Procesamiento Digital de Imágenes

Unidad II: Operaciones en el dominio espacial (2º parte)

Departamento de Informática - FICH
Universidad Nacional del Litoral

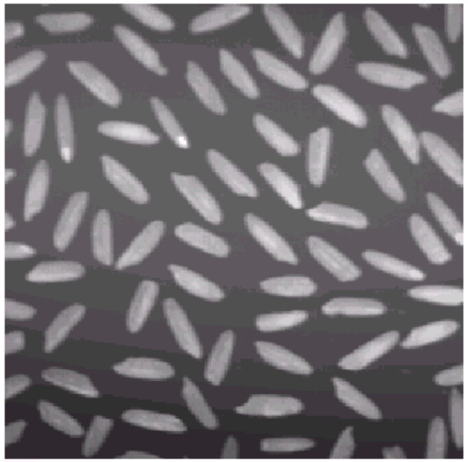
27 de marzo de 2017

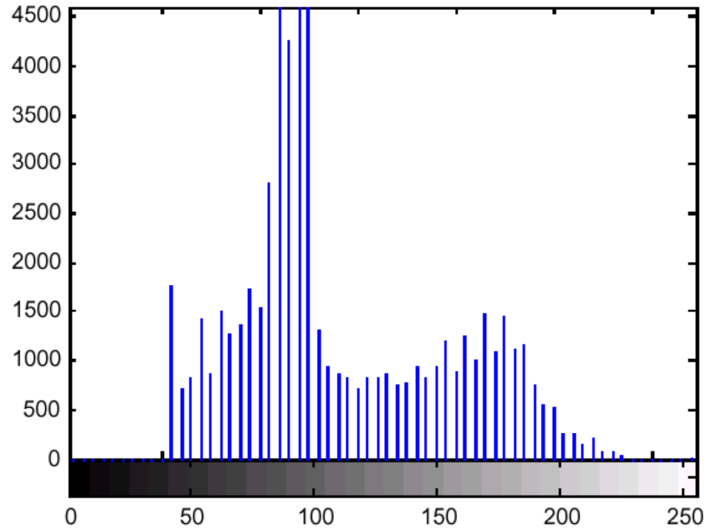
Temas a desarrollar

- Operaciones puntuales globales: manejo del histograma.
- Operaciones locales:
  - Concepto de filtrado espacial.
  - Filtros espaciales lineales y no lineales. Definiciones y ejemplos.

Manejo del histograma

- El histograma es una función discreta que describe de manera global la apariencia de una imagen: número de píxeles en función de las intensidades de grises.





- Probabilidad $P(g)$ de ocurrencia de un determinado nivel g:

$$P(g) = \frac{n(g)}{n}, \text{ donde } \begin{cases} n(g)\text{: numero de pixeles de intensidad } g \\ n\text{: numero de pixeles de la imagen} \end{cases}$$

$$P(g) \leq 1 \; \forall g, \text{ y } \sum_g P(g) = 1$$

Manejo del histograma

- Propiedades estadísticas del histograma
  - Media: valor promedio de los niveles de gris (brillo general de la imagen):

$$\bar{g} = \sum_{g=0}^{L-1} g P(g) = \frac{1}{n} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)$$

$\bar{g} = 85.5$

$\bar{g} = 111.16$

$\bar{g} = 135.8$

Manejo del histograma

- Propiedades estadísticas del histograma
  - Varianza: dispersión de valores alrededor de la media (contraste de la imagen):

$$\sigma^2 = \sum_{g=0}^{L-1} (g - \bar{g})^2 P(g) = \frac{1}{n} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x,y) - \bar{g}]^2$$

$\sigma^2 = 43$

$\sigma^2 = 59.18$

$\sigma^2 = 77.53$

Manejo del histograma

- Propiedades estadísticas del histograma
  - Asimetría sobre la media en la distribución de los niveles de gris:

$$a = \sum_{g=0}^{L-1} (g - \bar{g})^3 P(g)$$

  - Energía: informa sobre la distribución de los niveles de gris. Valor máximo 1 para imagen con un único nivel de gris, disminuye con el aumento del número de grises.

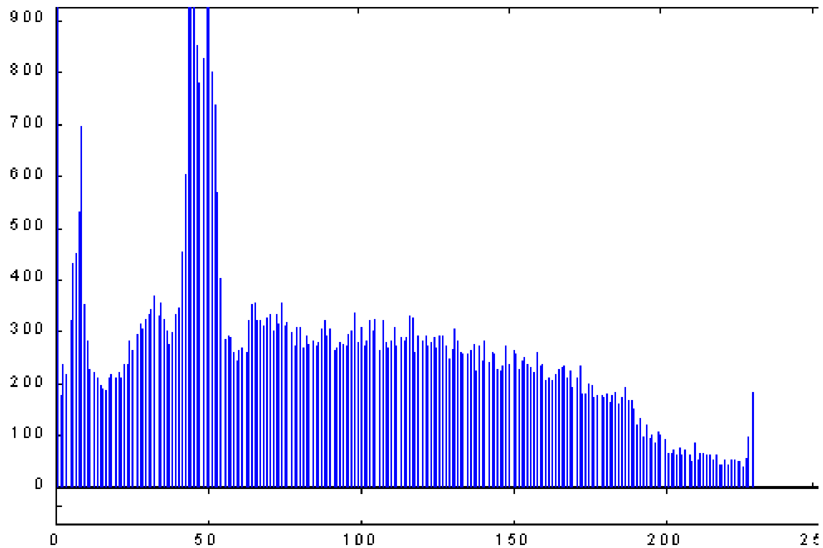
$$E = \sum_{g=0}^{L-1} P(g)^2$$

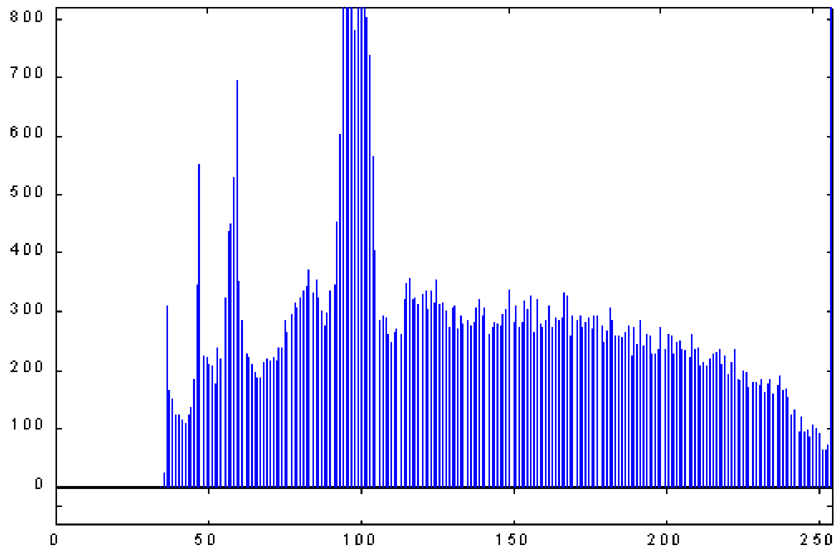
  - Entropía: incerteza en la distribución, aumenta con el número de grises.

