

## Pràctica 7: Pèndol simple, grup B2

### 7: 1) Pèndol simple. Nom del programa [pendolP7.f](#).

Considera la dinàmica d'un pèndol simple de massa 1.3 kg i longitud  $\ell = 1.35$  m, que ve descrita per l'equació diferencial,

$$\ell\ddot{\theta} = -g \sin \theta \quad (1.49)$$

amb  $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ .

Programa un mètode d'Euler millorat per calcular  $\theta(t)$  i  $\dot{\theta}(t)$ . Considera  $t \in (0, 22T_N)$ s, amb  $T_N = 2\pi/\omega_N$  i  $\omega_N = \sqrt{g/\ell}$ . Treballa en double precision.

- Petites oscil·lacions.** Estudia la dinàmica del pèndol per condicions inicials,  $\theta(0) = 0.03, 0.12$  i  $0.25$  rad amb  $\dot{\theta}(0) = 0$  rad/s. Fes una figura [figP71.png](#) amb  $\theta(t)$  vs.  $t$ , comparant en cada cas el resultat numèric amb la predicció obtinguda aproximant  $\sin \theta \simeq \theta$ . Discuteix la diferència entre la freqüència numèrica i l'obtinguda amb l'aproximació anterior. Fes servir 10000 passos de temps.
- Oscil·lacions grans.** Estudia la dinàmica del pèndol per  $\theta(0) = 1.5, 2.5, \pi - 0.01, \pi - 0.001$  rad amb  $\dot{\theta}(0) = 0$  rad/s. Genera una figura [figP72.png](#) amb la trajectòria a l'espai fàsic,  $(\theta, \dot{\theta})$  dels 4 casos. Fes servir 10000 passos de temps. Observes alguna diferència qualitativa entre els casos?
- Energia.** Calcula l'energia cinètica  $K(t) = (1/2)m(\dot{\theta}(t))^2\ell^2$ , potencial  $V(t) = -mg\ell \cos(\theta(t))$  i total  $E_{\text{total}}(t) = K(t) + V(t)$  del pèndol. Pels casos  $\theta(0) = 1.2$  i  $\pi - 0.001$  rad, genera una figura [figP73.png](#) comparant l'evolució d' $K(t)$  i  $V(t)$ . Fes servir 10000 passos de temps.
- Transició.** Considera la dinàmica a partir de  $\theta(0) = 0$  amb  $\dot{\theta}(0) = 2\sqrt{g/\ell} \pm 0.01$  rad/s. Compara la dinàmica del dos casos i fes una figura, la que vulguis, [mifigP7.png](#) que il·lustri la transició, per exemple, comparant les trajectòries a l'espai fàsic. A què es correspon la transició observada? Fes servir 10000 passos de temps.
- Convergència del mètode.** Estudiar l'evolució de l'error és un aspecte rellevant en qualsevol mètode numèric. Per  $\theta(0) = 1.86$  rad i  $\dot{\theta}(0) = 0$  rad/s estudia l'evolució de l'energia total del sistema com a funció del temps fent servir 500, 4000, 10000 i 25000 passos de temps. Genera una figura [energiaP7.png](#) amb la comparació. És raonable fer servir 10000 passos pels càlculs dels apartats a), b), c) i d)?

- 2) **Gronxador.** Nom del programa [gronxP7.f](#). Considera una primera aproximació a la física d'un gronxador. Assumeix que l'individu puja i baixa periòdicament buscant entrar en ressonància amb la freqüència natural del gronxador. Suposem un individu de massa 80 kg, i la longitud efectiva del gronxador donada per  $\ell(t) = \ell_0(1 + 0.05 \sin(\alpha t))$ , amb  $\ell_0 = 1.98$  m. L'equació diferencial per l'evolució d' $\theta$  és,

$$\ell\ddot{\theta} = -(g \sin \theta + 2\dot{\ell}\dot{\theta}). \quad (1.50)$$

Ressonància. Estudia com a funció de la freqüència  $\alpha$  el valor màxim d' $|\theta(t)|$  assolit durant tota l'evolució,  $t \in (0, 20T_N)$ , començant de  $\theta(0) = 0.1$  i  $\dot{\theta}(0) = 0$ , amb  $\omega_N = \sqrt{g/\ell_0}$  i  $T_N = 2\pi/\omega_N$ . Fes una taula representant aquest valor com a funció d' $\alpha \in (0.1\omega_N, 5\omega_N)$ . Genera la figura corresponent [ressoP7.png](#) i discuteix-la.

Entregable: [pendolP7.f](#), [gronxP7.f](#), [figP71.png](#), [figP72.png](#), [figP73.png](#), [energiaP7.png](#), [convP7.png](#), [mifigP7.png](#), [ressoP7.png](#)