

# Métodos Numéricos 2022

Instituto de Matemática y Estadística Rafael Laguardia (IMERL), Facultad de Ingeniería (FIng), Universidad de la República (Udelar)

Obligatorio 1

20 de agosto de 2022

## 1. Introducción

La Figura 1 corresponde al mapa de una ciudad, una grilla con  $n$  calles de dirección Este-Oeste y  $m$  calles de dirección Norte-Sur, en la que se representa el flujo de tránsito que entra o sale a cada intersección, en unidades de vehículos por hora (vph) promedio. En la Figura 1, los nodos simbolizan las intersecciones de las calles ( $C_{ij}$ ), mientras que las líneas dirigidas representan el sentido de las correspondientes calles<sup>1</sup>. Los flujos en la frontera de la ciudad, denotados como  $h_{i,1}$ ,  $h_{i,2}$ ,  $v_{1,j}$  y  $v_{2,j}$ , para  $i = 1, \dots, n$  y  $j = 1, \dots, m$ , son conocidos.

Se asume que en cada intersección se cumplen las llamadas Ecuaciones de Balance: el flujo que entra en cada intersección es igual al flujo que sale.

Se busca determinar los vph que circulan en cada tramo de calle.

1. Modelar el problema de modo que conduzca al conjunto de soluciones de un sistema  $Ax = b$ . Esto implica realizar un modelado del problema reconociendo los elementos  $A$ ,  $b$  y  $x$ , con sus respectivos tamaños.
2. Describir qué condiciones debe cumplir  $A$  para que el sistema sea compatible.

## 2. Problema

Consideraremos en lo que sigue un caso en el que la ciudad tiene  $n = 8$  y  $m = 7$ . Se busca entonces determinar los vph que circulan en cada tramo de esta ciudad. El archivo *flujosh.mat* contiene los flujos de tránsito correspondientes a los tramos de calles  $h_{i,1}$  y

---

<sup>1</sup>El criterio de etiquetado de los tramos de las calles utilizado en todo el Obligatorio es el siguiente: los tramos de calle se etiquetan comenzando por los tramos horizontales, de izquierda a derecha, continuando de forma descendente. Una vez finalizadas todas las etiquetas de los tramos horizontales, se etiquetan las calles verticales de forma descendente, continuando de izquierda a derecha. Ver la Figura 2 del Anexo con un ejemplo de este criterio de etiquetado.

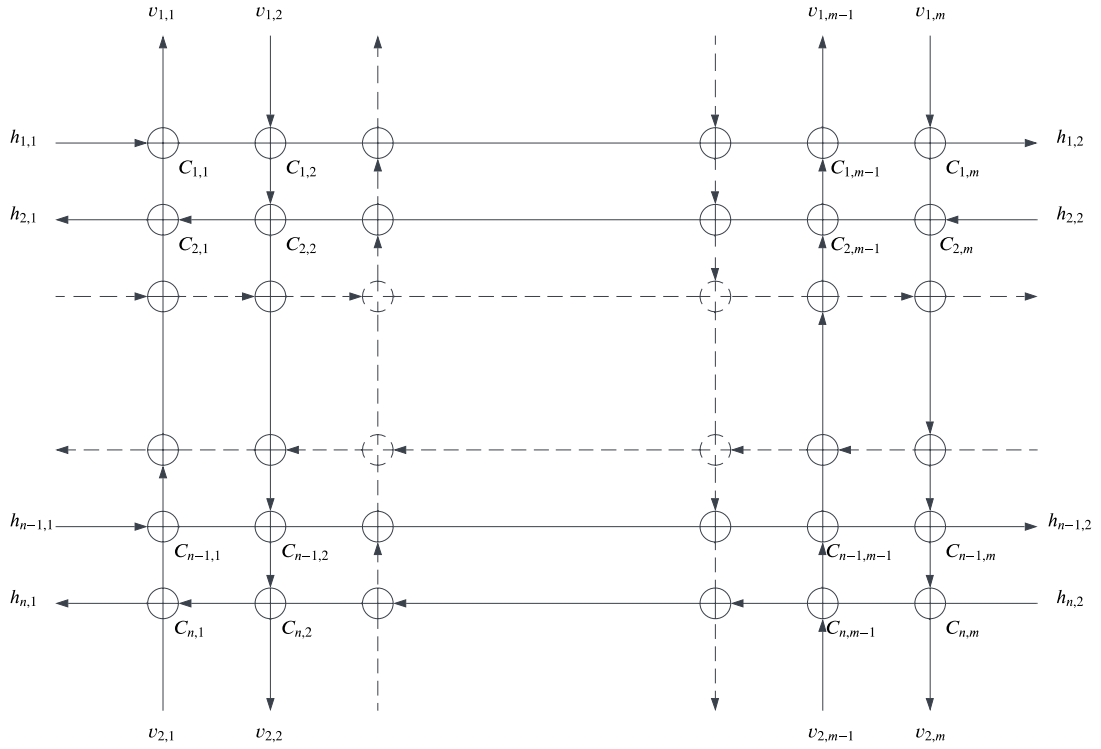


Figura 1: Mapa del tráfico de una ciudad de tamaño  $n \times m$ .