$$e = -\sum_{g=0}^{L-1} P(g) \log_2[P(g)]$$

Manejo del histograma

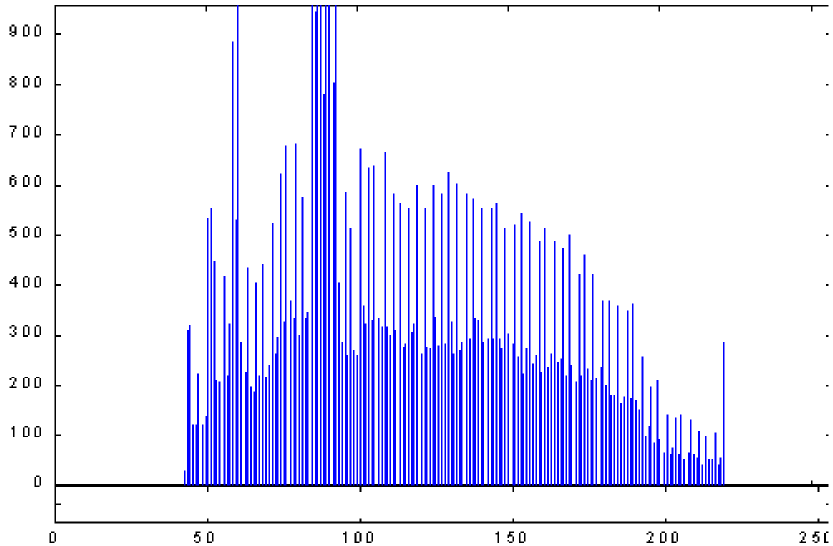
- Ejemplo de histograma con variación de brillo:

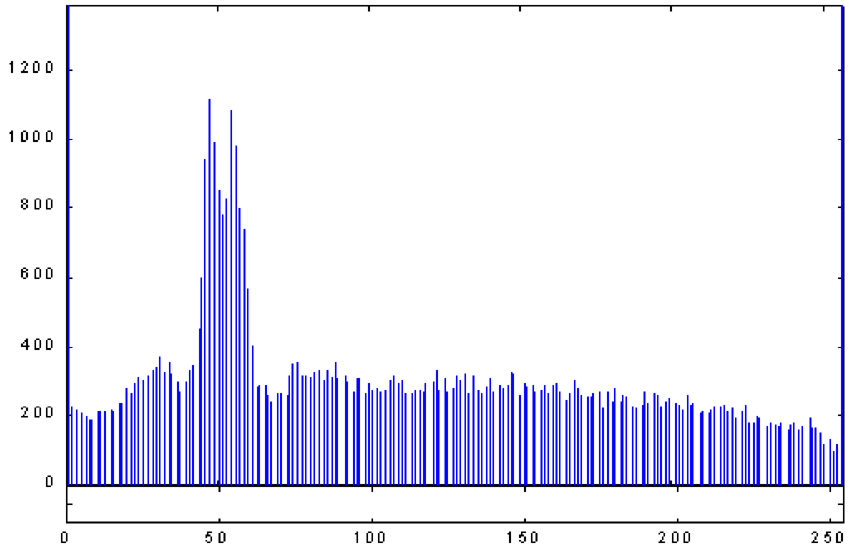




Manejo del histograma

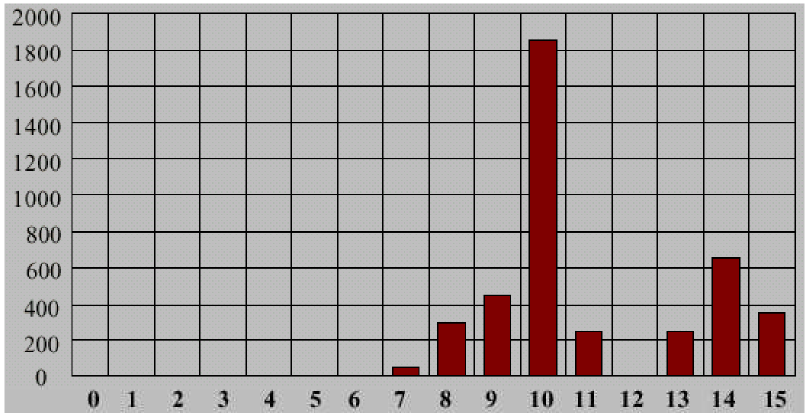
- Ejemplo de histograma con variación de contraste:



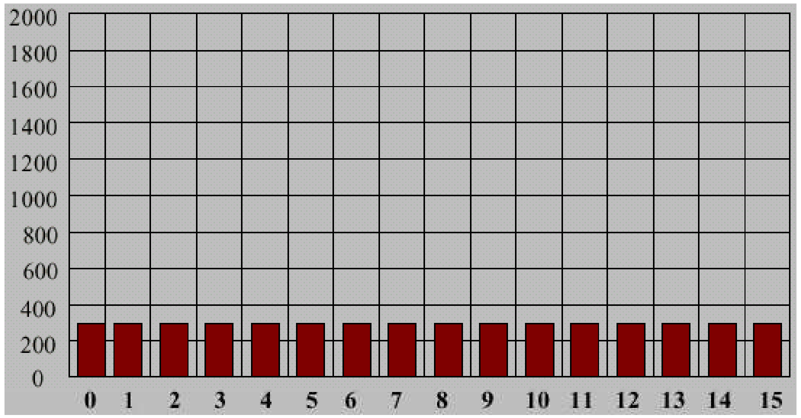


Manejo del histograma

- Manipulación del histograma : operaciones que se realizan sobre la distribución de grises, a fin de mejorar el aspecto de la imagen.
- Procesos: manejo de brillo y contraste visto anteriormente en operaciones puntuales, desplazamiento, corrección gamma.
- Ecualización (o igualación): manipulación para mejorar el contraste. Redistribuye los grises de la imagen original sobre todos los grises disponibles.



