Métodos Numéricos

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico 1 "Rankings en Competencias"

Grupo: 5

Integrante	Libreta Universitaria	Correo electrónico
Casco, Rocío Diana	512/20	rociodcasco@gmail.com
Dallegri, Pablo	445/20	dallegri.p@gmail.com
Totaro, Facundo Ariel	43/20	facutotaro@gmail.com
Vitali, Lucas Marcelo	278/20	lucasvitali001@gmail.com

Segundo cuatrimestre - 2021

Keywords: Colley Matrix Method, Winning Percentage, Rating Percentage Index



Introducción

En diversas competencias, la tarea de ordenar a los participantes según su desempeño basándose en lo ocurrido durante la competencia, suele resultar controversial tanto por los sesgos que este ordenamiento pudiera tener, como por los eventos que desencadena calificar en una u otra posición, por ejemplo, el financiamiento futuro y la prioridad al seleccionar jugadores que se dan en la NBA.

En pos de intentar probar que los métodos utilizados en las competencias no son del todo justos, el objetivo de este trabajo es experimentar con los resultados de ciertas competencias y observar con distintos sistemas de ranking, cuál sería el resultado final de la competencia, y en base a eso, evaluar entre estos sistemas, si es que hay uno que sea más justo que los otros, y en caso de haberlo, cual seria. Los sistemas que vamos a utilizar serán el de *Win Percentage(WP)*, *Colley Matrix Method (CMM)* y *Rating Percentage Index (RPI)*.

Sistemas de ranking

Winning Percentage (WP)

Consiste en puntuar a los participantes según el porcentaje de victorias sobre los partidos jugados. Es decir, para un participante i, de puntaje r_i seria de la forma:

$$r_{i} = \frac{w_{i}}{p_{i}} \tag{def. 1}$$

donde w_i corresponde al número de victorias del equipo i y p_i al total de partidos jugados. Los equipos se ordenan en el ranking de mayor a menor según su r. Un equipo que no jugó partidos, al igual que uno que perdió todos los que jugó, tendrá un puntaje de 0.

Rating Percentage Index (RPI)[1]

Este método consiste en considerar el WP del equipo en cuestión, un promedio de los WP de cada oponente de este sin contar los partidos que jugó contra el equipo en cuestión (OWP) y el promedio de los OWP de sus oponentes (OOWP).

Cada uno de estos valores son un porcentaje del puntaje final, siendo el puntaje de un participante i:

$$r_i = WP * 0.25 + OWP * 0.50 + OOWP * 0.25$$
 (def. 2)

Su justificación viene de un punto de vista estadístico: los rankings que consideran el porcentaje de victorias y además otras estadísticas, suelen definir mejor la realidad del torneo.

Colley Matrix Method (CMM)[2]

Este método se enfoca en la cantidad de partidos contra cada oponente, los partidos ganados y perdidos, y la dificultad del schedule de cada equipo. Se basa en resolver un sistema de ecuaciones lineales, cuyo vector solución *b* sea tal que su i-ésimo elemento sea:

$$b_{i} = 1 + \frac{w_{i} - l_{i}}{2}$$
 (def. 3)

donde w_i es la cantidad de partidos ganados por el equipo i y l_i es la cantidad de partidos perdidos por el equipo i.

La matriz *C* asociada al sistema es la definida por los siguientes coeficientes:

$$C_{ij} = -n_{ij} \quad si \ i \neq j \tag{def. 4}$$

$$C_{ii} = 2 + n_i \quad si \ i = j$$
 (def. 5)

donde n_i es la cantidad de partidos jugados del equipo i y n_{ij} es la cantidad de partidos jugados entre el equipo i y el equipo j. Luego la ecuación lineal asociada al equipo i es:

$$(2 + n_{tot,i}) r_i + \sum_{j=1}^{n_{tot,i}} r_j^i = 1 + (w_i - l_i)/2$$
 (eq. 1)

Propiedades de la matriz resultante

- **Simétrica:** debido a que $C_{ij} = C_{ji}$ representan la misma cantidad, es decir, los partidos que los equipos i y j juegan entre sí.
- **Estrictamente diagonal dominante:** en la diagonal se van a encontrar n_i+2, es decir la cantidad total de partidos jugados por un equipo más dos. En el resto de la fila (y columna) se va a encontrar la cantidad de partidos jugados por ese equipo contra otros, -n_{ij}, la suma total en módulo de estos será n_{i,} es decir, algo menor a lo que se encuentra en la diagonal. Debido a esta propiedad, se puede realizar el proceso de Eliminación Gaussiana (EG) sin necesidad de efectuar permutaciones. Para los experimentos realizados en este estudio, se implementó un algoritmo de EG sin permutaciones, dado que los resultados (y en específico la estabilidad de los cálculos) no son de carácter crítico.
- Definida positiva: este hecho permitiría resolver el sistema de manera más eficiente mediante una factorización de Cholesky. [2: 7.2]

Con la matriz C y el vector resultado b, se busca resolver el sistema C * r = b, siendo r el vector conformado por los ratings de cada participante.

Desarrollo

El CMM, ¿es realmente justo?

En este bloque de experimentación se busca estudiar si CMM es justo al momento de calcular rankings. Para ello se define **justicia** por:

Que no sea posible que el resultado de un partido entre dos equipos afecte indirectamente el ranking de un tercero.

