

# Arbeitsblatt: Perzeptron

Einführung in neuronale Netze mit Step-Funktion - Lösung

Informatik

## Beispiel 1: AND-Gatter

Berechnungen mit  $w_0 = -0.9, w_1 = 0.6, w_2 = 0.6$ .

$x_1$	$x_2$	$z$	$\hat{y}$	$y = \hat{y}?$
0	0	-0.9	0	Ja
0	1	-0.3	0	Ja
1	0	-0.3	0	Ja
1	1	0.3	1	Ja

**Trennlinie (einfach zeichnen)** - Umstellen auf  $x_2$ :  $-0.9 + 0.6x_1 + 0.6x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = 1.5 - x_1$ . - Zwei Punkte setzen:  $(0, 1.5)$  und  $(1.5, 0)$  verbinden. - Check: Nur  $(1, 1)$  ist auf der 1-Seite, alle anderen auf 0-Seite.

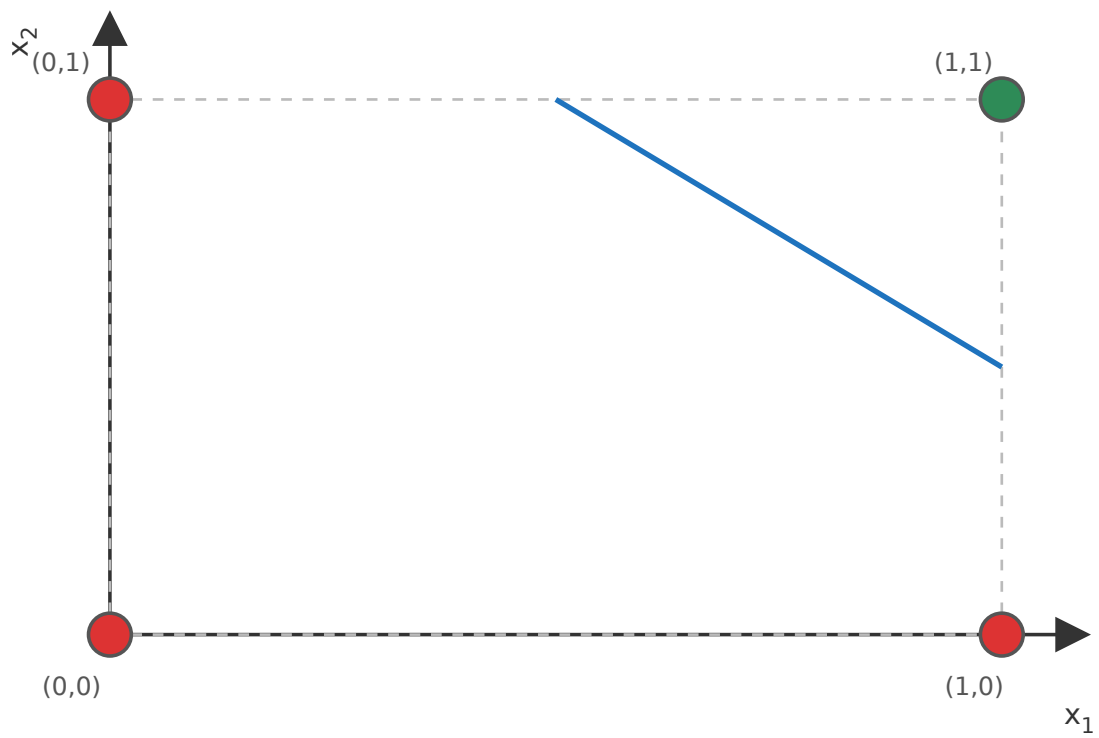


Abbildung 1: AND-Lösung

## Beispiel 2: OR-Gatter

Berechnungen mit  $w_0 = -0.2, w_1 = 0.6, w_2 = 0.6$ .