Histograma original



Histograma ecualizado

Manejo del histograma

- La operatoria se basa en controlar la función de densidad de probabilidad mediante una función de transformación.
- Suponemos imágenes digitales (valores discretos) con intensidades entre 0 y 1. La relación que define las probabilidades es:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}, \text{ con } \begin{cases} 0 \leq r_k \leq 1 \\ k = 0, 1, \ldots, L-1 \end{cases}$$

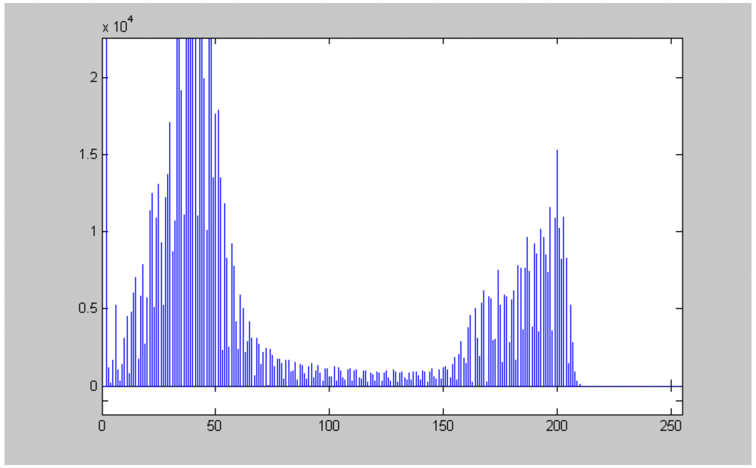
- La función de transformación utilizada es la Función de Distribución Acumulada (CDF), y está dada por:

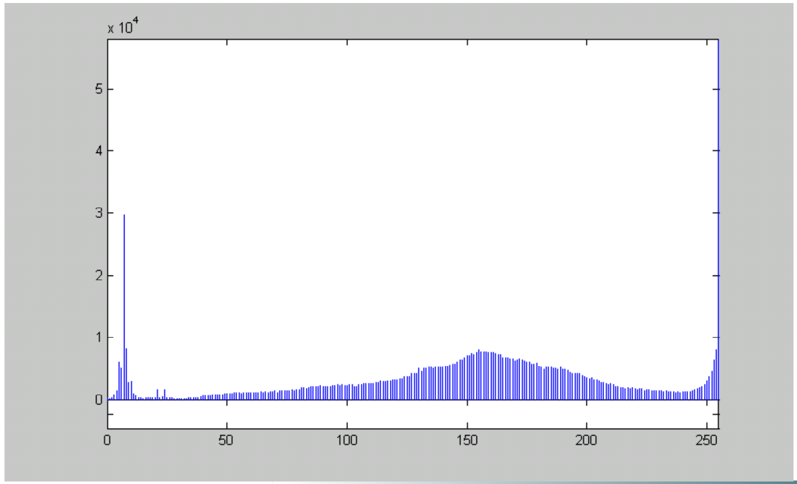
$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^{k} p_r(r_j), \text{ con } \begin{cases} 0 \leq r_k \leq 1 \\ k = 0, 1, \ldots, L-1 \end{cases}$$

(ver desarrollo del ejemplo en el apunte)

Manejo del histograma

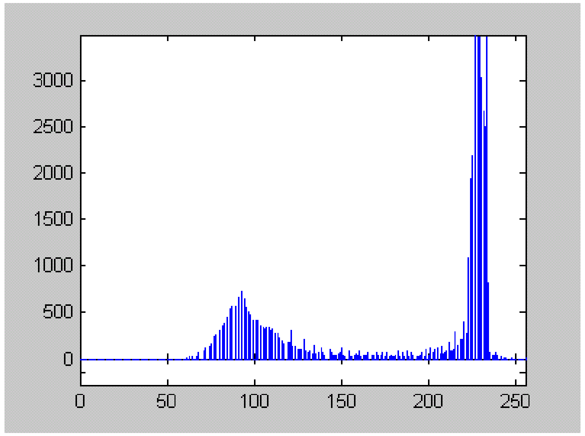
- Ejemplo:

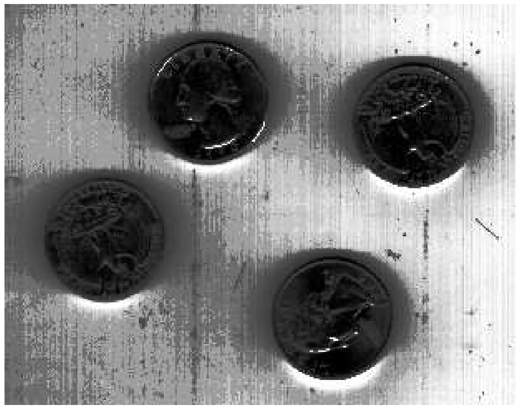


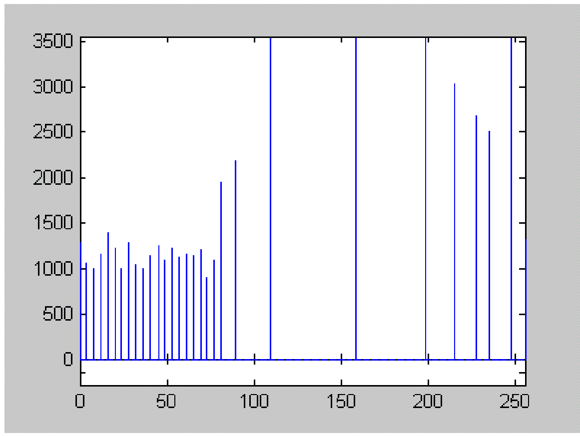


Manejo del histograma

- No siempre produce buenos resultados, particularmente cuando el histograma origen está muy localizado (pico), pudiendo producir falsos bordes y regiones de diferente intensidad. En estos casos también aumenta la "granulosidad".





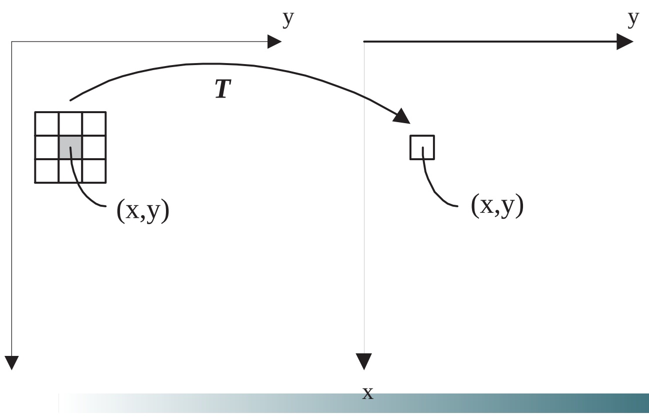


Manejo del histograma

- Mejoras locales:
  - Necesaria cuando la zona a realzar es pequeña respecto a la imagen completa.
  - Exploración y especificación por subimágenes.
- Estadística del histograma para realce:
  - Cálculo de parámetros estadísticos en subimágenes: media, varianza, etc.
  - Planteo de métodos heurísticos de realce (ver G&W Ej. 3.6).
- Aplicación: recuperación de imágenes basadas en contenido (demos Matlab).

