2.4 節末問題 2.4 的解答

問題 2.4.1

答案如下。另外，用大 O 記法表示的值，是透過「刪除最重要的項後，再去掉常數倍（如 $7N^2$ 中 7 的部分）」這樣的操作而求得的（→**2.4.8項**）。。

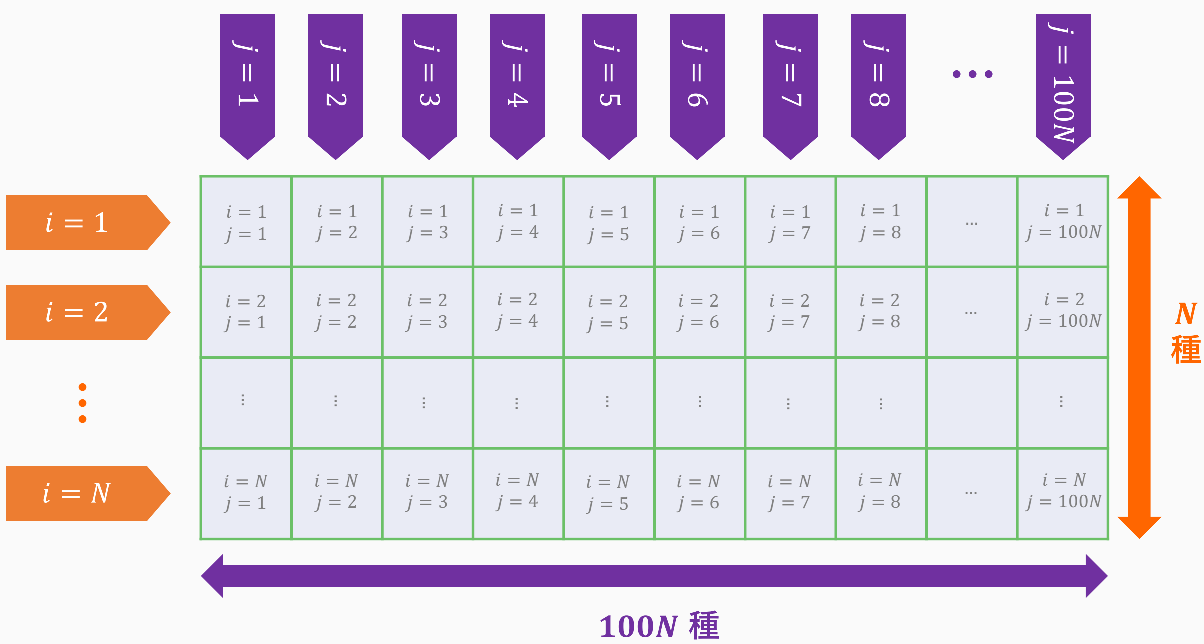
1. $T_1(N) = O(N^3)$
2. $T_2(N) = O(N)$
3. $T_3(N) = O(2^N)$
4. $T_4(N) = O(N!)$

問題 2.4.2

這個程式執行二重迴圈，每個變數的取值如下：

- 變數 `i`：$1, 2, 3, \ldots, N$ 的 N 種值
- 變數 `j`：$1, 2, 3, \ldots, 100N$ 的 $100N$ 種值

因此，總迴圈次數為 $N \times 100N = 100N^2$ 次，也就是說計算複雜度是 $O(N^2)$。另外，迴圈次數用乘法表示的原因，將變數 `i` 和 `j` 的取值方式排列成一個矩形（→**2.4.5項**）。的話即可容易理解。



問題 2.4.3

為了確認 $\log_2 N$ 和 $\log_{10} N$ 之間只有常數倍的差異，我們可以將 $\log_2 N$ 除以 $\log_{10} N$ 。根據底數轉換公式（→**2.3.10項**），下式會成立。

$$\frac{\log_2 N}{\log_{10} N} = \frac{\log_2 N}{\log_2 N \div \log_2 10} = \log_2 10 \fallingdotseq 3.32$$

因此，可知 $\log_2 N$ 是 $\log_{10} N$ 的約 3.32 倍。這也是在用大 O 記法表示對數時，使用如 $O(\log N)$ 而省略底數表示的一個原因。

問題 2.4.4

答えは以下のようになります。なお、は と同じ意味です答案如下。另外， $N \log N$ 的意思與 $N \times \log N$ 相同。

計算次數	$N \log N$	N^2	2^N
10^6 次以內	$N \leq 60000$	$N \leq 1000$	$N \leq 20$
10^7 次以內	$N \leq 500000$	$N \leq 3000$	$N \leq 23$
10^8 次以內	$N \leq 4000000$	$N \leq 10000$	$M \leq 26$
10^9 次以內	$N \leq 40000000$	$N \leq 30000$	$N \leq 30$

問題 2.4.5

由於 N 增加 2 時，執行時間大約增加 9 倍，因此計算複雜度應該是 $O(3^N)$ 。另外，由於 $O(N \times 3^N)$ 或 $O(10^{N/2})$ 也不會不自然，因此可以作為另一個解答。

N	14	16	18	20
實行時間	0.049 秒	0.447 秒	4.025 秒	36.189 秒

9.12 倍　9.00 倍　8.99 倍

問題 2.4.6

直覺的做法是以 “a” → “aardvark” → “aback” → “abalone” → “abandon” → 這樣的方式，從前面記載的單字開始一個一個搜尋。然而，當單字數為 N 的時候步驟數最差情況是 N 次，若 $N = 100000$，對人類來說幾乎不可能。因此，如果使用例如以下的方法，可以更有效率（→**2.4.7項**）。

> 重複進行「查看目前考慮範圍中間的單字，然後檢查在它之前還是之後」。
> 下圖顯示了當單字數為 100000 個時的步驟示意圖。

這是很類似二元搜尋法的方法，只需 $\lceil \log_2 N \rceil$ 個步驟即可找到目標單字。
另外，實作中，尋找例如「第 50000 個單字在哪裡」這樣的問題也很麻煩，因此，在一開始的問題中，與大致中央頁面的單字進行比較即可。大家在使用字典查單字時，不妨嘗試使用二元搜尋法。