$x_1$	$x_2$	$z$	$\hat{y}$	$y = \hat{y}?$
0	0	-0.2	0	Ja
0	1	0.4	1	Ja
1	0	0.4	1	Ja
1	1	1.0	1	Ja

**Trennlinie (einfach zeichnen)** - Umstellen auf  $x_2$ :  $-0.2 + 0.6x_1 + 0.6x_2 = 0 \Rightarrow x_2 \approx 0.33 - x_1$ . - Zwei Punkte setzen:  $(0, 0.33)$  und  $(0.33, 0)$  verbinden. - Check: Nur  $(0,0)$  bleibt auf 0-Seite, die übrigen Punkte auf 1-Seite.

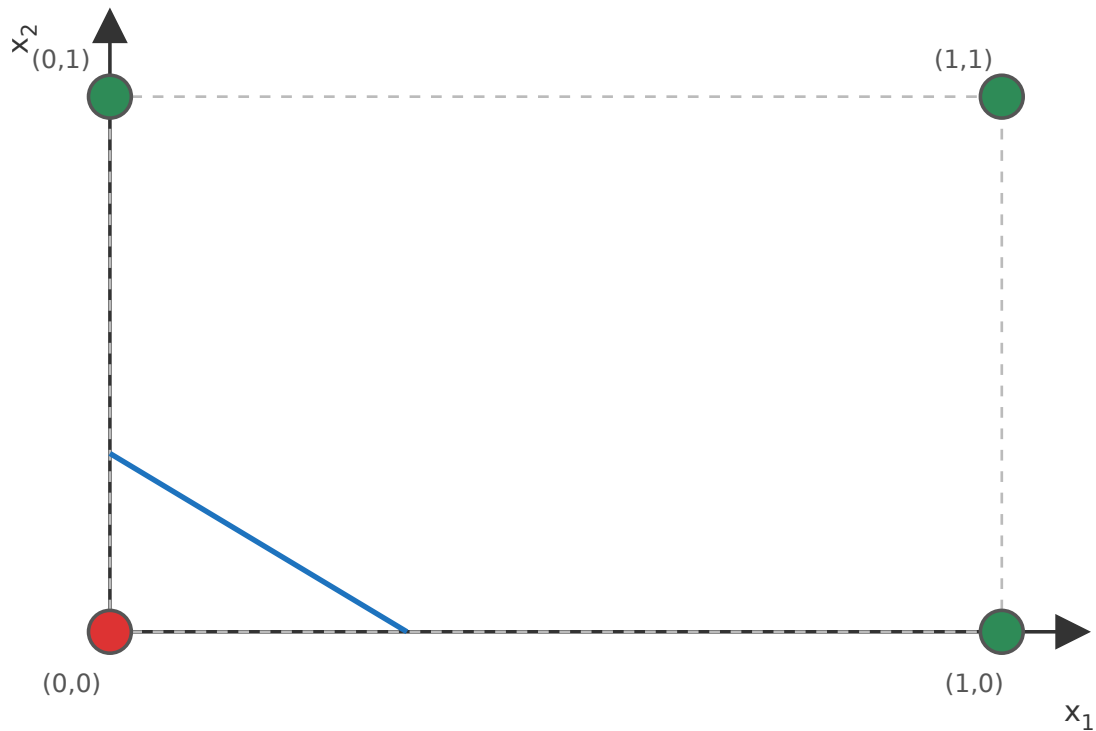


Abbildung 2: OR-Lösung

## Beispiel 3: Perzeptron trainieren (NAND)

Startgewichte  $w_0 = w_1 = w_2 = 0.1$ , Lernrate  $\eta = 0.2$ .

### Aufgabe 3a: Vorhersage und Fehler

$x_1$	$x_2$	$z$	$\hat{y}$	$y = \hat{y}?$
0	0	0.1	1	Ja
0	1	0.2	1	Ja
1	0	0.2	1	Ja
1	1	0.3	1	Nein

Nach Update 1 (Gewichte  $w_0 = w_1 = w_2 = -0.1$ ):

$x_1$	$x_2$	$z$	$y = \hat{y}?$ (Ja/Nein)
0	0	-0.1	Nein
0	1	-0.2	Nein
1	0	-0.2	Nein
1	1	-0.3	Ja

Nach Update 2 (Gewichte  $w_0 = 0.1, w_1 = -0.1, w_2 = -0.1$ ):

$x_1$	$x_2$	$z$	$y = \hat{y}?$ (Ja/Nein)
0	0	0.1	Ja
0	1	0.0	Ja
1	0	0.0	Ja
1	1	-0.1	Ja

### Aufgabe 3b: Gewichte aktualisieren

Fehler beim ersten falschen Beispiel  $(1, 1)$ :  $y - \hat{y} = -1$ .

