Lógica Matemática: Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Razonamientos

- **Razonamiento Deductivo** (otra relación entre proposiciones)
  Dadas las proposiciones lógicas **P_1, P_2, …, P_n** llamadas ***premisas*** y una proposición lógica **Q** llamada ***conclusión***, decimos que **la verdad de Q** **SE DEDUCE** de **la verdad de P_1, P_2, …** y **P_n, si cada vez que las premisas son verdaderas simultáneamente resulta que la conclusión también lo es.**

- En este caso, cuando la verdad de las premisas es evidencia de la verdad de la conclusión, el *esquema de pensamiento* ***P_1, P_2, …, P_n $\therefore$ Q, que leemos si P_1 y P_2 y … y P_n por lo tanto Q,*** se llama un ***razonamiento deductivo válido*** o ***regla de inferencia***.
  Si no es válido, decimos que es **inválido** o una ***Falacia***.

  El *esquema de pensamiento* es la forma de enlazar la conjunción de las premisas y la conclusión, usando una implicación lógica.

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Razonamientos

- **Razonamiento Deductivo** (continuación)

  Cuando todas las premisas $\mathbf{P_1, P_2, \ldots, P_n}$ son verdaderas al mismo tiempo, entonces la conjunción de todas ellas será verdadera.
  Si cada vez que esta conjunción es verdadera se tiene que la conclusión **Q** también es verdadera, podemos decir que hay ***Implicación Lógica*** *entre ellas*:

- $\mathbf{P_1, P_2, \ldots, P_n \therefore Q}$ **es válido** si y sólo sí $\mathbf{(P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n) \Rightarrow Q}$
  $\mathbf{(P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n) \Rightarrow Q}$ si y sólo si $\mathbf{(P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n) \rightarrow Q}$ es $\mathbf{V_0}$

  Esta es la forma en que determinamos si un razonamiento es válido !!!

- **Se dice que la deducción va *de lo general a lo particular***, porque permite armar reglas generales que luego se aplican a proposiciones particulares.

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Razonamientos

- **Reglas de Inferencia Usuales**

Desde la época de Aristóteles (III A.C.) se conocen como razonamientos deductivos válidos los siguientes:

Modus Ponens: $\mathbf{p, p \to q \therefore q}$
(ver demostración de validez en el apunte)

Modus Tolens: $\mathbf{p \to q, \neg q \therefore \neg p}$

Silogismo Hipotético : $\mathbf{p \to q, q \to r \therefore p \to r}$

Y pueden armarse otras infinitas reglas de inferencia (ver algunas de ellas en el libro de Grimaldi, Epp y otros).

¿Cómo sabemos que son válidas? Hay que armar **tablas de verdad** y verificar que en las líneas que **todas las premisas son verdaderas**, la conclusión también **debe ser verdadera**.

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Razonamientos

- Una **proposición interesante** dentro de una teoría, cuya **verdad** puede ser **"probada"**, ya sea utilizando equivalencias lógicas, consecuencias lógicas o razonamientos deductivos, se dice que es un **TEOREMA** de la teoría.
- El proceso por el cual se prueba la verdad del Teorema, recibe el nombre de **DEMOSTRACIÓN** del teorema.
- Si el Teorema no es muy interesante pero es una propiedad que sirve para demostrar un teorema interesante, se denomina **LEMA**.
- Si el Teorema se deriva trivialmente de otro Teorema recientemente demostrado, se llama **COROLARIO** de aquel.

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Predicados

- **Predicados y Función Proposicional**

En las ciencias deductivas, encontramos con asiduidad oraciones declarativas como ***x es un número par*** que no son proposiciones, pero si se especifica el objeto indeterminado ***x*** se obtiene una proposición.

- **Definición**: Una **función proposicional** es una oración declarativa que asigna alguna propiedad **F** al objeto indeterminado **x**, y que se convierte en proposición lógica al especificar el valor de **x**.

Usamos la notación **F(x): x es un número par** para indicar que la oración está compuesta por un ***predicado*** (es un número par) aplicado a un sujeto (x).

En este contexto, **x** es una ***variable*** que toma valores de algún conjunto de posibles valores denominado ***dominio*** o ***universo de discurso***.

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Predicados

- **Función proposicional** (continuación)

Asignar un valor específico a la variable **x** de entre los posibles valores que se encuentran en el **dominio**, se denomina ***instanciar*** la variable y se dice en este caso, que la función proposicional **F(x)** se ha convertido en proposición lógica por ***especialización*** o especificación.