Operaciones locales: conceptos

- Variaciones de los niveles de gris entre pixeles de acuerdo a su distancia:
  - Variaciones rápidas: componentes de altas frecuencias. Corresponde a bordes de los componentes de la escena (aparición de transiciones claro/oscuro).
  - Transiciones suaves: componentes de bajas frecuencias. Corresponde al nivel general de iluminación de la escena.
- Las vecindades de un pixel particular puede aportar información útil acerca de los niveles de iluminación o detalles de la escena en la zona.
- Muchas operaciones de realce se efectúan sobre regiones de interés alrededor de cada pixel de la imagen. El resultado es función del nivel de gris del pixel analizado y de los de su entorno.



Filtrado espacial: concepto

- Modelo de la operación de realce en el dominio espacial:

$$g(x,y) = T(f)(x,y), \text{ con } \begin{cases} f(x,y)\text{: entrada al sistema (imagen bajo analisis)} \\ T\text{: transformacion aplicada (lineal o no lineal)} \\ g(x,y)\text{: salida del sistema (imagen realzada)} \end{cases}$$

- Transformaciones lineales (extensión del concepto 1-D):
  - Operador T: lineal e invariante al desplazamiento (LSI).
  - $h(x,y)$: respuesta al impulso del sistema.
  - Salida del sistema: convolución.

Filtrado espacial: concepto

- Convolución 2D continua:

$$f(x,y) * h(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau_x,\tau_y)h(x-\tau_x,y-\tau_y)d\tau_x d\tau_y$$

- Caso discreto:

$$\begin{aligned} f(x,y) * h(x,y) &= \sum_{s=-\infty}^{\infty}\sum_{t=-\infty}^{\infty} f(s,t)h(x-s,y-t) \\ &= \sum_{s=-\infty}^{\infty}\sum_{t=-\infty}^{\infty} h(s,t)f(x-s,y-t) \end{aligned}$$

Filtrado espacial: concepto

- Para reducir la complejidad computacional:
  $h(s,t) = 0$, para $(s,t) \notin \Delta$, con Δ: conjunto pequeño de mxn (vecindad).

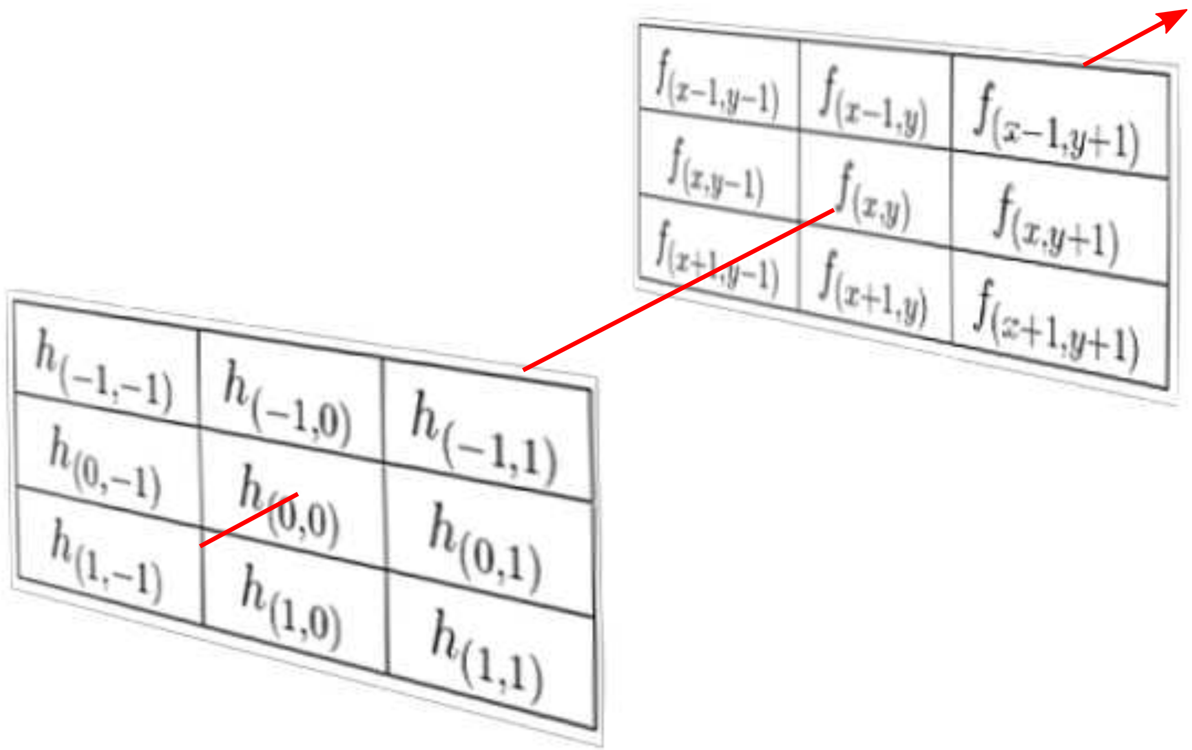
$$g(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} h(s,t) f(x-s, y-t)$$

con $a = \frac{m-1}{2}$, $b = \frac{n-1}{2}$, $x = 0, 1, \ldots, M-1$; $y = 0, 1, \ldots, N-1$

- Kernel de convolución: ventana de coeficientes que definen h. Tamaño arbitrario, comúnmente de 3x3 ó 5x5.

