



DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Trabajo Práctico II

Probabilidad y Estadística
Primer Cuatrimestre de 2019

Integrante	LU	Correo electrónico
Facundo Linlaud	561/16	facundolinlaud@gmail.com
Marco Sotomayor	?	marco.soto1995@gmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (54 11) 4576-3359

<http://www.fcen.uba.ar>

Índice

1. Ejercicio 1	3
1.1. Momentos de la muestra	3
1.2. Estimador de Máxima Verosimilitud	3

1. Ejercicio 1

1.1. Momentos de la muestra

Como sabemos que X_1, \dots, X_n es una muestra aleatoria con distribución $U[0, b]$, sabemos que el primer momento de una distribución uniforme es su esperanza, mientras que su segundo momento su varianza. De esta manera podemos estimar el primer y segundo momento de la muestra:

$$m_1 = E[X] = \frac{a+b}{2} \quad (1)$$

Sabiendo además que $a = 0$, podemos utilizar la equivalencia (1) para estimar el valor de b :

$$\begin{aligned} \bar{X}_n &= \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n X_i \\ \Leftrightarrow \bar{X}_n &= \frac{1}{n} * n * \frac{a+b}{2} \\ \Leftrightarrow \bar{X}_n &= \frac{a+b}{2} \end{aligned}$$

Luego, despejando b y reemplazando a por 0, obtenemos su estimador:

$$\hat{b}_{mom} = 2 * \bar{X}_n$$

1.2. Estimador de Máxima Verosimilitud

Sabemos que la función de densidad de una distribución uniforme es:

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a} I_{(a,b)}(x)$$

Sabiendo que $a = 0$ y que $a < b$ por propiedades de distribución uniforme, procederemos a maximizar $f_X(x)$ para estimar el valor de máxima verosimilitud de b :

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{b-a} I_{(a,b)}(x) \\ \Leftrightarrow L(\theta) &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{b-0} I_{(a,b)}(x) \\ \Leftrightarrow L(\theta) &= \left(\frac{1}{b}\right)^n I_{(a,b)}(x) \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$L(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{b^n} & \text{si } \max\{x_1, \dots, x_n\} < \theta \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

Esto implica que $\frac{1}{b^n}$ es máximo cuando b^n es mínimo. Luego, el valor más chico posible de b es el valor más grande que haya tomado algún resultado en la muestra X_1, \dots, X_n . Porque si b fuese menor a alguno de ellos, la probabilidad total sería nula (por contener un elemento fuera del rango de la distribución). Finalmente, tenemos un valor para nuestro estimador:

$$\hat{b}_{mv} = \max\{x_1, \dots, x_n\}$$