5.6 節末問題 5.6 的解答

問題 5.6.1 (1), (2), (3)

使用 2 枚、 1 枚、 0 枚 500 日圓硬幣時， 100 日圓硬幣和 50 日圓硬幣合計金額分別為 0 日圓、 500 日圓、 1000 日圓。

因此， 各種情況下的支付方法數量如下圖所示。

500 日圓硬幣 2 枚

100 日圓硬幣	50 日圓硬幣
0枚	0枚

使用 0 日圓

總共 1 種

500 日圓硬幣 1 枚

100 日圓硬幣	50 日圓硬幣
5枚	0枚
4枚	2枚
3枚	4枚
2枚	6枚
1枚	8枚
0枚	10枚

使用 500 日圓

總共 6 種

500 日圓硬幣 0 枚

100 日圓硬幣	50 日圓硬幣
10枚	0枚
9枚	2枚
8枚	4枚
7枚	6枚
6枚	8枚
5枚	10枚
4枚	12枚
3枚	14枚
2枚	16枚
1枚	18枚
0枚	20枚

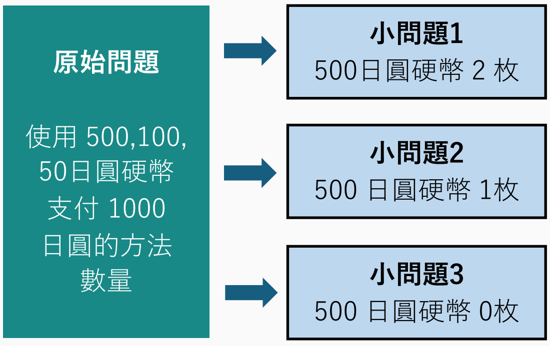
使用 1000 日圓

總共 11 種

問題 5.6.1 (4)

思考將問題如右圖所示以「500 日圓硬幣的枚數」來分解。。

如此， 根據 (1), (2), (3) 的結果， 可知答案為$1 + 6 + 11 =$ **18 種** 方法。



問題 5.6.2

首先，考慮將問題分解如下。

- 小問題 1 ：已選擇整數的最大值為 A_1 的選擇方法有幾種？
- 小問題 2 ：已選擇整數的最大值為 A_2 的選擇方法有幾種？
- 小問題 3 ：已選擇整數的最大值為 A_3 的選擇方法有幾種？
- ：
- 小問題 N ：已選擇整數的最大值為 A_N 的選擇方法有幾種？

此時，所求的答案如下所示。

（小問題 1 的答案）$\times A_1 + \ldots +$（小問題 N 的答案）$\times A_N$

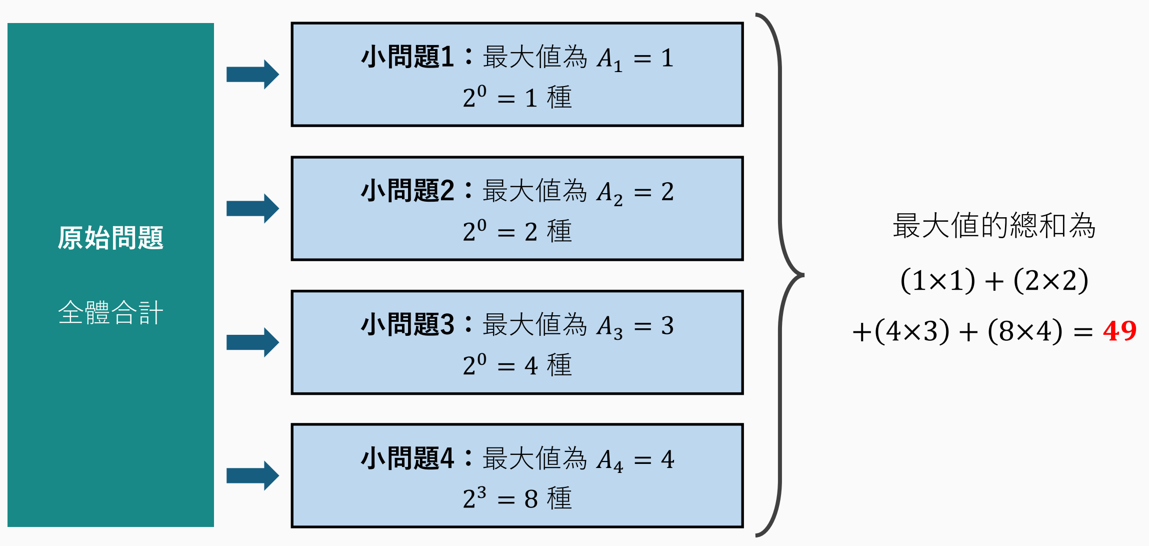
因此，已選擇整數的最大值為 A_i 的選擇方法條件如下。。

- 選擇 A_i 。
- 從 $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{i-1}$ 中選擇 0 個以上的整數。

對於 $i-1$ 個整數可以進行 Yes/No 的選擇，因此根據乘法原理（→ **3.3.2項**），選擇方法總共有 2^{i-1} 種。因此，所求答案如下。

$$\sum_{i=1}^{N} 2^{i-1} \times A_i = (2^0 \times A_1) + (2^1 \times A_2) + \cdots + (2^{N-1} \times A_N)$$

例如，當 $N = 4, (A_1, A_2, A_3, A_4) = (1, 2, 3, 4)$ 時，如下圖所示可知答案為 49 。



將其以程式實作如下。注意，變数 `power[i]` 是 2^i 除以 1000000007 的餘數。

```
#include <iostream>
using namespace std;

const long long mod = 1000000007;
long long N;
long long A[300009];
long long power[300009];

int main() {
    // 輸入
    cin >> N;
    for (int i = 1; i <= N; i++) cin >> A[i];

    // 求出 2^i
    power[0] = 1;
    for (int i = 1; i <= N; i++) {
        power[i] = (2 * power[i - 1]) % mod;
    }

    // 求出答案
    long long Answer = 0;
    for (int i = 1; i <= N; i++) {
        Answer += power[i - 1] * A[i];
        Answer %= mod;
    }

    // 輸出
    cout << Answer << endl;
    return 0;
}
```

※ Python等原始碼請參閱 chap5-6.md。