Filtrado espacial: concepto

Idea del espejado para convolución con talla de $h =$3x3.
Para cada pixel (x, y) de la imagen, la sumatoria se puede ver gráficamente con la siguiente superposición de matrices:



Filtrado espacial: concepto

La sumatoria de convolución:

$$g(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} h(s,t) f(x-s, y-t)$$

opera aplicando sobre f

la máscara dada por:

$h_{(1,1)}$	$h_{(1,0)}$	$h_{(1,-1)}$
$h_{(0,1)}$	$h_{(0,0)}$	$h_{(0,-1)}$
$h_{(-1,1)}$	$h_{(-1,0)}$	$h_{(-1,-1)}$

(versión rotada de la máscara anterior)

Filtrado espacial: concepto

- En vez de operar con el kernel de convolución h, podemos definir los coeficientes de la máscara de filtrado w (versión rotada de h):

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline w_1 & w_2 & w_3 \\ \hline w_4 & w_5 & w_6 \\ \hline w_7 & w_8 & w_9 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline w_{(-1,-1)} & w_{(-1,0)} & w_{(-1,1)} \\ \hline w_{(0,-1)} & w_{(0,0)} & w_{(0,1)} \\ \hline w_{(1,-1)} & w_{(1,0)} & w_{(1,1)} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline h_{(1,1)} & h_{(1,0)} & h_{(1,-1)} \\ \hline h_{(0,1)} & h_{(0,0)} & h_{(0,-1)} \\ \hline h_{(-1,1)} & h_{(-1,0)} & h_{(-1,-1)} \\ \hline \end{array}$$

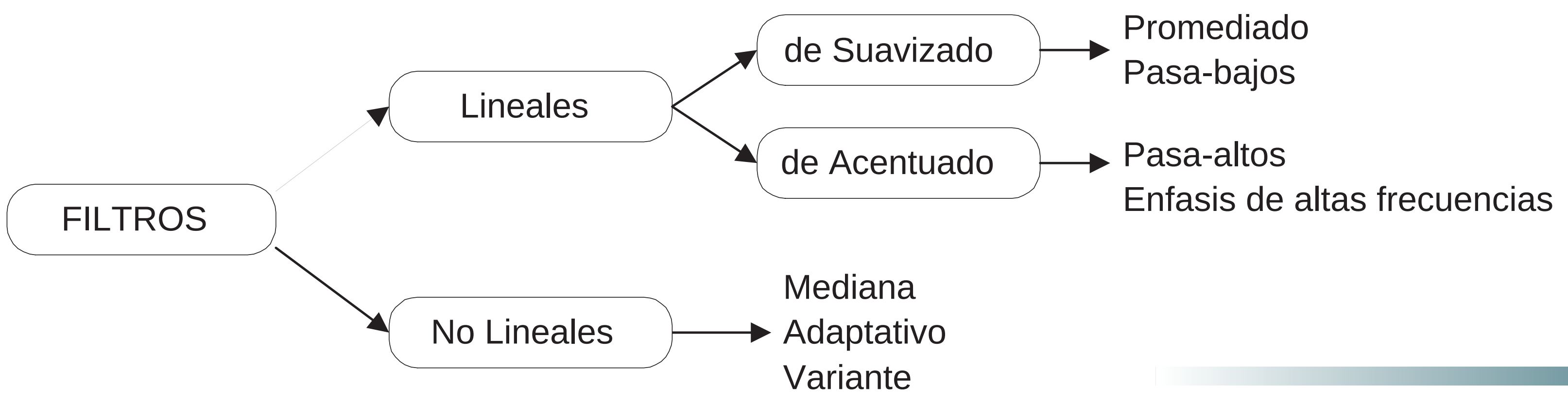
y operar con la sumatoria de correlación:

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) = w(x,y) \circledast f(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s, y+t)$$

$$\begin{aligned} g(x,y) &= w_1 f_{(x-1,y-1)} + w_2 f_{(x,y-1)} + w_3 f_{(x+1,y-1)} \\ &= w_4 f_{(x-1,y)} + w_5 f_{(x,y)} + w_6 f_{(x+1,y)} \\ &= w_7 f_{(x-1,y+1)} + w_8 f_{(x,y+1)} + w_9 f_{(x+1,y+1)} \end{aligned}$$

Filtrado espacial: concepto

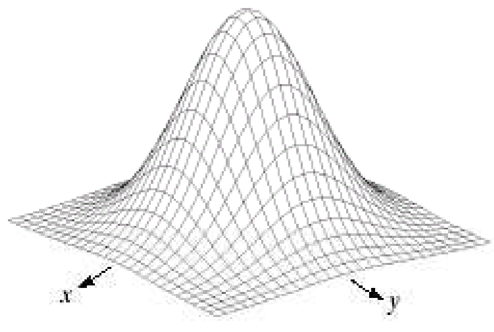
- Filtrado : nombre dado al desplazamiento sucesivo de la máscara por la imagen, ya que según la elección de coeficientes de w se limitan o amplifican determinadas frecuencias espaciales.
- Para los píxeles del borde se tiene la condición de frontera:
  - Borde libre: máscara truncada.
  - Borde fijo: la imagen es extendida mediante repetición de la fila/columna, o poniendo valores de intensidad fijos.
  - Borde periódico: se convoluciona agregando la fila/columna opuesta (toroide).



Filtros de suavizado

- El suavizado de la imagen es la reducción de variaciones rápidas (saltos bruscos) de intensidad entre píxeles vecinos.
- Los filtros de suavizado se utilizan para:
  - Desenfoque: preprocesamiento para eliminar detalles no deseados (pequeños) antes de la extracción de objetos grandes. Corrección de fragmentos de líneas perdidos.
  - Reducción de ruido: mediante filtros lineales o no lineales.
- Máscara: kernel con pesos positivos que suman 1, por ej:

$$w = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ \hline \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} \\ \hline 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ \hline \end{array}$$



$$g(x,y) = \frac{1}{2}\Big[f(x,y) + \frac{1}{4}\big[f(x-1,y) + f(x+1,y) + f(x,y-1) + f(x,y+1)\big]\Big]$$