F(x): x es un número par $\begin{cases} \textbf{F(2): 2 es un número par} \text{ (verdadera)} \\ \textbf{F(3): 3 es un número par} \text{ (falsa)} \end{cases}$

Función Proposicional → **Especialización** → ***Proposición Lógica***

Se debe notar que **F(x) NO** es una proposición porque no podemos saber su valor de verdad al estar **x** indeterminado, pero al reemplazar **x** por un valor **SE CONVIERTE** en proposición por especialización

Lógica Matemática:
Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Predicados

- **Cuantificadores**

Otra forma de convertir una función proposicional **F(x)** en proposición lógica, es reemplazar **x** por algún vocablo lingüístico que haga referencia a valores de **x**, sin especificar uno en particular:

Todos, algunos, unos pocos, no todos, ninguno, …

De particular importancia son los vocablos **TODOS** y **ALGUNOS**.

En estos casos se dice que se ha convertido la función proposicional **F(x)** en proposición lógica por ***cuantificación***.

F(x): x es un número par
- **Todo entero es un número par** (falsa)
- **Algunos enteros son un número par** (verd.)

Función Proposicional → **Cuantificación** → ***Proposición Lógica***

Lógica Matemática: Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Predicados

- **Cuantificadores** (continuación)
  - **Cuantificador Universal**

Al usar la palabra **TODOS** se hace una ***cuantificación universal*** de la función proposicional **F(x)** porque se asigna la propiedad **F** a todos los posibles objetos, esto es, a todo el dominio o universo de discurso.

Usamos el símbolo ∀ (una **A** invertida, inicial de ***All*** en inglés) para hacer esta cuantificación:

$$\forall x: F(x)$$

que leeremos ***Para todo x se verifica F(x)*** o Todo x tiene la propiedad F o F(x) es verdadera para todo x.

Si ***F(x): x es un número par*** entonces se puede convertir por cuantificación universal en proposición lógica escribiendo:

∀x: F(x) que leeremos **Todo número entero es un número par.**

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Predicados

- **Cuantificadores** (continuación)
  - **Cuantificador Existencial**

Al usar la palabra **ALGUNO** se hace una ***cuantificación existencial*** de la función proposicional **F(x)** porque se asigna la propiedad **F** a alguno de los posibles objetos del dominio o universo de discurso.

Usamos el símbolo ∃ (una **E** invertida, inicial de ***Existe***) para hacer esta cuantificación:

$$\exists x / F(x)$$

que leeremos ***Existe al menos un x que verifica F(x)*** o Algún x tiene la propiedad F o F(x) es verdadera para algún x del dominio**.**

Si ***F(x): x es un número par*** entonces se puede convertir por cuantifica-ción existencial en proposición lógica escribiendo:

$\exists x / F(x)$ que leeremos **Existe al menos un entero que es número par.**

Lógica Matemática: Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Predicados

- **Cuantificadores** (continuación)
  - **Cuantificadores y clases de objetos**

Cuando se define una función proposicional **F(x)** sobre un dominio **D**, habrá en el dominio algunos objetos que al reemplazarlos por **x** generen una proposición **verdadera** y otros que generen una proposición **falsa** (ambas por ***especialización***).

Esto es, **F(x)** divide naturalmente al dominio **D** en dos ***CLASES*** o **categoría** de objetos:

La clase *F*: $\forall$x: F(x) – objetos **a** que hacen verdadera a **F(a)**

La clase $\overline{F}$: $\forall$x:~F(x) – objetos **b** que hacen falsa a **F(b)**

Definición: Se llama ***clase F*** a una colección de objetos de un dominio que comparten alguna propiedad en común haciendo verdadera a una función proposicional **F(x)**. Decimos que **F(x) define a la clase F**.

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Predicados

- **Cuantificadores** (continuación)
  - **Cuantificadores y clases de objetos: Notación**

Denotaremos las **clases con letras mayúsculas** y los **miembros o elementos de una clase con letras minúsculas**.

Si un objeto **a** es miembro de una clase **C definida por una función proposicional C(x),** escribiremos: **C(a)** **o** **a∈C**.