Aclaró que con ranking nos referimos tanto al valor del ranking de un equipo, desde ahora "rating", como a la posición en el orden según rating que ocupa un equipo respecto a los demás (1ro, 2do, 3ro etc..), desde ahora "posición".

Experimentación

Suponiendo la ocurrencia de un partido entre el equipo i y el equipo j, vamos a analizar qué le ocurre a un tercer equipo, llamado h.

Para ello, vamos a categorizar todos los posibles torneos a estudiar en las siguiente categorías:

- 1. h está "desconectada por partidos" de i y j.
- 2. h está "conectada por partidos" con i y j

Se puede explicar la idea de "conectados por partidos" de la siguiente manera: primero graficamos un torneo dado en forma de grafo, donde los nodos son equipos y los mismos están conectados si jugaron al menos un partido entre sí. Luego decimos que dos equipos están "conectados por partidos" si existe un camino que conecte sus nodos.

Experimento 1

Creamos una competencia en donde existen dos grupos de equipos, grupo A y grupo B. Los equipos de cada grupo van a jugar entre sí de manera aleatoria, pero nunca va a haber un partido entre un equipo del grupo A y del grupo B. De esta manera conseguimos que los equipos del grupo A esten "desconectados por partidos" de los equipos de grupo B.

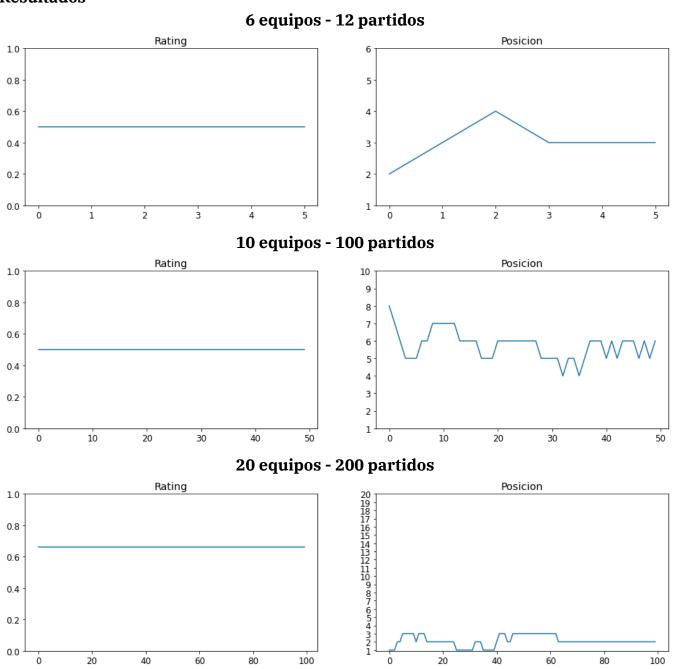
En primer lugar, simulamos que los partidos del grupo A ya se jugaron y que ahora se están jugando los partidos del grupo B. Partiendo de este escenario analizamos qué le sucede al ranking (rating y posición) de un equipo particular del grupo A, llamado h.

Hipótesis

El equipo h no va a tener cambios en el rating, ya que partiendo de su ecuación lineal asociada (eq. 1), se puede deducir que si los equipos que están compitiendo están "desconectados por partidos" de h, el resultado del partido no afecta el rating de h.

La posición del equipo h en el ranking puede variar ya que el rating de los equipos "conectados por partidos" con los que juegan, pueden variar.

Resultados



Analizando los casos de 6 equipos con 12 partidos, 10 equipos con 100 partidos y 20 equipos con 200 partidos, podemos decir que el rating del equipo observado no varía pero su posición varía a medida que se van desarrollando los partidos del grupo B.

Por lo que en este caso CMM sería justo respecto del rating, pero no de la posición.

Experimento 2

Creamos una competencia aleatoria en donde vamos a observar el comportamiento de un equipo h (representado por el índice 1 en la tabla), respecto a los resultados de otros dos equipos, i y j (representados por el índice 2 y 3 en la tabla respectivamente). Cabe aclarar que vamos a asegurar que i y j se enfrenten por lo menos una vez, y que h esté conectada por partidos con i y j.

Luego, para analizar si CMM es justo, vamos a comparar el ranking final de h respecto a diferentes resultados de los partidos entre i y j. Más precisamente vamos a ver qué le sucede al ranking de h cuando:

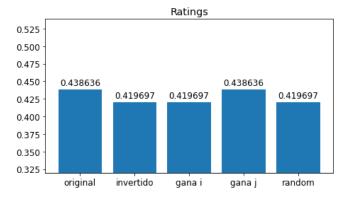
- los partidos se dan de forma aleatoria
- los partidos entre i y j tuvieron el resultado inverso al aleatorio
- i gana siempre sobre j
- j gana siempre sobre i
- se eligen otros resultados aleatorios para los partidos entre i y j

Hipótesis

El rating de h se va a ver afectado por los diferentes resultados de los partidos de i y j, ya que los mismo modifican el rating de i y j, que a su vez pueden modificar el rating de h (eq 1.) . Por otro lado, la posición puede o no ser modificada.

Resultados

6 equipos - 12 partidos



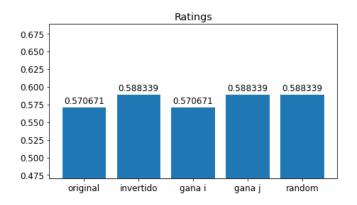


10 equipos - 100 partidos





20 equipos - 200 partidos





Analizando los casos de 6 equipos con 12 partidos, 10 equipos con 100 partidos y 20 equipos con 200 partidos, podemos decir que tanto el rating como la posición del equipo observado varían con los diferentes resultados de los partidos entre i y j.