Filtros de suavizado

- Filtros promediadores: pesos iguales

Imagen original

$$\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtros de suavizado

- Filtros promediadores: efecto de la talla de w en el desenfoque

$$\frac{1}{N^2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

N=5

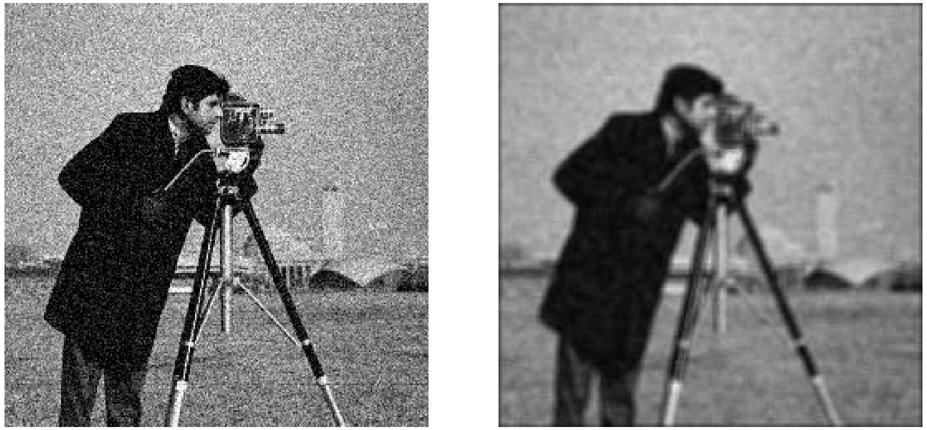
N=11

N=15

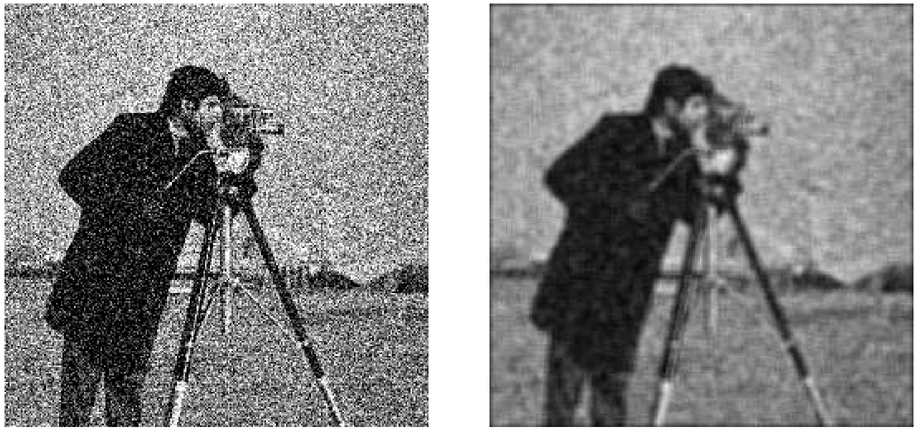
Filtros de suavizado

- Filtros promediadores: reducción de ruido

$$\frac{1}{25}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Ruido gaussiano (media=0, var=0.01)

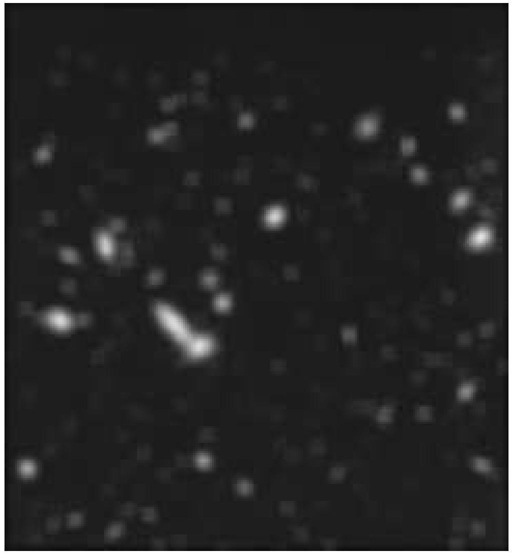


Ruido gaussiano (media=0, var=0.05)

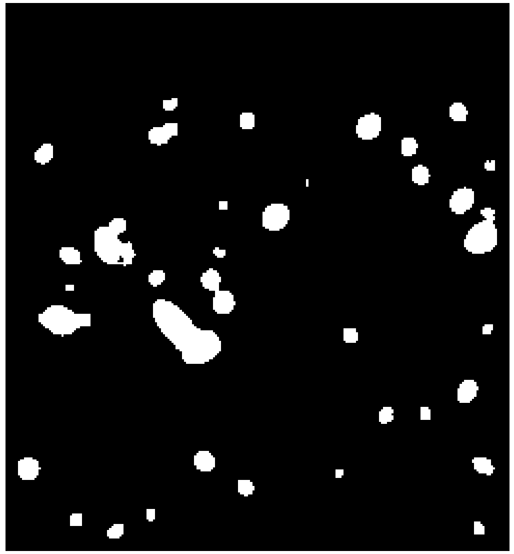
Filtros de suavizado

- Localización de objetos grandes mediante desenfoque

Original



Suavizado con N=7

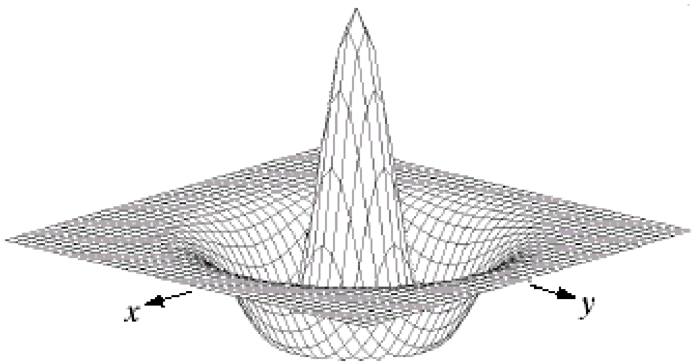


Umbral binario

[Demo sobre video test.mov]

Filtros de acentuado

- El objetivo de estos filtros es resaltar los detalles finos y variaciones rápidas (saltos bruscos) de intensidad entre pixeles vecinos.
- Máscara: operador LSI con coeficientes positivos en el centro y valores negativos alrededor.



- Tipos:
  - Pasa-altos: aplicación directa de una máscara.
  - Enfasis de altas frecuencias: operación aritmética entre imágenes. Conocido también como 'máscara difusa'.
  - Alta potencia (*high-boost*).

Filtros de acentuado

- Filtros pasa-altos: la suma de coeficientes de la máscara determina la imagen resultante.
  - Suma=1: realce de altas frecuencias sin alterar las bajas frecuencias.