Si un objeto **b** NO es miembro de una clase **C definida por una función proposicional C(x),** escribiremos: $\overline{C(b)}$ **o** **b∉C.**

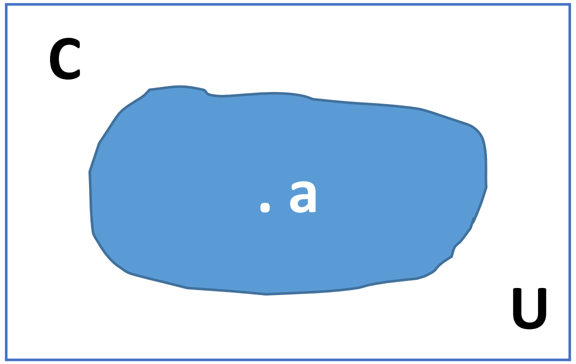


Diagrama de Venn / Eüler

- **Diagramas de Venn o Esquemas de Eüler**.

Puede utilizarse una representación gráfica para pensar mejor acerca de las clases.

El diagrama indica esta representación.

Lógica Matemática:
Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Predicados

- **Proposiciones Categóricas**

  Algunas proposiciones relacionan dos clases o categorías de objetos entre sí (llamadas *universales*) y otras relacionan miembros de una clase con ella (llamadas particulares). Son comunes las siguientes **proposiciones categóricas**, supuestas dos clases **A** y **B**:

  - **Universal Afirmativa**: **Todo miembro de A es miembro de B.**

    $\forall x: x \in A \rightarrow x \in B$ **A incluida en B**

  - **Universal Negativa…**: **Ningún miembro de A es miembro de B.**

    $\forall x: x \in A \rightarrow x \notin B$ **A y B son disjuntas**

  - **Particular Afirmativa**: **Algún miembro de A es miembro de B.**

    $\exists x / x \in A \wedge x \in B$ **A tiene algo en común a B**

  - **Particular Negativa…**: **Algún miembro de A no es miembro de B.**

    $\exists x / x \in A \wedge x \notin B$ **A tiene algo no común a B**

Lógica Matemática: Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Predicados

- **Predicados compuestos**
  - Se pueden definir predicados compuestos recursivamente (apunte)
  - Relaciones útiles entre predicados cuantificados:
    - $\forall x: P(x) \Rightarrow \exists x/ P(x)$
    - $\sim[\forall x: P(x)] \Rightarrow \exists x/ \sim P(x)$ (no todos)
    - $\sim[\exists x/ P(x)] \Rightarrow \forall x: \sim P(x)$ (ninguno)
    - $P(x) \Rightarrow Q(x)$ sii $\mathbf{P(a) \rightarrow Q(a)}$ es verdadero para cada $\mathbf{a \in Dominio}$
    - $P(x) \equiv Q(x)$ sii $\mathbf{P(a) \leftrightarrow Q(a)}$ es verdadero para cada $\mathbf{a \in Dominio}$
    - Los cuantificadores del mismo tipo pueden unirse o conmutarse pero los de distinto tipo NO (apunte)
  - Reglas de inferencia adicionales en LP1O
    - **Regla de especificación universal: $\forall x: P(x) \Rightarrow P(a), a \in$ Dominio**
    - **Regla de generalización universal: P(c) verdadero para cualquier elemento "c" tomado al azar en el dominio $\Rightarrow \forall x: P(x)$**

Lógica Matemática:
Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Predicados

- **Razonamiento Deductivo en Lógica de Predicados (LP1O)**
  Es importante notar el **mayor poder expresivo** de LP1O contra LP0.

P: Todos los perros son animales. $\forall x: Perro(x) \rightarrow Animal(x)$
Q: Todos los animales, respiran. $\forall x: Animal(x) \rightarrow Respira(x)$
--- ------------------------------------
R: Por lo tanto, todos los perros, respiran. $\therefore \forall x: Perro(x) \rightarrow Respira(x)$

Asumiendo que las premisas son proposiciones verdaderas:

Paso de demostración	Porqué es verdadero el paso
1) $\forall x: Perro(x) \rightarrow Animal(x)$	primer premisa P
2) $Perro(c) \rightarrow Animal(c)$	(1) y regla de especificación universal
3) $\forall x: Animal(x) \rightarrow Respira(x)$	segunda premisa Q
4) $Animal(c) \rightarrow Respira(c)$	(3) y regla de especificación universal
5) $Perro(c) \rightarrow Respira(c)$	(2), (4) y silogismo hipotético
6) **$\forall x: Perro(x) \rightarrow Respira(x)$**	(5) y regla de generalización universal

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Lógica Matemática: Inducción Matemática

- **Concepto de inducción**
  - Cómo aprenden los niños. **De lo particular a lo general**.
  - Sucesiones y series. Definiciones y notación sumatoria (apunte).
  - Ejemplos de sumas parciales y resultado supuesto (apunte).