Conclusiones

Partiendo de la definición de justicia dada, se puede concluir que CMM no es justo, ya que existen numerosos ejemplos en donde la posición en el ranking de un equipo es afectada por un partido entre otros dos equipos.

Respecto al rating, CMM es justo si el equipo a observar está "desconectado por partidos" de los otros dos equipos que juegan partidos entre sí. En el caso que el equipo a observar esté "conectado por partidos" con los otros dos equipos que juegan un partido entre sí, dentro de los experimentos realizados siempre se dió que el rating variaba, por lo que sería injusto.

Los cálculos se anexan en el repositorio dentro de un Jupyter notebook.^[0]

Dificultad de schedule

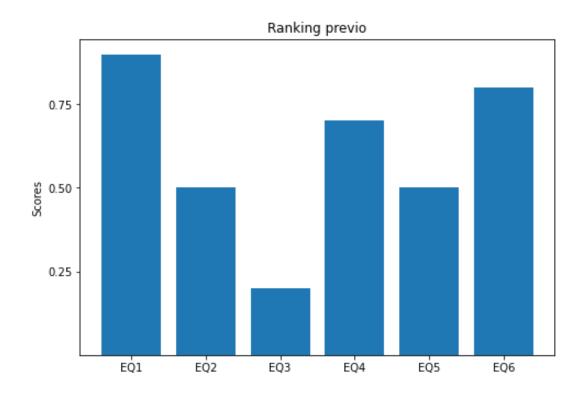
Nos proponemos ver si el schedule puede afectar el ranking de los equipos. Muchos sistemas de ranking consideran el schedule para calcular el puntaje de los equipos debido a que en competencias muy grandes puede que no todos los equipos jueguen con todos y esto puede hacer que las cosas no sean justas.

Los sistemas CMM y RPI, en mayor o menor medida, consideran el schedule de los equipos a la hora de darle un puntaje. Sin embargo el WP no lo hace, solo considera partidos perdidos y ganados. El RPI al tener en cuenta el puntaje de los oponentes, podría variar más que el WP.

Debido a estas observaciones, consideramos que el CMM va a tener cambios si el schedule es distinto, por ejemplo, si un equipo siempre se enfrenta con equipos de ranking bajo podría no conseguir tantos puntos como un equipo que se enfrente con equipos de alto ranking. El WP no debería tener cambios si se mantienen la cantidad de partidos ganados/perdidos pero solo cambia el ranking del oponente (ganarle a un equipo de alto ranking es lo mismo que ganarle a un equipo de bajo ranking).

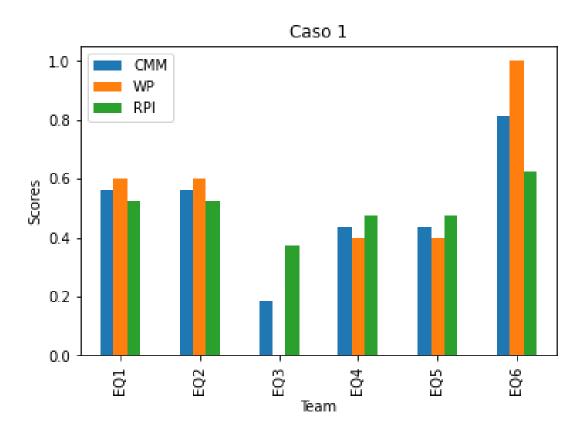
El RPI al ser un intermedio de ambos podría tener leves variaciones en el ranking si el schedule cambia.

Para intentar ver esto vamos a crear torneos con 6 equipos y 15 partidos, estos equipos poseen un ranking previo elegido *arbitrariamente* que será usado para determinar ganadores y perdedores. Cada caso representa un torneo con características específicas.



Caso 1: Todos los equipos juegan contra todos los equipos.

En ese caso, al schedule ser parejo, todos los métodos podrían arrojar resultados similares debido a que nadie se vería beneficiado o perjudicado, ya que no importa tu ranking te vas a ver enfrentado con todos los equipos restantes.



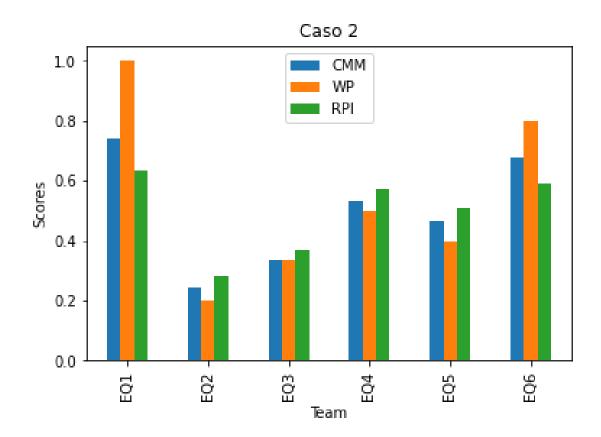
Como se esperaba todos los métodos arrojan resultados muy similares, las únicas grandes diferencias se encuentran en los equipos que ganaron (perdieron) todos sus partidos (EQ6 y EQ3, respectivamente). En estos caso se ve que el RPI es el que más balancea las cosas, una razón de esto es que puede que los equipos de bajo ranking se benefician al jugar con equipos de alto ranking y pasa lo contrario para equipos de alto ranking, donde jugar con equipos de bajo ranking los perjudica.

