ESPACIO CURRICULAR

LOGICA

AÑO 2024

Prof. Angel Maidana

Unidad I: Introducción a la lógica

CamScanner

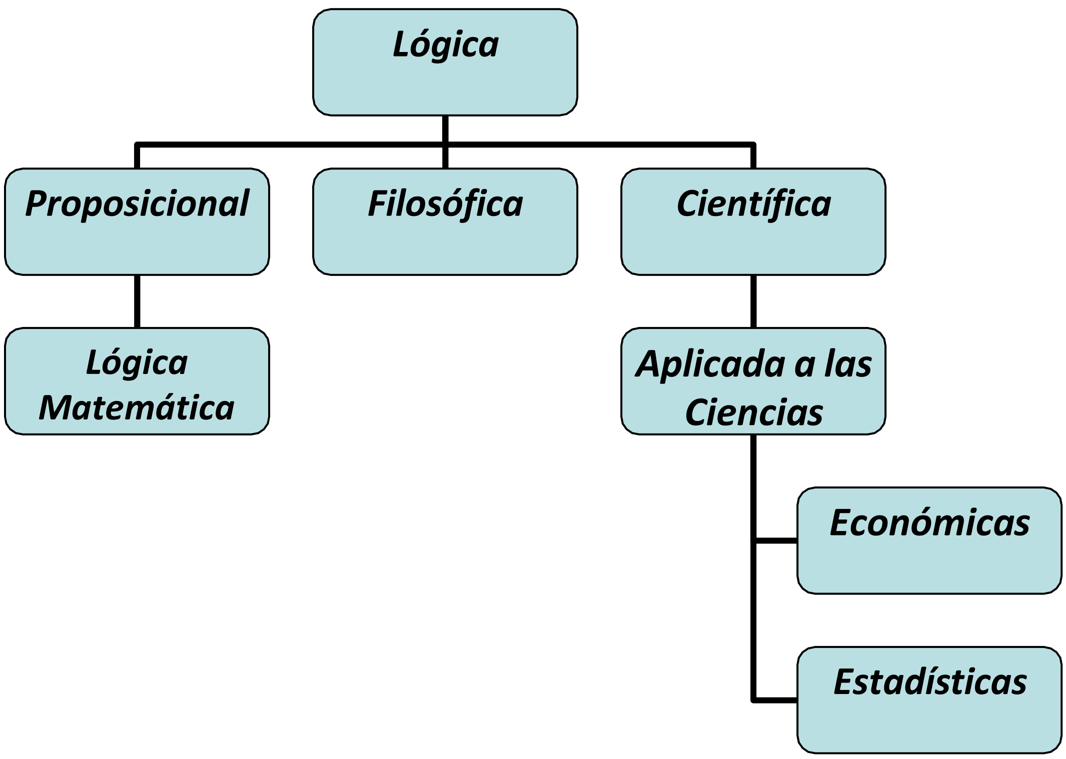
La palabra lógica proviene del griego "logos" que significa "palabra, razón, discusión".
La lógica está presente en nuestra vida mucho más de lo que nos podemos imaginar. No sólo aplicamos lógica cuando vamos a una entrevista de trabajo y nos pasan unos test psicotécnicos, sino que la estamos poniendo en práctica en la mayoría de las decisiones que tenemos que tomar en la vida, sin ella no podríamos anticipar acciones, estaríamos continuamente con el miedo en el cuerpo.

¿Qué es la lógica?
Es la ciencia que expone las leyes, modos y formas del conocimiento científico.
Es la ciencia formal y rama tanto de la filosofía como de las matemáticas que estudia los principios de la demostración y la inferencia válida, las falacias, las paradojas y la noción de verdad.
La lógica matemática estudia la inferencia mediante sistemas formales como la lógica proposicional, la lógica de primer orden y la lógica modal. La lógica computacional es la aplicación de la lógica matemática a las ciencias de la computación.

¿Qué es el álgebra?
Parte de las matemáticas que estudia la cantidad considerada en abstracta y representada por letras u otros signos.
Es la rama de la matemática que estudia la combinación de estructuras abstractas acorde a ciertas reglas. Originalmente esos elementos podían ser interpretados como números o cantidades.