**Update 1** (nutzt  $(1, 1)$ ):

Gewicht	Alter Wert	$y - \hat{y}$	Neues $w$
$w_0$	0.1	-1	-0.1
$w_1$	0.1	-1	-0.1
$w_2$	0.1	-1	-0.1

Prüfe erneut: erstes falsches Beispiel nun  $(0, 0)$  mit  $y - \hat{y} = 1$ .

Überprüfung nach Update 1 (neue Gewichte  $w_0 = w_1 = w_2 = -0.1$ ):

$x_1$	$x_2$	$z$	$y = \hat{y}?$ (Ja/Nein)
0	0	-0.1	Nein
0	1	-0.2	Nein
1	0	-0.2	Nein
1	1	-0.3	Ja

**Update 2** (nutzt  $(0, 0)$ ):

Gewicht	Alter Wert	$y - \hat{y}$	Neues $w$
$w_0$	-0.1	1	0.1
$w_1$	-0.1	1	-0.1
$w_2$	-0.1	1	-0.1

Überprüfung nach Update 2 (Gewichte  $w_0 = 0.1, w_1 = -0.1, w_2 = -0.1$ ):

$x_1$	$x_2$	$z$	$y = \hat{y}?$ (Ja/Nein)
0	0	0.1	Ja
0	1	0.0	Ja
1	0	0.0	Ja
1	1	-0.1	Ja

### Aufgabe 3c: Visualisierung (NAND)

Färbung der Punkte nach NAND-Wahrheitstafel:  $y = 1$  grün,  $y = 0$  rot und Trennlinien nach dem zweiten Update. Der erste Update trennt nicht korrekt, daher nur die zweite Linie hier gezeigt.

