

# Coloreo

Asignar un color a cada vertice de modo que no existan dos vertices adyacentes con el mismo color.

Un ejemplo de uso seria de que todos los nodos (representan personas) que estan pintados de un mismo color los podria sentar en una mesa todos juntos debido a que el requisito es que en 1 mesa no puede haber personas peleados con otras, en este caso seria que no sean adyacentes los nodos/personas ya que las aristas indican enemistad

## Numero Cromatico

El numero minimo de colores necesarios para una coloracion propia de  $G$  es el numero cromatico de  $G$ , se escribe como  $C(G)$

Número mínimo de colores necesarios para colorar sus vértices.

## ▼ Formas Aplicar Coloreo

### Metodo 1 Recorrido Por Cada Color

Elijo un color y veo todos los nodos posibles que pueda pintar con ese color. Recien cuando termino cambio de color y vuelvo a ver todos los nodos posibles. Repito hasta que pinte todos los nodos.

1. Elijo un color
2. Empiezo desde el primer nodo
3. Me tengo que fijar:

Si el nodo actual no es adyacente a uno ya pintado del mismo color o no esta pintado con un color entonces lo pinto

Sino avanzo al siguiente

4. Avanzo por los nodos hasta que pinte todos los nodos no adyacentes en la pasada actual de un mismo color
5. Si quedaron elementos sin pintar, cambio de color y hago una nueva pasada repitiendo desde 2

## Metodo 2 Recorrido Secuencial Pintar Por Nodo

Recorro una sola vez todos los nodos, entonces cuando quiero pintar uno veo si puedo pintarlo de un color ya existente segun el orden en el que se crearon y que cumpla que no sea adyacente a otro de un mismo color y sino creo un nuevo color y lo pinto.

1. Elijo un color
2. Empiezo desde el primer nodo
3. Lo pinto de ese color
4. Avanzo al siguiente nodo
5. Si el nodo no es adyacente a un nodo con color actual igual que se esta usando para pintar o no esta pintado
  - a. Lo pinto directamente de ese color y vuelvo a seleccionar el primer color de la lista de colores usados. Repito 4
  - b. Sino paso a seleccionar el siguiente color de la lista de colores usados para pintar. Repito 5.
  - c. En caso de que sea adyacentes a nodos que tenga colores ya usados (llegue al final de la lista de colores usados para pintar), lo pinto con un color nuevo. Repito 4.

## ▼ Algoritmos Coloreo

### Al Azar

Este algoritmo sigue una estrategia voraz, es decir comienza la coloración de los vértices según orden de los éstos en la matriz de adyacencias del grafo.

Si corro este algoritmo con otro orden de nodos puedo obtener el mismo numero o capaz uno peor o mejor. Para desordenarlos podria elegir 2 numeros aleatorios como posiciones del vector de nodos e intercambiar los datos, asi sucesivamente una cierta cantidad de veces.

### Welsh Powell

Orden decreciente por grado de cada nodo.

En este algoritmo la única diferencia respecto al algoritmo voraz es el orden en el que se realiza la coloración de vértices.

En este caso los vértices se ordenan de mayor a menor grado es decir en función del número de vértices adyacentes.

Da mejores resultados que Matula y Al Azar.

Para poder encontrar otra solución tendría que ordenar de diferente forma los elementos dentro de los conjuntos de nodos de mismo grado. Podría encontrar el límite inferior y superior de cada conjunto y aplicar el mismo algoritmo de desordenamiento que en al azar

Otra forma de encontrar otra solución es el vector original desordenarlo nuevamente con el método ya indicado y lo vuelvo a ordenar para obtener otra secuencia.

## **Matula**

La única diferencia respecto a los otros dos algoritmos de coloraciones el orden en el que se realiza la coloración de vértices. En este caso el orden de los vértices es inverso al proceso de selección.

Primero se elige  $V(n)$  como el vértice menor grado, luego se elige  $V(n-1)$  como el vértice de menor grado en  $G - \{V(n)\}$  (prescindiendo del vértice  $V(n)$ ), y así se continúa examinando los vértices de menor grado.

El algoritmo que use para ordenar en ambos casos debe ser estable para mantener el orden original.

## **▼ Familias**

### **Lineal**

Formado por  $N$  vértices y  $N-1$  aristas. Todos sus vértices tienen grado dos salvo el primero y el último.