Caso 2: Poca interconexión: no compiten todos los equipos con todos, sino que ciertos equipos compiten mayormente con otro cierto grupo de equipos.

En este caso, en los métodos como el CMM y RPI, puede haber un *ganador* de cada grupo, ya que estarán interactuando con oponentes similares. En el WP la situación de un equipo en el grupo va a depender del ranking intrínseco del equipo con respecto a los del resto del grupo.

Para realizar la experimentación se dividió a los equipos en 2 grupos. El primer grupo está conformado por los equipos 1, 2 y 3, y el segundo grupo lo conforman los restantes.

De los 15 partidos, 11 son jugados entre equipos de un mismo grupo y los 4 restantes entre todos los equipos.



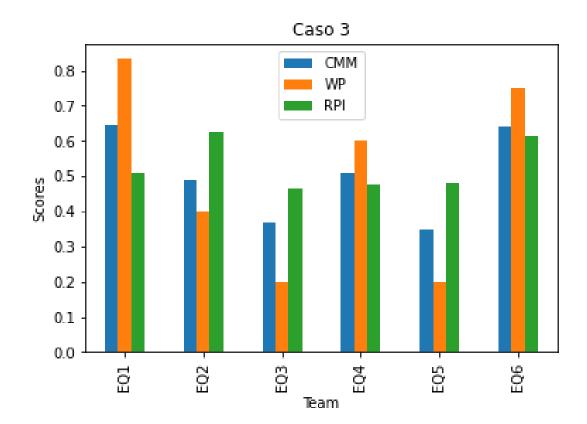
Se podría decir que, como se esperaba, hubo un ganador dentro de cada equipo, mucho más notable en el grupo 1. También es interesante ver como en el grupo 2 los equipos tienen puntajes similares con los distintos métodos (mucho más notable con el RPI), la poca diferencia en el grupo 2 y la gran diferencia del grupo 1 se puede explicar con el ranking previo de los equipos del grupo. El EQ1 se vio en un grupo con equipos de menor ranking previo que él lo cual lo beneficia mucho, sin embargo en el grupo 2 el ranking previo de los equipos es más parejo lo cual hace que su ranking sea mucho más similar.

Caso 3: Alto ranking contra bajo ranking: los equipos de alto ranking siempre se enfrentan a los de bajo ranking.

El CMM y el RPI al considerar el ranking de los equipos oponentes podría hacer que todo mantenga una cierta estabilidad.

En el RPI los equipos de bajo ranking se verán beneficiados al competir con los de alto ranking.

Para experimentar se dividió a los equipos en 2 grupos (EQ1, EQ4 y EQ6 por un lado, y el resto por el otro) y se hizo competir siempre equipos de grupos distintos.



El CMM y el RPI mantienen una cierta estabilidad entre ambos. Lo interesante es ver el caso del EQ1 y EQ2.

EQ1 con el método de CMM queda en primera posición pero en el RPI queda en 4ta posición, esto puede ser como consecuencia de que en el RPI jugar con equipos de bajo ranking no suma tanto puntaje. Lo mismo pasa con el EQ2, con el CMM queda en 4ta posición pero en el RPI queda 1ro, puede suceder por lo mismo que al EQ1, al jugar siempre con equipos de alto ranking, se ve beneficiado en el RPI ya que su OWP será más alto que el OWP del EQ1 lo que hará que sume más puntos.

Conclusiones

Analizando todos estos casos se puede ver como el schedule puede afectar el ranking pero también se nota como el método puede influir mucho en eso. En el caso 3 hay un claro caso donde el método junto con el schedule puede beneficiar mucho a equipos de bajo ranking y perjudicar a los de alto ranking.

También es notable como el RPI suele ser el método que más nivela los puntajes, debido a lo ya mencionado en otros párrafos. Por otro lado el WP no se verá siempre afectado por el schedule debido a que no le da importancia a la hora de asignar puntaje pero en situaciones como el caso 2 se puede tener gran ventaja con este método, debido a que si se queda en un grupo con equipos de bajo ranking, le será fácil sumar más puntos.

En resumen, el schedule en combinación con ciertos métodos puede ser muy influyente.

Los torneos artificiales se anexan en el repositorio. [0]

Aplicación en competencias reales

Con el fin de observar el comportamiento de los métodos en competencias reales se usarán como objeto de estudio dos muestras. La primera de ellas es los resultados de la NBA del año 2016^[3] y la segunda son los resultados de la liga ATP del año 2015.

Decisiones Tomadas

Se utilizaron sets de datos distintos a los propuestos por la cátedra. En el caso del ATP se filtraron los partidos de la copa Davis ya que no influyen en el puntaje de los jugadores. También, para la NBA se usó otro set debido a que había partidos que no figuraban como jugados y esto cambiaba el rating de los equipos.^[4]

NBA

La NBA es la liga de básquet estadounidense. Esta se basa en dos etapas. La primera es la temporada regular, y la segunda los playoffs.^[5]

La liga está separada en dos conferencias de 15 equipos cada una, y cada conferencia está subdividida en 3 divisiones de 5 equipos. Los equipos juegan 82 partidos en la fase regular de los cuales 4 son contra cada equipo de su misma división, 3 o 4 contra los de las otras divisiones de la misma conferencia, y dos contra los de la otra conferencia. Los 8 equipos con mayor porcentaje de victoria de cada conferencia clasifican a playoffs.

