UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL CÓRDOBA

Carrera de Ingeniería en Sistemas de Información
Matemática Discreta - Período Lectivo 2020

GUÍA DE EJERCICIOS RESUELTOS

UNIDADES 1

Unidad 1: Teoría de los Números

1) Teniendo en cuenta los enteros dados m y n, escriba m como q.n+r, con 0≤ r < n.

Solución:

a) *m = 20, n = 3* → q=6, r=2, [(6.3) + 2] = 20

b) *m = 64, n = 37* → q=1, r=27 [(1.37) + 27] = 64

c) *m = 3, n = 22* → q=0, r=3, [(0.22) + 3] = 3

d) *m = 48, n = 12* → q=4, r=0, [(4.12) + 0] = 48

2) Calcular 8 mod 3 y 8 div 3; 15 mod 3 y 15 div 3; 11 mod 2 y 11 div 2

Solución:

8 mod 3 = 2	8 div 3 = 2
15 mod 3 = 0	15 div 3 = 5
11 mod 2 = 1	11 div 2 = 5

3) Calcular el mcd de a = 190 y b = 34, utilizando el algoritmo de Euclides.

Solución:

Siendo a = 190 y b = 34, usando el algoritmo de Euclides obtenemos:

Se divide 190 entre 34:	190 = 5 . 34 + 20
Se divide 34 entre 20:	34 = 1 . 20 + 14
Se divide 20 entre 14:	20 = 1 . 14 + 6
Se divide 14 entre 6:	14 = 2 . 6 + **2**
Se divide 6 entre 2:	6 = 3 . 2 + 0

de manera que el MCD(190, 34) es 2, el último de los divisores.

4) Calcular el mcd de 689 y 234, utilizando el algoritmo de Euclides.

Solución:

689 mod 234 = 221 → mcd (689,234) = mcd (234,221)

234 mod 221 =13 → mcd (234,221) = mcd (221,13)

221 mod 13 = 0 → mcd (221,13) = 13

mcd(689,234)= 13

otra forma de presentarlo teniendo en cuenta el Teorema del Resto sería:

689 = 234*2 + 221
234 = 221*1 + 13
221 = 13*17 + 0

5) Encuentre aplicando el algoritmo de Euclides el mcd de los siguientes pares de números:

Solución:

a) 369 y 900

369 / 900
369 0

900 / 369
162 2

369 / 162
45 2

162 / 45
27 3

45 / 27
18 1

27 / 18
9 1

18 / 9
0 2

mcd(900,369) = 9

b) 428 y 124

428 / 124
56 3

124 / 56
12 2

56 / 12
8 4

12 / 8
4 1

8 / 4
0 2

mcd(428,124) = 4

c) 1000 y 7550

1000 / 7550
1000 0

7550 / 1000
550 7

1000 / 550
450 1

550 / 450
100 1

450 / 100
50 4

100 / 50
0 2

mcd(1000,7550) = 50

6) Escriba cada entero como un producto de potencias de primos:

Solución:

a) $828 = 2^2 . 3^2 . 23$ **b)** $1666 = 2 . 7^2 . 17$

c) $1781 = 13 . 137$ **d)** $1125 = 3^2 . 5^3$

e) $107 = 107$

7) Encuentre el mcd de los siguientes pares de enteros mediante la factorización de dichos enteros en sus factores primos.

a) 100 y 1024 **b)** 120 y 500 **c)** 39 y 24

Solución:

a) mcd (100,1024) = 2^2 = 4

100 /	2
50	2
25	5
5	5
1	

1024 /	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

Teniendo en cuenta que: $100 = 2^2 \text{ x } 5^2 \text{ x } 1^1$ y $1024 = 2^{10}$ el factor común es 2 y el menor exponente de 2 es 2.

b) mcd (120,500) = 2^2 . 5 = 4 . 5 = 20

120 /	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

500 /	2
250	2
125	5
25	5
5	5
1	

c) mcd (39,24) = 3

39 /	3
13	13
1	

24 /	2
12	2
6	2
3	3
1	

8) Encontrar el mcm de 500 y 120 mediante la factorización de ambos en números primos.

Solución: **mcm (120, 500) = 2^3 . 3. 5^3 = 8 . 3. 125 = 3.000**

120 /	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

500/	2
250	2
125	5
25	5
5	5
1	

9) Compruebe que los tres números 6 ,10 y 15 son primos entre sí, sin ser primos tomados de dos en dos.

Solución:

6 /	2
3	3
1	

10 /	2
5	5
1	

15 /	3
5	5
1	

6 = 2.3 **10 = 2.5** **15 = 3.5**

mcd (6, 10, 15) = 1 → esto implica que son primos relativos, pero tomados de a 2 no lo son.

mcd (6, 10) = 2 **mcd (6, 15) = 3** **mcd (10, 15) = 5**

12) Calcular el MCD y el MCM de los siguientes números:

a) 18, 30, 40 y 12
b) 18, 45, 60 y 72
c) 20, 12 y 16
d) 81,540,162 y 243
e) 84, 189, 210 y 105
f) 48, 280 y 720
g) 90, 315, 225, 405, 450

