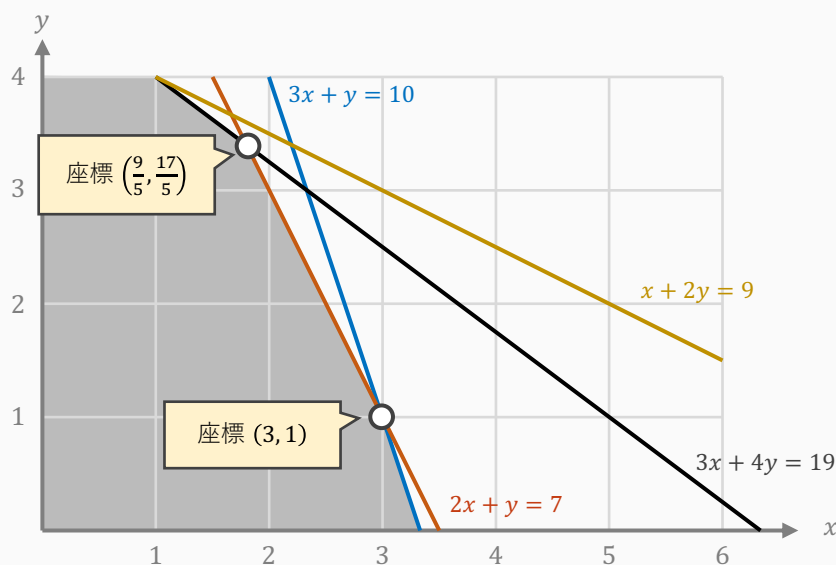
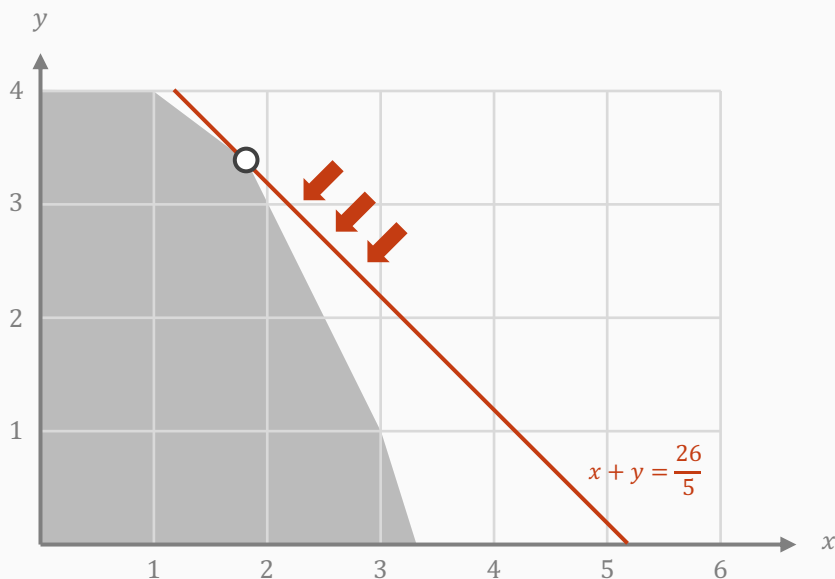


問題 5.5.1

首先，將 $3x + y = 10$, $2x + y = 7$, $3x + 4y = 19$, $x + 2y = 9$ 的圖畫在同一座標平面上，如下圖所示。灰色區域表示問題中四個條件全部滿足的區域。