El orden de clasificación a estos es relevante ya que la primera ronda de los mismos se juega entre equipos de la misma conferencia donde juega el 1ro contra el 8vo, el 2do contra el 7mo, el 3ro contra el 6to y el 4to contra el 5to y se va avanzando mediante llaves. Entonces, mientras más arriba salga un equipo en las clasificaciones, más fácil será el siguiente rival, en teoría. Luego, los campeones de los playoffs de cada conferencia juegan entre sí para determinar el campeón de la liga.

A la hora del draft para la temporada siguiente, se hace un sorteo entre los equipos que no entraron a playoffs donde el de menor prioridad es el que obtuvo el mayor porcentaje de victorias, y el de mayor prioridad es el equipo que sale último, y se determina el orden de elección de los jugadores. Luego a estos le siguen los equipos que sí entraron a playoffs en orden según cómo clasificaron en la temporada regular. En otras palabras, los equipos que peor clasificaron en la temporada regular son los que mayor prioridad tendrán para el draft siguiente.

Hipótesis

En la NBA suele ocurrir que, aunque es una competencia muy pareja, los equipos que más ganan le sacan una diferencia notable al resto. En este tipo de competencias, cuando suceden estas cosas, lo que esperamos observar es que en los puestos más altos, como existe una cierta predominancia, no haya una diferencia entre los métodos. Pero en los puestos intermedios, como la cantidad de partidos jugados es la misma y la cantidad de partidos ganados es parecida, se espera ver una gran fluctuación, ya que si uno de estos equipos jugó más veces contra los equipos más fuertes de la competencia, se verá afectado muy positivamente en CMM y en RPI respecto a otros en condiciones similares.

Experimentación:

Para la experimentación, vamos a utilizar los resultados de la temporada regular 2016. Primero veamos los resultados por conferencia:

CMM

Este	Cleveland Cavaliers	0.695122
Este	Toronto Raptors	0.682927
Este	Miami Heat	0.585366
Este	Atlanta Hawks	0.585366
Este	Boston Celtics	0.585366
Este	Charlotte Hornets	0.585366
Este	Indiana Pacers	0.54878
Este	Detroit Pistons	0.536585
Este	Chicago Bulls	0.512195
Este	Washington Wizards	0.5
Este	Orlando Magic	0.426829
Este	Milwaukee Bucks	0.402439
Este	New York Knicks	0.390244
Este	Brooklyn Nets	0.256098
Este	Philadelphia 76ers	0.121951
Oeste	Golden State Warriors	0.890244
Oeste	San Antonio Spurs	0.817073
Oeste	Oklahoma City Thunder	0.670732
Oeste	Los Angeles Clippers	0.646341
Oeste	Portland Trail Blazers	0.536585
Oeste	Dallas Mavericks	0.512195
Oeste	Memphis Grizzlies	0.512195
Oeste	Houston Rockets	0.5
Oeste	Utah Jazz	0.487805
Oeste	Denver Nuggets	0.402439
Oeste	Sacramento Kings	0.402439
Oeste	New Orleans Pelicans	0.365854
Oeste	Minnesota Timberwolves	0.353659
Oeste	Phoenix Suns	0.280488
Oeste	Los Angeles Lakers	0.207317

	CMM	
Este	Cleveland Cavaliers	0.674701
Este	Toronto Raptors	0.665536
Este	Atlanta Hawks	0.582662
Este	Miami Heat	0.579218
Este	Charlotte Hornets	0.57338
Este	Boston Celtics	0.573131
Este	Indiana Pacers	0.547288
Este	Detroit Pistons	0.530819
Este	Chicago Bulls	0.51139
Este	Washington Wizards	0.500572
Este	Orlando Magic	0.428084
Este	Milwaukee Bucks	0.411346
Este	New York Knicks	0.395084
Este	Brooklyn Nets	0.270093
Este	Philadelphia 76ers	0.143792
Oeste	Golden State Warriors	0.86732
Oeste	San Antonio Spurs	0.798636
Oeste	Oklahoma City Thunder	0.661087
Oeste	Los Angeles Clippers	0.636507
Oeste	Portland Trail Blazers	0.538415
Oeste	Dallas Mavericks	0.51897
Oeste	Memphis Grizzlies	0.511689
Oeste	Houston Rockets	0.503282
Oeste	Utah Jazz	0.490334
Oeste	Denver Nuggets	0.412513
Oeste	Sacramento Kings	0.409234
Oeste	New Orleans Pelicans	0.375599
Oeste	Minnesota Timberwolves	0.361641
Oeste	Phoenix Suns	0.295501
Oeste	Los Angeles Lakers	0.232173