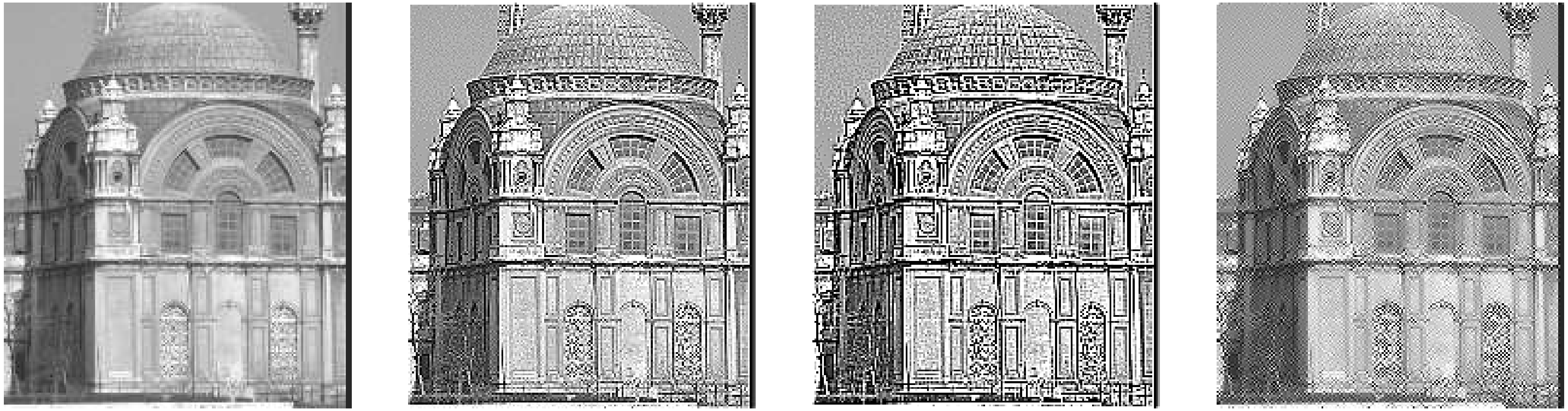
$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

  - Suma=0: extracción de altas frecuencias, eliminando las bajas frecuencias.

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Filtros de acentuado

- Filtros pasa-altos con suma=1:

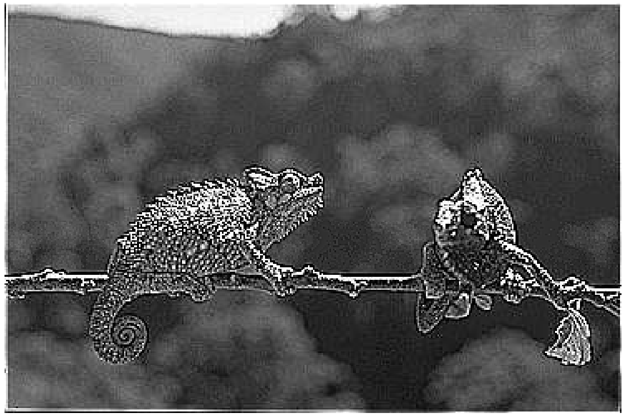


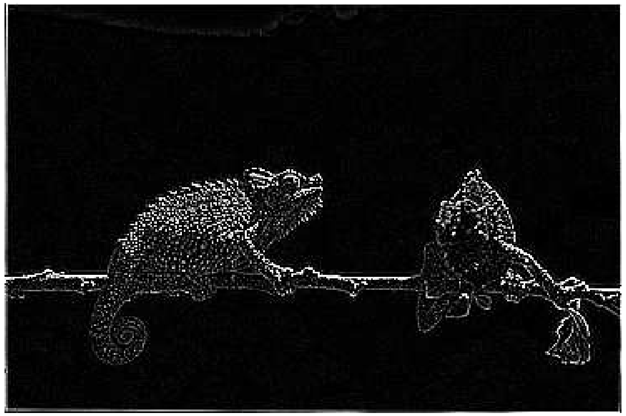
Original

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtros de acentuado

- Filtros pasa-altos con suma=0: elimina zonas homogéneas



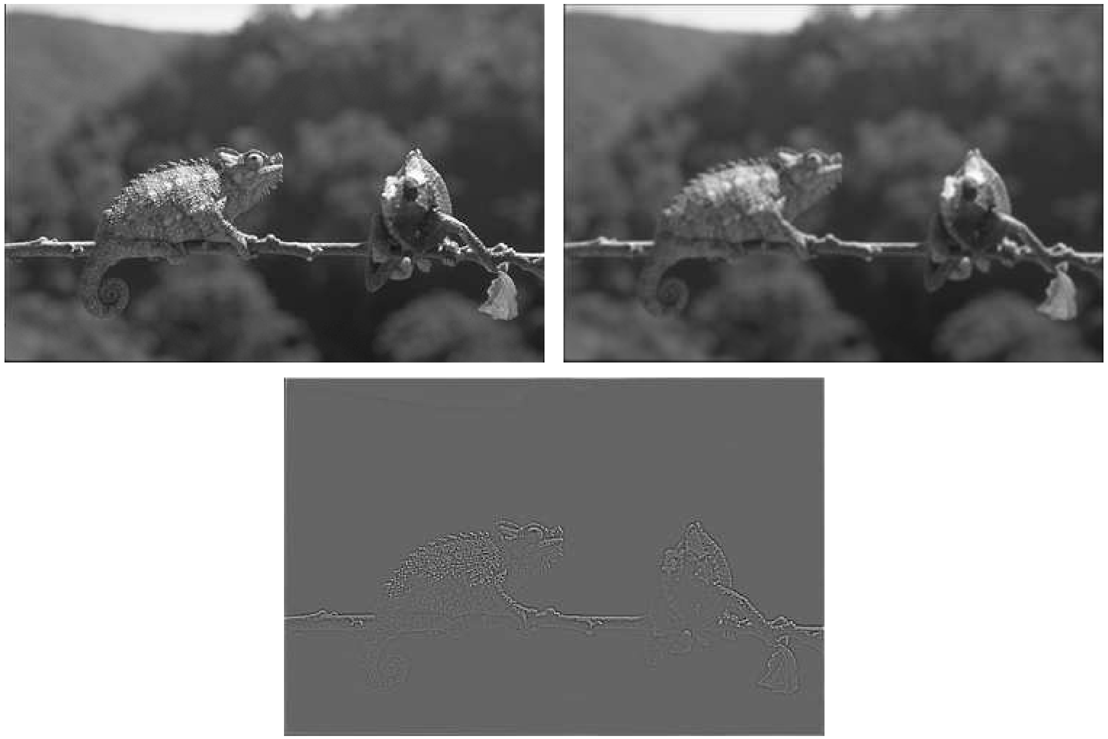


$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Filtros de acentuado

- Máscara difusa: filtro pasa-altos obtenido mediante una operación aritmética, calculada como la diferencia entre la imagen original y una versión suavizada.

