

入力データの
組合せ構造

問題の入力

an input instance

実行可能解: 答えとして要求される条件
(制約条件)を満たすもの

実行可能解の集合

the set of feasible solutions

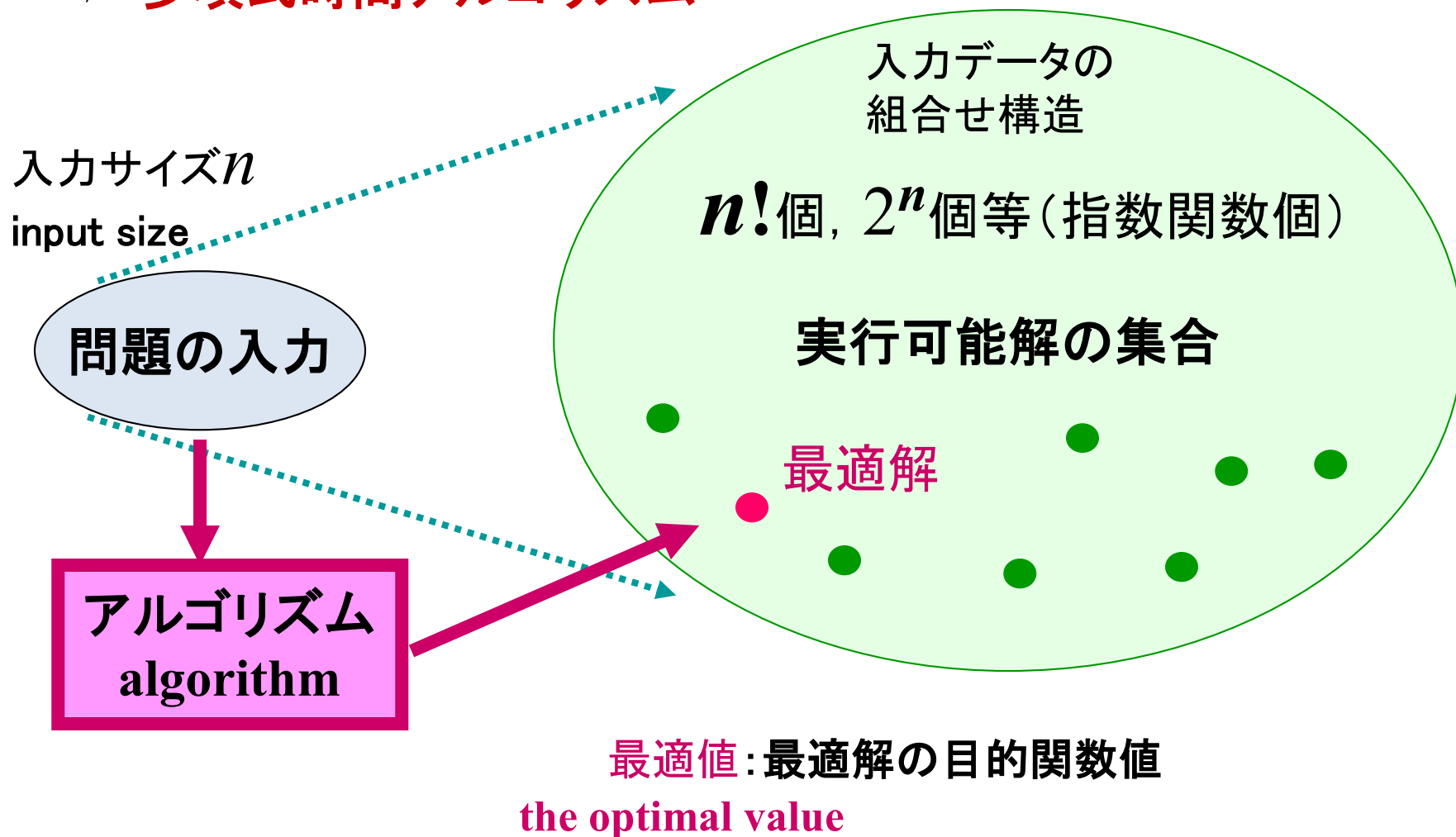
最適解: 目的関数を最大(最小)にする実行可能解