	RPI	
Este	Cleveland Cavaliers	0.543534
Este	Toronto Raptors	0.542493
Este	Atlanta Hawks	0.522881
Este	Miami Heat	0.521083
Este	Charlotte Hornets	0.517755
Este	Boston Celtics	0.517212
Este	Indiana Pacers	0.513408
Este	Detroit Pistons	0.507388
Este	Chicago Bulls	0.503088
Este	Washington Wizards	0.501101
Este	Orlando Magic	0.479924
Este	Milwaukee Bucks	0.477423
Este	New York Knicks	0.472011
Este	Brooklyn Nets	0.438989
Este	Philadelphia 76ers	0.405133
Oeste	Golden State Warriors	0.597245
Oeste	San Antonio Spurs	0.579119
Oeste	Oklahoma City Thunder	0.543069
Oeste	Los Angeles Clippers	0.535236
Oeste	Portland Trail Blazers	0.511617
Oeste	Dallas Mavericks	0.507107
Oeste	Memphis Grizzlies	0.502654
Oeste	Houston Rockets	0.502114
Oeste	Utah Jazz	0.497646
Oeste	Denver Nuggets	0.477493
The second second second	Sacramento Kings	0.47567
Oeste	New Orleans Pelicans	0.467521
Oeste	Minnesota Timberwolves	0.462813
Oeste	Phoenix Suns	0.446547
Oeste	Los Angeles Lakers	0.430727

DDI

Se puede observar que en los tres métodos los equipos que entran a la fase de playoffs son los mismos. Incluso, en la conferencia Oeste las posiciones son las mismas. Respecto a la conferencia Este, se notan algunas diferencias, ocasionadas por qué con el WP (que es el método utilizado en esta competencia) se produce un cuádruple empate entre Atlanta Hawks, Miami Heat, Boston Celtics y Charlotte Hornets. Según el sistema de desempates de la NBA, los equipos quedan ordenados como se puede ver en la tabla de WP.

Sin embargo, a Boston Celtics y a Miami Heat el uso de los otros dos métodos (los cuales brindan el mismo orden en ambas conferencias) los perjudica, ya que sus posiciones quedan intercambiadas con la de Charlotte Hornets y Atlanta Hawks respectivamente. Esto puede mostrar que el sistema de desempates de la NBA no se encuentra tan errado. La diferencia se encuentra en que según el schedule, algunos de los equipos se enfrentaron con otros equipos de mejor categoría dentro de la conferencia y esto afectó en las diferencias de los equipos.

	VVI	
Oeste	Golden State Warriors	0.890244
Oeste	San Antonio Spurs	0.817073
Este	Cleveland Cavaliers	0.695122
Este	Toronto Raptors	0.682927
Oeste	Oklahoma City Thunder	0.670732
Oeste	Los Angeles Clippers	0.646341
Este	Miami Heat	0.585366
Este	Atlanta Hawks	0.585366
Este	Boston Celtics	0.585366
Este	Charlotte Hornets	0.585366
Este	Indiana Pacers	0.54878
Este	Detroit Pistons	0.536585
Oeste	Portland Trail Blazers	0.536585
Este	Chicago Bulls	0.512195
Oeste	Dallas Mavericks	0.512195
Oeste	Memphis Grizzlies	0.512195
Este	Washington Wizards	0.5
Oeste	Houston Rockets	0.5
Oeste	Utah Jazz	0.487805
Este	Orlando Magic	0.426829
Este	Milwaukee Bucks	0.402439
Oeste	Denver Nuggets	0.402439
Oeste	Sacramento Kings	0.402439
Este	New York Knicks	0.390244
Oeste	New Orleans Pelicans	0.365854
Oeste	Minnesota Timberwolves	0.353659
Oeste	Phoenix Suns	0.280488
Este	Brooklyn Nets	0.256098
Oeste	Los Angeles Lakers	0.207317

Este Philadelphia 76ers

WP

	CMM	
Oeste	Golden State Warriors	0.86732
Oeste	San Antonio Spurs	0.798636
Este	Cleveland Cavaliers	0.674701
Este	Toronto Raptors	0.665536
Oeste	Oklahoma City Thunder	0.661087
Oeste	Los Angeles Clippers	0.636507
Este	Atlanta Hawks	0.582662
Este	Miami Heat	0.579218
Este	Charlotte Hornets	0.57338
Este	Boston Celtics	0.573131
Este	Indiana Pacers	0.547288
Oeste	Portland Trail Blazers	0.538415
Este	Detroit Pistons	0.530819
Oeste	Dallas Mavericks	0.51897
Oeste	Memphis Grizzlies	0.511689
Este	Chicago Bulls	0.51139
Oeste	Houston Rockets	0.503282
Este	Washington Wizards	0.500572
Oeste	Utah Jazz	0.490334
Este	Orlando Magic	0.428084
Oeste	Denver Nuggets	0.412513
Este	Milwaukee Bucks	0.411346
Oeste	Sacramento Kings	0.409234
Este	New York Knicks	0.395084
Oeste	New Orleans Pelicans	0.375599
Oeste	Minnesota Timberwolves	0.361641
Oeste	Phoenix Suns	0.295501
Este	Brooklyn Nets	0.270093
Oeste	Los Angeles Lakers	0.232173
State of the last		

CMM

	KPI	
Oeste	Golden State Warriors	0.597245
Oeste	San Antonio Spurs	0.579119
Este	Cleveland Cavaliers	0.543534
Oeste	Oklahoma City Thunder	0.543069
Este	Toronto Raptors	0.542493
Oeste	Los Angeles Clippers	0.535236
Este	Atlanta Hawks	0.522881
Este	Miami Heat	0.521083
Este	Charlotte Hornets	0.517755
Este	Boston Celtics	0.517212
Este	Indiana Pacers	0.513408
Oeste	Portland Trail Blazers	0.511617
Este	Detroit Pistons	0.507388
Oeste	Dallas Mavericks	0.507107
Este	Chicago Bulls	0.503088
Oeste	Memphis Grizzlies	0.502654
Oeste	Houston Rockets	0.502114
Este	Washington Wizards	0.501101
Oeste	Utah Jazz	0.497646
Este	Orlando Magic	0.479924
Oeste	Denver Nuggets	0.477493
Este	Milwaukee Bucks	0.477423
Oeste	Sacramento Kings	0.47567
Este	New York Knicks	0.472011
Oeste	New Orleans Pelicans	0.467521
Oeste	Minnesota Timberwolves	0.462813
Oeste	Phoenix Suns	0.446547
Este	Brooklyn Nets	0.438989
Oeste	Los Angeles Lakers	0.430727
Este	Philadelphia 76ers	0.405133