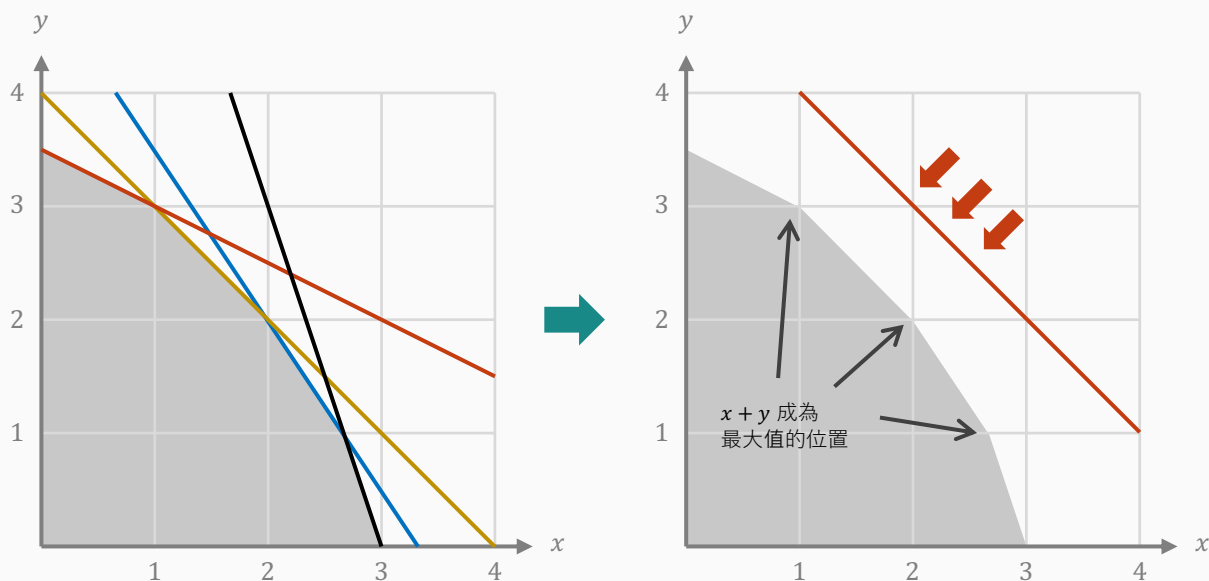


因此，將直線 $x + y = a$ 逐步向下移動吧（將 a 減少看看）。如此一來，由於當 $a = 26/5$ 時首次碰到灰色區域，因此 $x + y$ 的最大值為 $26/5$ 。



問題 5.5.2

在線性規劃問題中， $x + y$ 在兩條直線的交點為最大值。其原因為，滿足條件的部分（相當於下圖的灰色區域）只會在兩條直線的交點處發生轉折。。



因此，可以透過以下演算法求出答案。注意，限制條件中保證在 x, y 為正實數時取最大值。（若非如此，則可能會出現最大值為無限大的情況，需要另外區分）

對於所有整數組 $(i, j) [1 \leq i < j \leq N]$ 進行以下操作：

- 求出直線 $a_i x + b_i y + c_i$ 和直線 $a_j x + b_j y = c_j$ 的交點
- 判斷是否 N 個條件式全部滿足

在滿足條件的交點中， $(x \text{ 座標}) + (y \text{ 座標})$ 的值最大的即為答案。

另外，直線 $a_i x + b_i y + c_i$ 和直線 $a_j x + b_j y = c_j$ 的交點可透過以下方法求得：

- $a_i b_j = a_j b_i$ 時：兩條直線平行（不相交）
- $a_i b_j \neq a_j b_i$ 時：交點的座標如下（使用本書未探討之聯立方程式即可導出，有興趣的讀者可以自行調查）

$$\left(\frac{c_i b_j - c_j b_i}{a_i b_j - a_j b_i}, \frac{c_i a_j - c_j a_i}{b_i a_j - b_j a_i} \right)$$

因此，撰寫如下程式即可獲得正解。函數 `check(x, y)` 會在實數組 (x, y) 滿足 N 個條件式全部時回傳 `true`，否則回傳 `false`。

這段程式呼叫 `check` 函數 $O(N^2)$ 次，由於 `check` 函數的計算複雜度為 $O(N)$ ，因此程序的總計算複雜度為 $O(N^3)$ 。

```
#include <iostream>
using namespace std;

int N;
double A[509], B[509], C[509];

bool check(double x, double y) {
    for (int i = 1; i <= N; i++) {
        if (A[i] * x + B[i] * y > C[i]) return false;
    }
    return true;
}

int main() {
    // 輸入
    cin >> N;
    for (int i = 1; i <= N; i++) cin >> A[i] >> B[i] >> C[i];

    // 將交點進行全搜尋
    double Answer = 0.0;
    for (int i = 1; i <= N; i++) {
        for (int j = i + 1; j <= N; j++) {
            // 不具有交點時
            if (A[i] * B[j] == A[j] * B[i]) continue;

            // 求出第 i 條直線（條件式的邊界）與第 j 條直線（條件式的邊界）的交點
            double px = (C[i] * B[j] - C[j] * B[i]) / (A[i] * B[j] - A[j] * B[i]);
            double py = (C[i] * A[j] - C[j] * A[i]) / (B[i] * A[j] - B[j] * A[i]);
            bool ret = check(px - 0.00000001, py - 0.00000001);
            if (ret == true) {
                Answer = max(Answer, px + py);
            }
        }
    }

    // 輸出答案
    printf("%.12lf\n", Answer);
    return 0;
}
```

※ Python等原始碼請參閱 chap5-5.md。