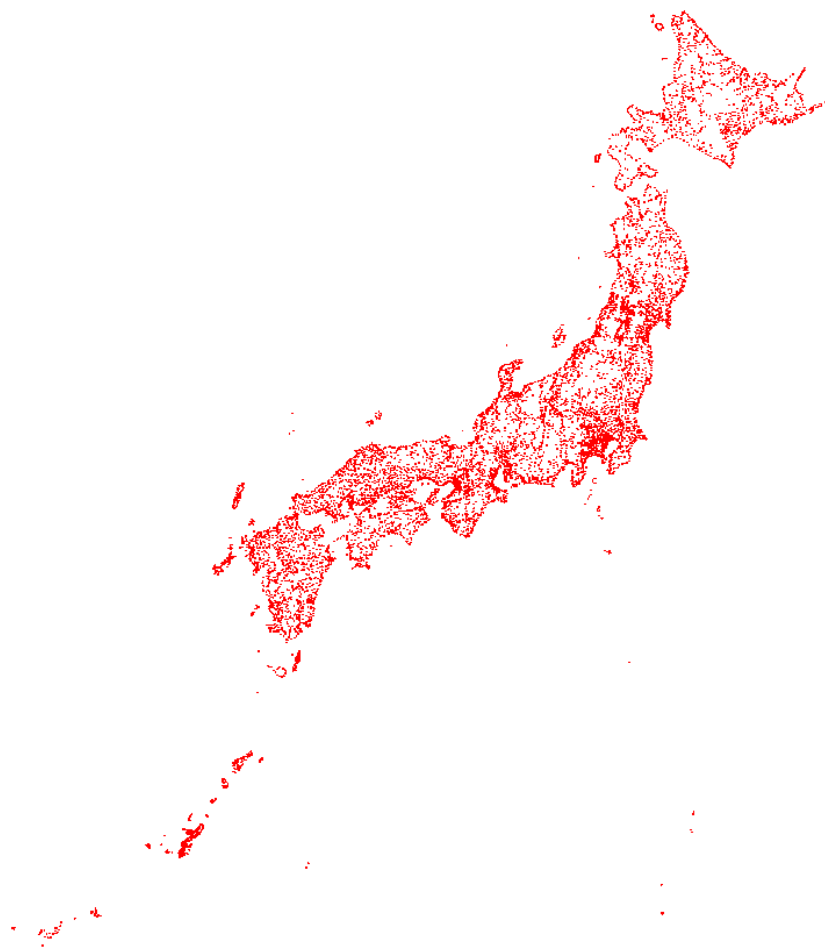
an optimal solution (the optimal value)

離散最適化問題を解くアルゴリズム

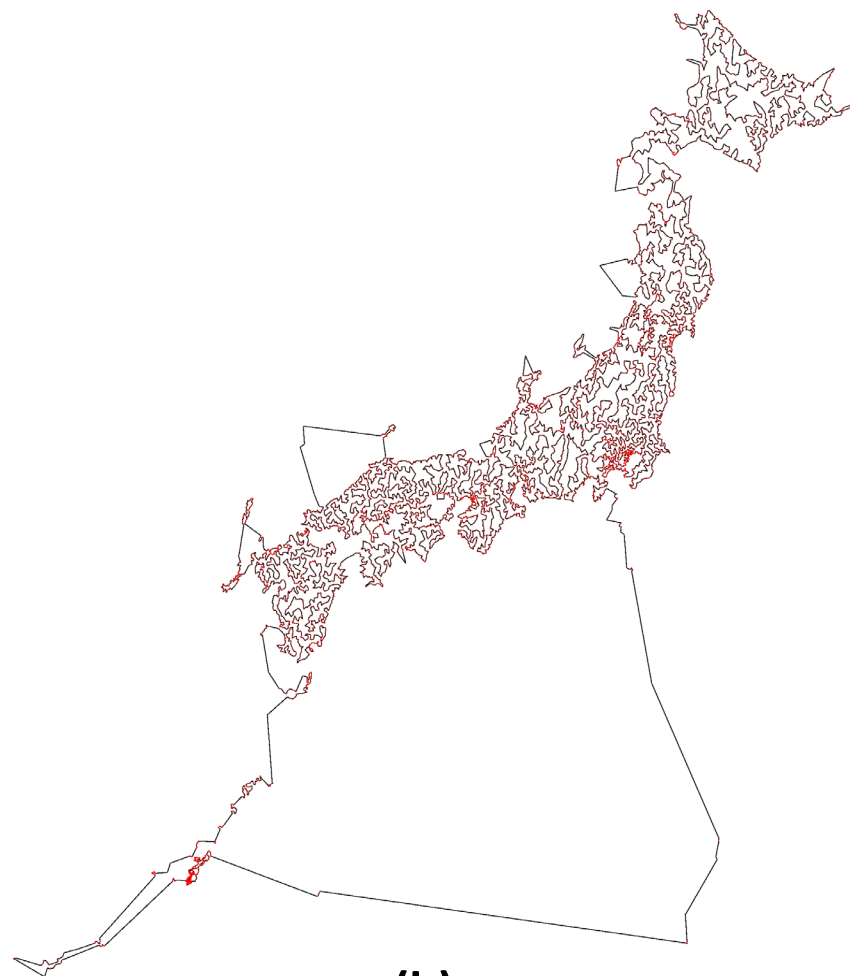
- ・計算ステップ数が常に n の多項式で抑えられるものが望ましい
($O(n)$, $O(n^2)$, $O(n\log n)$ 等)