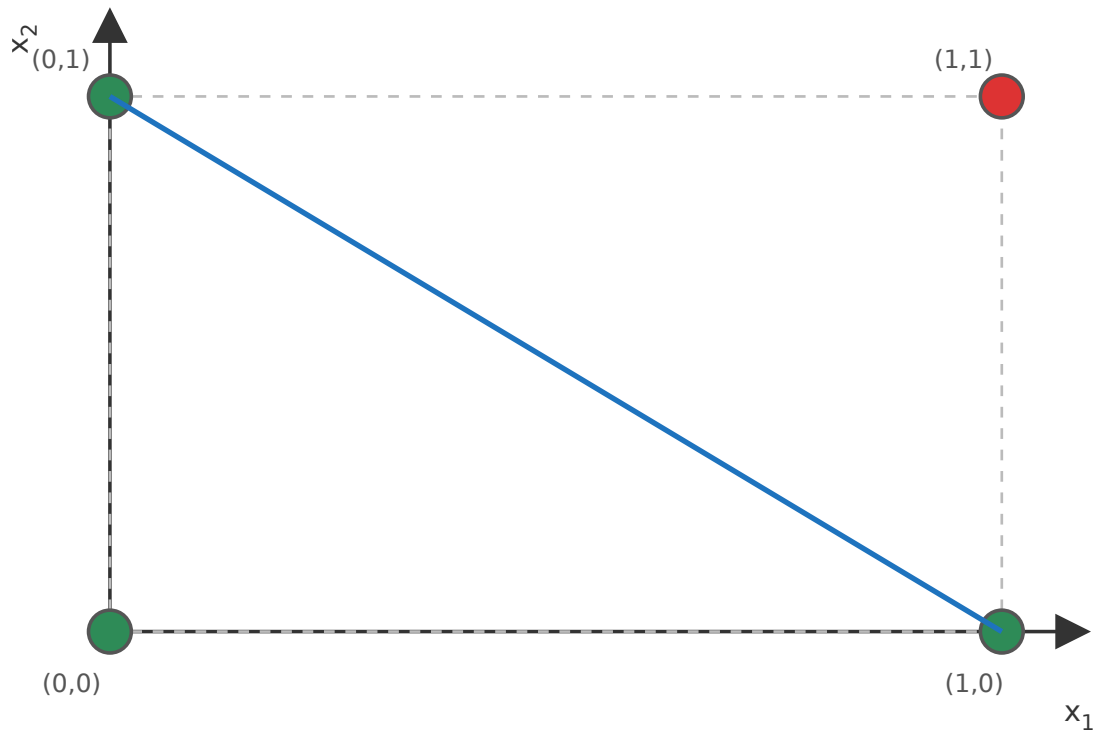


Abbildung 3: NAND-Update2

## Aufgabe 4: XOR-Visualisierung

- Keine einzelne Gerade kann diese vier Punkte trennen (nicht linear separierbar). Zwei Geraden sind nötig. Das bedeutet, dass ein einfaches Perzeptron das XOR-Gatter nicht lösen kann. Dafür sind mindestens zwei Schichten (z.B. ein mehrschichtiges Perzeptron) erforderlich.

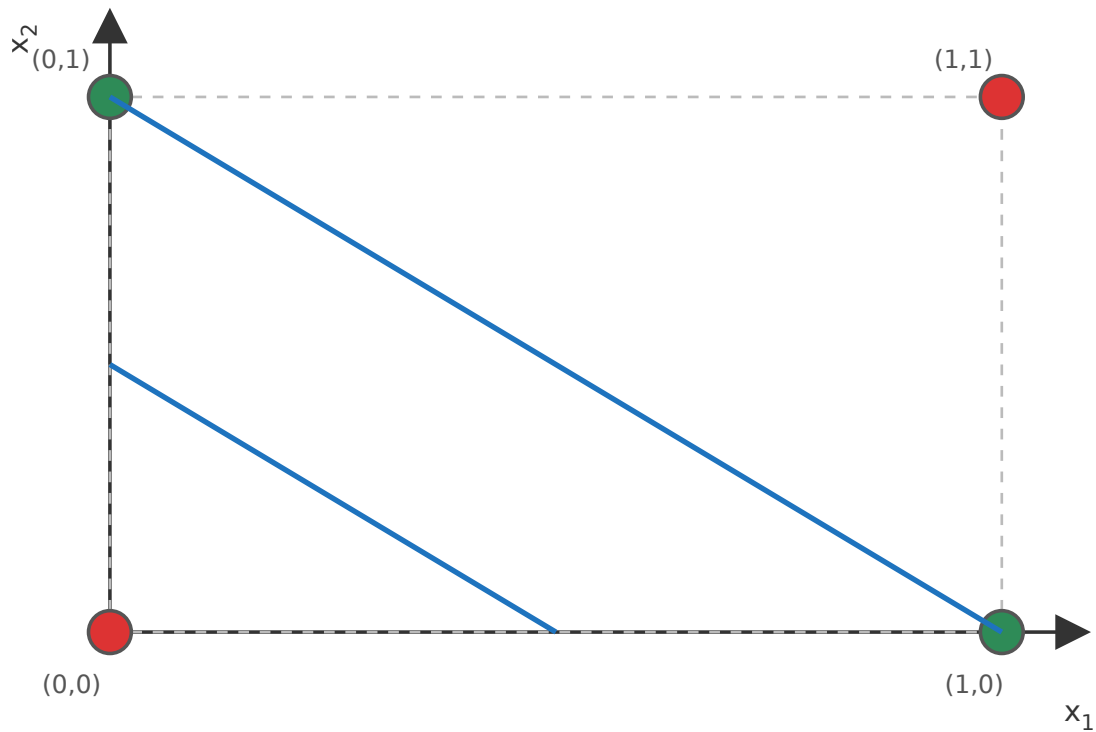


Abbildung 4: XOR-Lösung