

Arbeitsblatt: Mean Squared Error (MSE) - Lösung

Lineare Regression

Informatik

Beispiel 1: Lernzeit und Testresultat

Modell: $\hat{y} = 10x + 30$

Ausgefüllte Tabelle

x	y	\hat{y}	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
0	32	30	2	4
1	42	40	2	4
2	48	50	-2	4
3	65	60	5	25
4	68	70	-2	4
5	79	80	-1	1

$$ext{SSE} = 4 + 4 + 4 + 25 + 4 + 1 = 42, \quad \text{MSE} = \frac{42}{6} = 7$$

Interpretation: Durchschnittlich liegt die Vorhersage um etwa $\sqrt{7} \approx 2.6$ Punkte daneben.

Visualisierung (Gerade $\hat{y} = 10x + 30$ mit Messpunkten):

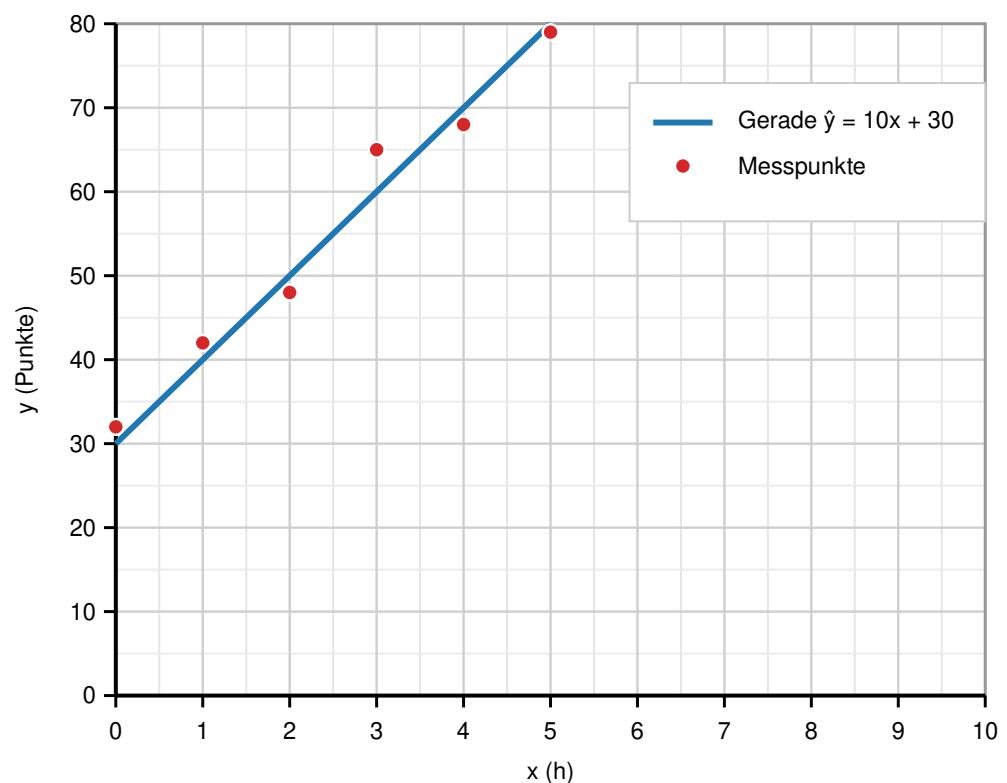


Abbildung 1: Lösungsskizze lineare Regression

Beispiel 2: Zwei Modelle vergleichen

Wir nutzen die gleichen Messwerte wie im Modell B, damit der Unterschied klar wird.

Datenpunkte: $(x, y) = (0, 30), (1, 40), (2, 50), (3, 60), (4, 70), (5, 80)$

Modell A: $\hat{y}_A = 8x + 35$

x	y	\hat{y}_A	$y - \hat{y}_A$	$(y - \hat{y}_A)^2$
0	30	35	-5	25
1	40	43	-3	9
2	50	51	-1	1
3	60	59	1	1
4	70	67	3	9
5	80	75	5	25

$$extSSE_A = 70, \quad \text{MSE}_A = \frac{70}{6} \approx 11.67$$

Modell B: $\hat{y}_B = 10x + 30$

x	y	\hat{y}_B	$y - \hat{y}_B$	$(y - \hat{y}_B)^2$
0	30	30	0	0
1	40	40	0	0
2	50	50	0	0
3	60	60	0	0
4	70	70	0	0
5	80	80	0	0

$$extSSE_B = 0, \quad \text{MSE}_B = \frac{0}{6} = 0$$

Visualisierung der beiden Modelle (A in Orange, B in Blau) mit Datenpunkten (Grün):

Interpretation

1. $\text{MSE}_B < \text{MSE}_A$, Modell B passt perfekt auf die Daten.
2. Grafisch liegen alle Punkte auf der Geraden von Modell B, daher $\text{MSE} = 0$.

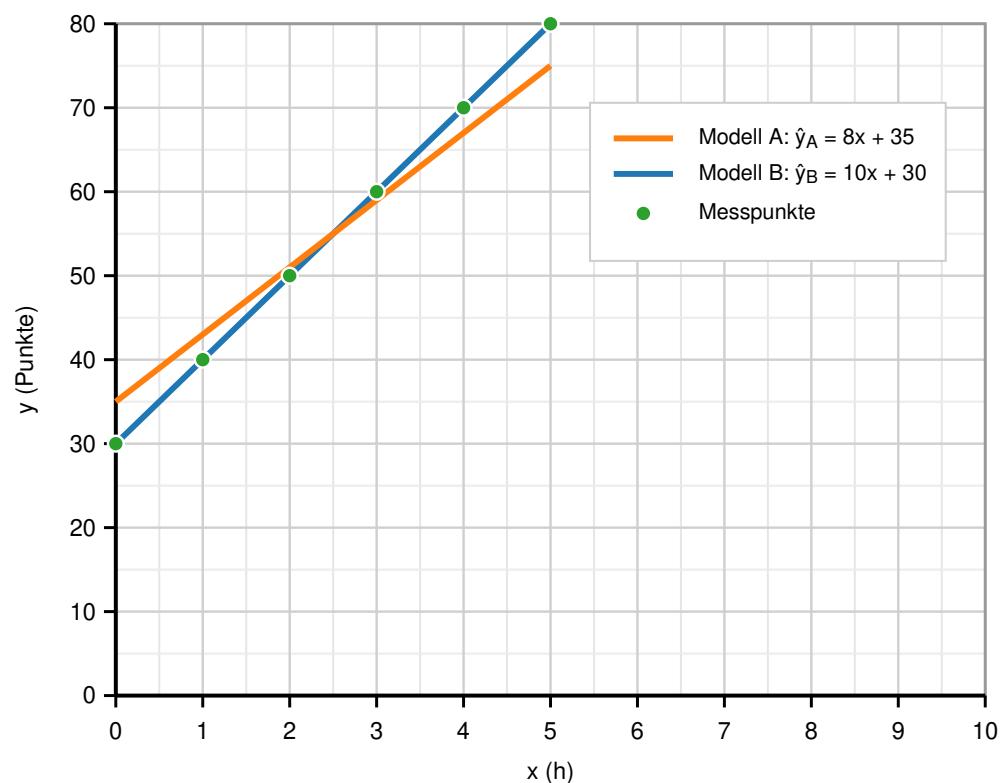


Abbildung 2: Modellvergleich lineare Regression