⇒ **多項式時間アルゴリズム**





(a)



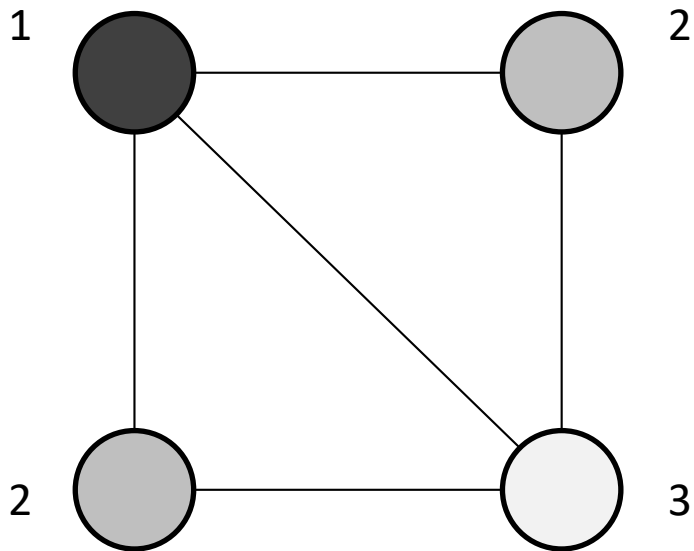
(b)

(a) 日本において人口の密集した9847地点の座標 (b) 最適な巡回路

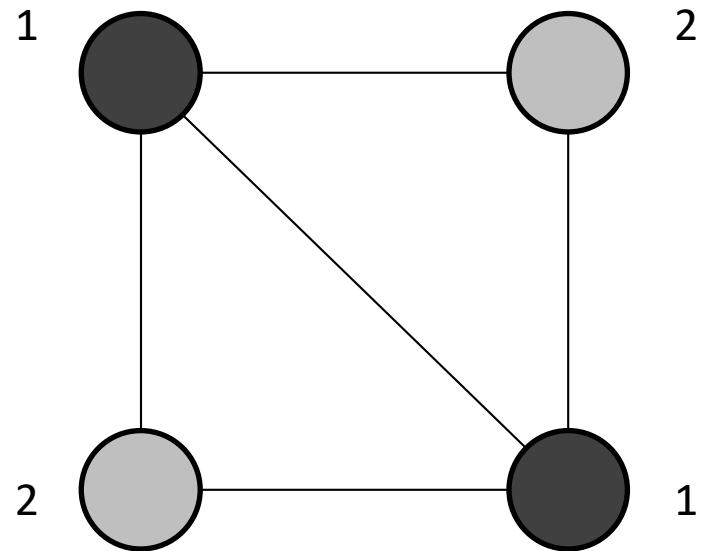
転載元: (a) <http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/world/japoints.html>

(b) <http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/world/jatour.html>

2020年9月1日アクセス確認



(a) 実行可能な彩色



(b) 実行不可能な彩色

グラフ彩色問題における彩色の例(節点の番号は色を表す)

クラスNP-完全

クラスNP

クラスP

【最小木問題】
【最短路問題】
【最大フロー問題】
【最小カット問題】
【行列積】
⋮

【グラフ同型性問題】
【合成数判定問題】

クラスNP-完全

【分割問題】
【巡回セールスマン問題】
【最長路問題】
【ナップサック問題】
⋮

多項式アルゴリズムで解ける問題のクラス

NPの中で最も計算困難度が高い問題：
NP-完全のどれかの問題が多項式アルゴリズムをもてば
他のすべてのクラスNPの問題も多項式で解ける [S.A.Cook, 1971]
本質的にすべての解の候補を調べなくては問題が解けない
「**多項式アルゴリズムが存在しない**」であろう。