Solo necesito 2 colores ya que los colores se van intercalando

## Circular

Cuando decimos un ciclo, nos referimos a una secuencia de aristas y vértices conectados en forma circular.

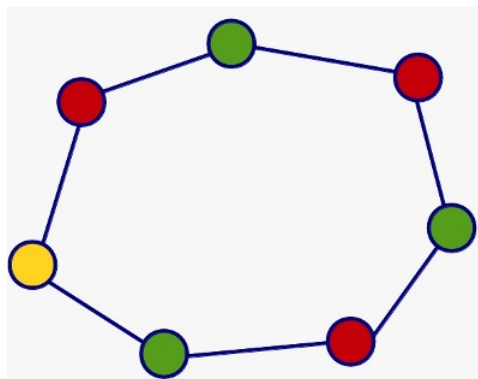
Caminos simples y cerrados.

Formado por  $N$  vertices y  $N$  aristas. Todos sus vertices tienen grados dos.

Segun cantidad de nodos

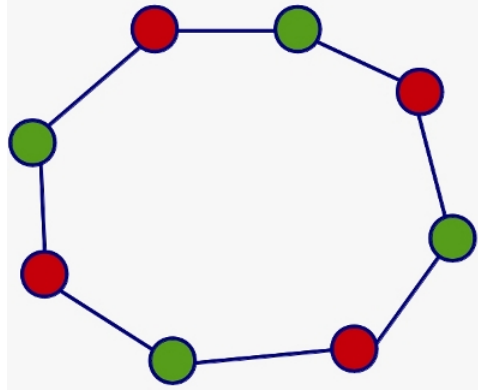
- Par: 3 colores

**Todo ciclo de longitud impar, necesita 3 colores para ser colorado.**



- Impar: 2 colores.

Mientras que si el ciclo tiene un número par de vértices, sólo 2 colores serán necesarios y suficientes, como podemos ver en la figura siguiente.



## N-Partito

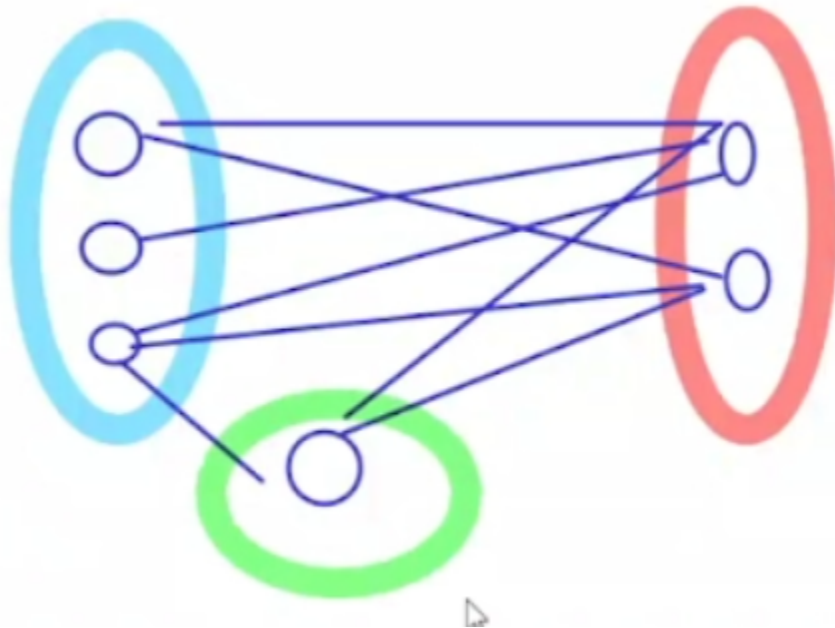
Un grafo  $k$ -partito es un grafo cuyos vértices están o pueden ser particionados en  $k$  diferentes conjuntos independientes. Equivalentemente, es un grafo que puede ser coloreado con  $k$  colores, de forma de que no haya puntos finales de esquinas que posean el mismo color.

Necesito  $N$  colores si tengo un grafo  $N$ -Partito.

Ej: Un bipartito necesito 2 colores. Un grafo bipartito es un grafo cuyos vértices se pueden separar en dos conjuntos disjuntos, de manera que las aristas no pueden relacionar vértices de un mismo conjunto.