- **Propiedades de los naturales**

  1: $0 \in N$

  2: $n \in N \rightarrow (n+1) \in N$

  3. Principio del buen orden

- **Principio de inducción matemática**
  - Paso 1: **Base inductiva**
  - Para k: **Hipótesis inductiva**
  - Paso 2: **Paso inductivo**

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Pr

-
- Cuantificadores y clases
- Propo categ
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Principio de Inducción Matemática (simple)

Sea P(n) una función proposicional con dominio N.

SI:

a) Hay un natural n_0 tal que $P(n_0)$ es verdadera, y

b) Si para cualquier $k \geq n_0$ fijo, que P(k) sea verdadera implica lógicamente que P(k+1) también es verdadera.

ENTONCES:

Para todo $n \geq n_0$: P(n) es verdadera.

BASE INDUCTIVA

PASO INDUCTIVO

HIPÓTESIS INDUCTIVA

CONCLUSIÓN

En símbolos:

$$([\exists n_0 \in N \ / \ P(n_0)] \wedge [\forall k \in N, k \geq n_0: [P(k) \Rightarrow P(k+1)]])$$
$$\Rightarrow (\forall n \in N, n \geq n_0: P(n))$$

Lógica Matemática:
Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Ejemplo 1: Formulación del problema

P(n): La suma de los primeros **n** números naturales consecutivos partiendo desde **1**, es igual a **n(n+1)/2**.

En símbolos:

$$\boldsymbol{P(n)\colon 1+2+3+\cdots+n=\frac{n\,(n+1)}{2}}$$

¿Qué es "n" en este problema?
- La cantidad de términos a sumar en el lado izquierdo de la igualdad.
- En este caso coincide con el enésimo término de la adición.

¿Para qué sirve saber si esta fórmula es correcta?
- Permite en cualquier contexto, reemplazar la sumatoria del lado izquierdo de la igualdad, por la fórmula del lado derecho.
- Permite optimizar algoritmos. En vez de hacer un lazo sumando **n** números, se puede realizar el mismo cálculo con tres operaciones.

Lógica Matemática:
Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Ejemplo 1: Demostración por Inducción Matemática

Base Inductiva: Tomando $\mathbf{n_0=1}$ se tiene:

$$P(1): 1 = \frac{1.(1+1)}{2} = \frac{1.(2)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Paso Inductivo: Suponiendo que para un **k≥1** fijo, **P(k)** es verdadera se tiene que:

$$1+2+3+\cdots+k = \frac{k\,(k+1)}{2}$$

Se debe analizar ahora **P(k+1)**:

!!!

$$P(k+1): 1+2+3+\cdots+k+(k+1) = \frac{(k+1)\,((k+1)+1)}{2}$$

$$P(k+1): \frac{k\,(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{(k+1)\,((k+1)+1)}{2}$$

$$P(k+1): \frac{k\,(k+1)+2(k+1)}{2} = \frac{(k+1)\,((k+1)+1)}{2}$$

$$P(k+1): \frac{(k+1)(k+2)}{2} = \frac{(k+1)\,(k+2)}{2}$$

Luego, por IM **∀n∈N, n≥1: P(n) es verdadera.**

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Ejemplo 1: Demostración Directa

La suma de los primeros **n** números naturales, supongamos que es **S**. Además, tengamos en cuenta que la adición es conmutativa. Entonces podemos escribir (según el joven Gauss ☺):

$$\mathbf{1} + \mathbf{2} + \mathbf{3} + \cdots + (\boldsymbol{n} - \mathbf{1}) + \boldsymbol{n} = \boldsymbol{S}$$

y

$$\boldsymbol{n} + (\boldsymbol{n} - \mathbf{1}) + (\boldsymbol{n} - \mathbf{2}) + \cdots + \mathbf{2} + \mathbf{1} = \boldsymbol{S}$$

Sumando miembro a miembro las igualdades:

$$(\boldsymbol{n} + \mathbf{1}) + (\boldsymbol{n} + \mathbf{1}) + (\boldsymbol{n} + \mathbf{1}) + \cdots + (\boldsymbol{n} + \mathbf{1}) + (\boldsymbol{n} + \mathbf{1}) = \mathbf{2}\boldsymbol{S}$$

El lado izquierdo suma **n** veces **(n+1)**, por lo que se puede escribir:

$$\boldsymbol{n}.(\boldsymbol{n} + \mathbf{1}) = \mathbf{2}\boldsymbol{S}$$

Y finalmente despejando S:

$$\boldsymbol{S} = \frac{\boldsymbol{n}.(\boldsymbol{n} + \mathbf{1})}{\mathbf{2}}$$

Lógica Matemática:
Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Ejemplo 2: Formulación del problema

P(n): La suma de los primeros **n** números naturales impares consecutivos partiendo desde **1**, es igual a **n^2**.

