

## Universidad Tecnológica Nacional – FRC Ingeniería en Sistemas de Información MAD 2020

## Matemática Discreta

## Guía de Ejercicios a Resolver Unidad 2

Confección, análisis y selección de ejercicios

Ing. María Aurelia Jurio

Con colaboración de integrantes de la cátedra



## Unidad N° 2: Lógica Matemática

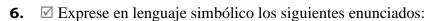
1. Indique cuales de las siguientes oraciones son proposiciones lógicas.

	a) La máquina no funciona.	g) ¿Lloverá	nañana?.			
	<b>b</b> ) ¿Hoy es lunes?.	<b>h</b> ) ¡Lloverá 1	nañana!			
	c) Hoy es lunes.	<b>i</b> ) $ax^2 + bx +$	c = 0.			
	d) Hoy está soleado.	j) La lógica	no existe.			
e) d) Ábrame la puerta.		<b>k</b> ) Debe sald	ar su deuda!.			
	f) e) Daniel ama el deporte.	l) El algoriti	no falló.			
2.	Indique de las siguientes proposiciones, cuáles son simples y cuáles compuestas. En el caso de las compuestas, aísle las proposiciones simples e indique a su criterio el o los vínculos utilizados.					
	a) $3+4=7$ o no me llamo Pedro.					
	b) José no quiere bajar del avión.					
	c) Si hoy es lunes, entonces mañana será martes y no miércoles.					
	d) Voy a viajar becado a Japón con Fabiana o a Alemania con Fernando.					
	e) No es cierto que comeré mariscos.					
	f) No estudiaré Agronomía, y tampoco Biología.					
	<b>g</b> ) $(12-4) < 7$					
	h) No es verdad que, la Tierra r	o es el tercer plane	ta.			
	Sea <b>p</b> "Hace frío" y sea <b>q</b> "Está lloviendo". Dé ejemplos de declaraciones verbales que describan cada uno de los enunciados siguientes:					
3.	· · · ·		los de declaraciones verbales			
3.	· · · ·	ndos siguientes:				
	que describan cada uno de los enuncia	ados siguientes: $\mathbf{q} \lor \sim \mathbf{p}$ , $\mathbf{e}$ ) $\sim \mathbf{p} \land \mathbf{p}$ americano". Escrib	~q, f)~(~q)			
	que describan cada uno de los enuncia a) ~p, b) p ∧ q, c) p ∨ q, d)  ✓ Sea p "Es hombre" y sea q "Es	ados siguientes: $\mathbf{q} \lor \sim \mathbf{p}$ , $\mathbf{e}$ ) $\sim \mathbf{p} \land \mathbf{p}$ americano". Escrib	~q, f)~(~q)			
	que describan cada uno de los enuncia a) ~p, b) p ∧ q, c) p ∨ q, d)  ✓ Sea p "Es hombre" y sea q "Es sentencias en forma simbólica utilizar	ados siguientes: $\mathbf{q} \lor \sim \mathbf{p}$ , $\mathbf{e}$ ) $\sim \mathbf{p} \land \mathbf{p}$ americano". Escrib	~q, f)~(~q)  oa cada una de las siguientes			
	que describan cada uno de los enuncia a) ~p, b) p ∧ q, c) p ∨ q, d)  ✓ Sea p "Es hombre" y sea q "Es sentencias en forma simbólica utilizar a) Es hombre y americano.	ados siguientes: $\mathbf{q} \vee \sim \mathbf{p}$ , e) $\sim \mathbf{p} \wedge \mathbf{p}$ americano". Escribado $\mathbf{p}$ y $\mathbf{q}$ .	~q, f) ~(~q)  oa cada una de las siguientes			
	que describan cada uno de los enuncia a) ~p, b) p ∧ q, c) p ∨ q, d)  ✓ Sea p "Es hombre" y sea q "Es sentencias en forma simbólica utilizar a) Es hombre y americano. b) Es hombre y no es americano.	ados siguientes: $\mathbf{q} \vee \sim \mathbf{p}$ , e) $\sim \mathbf{p} \wedge \mathbf{p}$ americano". Escribado $\mathbf{p}$ y $\mathbf{q}$ .	~q, f) ~(~q)  oa cada una de las siguientes			
	que describan cada uno de los enuncia a) ~p, b) p ∧ q, c) p ∨ q, d) ✓ Sea p "Es hombre" y sea q "Es sentencias en forma simbólica utilizar a) Es hombre y americano. b) Es hombre y no es americano. c) ✓ Es falso que, no es hombre o an	ados siguientes: $\mathbf{q} \vee \sim \mathbf{p}$ , e) $\sim \mathbf{p} \wedge \mathbf{p}$ americano". Escribado $\mathbf{p}$ y $\mathbf{q}$ .	~q, f)~(~q)  oa cada una de las siguientes			
<b>3</b> .	que describan cada uno de los enuncia a) ~p, b) p ∧ q, c) p ∨ q, d)  ✓ Sea p "Es hombre" y sea q "Es sentencias en forma simbólica utilizar a) Es hombre y americano. b) Es hombre y no es americano. c) ✓ Es falso que, no es hombre o an d) No es cierto que, es hombre y no es	ados siguientes: $\mathbf{q} \vee \sim \mathbf{p}$ , e) $\sim \mathbf{p} \wedge \mathbf{p}$ americano". Escribado $\mathbf{p}$ y $\mathbf{q}$ .  hericano.  es americano.	~q, f) ~(~q)  oa cada una de las siguientes			
	que describan cada uno de los enuncia a) ~p, b) p ∧ q, c) p ∨ q, d)  ✓ Sea p "Es hombre" y sea q "Es sentencias en forma simbólica utilizar a) Es hombre y americano. b) Es hombre y no es americano. c) ✓ Es falso que, no es hombre o an d) No es cierto que, es hombre y no e) O es americano o no es hombre	ados siguientes: $\mathbf{q} \vee \sim \mathbf{p}$ , e) $\sim \mathbf{p} \wedge \mathbf{p}$ americano". Escribado $\mathbf{p}$ y $\mathbf{q}$ .  hericano.  es americano.	~q, f) ~(~q)  oa cada una de las siguientes			