RPI

Analizando de manera general, en la se puede observar que en los casos en los que no hay empate en el WP, con los tres métodos todos los equipos se mantienen en la misma posición, salvo por el Oklahoma City Thunder el cual se encuentra por sobre los Toronto Raptors en el RPI.

Este Philadelphia 76ers

Esto se debe a que hay una diferencia lo suficientemente grande con el WP y el OWP de los equipos con los que juega Oklahoma City Thunder en comparación a Toronto Raptors y esto lo beneficia.

Luego, hay 5 casos de empate:

- 1. Miami Heat, Atlanta Hawks, Boston Celtics y Charlotte Hornets
- 2. Detroit Pistons y Portland Trail Blazers

0.121951

- 3. Chicago Bulls, Dallas Mavericks y Memphis Grizzlies
- 4. Washington Wizards y Houston Rockets
- 5. Milwaukee Bucks, Denver Nuggets y Sacramento Kings

El primer caso fue mencionado anteriormente.

Los casos 2 y 4 ambos métodos resuelven el problema de la misma manera, ubicando por encima a los equipos de la Conferencia Oeste sobre los de la Este. Esto se debe a que como predominan en los primeros puestos en cantidad de partidos ganados los equipos de la conferencia Oeste (ocupando 4 de los 6 primeros) y al haber una gran

brecha entre el 4to equipo de la conferencia Oeste (Los Angeles Clippers) y los equipos que ocupan el tercer lugar de la Este (Miami Heat, Atlanta Hawks, Boston Celtics y Charlotte Hornets), los equipos de la conferencia Oeste al jugar más veces contra estos equipos se ven beneficiados.

En el caso 3 pasa algo bastante particular. Hay una diferencia entre el CMM y el RPI. En CMM de los casos los Chicago Bulls se encuentran por debajo de los Memphis Grizzlies y en el RPI por encima. Esto puede deberse a que en el RPI no solo tienen peso cuáles partidos se ganan, si no que además contra quienes se juegan, ya que afecta el OOWP y entonces Chicago Bulls perdiendo ciertos partidos, le subió el WP a algunos equipos y por esto se benefició indirectamente.

Y en el caso 5, Sacramento Kings tiene en su división a los dos últimos de la conferencia, y al haber jugado casi un 10% de los partidos del campeonato contra estos dos, para el CMM y el RPI esto les afecta bastante, por lo que a la hora de resolver el desempate, quedan por debajo de Milwaukee Bucks que por ejemplo, es el último de su división (según el WP) por lo que se podría considerar que todos los equipos contra los que juega un 20% de los partidos son "mejores" que el.

Conclusiones

La NBA es una liga donde todos los equipos juegan una cantidad equivalente de veces, por lo que en el WP la cantidad de partidos ganados es determinante para la posición en el ranking. En todos los métodos, en cierta forma, influye la relación entre partidos ganados y partidos jugados. Aunque no parezca, ganar un partido más que un rival en 82 partidos es una gran diferencia. Por ejemplo en el WP, ganar un partido representa aproximadamente un 1,2% que no es lo mismo que tener un partido de diferencia entre 5000 partidos que representa un 0,002%. En CMM y RPI suceden cosas similares. Al ser tan grande lo que representa ganar un partido en una misma cantidad de partidos jugados y al ser una cantidad "pareja" de partidos la que hay entre los equipos, desemboca en que, salvo en un caso, los equipos se posicionan según su cantidad de victorias, y en el caso de los empates, al tenerse en cuenta contra quienes se jugó, los otros métodos son los que producen una diferencia.

ATP

El ranking ATP es el ranking de los mejores tenistas del mundo. Este se actualiza cada dos semanas. El sistema de puntajes es el siguiente: un jugador al llegar hasta cierta instancia de un torneo, recibe una cantidad de puntos los cuales duran hasta la siguiente vez que se compita el mismo torneo. Una vez que se juegue ese torneo al año siguiente, los puntos de ese jugador se actualizarán según los resultados de ese torneo. Por ejemplo, imaginemos que un jugador en el 2014 pierde en la semifinal del Buenos Aires Open. Este recibirá 90 puntos por esto. Si el jugador al año siguiente llega al Buenos Aires Open con 590 puntos, si lo gana sus puntos se actualizarán a 750 ya que ganar este torneo brinda 250 puntos, pero el ya tenía 90 del año anterior por esta competencia, por lo cual solo se le asignaría 140 puntos. En cambio, por ejemplo, perder en 4tos de final en esta misma competencia solo brinda 45 puntos, por lo que si el jugador pierde en esa instancia pasaría a tener 545 puntos, porque los 90 del año anterior desaparecen y se le asignan estos nuevos 45.

