

Arbeitsblatt: Mean Squared Error (MSE)

Lineare Regression

Informatik

1. Lernziel

Ich kann

- ein lineares Regressionsmodell **grafisch darstellen**,
- den **Mean Squared Error (MSE)** von Hand berechnen,
- und **Modelle vergleichen** (welches passt besser?).

2. Was bedeutet y und \hat{y} ?

- y : tatsächlicher (gemessener) Wert aus den Daten
Beispiel: die wirklich erreichte Punktzahl im Test.
- \hat{y} („y-Dach“): vom **Modell vorhergesagter Wert**
Das ist der Wert, den die Regressionsgerade für ein bestimmtes x liefert.

Der Fehler (Residual) eines Punkts ist:

$$y - \hat{y}$$

3. Mean Squared Error (MSE)

Der **Mean Squared Error** ist der Durchschnitt der **quadrierten** Fehler:

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Merke: Je kleiner der MSE, desto besser passt das Modell zu den Daten.

Beispiel 1: Lernzeit und Testresultat

Gegeben ist das lineare Modell:

$$\hat{y} = 10x + 30$$

Datenpunkte

Lernzeit x (h)	Tatsächliche Punkte y
0	32
1	42
2	48
3	65
4	68
5	79

Aufgabe 1a: Zeichnen

1. Trage die Punkte (x, y) in das Koordinatensystem ein.
2. Zeichne die Gerade $\hat{y} = 10x + 30$.
3. Markiere bei **mindestens zwei Punkten** den vertikalen Abstand zur Geraden (das ist der Fehler $y - \hat{y}$).

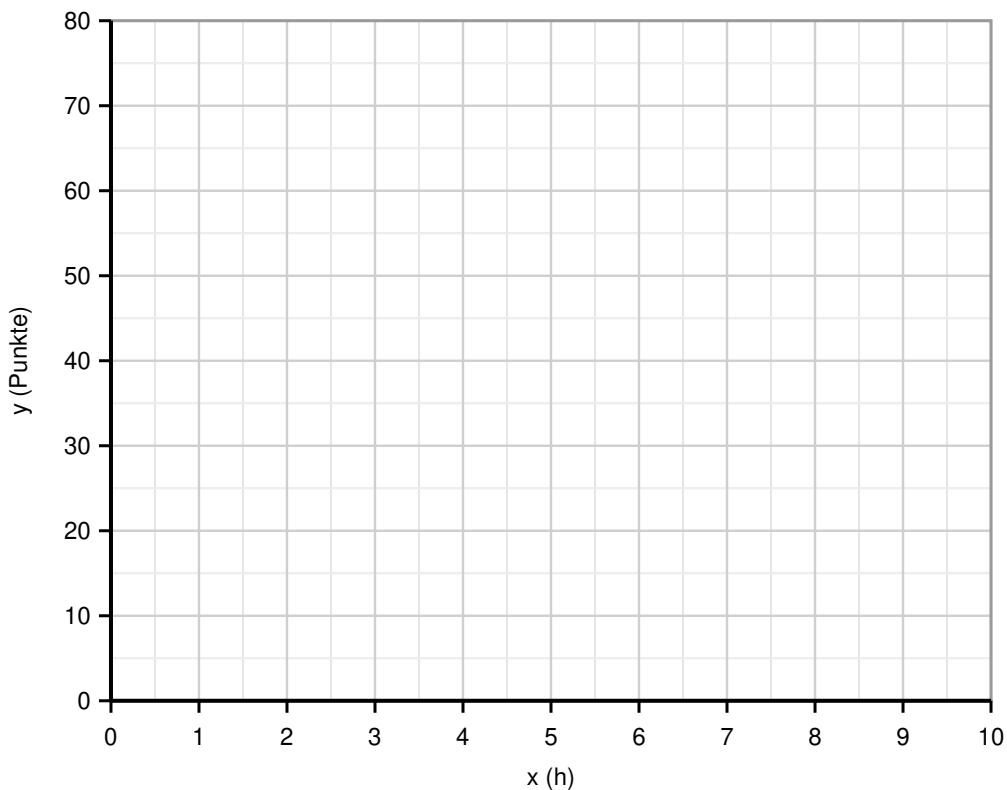


Abbildung 1: Koordinatengitter zum Einzeichnen

Aufgabe 1b: MSE berechnen (von Hand)