5.	Hallar e	l valor	de verd	ad de lo	s enunciados:

- a) París está en Francia
- **b**) 3+3=7
- c) Es falso que París está en Francia
- d) París está en Francia y 3+3=6
- e) París está en Inglaterra o Londres está en Inglaterra
- f) Londres está en Inglaterra o en Francia



a) Si la contaminación radioactiva no es nociva para los insectos y si lo es para los humanos, el planeta Tierra será sólo poblado por los insectos o por extraterrestres inmunes.

**b**) No es cierto que, si la computadora es una herramienta que ayuda al hombre, entonces no simplifica su trabajo y aumenta su tiempo libre.

- **7.** Dadas las proposiciones y expresiones simbólicas, determine los enunciados correspondientes.
  - a) ☑ p : soy aplazado en Análisis

$$P_{(p,q,r)}: \sim p \rightarrow (q \wedge r)$$

q : regularizo Algebra

r : podré cursar la correlativa

**b)** p : aumento mis ingresos

$$P_{(p,q,r)}: (p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$$

- q : pago mis impuestos
- r : compraré más acciones

$$P_{(p, q, r, s)}$$
:  $(p \lor q) \leftrightarrow \sim (r \lor s)$ 

q: viajaré a Roma

r : dejo de trabajar

s: pierdo mis acciones

**d**) p : voy de vacaciones

$$P_{(p,q,r,s)}: \sim (\sim s \rightarrow (p \land (q \lor r)))$$

q : compraré un auto

r : compraré una moto

s : disminuyo mis gastos

e)  $\square$  p: 18 resulta de multiplicar 3 x 6  $P_{(p, q, r, s)}$ :  $(p \vee q) \leftrightarrow \sim (r \wedge s)$ 

q: 18 resuta de multiplicar 2 x 9

r: 18 es divisible por 3

s: 18 es divisible por 4



f) ✓ p: María es inglesa.

