DEPARTAMENTO DE COMPUTACION
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Trabajo Práctico II

Probabilidad y Estadística
Primer Cuatrimestre de 2019

Integrante	LU	Correo electrónico
Facundo Linlaud	561/16	facundolinlaud@gmail.com
Marco Sotomayor	?	marco.soto1995@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)
Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina
Tel/Fax: (54 11) 4576-3359
http://www.fcen.uba.ar

Índice

1. Ejercicio 1

1.1. Momentos de la muestra

Como sabemos que $X_1, \ldots, X_n$ es una muestra aleatoria con distribución $U[0, b]$, sabemos que el primer momento de una distribución uniforme es su esperanza, mientras que su segundo momento su varianza. De esta manera podemos estimar el primer y segundo momento de la muestra:

$$m_1 = E[X] = \frac{a+b}{2} \tag{1}$$

Sabiendo además que $a = 0$, podemos utilizar la equivalencia (1) para estimar el valor de b:

$$\begin{aligned} \bar{X}_n &= \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} X_i \\ \iff \bar{X}_n &= \frac{1}{n} * n * \frac{a+b}{2} \\ \iff \bar{X}_n &= \frac{a+b}{2} \end{aligned}$$

Luego, despejando b y reemplanzando a por 0, obtenemos su estimador:

$$\hat{b}_{mom} = 2 * \bar{X}_n$$

1.2. Estimador de Máxima Verosimilitud

Sabemos que la función de densidad de una distribución uniforme es:

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a} I_{(a,b)}(x)$$

Sabiendo que $a = 0$ y que $a < b$ por propiedades de distribución uniforme, procederemos a maximizar $f_X(x)$ para estimar el valor de máxima verosimilitud de b:

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{b-a} I_{(a,b)}(x) \\ \iff L(\theta) &= \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{b-0} I_{(a,b)}(x) \\ \iff L(\theta) &= \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{b} I_{(x_i,+\infty)}(\theta) \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$L(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{b^n} & \text{si } max\{x_1, \ldots, x_n\} < \theta \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

Esto implica que $\frac{1}{b^n}$ es máximo cuando b^n es mínimo. Luego, el valor más chico posible de b es el valor más grande que haya tomado algún resultado en la muestra $X_1, \ldots, X_n$. Porque si b fuese menor a alguno de ellos, la probabilidad total sería nula (por contener un elemento fuera del rango de la distribución). Finalmente, tenemos un valor para nuestro estimador:

$$\hat{b}_{mv} = max\{x_1, \ldots, x_n\}$$

2. Ejercicio 2

Dada una muestra $X_1, ..., X_n$, estimar el doble de su mediana implica tomar los únicos datos que tenemos, es decir la muestra, calcular su mediana muestral y multiplicarla por dos. Su implementación puede ser observada en el archivo **tp2.py**.

3. Ejercicio 3

El procedimiento para resolver este ejercicio fue obtener el estimador $hat\theta_{mv}$ y restarlo por $b = 1$ para obtener el error de máxima verosimilitud. El mismo procedimiento fue realizado análogamente para el estimador de momento $\hat{\theta}_{mom}$. Al ejecutar **tp2.py**, se puede observar que módulo del error tiende a ser menor o igual a $0{,}1$.

4. Ejercicio 4

Ver **tp2.py**.

5. Ejercicio 5

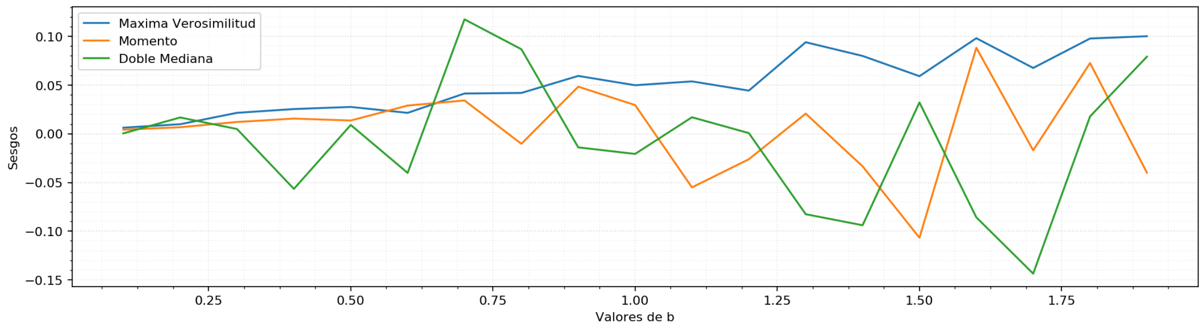

Figura 1: Footnotesize

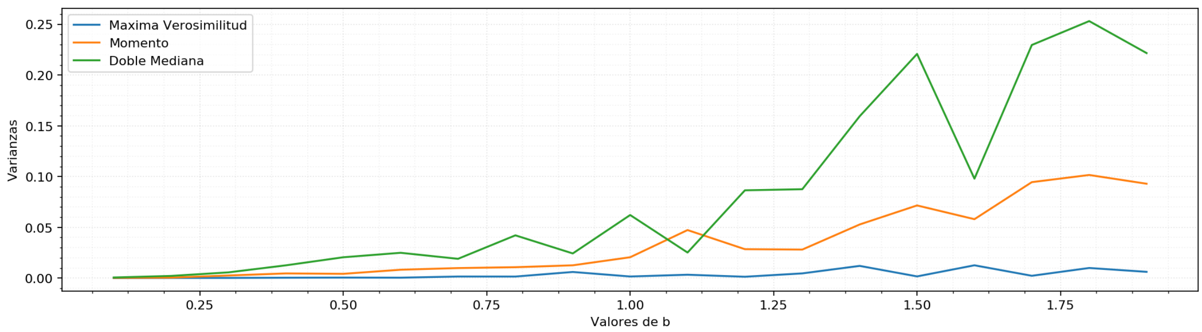

Figura 2: Footnotesize

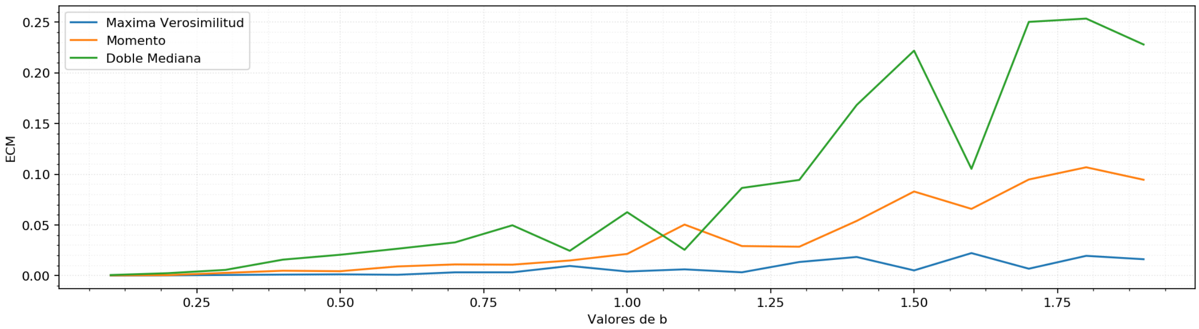

Figura 3: Footnotesize