Ramas de la Lógica

Consideraremos: 3 (tres) partes



Actividad 1: Realizar breve reseña histórica de la lógica (obligatoria)

Unidad II: "Cálculo Proposicional"

CamScanner

Para que podamos realizar cálculos proposicionales primero debemos saber a qué nos referimos cuando hablamos de proposición.
Entonces diremos que una **proposición** es una sentencia declarativa que puede ser verdadera o falsa, pero no ambas a la vez. También podríamos decir que una proposición es una sentencia que expresa una propiedad para un individuo o ente, o que expresa la validez de una relación entre un individuo o entes.O que es lo mismo decir que una proposición ***es una sucesión de palabras de cual tenga sentido afirmar que la misma sea verdadera o falsa.***
Es importante destacar que existen dos clases de proposiciones:
Proposición Simple: sentencia cuya estructura está formada por un sujeto y un predicado.
Proposición Compuesta: sentencia cuya estructura está formada por dos o más sentencias simples unidas mediante conectivos. Los conectivos que estudiaremos son:

La negación: ~ ó ¬
La conjunción: ^
La disyunción: v
La disyunción exclusiva: $\underline{\vee}$
La implicación: =>
La doble implicación: <=>
"La negación modifica una proposición, por lo tanto se dice que es una operación unitaria"
Al ser la negación una operación unitaria que se aplica a una proposición y tiene el efecto de revertir el valor de verdad.

La veracidad V o falsedad (F) de una proposición se llama **valor de verdad** y viene dada por algún criterio independiente de la proposición.

<u>**Observación:**</u> Las proposiciones se representan simbólicamente mediante el uso de letras minúsculas del alfabeto tales como p,q,r,s,…,x,y,z, las cuales reciben el nombre de letras o variables proposicionales, de esta forma, el lenguaje proposicional se hace más simple y exacto que el lenguaje natural.
Ejemplos:
p: Hoy es sábado.
q: Estudio ingeniería de sistemas.
r: New York es llamada la capital del mundo.
s: 1 no es número primo.

Las sentencias exclamativas, las interrogativas y las imperativas (órdenes), tales como:
¡Viva la patria!
¿Está lloviendo?
Oprima la tecla <ENTER>
No son proposiciones puesto que no pueden ser declaradas como verdaderas o falsas.

<u>**Conjunción o Producto Lógico**</u>

La conjunción es un conectivo que permite formar proposiciones compuestas a partir de dos o más proposiciones.
La conjunción de dos proposiciones p y q se simboliza, p^q, y en el lenguaje coloquial, la conjunción se expresa por medio de la letra "y", de comas o de una combinación de éstas, o palabras como "pero".

CamScanner

Así, por ejemplo, la proposición compuesta: Córdoba tiene sierras y tiene ríos, es verdadera, porque cada parte de la conjunción es verdadera.
No ocurre lo mismo con la proposición Córdoba tiene sierras y tiene mar. Esta proposición es falsa porque Córdoba no tiene mar.

Definición: El valor de la verdad de p^q es verdadera si ambas proposiciones son verdaderas; y es falsa en todos los casos restantes.

A partir de la definición anterior, podemos construir la tabla de verdad de la conjunción:

p	q	p ^ q
V	V	V V V
V	F	V F F
F	V	F F V
F	F	F F F

Observación: Recordemos que para obtener los valores de verdad de cada una de las proposiciones aplicamos el binomio de Newton 2^n (nuestra base siempre es 2, exponente a la n) la n es la cantidad de proposiciones que tenemos. Si tenemos p y q como en la conjunción entonces vamos a tener $2^2 = 4$, tendremos 4 valores de verdad.
Ahora bien porqué lo hacemos de dos en dos para p? Sale de dividir 4 :2=2, o sea que los valores en p, van a ir los dos primeros verdaderos y los dos últimos falsos; para q, el resultado que nos dio de dividir 4 por 2, nos dio 2, ese dos lo dividimos por 2 nuevamente y nos da 1, eso nos indica que los valores de verdad en q, van ir de uno en uno comenzando siempre con verdadero.

Disyunción o Suma Lógica

Existen dos operadores de disyunción: La disyunción exclusiva o excluyente y la disyunción inclusiva o incluyente.

- La disyunción exclusiva de dos proposiciones es verdadera si sólo una de las proposiciones es verdadera.
- La disyunción inclusiva entre dos proposiciones es falsa sólo si ambas proposiciones son falsas. En el lenguaje coloquial y en matemática es más frecuente el uso de la disyunción inclusiva. A veces el contexto de una frase indica si la disyunción es excluyente o incluyente. Un ejemplo de disyunción de tipo inclusivo es:

"Los alumnos regularizan la materia si aprueban tres parciales o si aprueban dos parciales y tienen un 80% de asistencia"
En este caso los alumnos pueden cumplir cualquiera de los dos requisitos, o también cumplir los dos.
Pero por ejemplo, si en un restaurante con menú fijo se nos dice que tenemos como postre "helado o flan" normalmente no significa que podamos pedir ambos, siendo este caso la disyunción exclusiva.