Solución:

a) mcd(18,30,40,12) = 2 **mcm(18,30,40,12) = 2^3 . 3^2 . 5 = 8 . 9 . 5 = 360**

18 /	2
9	3
3	3
1	

30 /	2
15	3
5	5
1	

40 /	2
20	2
10	2
5	5
1	

12 /	2
6	2
3	3
1	

b) mcd(18,45,60,72) = 3   mcm(18,45,6,72) = $2^3 . 3^2 . 5 = 8 . 9 . 5 =$ 360

18	/ 2
9	3
3	3
1	

45	/ 3
15	3
5	5
1	

60	/ 2
30	2
15	3
5	5
1	

72	/ 2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

c) mcd(20,12,16)= 2   mcm(20,12,16) = $2^4 . 3 . 5 = 16 . 3 . 5 =$ 240

20	/ 2
10	2
5	5
1	

12	/ 2
6	3
2	2
1	

16	/ 2
8	2
4	2
2	2
1	

d) mcd (81,540,162,243) = 3^3= 27

mcm (81,540,162,243) = $2^2 . 3^5 . 5 = 4 . 243 . 5 =$ 4860

81	/ 3
27	3
9	3
3	3
1	

540	/ 2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

162	/ 2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

243	/ 3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

e) mcd (84,189,210,105) = 3 . 7 = 21

mcm(84,189,210,105)= $2^2 . 3^3 . 5 . 7 = 4 . 27 . 5 . 7 =$ 3780

84	/ 2
42	2
21	3
7	7
1	

189	/ 3
63	3
21	3
7	7
1	

210	/ 2
105	3
35	5
7	7
1	

105	/ 3
35	5
7	7
1	

f) **mcd (48,280,720) = 2^3 = 8**

mcm (48,280,720) = $2^4 . 3^2 . 5 . 7$ = 16 . 9 . 5 . 7 = 5040

48	/ 2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

280	/ 2
140	2
70	2
35	5
7	7
1	

720	/ 2
360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

g) **mcd (90,315,225,405,450) = 3^2 . 5 = 9 . 5 = 45**

mcm (90,315,225,405,450) = 2 . $3^4 . 5^2$. 7 = 2 . 81 . 25 . 7 = 28.350

90	/ 2
45	3
15	3
5	5
1	

315	/ 3
105	3
35	5
7	7
1	

225	/ 3
75	3
25	5
5	5
1	

40	/ 3
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

450	/ 2
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

$90 = 2^1 . 3^2 . 5^1 . 1^1$ $\quad$ $315 = 3^2 . 5^1 . 7^1 . 1^1$

$225 = 3^2 . 5^2 .1^1$ $\quad$ $40 = 3^4 . 5^1 . 1^1$ $\quad$ $450 = 2^1 . 3^2 . 5^2 . 1^1$

13) Se desean acondicionar 1830 latas de aceite y 1170 latas de yerba en un cierto número de cajones que contengan el mismo número de latas, sin que sobre ninguna y sin mezclar las latas. ¿Cuál será el mayor número posible de latas que puedan ponerse en cada cajón?

Solución: Se pueden poner como máximo **30 latas** por cajón.

1830 = 2 . 3 . 5 . 61
1170 = 2 . 3^2 . 5 . 13

mcd (1830, 1170) = 2 . 3. 5 = **30**

16) Calcular el MCD de los siguientes número, mediante el Algoritmo de Euclides:

a) 660 y 5544 $\quad$ **b)** 1980 y 1008

c) 4584 y 59130 $\quad$ **d)** 6930 y 450

e) 8154 y 3246

a) mcd (660,5544)

empleando el Teorema del Resto:

a=660, b=5544

a=b x q + r

660= 5544 x 0 + 660

5544 = 660 x 8 + 264

660 = 264 x 2 + 132

264 =**132** x 2 + 0

mcd (660,5544)= 132

b) mcd (1980,1008)

empleando el Teorema del Resto:

a=1980, b=1008

a=b x q + r

1980= 1008 x 1 + 972

1008 = 972 x 1 + 36

972 = **36** x 27 + 0

mcd (1980,1008)= 36

c) mcd(4584,59130)

empleando la operación ***mod*** para calcular el resto

4584 mod 59130 = 4584,	mcd (4584,59130) = mcd (59130, 4584)
59130 mod 4584 = 4122,	mcd (59130,4584) = mcd (4584, 4122)
4584 mod 4122 = 462,	mcd (4584, 4122) = mcd (4122, 462)
4122 mod 462 = 426,	mcd (4122, 462) = mcd (462,426)
462 mod 426 = 36,	mcd (462, 426) = mcd (426,36)
426 mod 36 = 30,	mcd (426, 36) = mcd (36,30)
36 mod 30 = 6,	mcd (36, 30) = mcd (30,6)
30 mod **6** = 0,	mcd (36, 6) = **6**

mcd (4584,59130) = 6

d) mcd(6930,450)

empleando la operación ***mod*** para calcular el resto

6930 mod 450 = 180,
mcd (6930,450) = mcd (450, 180)

450 mod 180 = 90,
mcd (450,180) = mcd (180, 90)

180 mod **90** = 0,
mcd (180,90) = **90**

<u>mcd(6930,450) = 90</u>

e) mcd (8154,3246)

empleando el Teorema del Resto:

a=8154, b=3246

a=b x q + r

8154= 3246 x 2 + 1662

3246= 1662 x 1 + 1584

1662= 1584 x 1 + 78

1584= 78 x 20 + 24

78= 24 x 3 + 6

24= **6** x 4 + 0

<u>mcd(8154, 3246) = 6</u>