Pràctica 3: Integració numèrica, B2

Qüestió 3: 0) Nom del programa **integraP3.f**. Precisió de reals: **double precision**.

1) Escriu una subrutina **myintegrator**($x1$, $x2$, m, **im**, **val**) que calculi per a un valor de $x1$, $x2$, i m la integral

$$\int_{x1}^{x2} f(x)dx \tag{1.20}$$

fent servir la regla trapezoïdal composta si **im=1**, o Simpson composta si **im=2** amb 2^m intervals, i retorni el valor a **val**.

2) L'òrbita de Mercuri és una el.lipse que pot descriure's amb la següent equació (només mitja el.lipse)

$$f(x) = b\sqrt{1 - \frac{(x-3a)^2}{a^2}} \tag{1.21}$$

amb $a = 57.91 \times 10^6$ km i $b = 56.67 \times 10^6$ km
(font, `http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/mercurifact.html`). Fes una funció **Ymercuri(x)** que la calculi.

a) Calcula fent servir els dos mètodes amb $m = 1, \ldots, 14$ l'area (A) de l'el.lipse i escriu-la en un fitxer **resultsP3.dat** amb un format raonable (3 columnes, h, A_T i A_S) comparant-la amb el valor exacte de l'àrea πab.
Per a calcular l'area A, fes servir la següent expressió:

$$\text{A} = 2\int_{2a}^{4a} f(x)dx\,. \tag{1.22}$$

b) Estudia com varia l'error del càlcul de l'àrea amb la longitud dels subintervals h. Fes una gràfica **plotP31.png** amb l'error comès en funció d'h ($m = 2, \ldots, 18$), comparat amb un ajust "a ull" amb el comportament esperat per a cada mètode. Fes servir escala logarítmica per a les abscises i les ordenades.

c) Considera el canvi de variable $(x-3a)/a = \sin(t)$ al càlcul de l'àrea i estudia l'error del càlcul en funció d'h ($m = 2, \ldots, 18$). És millor o pitjor que sense el canvi de variable? Fes una gràfica **plotP32.png** mostrant la convergència del resultat comparant el càlcul amb i sense fer-ne el canvi de variable.

Extra: Considera la funció, $h(x) = \exp(-x^2)$ amb $x \in [-1, 1]$. Estudia l'integral

$$I_E = \int_{-1}^{1} h(x)dx\,. \tag{1.23}$$

Definint $T_{m,0}$ com el resultat de la regla trapezoïdal calculada amb 2^m intervals, estudia la convergència amb h de $T_{m,k}$ amb $m = 0, \ldots, 10$ i $k = 0, \ldots, 10$.

$$T_{m+k,k} \equiv \frac{4^k T_{m+k,k-1} - T_{m+k-1,k-1}}{4^k - 1}\,, \tag{1.24}$$

Fes una gràfica **plotP33.png** dels resultats de cada fila en funció d'h.

Entregable: 1 programa, 2 figures (3 amb l'extra), 1 fitxer de resultats