En símbolos:

$$\boldsymbol{P(n): 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2}$$

¿Qué es "n" en este problema?
- La cantidad de términos a sumar en el lado izquierdo de la igualdad.
- El enésimo término (número impar) se escribe como **2n – 1**; esto puede verse asignando sucesivamente a **n** el valor 1, 2, 3, etc. Así:
  - **Primer número impar… = 2.1 – 1 = 1** y **P(1): 1 = 1^2**
  - **Segundo número impar = 2.2 – 1 = 3** y **P(2): 1+3 = 2^2**
  - **…**

¿Para qué sirve saber si esta fórmula es correcta?
- Ídem ejemplo 1.

Lógica Matemática:
Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Ejemplo 2: Demostración por Inducción Matemática

Base Inductiva: Tomando $\mathbf{n_0=1}$ se tiene:

$$P(1): 1 = 1^2 = 1$$

Paso Inductivo: Suponiendo que para un **k≥1** fijo, **P(k)** es verdadera se tiene que:

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$$

!!! Se debe analizar ahora **P(k+1)**:

$$P(k+1): 1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2(k+1) - 1) = (k+1)^2$$

$$P(k+1):\ k^2 + (2k + 2 - 1) = (k+1)^2$$

$$P(k+1):\ k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2$$

Luego, por IM **∀n∈N, n≥1: P(n) es verdadera.**

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

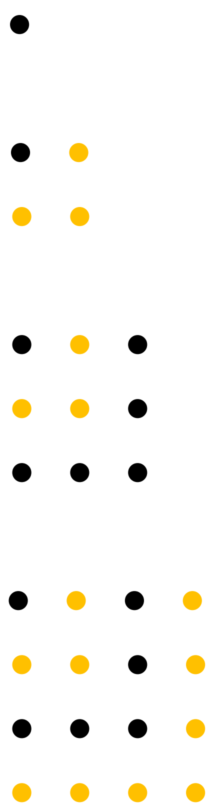
Ejemplo 2: Demostración Gráfica (intuitiva)

P(1): 1 = 1 — 1 x 1

P(2): 1 + 3 = 4 — 2 x 2

P(3): 1 + 3 + 5 = 9 — 3 x 3

P(4): 1 + 3 + 5 + 7 = 16 — 4 x 4



Para **P(n)** tendremos un cuadrado de **n x n** puntos. De aquí que el nombre asignado a **n^2** sea **el cuadrado de n**.

Lógica Matemática: Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

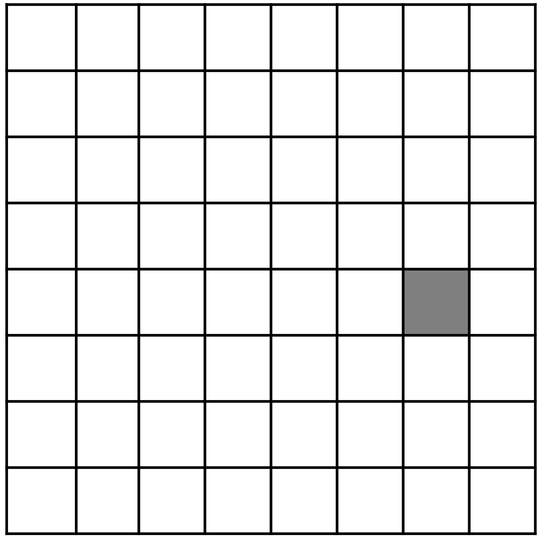
Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Ejemplo 3: Formulación del problema

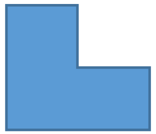
Un tablero de ajedrez es un cuadrado de 8 x 8 = 64 casillas. Si le quitamos una, diremos que está ***fallado***; tendrá entonces 8 x 8 – 1 casillas.

$8=2^3$



$8=2^3$

El tablero tiene $2^3 x 2^3 - 1$ casillas



Propongo que este tablero fallado puede ser completamente cubierto con fichas de ***triminós***. No parece una proposición referida a naturales. Para mostrarlo, se puede jugar con papel recortado y probar. ☺

Lógica Matemática:
Razonamientos LP0
- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O
- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

Inducción Math
- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

Ejemplo 3: Formulación del problema

Generalicemos la idea.