$$P_{(p,q,r)} \;:\; {\color{gray}{\sim}}\; (\; (\; p \,\underline{\vee}\; q\;) \,{\rightarrow}\,{\color{gray}{\sim}}\; r\;)$$

- q: María es española.
- r: María tiene sangre europea.
- ✓ Confeccione la tabla de verdad para cada una de las siguientes proposiciones y establezca si son tautologías, contradicciones o proposiciones contingentes.

a) P: 
$$\sim$$
(p  $\wedge \sim$ p)

**f**) U: 
$$(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

- **b)** Q: Hace calor y no brilla el sol
- g) V: Hoy es feriado o no es domingo.

c) R: 
$$\sim p \vee q$$

**h**) W: 
$$(p \wedge q) \vee \sim r$$

**d)** 
$$\boxtimes$$
 S:  $(p \land q) \lor \sim (p \land q)$ 

i) X: 
$$p \lor (\sim q \land \sim r)$$

e) 
$$\square$$
 T:  $(p \wedge q) \wedge \sim (p \wedge q)$ 

**j**) Y: 
$$(p \land \sim q) \land r$$

9. Dadas las proposiciones y enunciados, obtenga sus expresiones simbólicas correspondientes. Analice, si fuera necesario, las distintas posibilidades de interpretación que origina la ambigüedad del lenguaje natural.

**p**: viajaré a París

r: dejo de trabajar

q: viajaré a Roma

s: pierdo mis acciones

- a) Viajaré a París o a Roma, si y solo sí, es falso que, dejo de trabajar o pierdo mis acciones.
- **b)** Si no viajo a París, viajo a Roma y dejo de trabajar.
- c) No es cierto que, si no pierdo mis acciones, viajaré a París y viajaré a Roma o dejaré de trabajar.
- d) Si dejo de trabajar, pierdo mis acciones y no viajaré a París ni a Roma.
- e) Si pierdo mis acciones o dejo de trabajar, entonces no viajaré a París ni a Roma.
- 10. Determine por medio de Tabla de verdad, si los puntos a, b, c, d y e del ejercicio anterior se tratan de tautología, contingencia o contradicción.
- **11.** Compruebe si se cumplen las equivalencias:

a) 
$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)$$

a) 
$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)$$
  
b)  $\sim (p \underline{v} q) \equiv \sim p \underline{v} \sim q$   
d)  $p \land (q v r) \equiv (p \land q) v (p \land r)$   
e)  $p \underline{v} q \equiv p v (p \land q)$ 

**b**) 
$$\sim$$
 (p v q)  $\equiv$   $\sim$  p v  $\sim$  q

e) 
$$p v q \equiv p v (p^{\wedge} q)$$

c) 
$$p v (p \wedge q) \equiv p$$



- **12.** Utilizando tablas de verdad, demuestre que:
  - a) Las implicaciones contrarrecíprocas son equivalentes, o sea que:

$$(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}) \equiv (\sim \mathbf{q} \rightarrow \sim \mathbf{p})$$
, se cumple.

**b)** Las implicaciones recíprocas no son equivalentes.

$$(\mathbf{p} \to \mathbf{q}) \equiv (\mathbf{q} \to \mathbf{p})$$
, no se cumple.

c) Las implicaciones contrarias no son equivalentes.

$$(\mathbf{p} \to \mathbf{q}) \equiv (\sim \mathbf{p} \to \sim \mathbf{q})$$
, no se cumple.

- 13. Dadas las siguientes proposiciones, plantear la recíproca, contraria y contra recíproca de cada una.
  - a) P<sub>p,q</sub>: Si la contaminación radioactiva es nociva para los humanos entonces el planeta será poblado sólo por insectos.
  - **b**) **P**<sub>p,q</sub>: Si aumenta el índice inflacionario, entonces el costo de la canasta familiar no disminuirá
- **14.** Determine la Recíproca, la Contraria y la Contra recíproca de cada enunciado:
  - a) Si compro las entradas, voy al cine.
  - **b**) Si Juan trabaja entonces viaja en colectivo
  - c) Si Juan es poeta entonces es pobre.
  - **d)** Si x no es cero, entonces x no es positivo.
  - e) Si Marcos estudia pasará el examen.
  - f) Si no me voy de vacaciones, entonces podré cambiar el auto.
- **15.** Indique si la negación es distributiva respecto a la conjunción, a la disyunción, a la implicación y a la implicación doble. Esto es, determinar si se verifica que:

$$\mathbf{a}) \ {\sim} \ (p \wedge q) \equiv ({\sim} p \wedge {\sim} q) \qquad \qquad \mathbf{c}) \ {\sim} \ (p \to q) \equiv ({\sim} p \to {\sim} q)$$

c) 
$$\sim (p \rightarrow q) \equiv (\sim p \rightarrow \sim q)$$

$$\mathbf{b}) \sim (\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \equiv (\sim \mathbf{p} \vee \sim \mathbf{q})$$

$$\mathbf{b}) \sim (p \vee q) \equiv (\sim p \vee \sim q) \qquad \qquad \mathbf{d}) \sim (p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p \leftrightarrow \sim q)$$

**16.** Confeccione la tabla de verdad para cada una de las siguientes proposiciones y establezca si son tautologías, contradicciones o proposiciones contingentes.

a) 
$$( \sim p \vee q ) \rightarrow p$$

**b**) 
$$\sim p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$\mathbf{c})\,\mathbf{q} \leftrightarrow (\, \mathtt{\sim}\mathbf{q} \wedge \mathbf{p}\,)$$

**d**) 
$$(\neg q \lor p) \leftrightarrow (q \to \neg p)$$
 **e**)  $(p \to q) \lor \neg (p \leftrightarrow \neg q)$  **f**)  $[\neg p \land (p \lor q)] \to q$ 

e) 
$$(p \rightarrow q) \lor \sim (p \leftrightarrow \sim q)$$

I) 
$$[ \sim p \land (p \lor q) ] \rightarrow q$$



- **17.** Compruebe que  $p \vee q \equiv (p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$ . Se denomina *disyunción exclusiva*;  $\vee$  se lee "p o q, pero no ambos".
- **18.**  $\square$  Siendo **P**:  $\mathbf{p} \leftrightarrow \mathbf{q}$  y **Q**:  $\sim \mathbf{p} \rightarrow \sim \mathbf{q}$  indicar si se verifican las siguientes implicaciones y equivalencias lógicas:
  - a)  $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$
- b)  $\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{P}$  c)  $\mathbf{P} \Leftrightarrow \mathbf{Q}$
- **19.**  $\square$  Verifique la validez de la siguiente equivalencia:  $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q} \equiv -\mathbf{p} \vee \mathbf{q}$
- **20.** Verifique la validéz de la siguiente equivalencia:  $\sim (p \lor q) \lor (\sim p \land q) \equiv \sim p$
- **21.** Compruebe que el bicondicional  $\mathbf{p} \leftrightarrow \mathbf{q}$  puede escribirse en el término de los tres conectivos originales  $\vee$ ,  $\wedge$  y  $\sim$ .
- **22.** Demuestre que la operación condicional es distributiva respecto a la conjunción, es decir.

$$p \rightarrow (q \land r) \equiv (p \rightarrow q) \land (p \rightarrow r)$$

23. Establezca si la implicación simple y doble, verifican la propiedad asociativa, compruebe mediante la tabla de verdad si se cumplen las siguientes equivalencias:

$$(p \to q) \to r \equiv p \to (q \to r)$$
  $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \equiv p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$ 

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \equiv p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$$

- **24.** Demuestre si son tautológicas las siguientes expresiones:
  - a)  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim (p \land \sim q)$
- e)  $((p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (p \rightarrow r)$

**b**)  $p \rightarrow (p \land q)$ 

**f**)  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ 

c)  $p \rightarrow (p \rightarrow q)$ 

- **g**)  $\sim (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \land \sim q) \lor (q \land \sim q))$
- **d**)  $((p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
- **25.**  $\square$  Dar un ejemplo verbal de la Ley de De Morgan:  $\sim (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \equiv \sim \mathbf{p} \vee \sim \mathbf{q}$