Fülle die Tabelle aus:

x	y	\hat{y}	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
0	32			
1	42			
2	48			
3	65			
4	68			
5	79			

$$\text{MSE} =$$

Beispiel 2: Zwei Modelle vergleichen

Gegeben sind dieselben Datenpunkte:

x	y
0	30
1	40
2	50
3	60
4	70
5	80

Modelle

- **Modell A:** $\hat{y}_A = 8x + 35$
- **Modell B:** $\hat{y}_B = 10x + 30$

Aufgabe 2a: Zeichnen

1. Trage die Punkte (x, y) ein.
2. Zeichne **beide** Geraden (A und B) ins gleiche Koordinatensystem.
3. Entscheide **visuell**, welche Gerade besser passt (kurz begründen).

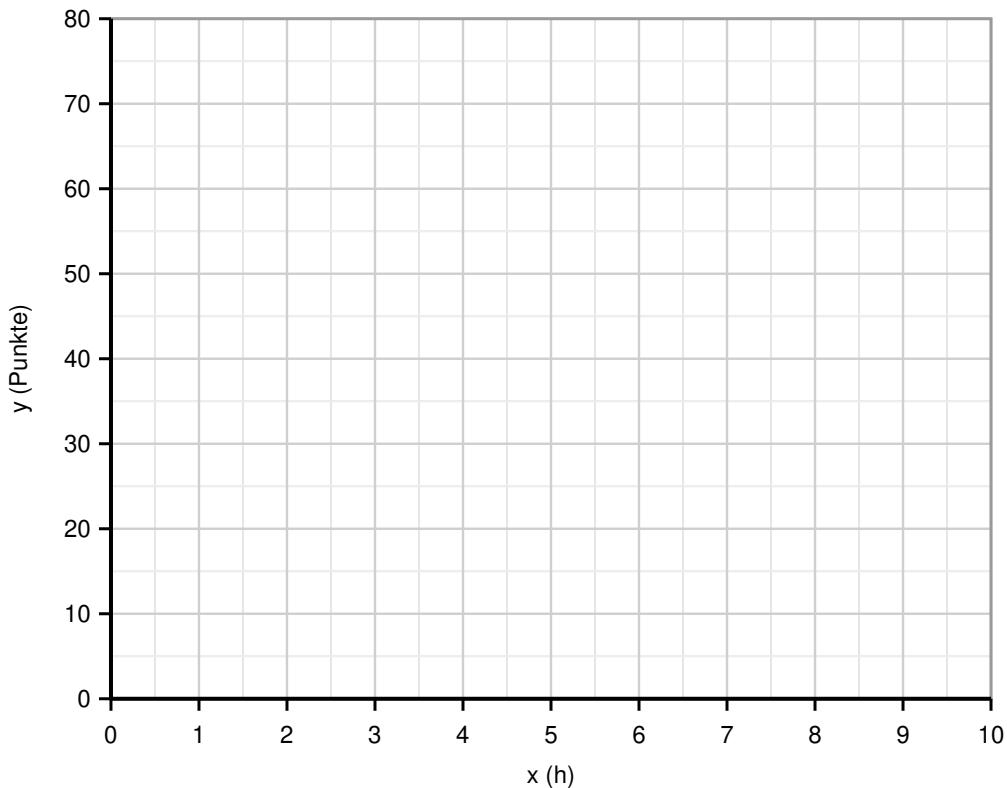


Abbildung 2: Koordinatengitter zum Einzeichnen

Aufgabe 2b: MSE für Modell A

x	y	\hat{y}_A	$y - \hat{y}_A$	$(y - \hat{y}_A)^2$
0	30			
1	40			
2	50			
3	60			
4	70			
5	80			

MSE_A =

Aufgabe 2c: MSE für Modell B

x	y	\hat{y}_B	$y - \hat{y}_B$	$(y - \hat{y}_B)^2$
0	30			
1	40			
2	50			
3	60			
4	70			
5	80			

MSE_B =

Aufgabe 2d: Interpretation (2–4 Sätze)

1. Welches Modell hat den **kleineren MSE**?
2. Passt das zu deinem **grafischen Eindruck**? Warum?