P(n): Un tablero cuadrado fallado de **2^n x 2^n casillas menos una**, puede ser cubierto con fichas de ***triminós***.

Ahora sí queda claro que se refiere a números naturales n.

¿Qué es "n" en este problema?
- El exponente que define el tamaño del tablero cuadrado de lado **2^n**.

¿Para qué sirve saber si es verdadera para todo n?
- Podría tratarse de un teselamiento de alguna superficie a construir que quiere recubrirse con elementos del tipo indicado.

Lógica Matemática: Razonamientos LP0

- Razon. Deductivo
- Reglas para inferir
- Teorema, lema y corolario. Demos.

Predicados LP1O

- Función proposi.
- Cuantificadores y clases
- Proposiciones categóricas
- Predicados compuestos
- Nuevas reglas de inferencia en LP1

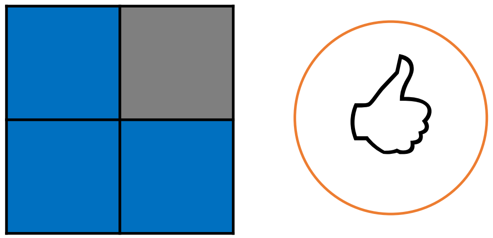
Inducción Math

- Sucesiones y series (notación)
- Propiedades de N
- Principio de inducción math

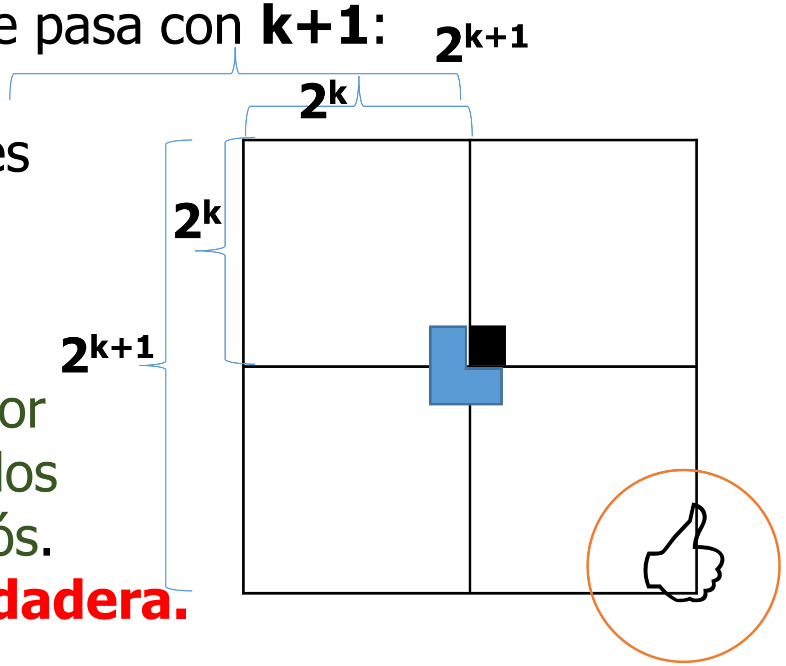
Ejemplo 3: Demostración por Inducción Matemática

Base Inductiva: Tomando $\mathbf{n_0=1}$ se tiene $\mathbf{2^1x2^1 - 1 = 3}$ casillas:

Evidentemente este tablero puede cubrirse con solo una ficha de triminós.



Paso Inductivo: Supongamos que para algún $\mathbf{k \geq 1}$ la proposición **P(k)** es verdadera, esto es, un tablero fallado de $\mathbf{2^k x 2^k - 1}$ casillas puede cubrirse con fichas de triminós. Veamos que pasa con **k+1**:
El tablero tiene ahora $\mathbf{2^{k+1}}$ casillas de lado.
Si divido el mismo en cuatro tableros iguales cada tablero tendrá $\mathbf{2^k}$ casillas de lado.
Elijo quitar la casilla **negra** para obtener el tablero fallado de $\mathbf{2^{k+1}x2^{k+1} - 1}$ casillas, y agrego una ficha de **triminós azul**. Pero por hipótesis inductiva cada uno de los cuadrados de lado $\mathbf{2^k}$ ahora puede cubrirse con triminós.



Luego, por IM $\forall n \in N, n \geq 1$: **P(n) es verdadera.**