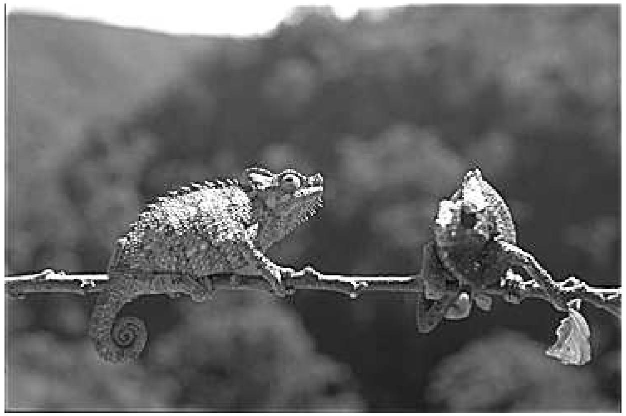
$$g(x, y) = f(x, y) - PB(f(x, y))$$



Filtros de acentuado

- Filtrado de alta potencia (*high-boost*): generalización del máscara difusa. Salida obtenida mediante la diferencia entre una versión amplificada de la imagen original y una versión suavizada.

$$g(x, y) = Af(x, y) - PB(f(x, y)), \text{con} A \geq 1$$

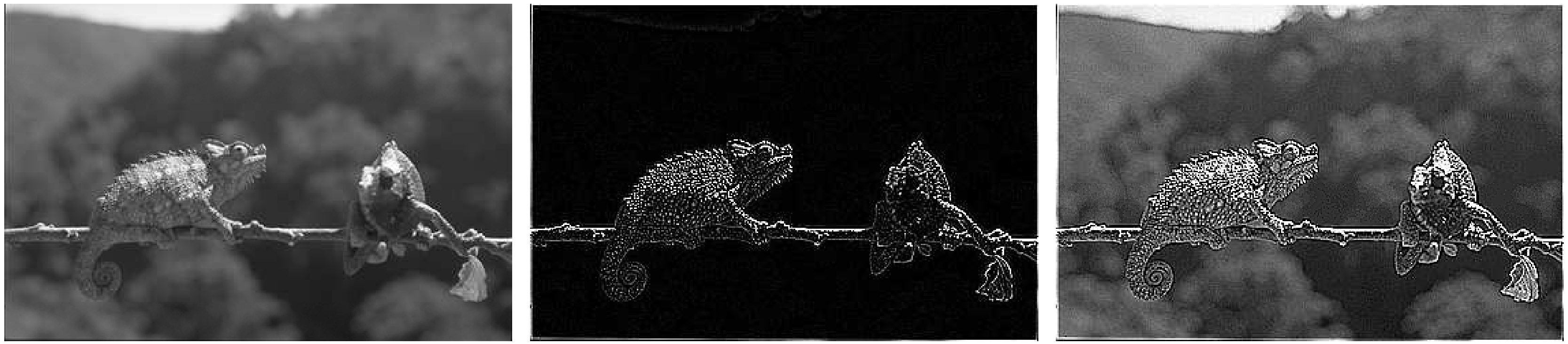


Original Dif. de amplificada con PB

Filtros de acentuado

- Filtrado de alta potencia (*high-boost*): otra versión.

$$\begin{aligned} g(x,y) &= Af(x,y) - PB(f(x,y)) \\ &= (A-1)f(x,y) + f(x,y) - PB(f(x,y)) \\ &= (A-1)f(x,y) + PA(f(x,y)) \end{aligned}$$



Original Pasa-altos Alta potencia

Filtros no lineales

- El filtro de promedio reduce el ruido, pero produce imágenes borrosas (pérdida de detalles).
- Utilizados para reducción de ruido, los filtros no lineales corresponden a técnicas de restauración.
- Por su amplia utilización, veremos el filtro de mediana:
  - Ordenamiento de intensidades en la ventana.
  - Asignación del valor intermedio del conjunto.

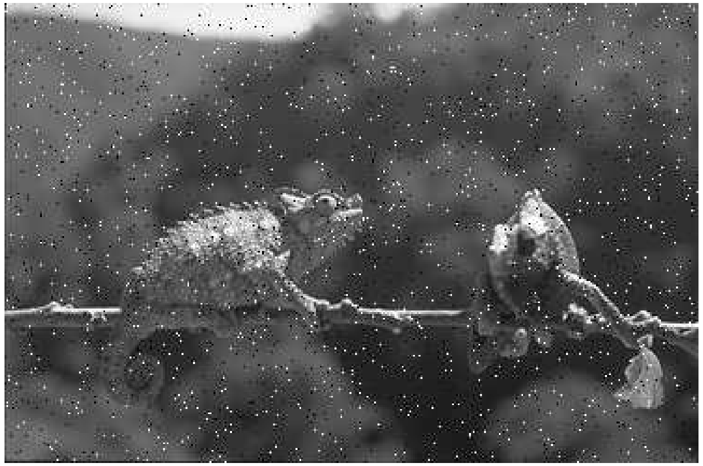
$$g(x,y) = mediana\{f(x+s,y+t), \forall(s,t) \in w\}$$

  - Excelente capacidad para eliminar ruido "sal y pimienta" (impulsivo).
  - No introduce desenfoque como el filtro pasa-bajos lineal.
  - Resultados limitados por el tamaño de la ventana.

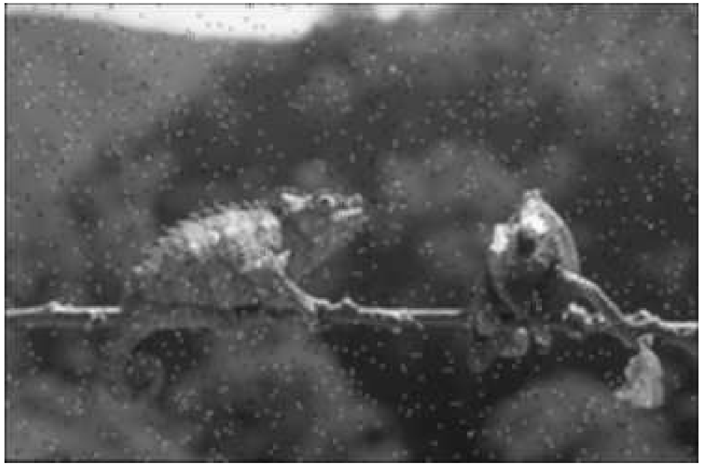
Filtro de mediana

- Comparación con filtro de promediado (ambas máscaras de 3x3):

Original



Ruido s&p



Promediado

Mediana

Combinación de métodos

- Los métodos vistos hasta ahora fueron aproximaciones de realce individuales.
- Tareas más complejas pueden requerir una secuencia de procesamientos complementarios.
- Ejemplos:
  - En imágenes con ruido gaussiano: filtro de promediado + alta potencia.
  - En imágenes con ruido impulsivo: mediana + máscara difusa.
  - Operación puntual al final para mejora del rango dinámico (log, ecualización de histograma).

Fin de teoría

- Próxima teoría: Unidad III - Operaciones en el dominio frecuencial