$h_{i,2}$ , mientras que el archivo *flujosv.mat* contiene los flujos de tránsito correspondientes a los tramos  $v_{1,j}$  y  $v_{2,j}$ . El primer archivo es una matriz de tamaño  $8 \times 2$ , donde la entrada  $(H)_{ij}$  corresponde al flujo de la calle  $h_{ij}$ . El segundo archivo es una matriz de tamaño  $2 \times 7$ , donde la entrada  $(V)_{ij}$  corresponde al flujo de la calle  $v_{ij}$ . Ambos archivos comprenden entonces la totalidad del flujo de tránsito que se da en la frontera de la ciudad.

A su vez, el archivo *flujos.mat* contiene los flujos de tránsito correspondientes a determinados tramos de calle. Este archivo es de tamaño  $41 \times 2$ ; la primera columna corresponde a la etiqueta del tramo de calle, y la segunda columna corresponde al flujo de tránsito en esa calle.

Debido a un corte de tránsito, se interrumpe el flujo en la conexión  $C_{5,5} - C_{6,5}$ , es decir,  $s_{81}$ .

3. Resuelva el problema planteado mediante escalerización con pivoteo parcial. Comparar el resultado obtenido con la solución provista por Octave.
4. Investigar y explorar si es posible obtener una solución alternativa del problema utilizando el método de Jacobi, o alguna de sus variantes.

5. Investigar y explorar si es posible obtener una solución alternativa del problema utilizando el método de Gauss-Seidel, o alguna de sus variantes.

Con el fin de solventar el corte de tránsito anterior, se crea una nueva conexión que une las esquinas  $C_{5,5} \rightarrow C_{6,6}$  directamente<sup>2</sup>, en ese sentido, mediante un puente.

6. Investigar y explorar una solución del problema, buscando minimizar la circulación que se da por el puente, sin que sea nula.

### 3. Anexo

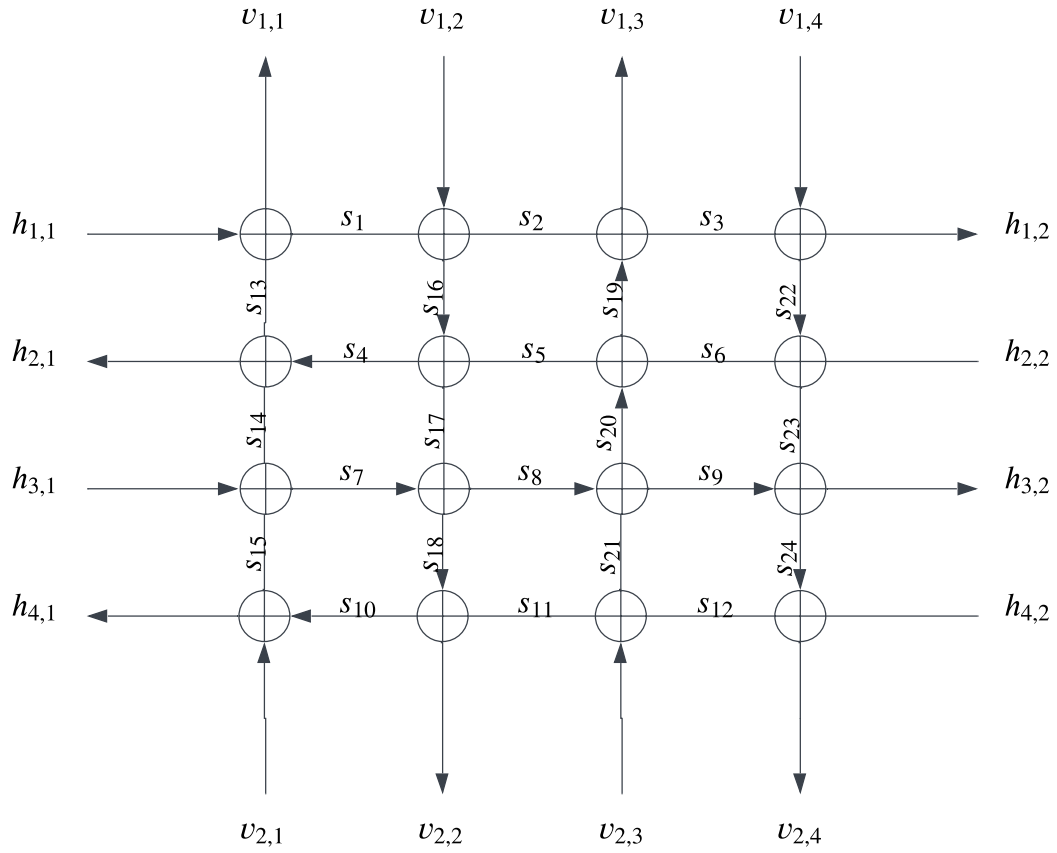


Figura 2: Ejemplo de etiquetado de tramos de calles para una ciudad con  $n = m = 4$ .

<sup>2</sup>A efectos prácticos, se le asigna a esta conexión la siguiente etiqueta de tramos de calles  $s$  disponible