Un tri partito como el de la foto necesita 3 colores.

Cada conjunto es de 1 solo color pero no se conectan entre si, sino que se conectan con los demas nodos de otro color.



## Plano

Es un grafo que puede dibujarse en el plano sin que las aristas se crucen.

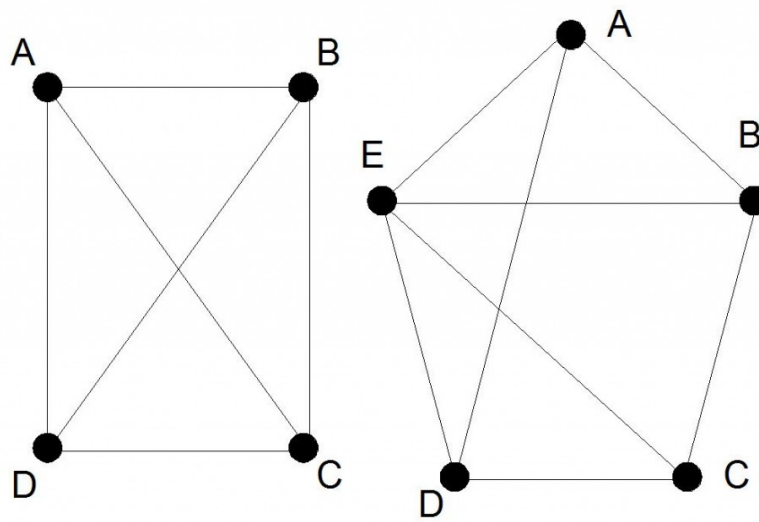
Es aquel en que sus aristas no se cruzan, salvo en sus vértices.

Existe un teorema fundamental de esta teoría, denominado teorema de los cuatro colores que afirma que todo grafo plano puede colorearse con, a lo sumo, cuatro colores distintos.

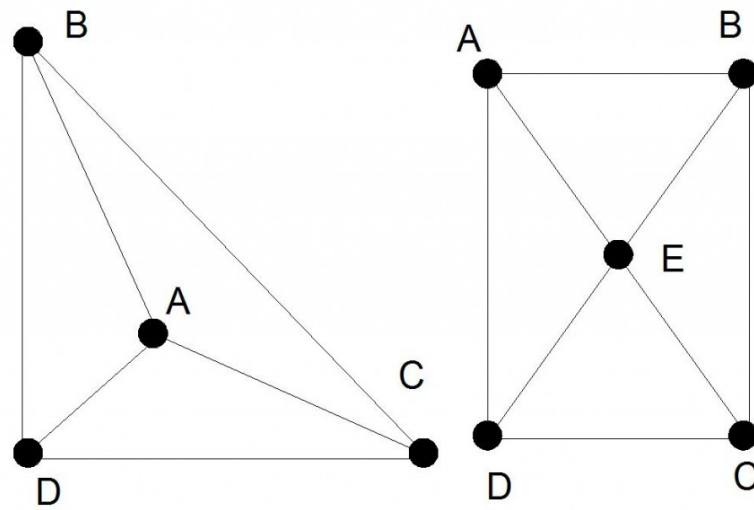
El teorema de los 4 colores asegura que **cualquier mapa, como máximo, necesita 4 colores**

para ser bien dibujado, pero no siempre son necesarios.

Estos dos grafos dibujados de esta forma NO SON PLANOS:



Pero si se redibujan SI SON PLANOS:

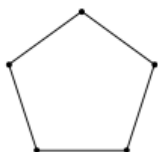




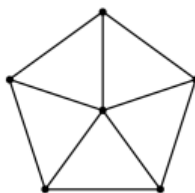
Grafo nulo  $N_4$



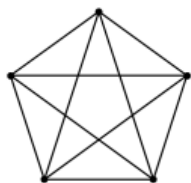
Grafo lineal  $L_4$



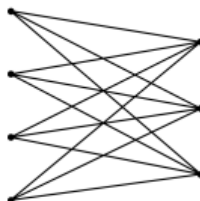
Grafo ciclo  $C_5$



Grafo rueda  $R_5$



Grafo completo  $K_5$



Grafo bipartito completo  $K_{3,4}$