Las siguientes tablas resumen los valores de verdad de p $\underline{\vee}$ q y p V q:

p	q	p $\underline{\vee}$ q
V	V	V F V
V	F	V V F

CamScanner

Condicional o Implicación

Otra forma de conectar dos proposiciones p y q es diciendo: "Si se cumple p entonces se cumple q", es Decir, por medio de una implicación. Este conectivo se llama condicional o implicación y se simboliza con =>

Ejemplos:

1. Si el pejerrey es un pez, entonces tiene respiración branquial.
2. Si un triángulo tiene dos lados de igual longitud, entonces es isósceles.

Las proposiciones condicionales se pueden enunciar de diferentes maneras:

Si p entonces q.
p sólo si q.
q si p.
p es suficiente para q.
q es necesario para p.
Cuando p,q.

La proposición q en la implicación o condicional p=>q es lo que afirma que ocurre si se cumple la proposición p. también decimos que p es el antecedente y q el consecuente. El condicional es verdadero si el antecedente es falso, o si el antecedente y consecuente son verdaderos o si ambos son falsos. La implicación es falsa sólo si p es verdadero y q es falsa.

Nota: cuando en un párrafo se encuentran los términos: "porque, puesto que, ya que, siempre que, cuando, sí, cada vez que, dado que"; estos términos, también son conectivos condicionales. Se caracterizan porque después de cada uno de estos términos está el **antecedente.**

La siguiente tabla corresponde a los valores de verdad de la implicación:

p	q	p => q
V	V	V V V
V	F	V F F
F	V	F V V
F	F	F V F

Implicaciones asociadas

Si p => q es una implicación, entonces es posible establecer otras implicaciones a partir de ella:
Implicación Recíproca: q => p
Implicación Contraria: ~p => ~q
Implicación Contrarrecíproca: ~q => ~p

CS CamScanner

Actividad II: Confeccione la tabla de verdad de las implicaciones asociadas y determinar cuales son equivalentes entre sí, incluyendo a la implicación p => q.

<u>Bicondicional o Doble Implicación</u>

El Bicondicional entre p y q se simboliza p<=>q y se lee p si y sólo si q. El Bicondicional p<=>q puede pensarse también como la proposición compuesta:
(p=>q) ^ (q=>q)
Una proposición Bicondicional será verdadera si y sólo si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.

Ejemplo: Supongamos que para aprobar un parcial de Lógica la nota debe ser mayor que 5. Entonces con las proposiciones simples

p: "Apruebo un parcial"
q: "La nota es mayor que 5"
y el conectivo <=> formamos la proposición compuesta p<=>q: "Apruebo un parcial si y sólo si la nota es mayor que 5".

La siguiente tabla corresponde a la doble implicación

p	q	P <=> q
V	V	V V V
V	F	V F F
F	V	F F V
F	F	F V F

Tablas de Verdad

Sirven para evaluar el valor de verdad de cualquier proposición compuesta teniendo en cuenta los valores de verdad de las proposiciones que la componen y los conectivos lógicos.
El número de valores que se asigna a cada variable proposicional depende de la fórmula 2^n , donde n indica el número de proposiciones simples que existe en el esquema molecular y 2 es una constante que indica los valores (v) ó (f) que tiene una proposición simple.

Son esquemas moleculares:

1. [p^(p ->q)] -> p
2. [(~p^q) -> ~r] <-> [p ^ ~(p v ~q)]
3. (q -> r) v (p -> r)

CS CamScanner

Actividades Complementarias (Obligatorias)

Ejercicio I: Pasar al lenguaje simbólico y escribe en lenguaje coloquial las implicaciones asociadas y realice la negación de las mismas:

a): “Si un número es menor que cero entonces no es positivo”

b): “Cuando un número es divisible por cuatro, es divisible por dos”

c): “Si tres más cuatro es igual a ocho entonces cinco es un número primo”.

Ejercicio II: Indique el valor de verdad de cada enunciado:

p: Si dos divide a seis entonces seis es un número par

q: Si tres más cuatro es igual a cinco entonces cinco es un número primo

r: Si dos más tres es igual a ocho entonces tres es un número par

s: El cuadrado de menos ocho es sesenta y cuatro y el cuadrado de cuatro es ocho

t: El número cinco es raíz cuadrada de veinticinco o el número menos tres es raíz cuadrada de veinticinco

Ejercicio III: ¿Cuáles de las siguientes son proposiciones? Fundamente porqué lo son o no.

1. Pedro es alto.
2. Juan es estudiante.
3. Ayer llovió.
4. ¿Quién es?
5. Esta mesa es azul.
6. Tres es impar.

Ejercicio IV: Construya las tablas de verdad y clasifíquelas:

1. $\sim(p \wedge \sim p)$
2. $[p \wedge (p \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

CamScanner