Las competencias que se disputan para acceder a estos puntajes son torneos de llaves, es decir, una vez que un jugador pierde, deja de jugar el torneo. Por lo que puede haber una diferencia enorme entre la cantidad de partidos jugados de los miembros del ranking.

Sumado a esto, no todos los jugadores juegan todas las competencias, ya que competencias de menor nivel implican una menor cantidad de puntos como recompensa, en comparación a las de mayor nivel. También, los tenistas mejores posicionados tienen el beneficio de que en futuros torneos, sus oponentes en las primeras rondas sean de menor nivel que ellos muchas veces. Y además (salvo excepciones) un jugador puede acceder a ciertos torneos según su posición en el ranking.

Hipótesis

Este es un caso de estudio bastante interesante, ya que no es un sistema de todos contra todos en su mayoría, sino que depende mucho de qué torneos se juegan. Pero se podría decir que el jugador que más partidos juega en competencias importantes es el mejor ya que es el que más veces le ganó a los mejores.

Esto, el WP no lo refleja muy bien. Supongamos que un participante juega un solo torneo de bajo nivel y lo gana, hasta que decida volver a jugar va a ser el mejor posicionado. Sin embargo, esto no refleja la capacidad del jugador.

El CMM en cambio, no lo posicionaría primero ya que el posicionamiento no solo tiene en cuenta el porcentaje de victorias de un equipo, sino también contra quienes jugó.

Sin embargo, en la competencia que se va a analizar, todos los jugadores entre los primeros 100 tienen al menos 17 torneos jugados y, el mejor clasificado (Novak Djokovic) tiene 18 torneos y es de los que menos tiene. Pero este jugador debido a que ganó muchas competencias importantes, tiene casi el doble de puntos que el segundo.

Bajo el supuesto que los jugadores de alto nivel juegan torneos de alta recompensa y los de menor nivel suelen jugar torneos de menor porte, se plantea lo siguiente.

En WP, al tener todos los jugadores bastantes competencias, se esperaría ver que el orden relativo de los que tienen un mismo nivel se mantenga, pero pueden aparecer jugadores de menor nivel sobre otros de mayor nivel ya que estos puede ser que estos al jugar en competencias de menor porte ganen más partidos que los que juegan en competencias de mayor nivel. Pero el orden relativo de los equipos de un nivel similar se mantendrá ya que permanecer en las competencias implica jugar más partidos, lo que conlleva a que una derrota no afecte tanto el rating, en comparación a cuando se tiene una derrota con pocos partidos. Algo interesante es que en este tipo de torneos, una vez que se pierde no se juega más, el número de derrotas de un jugador es igual a la diferencia entre torneos jugados y torneos ganados (ya que no se juega por el tercer puesto). Al haber 67 competencias en un año y 283 jugadores, se estima que la cantidad de derrotas de los jugadores es similar entre jugadores con una cantidad similar de torneos jugados. Por lo que puede suceder que jugadores que jueguen muchos más torneos que otros de su nivel queden por debajo, ya que aunque tengan más jugados, también tendrán más derrotas.

En conclusión, con este sistema se espera ver algo muy diferente al ranking ATP.

Por otro lado, el CMM, como considera la dificultad del schedule modelaria algo similar al ranking ATP que tiene en cuenta lo mismo. sin embargo, puede suceder que jugadores que no lleguen muy lejos en competencias importantes, queden debajo de otros que lo hagan en competencias que no lo son, ya que, aunque el ganar esos partidos les "sumaría menos" al rating, es mejor sumar menos a no sumar nada en algunos casos.

El RPI en este tipo de competencias donde no juegan todos contra todos y hay muchos partidos puede generar grandes beneficios para algunos ya que, como el porcentaje de victorias de los oponentes, tiene más peso que el de uno mismo, puede pasar que el buen WP de un buen jugador beneficie a otros, y tales beneficios, lo perjudiquen. Se espera ver algo muy diferente en comparación al ranking ATP.

Experimentación

Como primera aproximación lo que se hizo fue comparar los 100 primeros del ranking real contra los 100 primeros de todos los métodos. Y en cada uno de los métodos entre 20 y 27 jugadores (20% al 27%) jugadores que figuraban en estas posiciones en los primeros 100, quedaban afuera de estas posiciones.

Se repitió lo mismo en los primeros 50 y entre 6 y 11 jugadores (12% al 21%) quedaban afuera de estos puestos.

También se realizó con los primeros 25 y esta vez fueron entre 5 y 7 (20% al 28%).

Por último con los primeros 10, en todos los casos quedó un solo jugador afuera que era el décimo.

WP

Novak Djokovic	0.931818	Novak Djokovic	16,585
Roger Federer	0.847222	Andy Murray	8,945
Inigo Cervantes Huegun	0.833333	Roger Federer	8,265
Andy Murray	0.807692	Stanislas Wawrinka	6,865
David Ferrer	0.768116	Rafael Nadal	5,230
Rafael Nadal	0.75	Tomas Berdych	4,620
Kei Nishikori	0.75	David Ferrer	4,305
Stanislas Wawrinka	0.739726	Kei Nishikori	4,235
Tomas Berdych	0.721519	Richard Gasquet	2,850
Richard Gasquet	0.716667	Jo Wilfried Tsonga	2,635

CMM

Novak Djokovic	1.2413	Novak Djokovic	16,585
Roger Federer	1.14126	Andy Murray	8,945
Andy Murray	1.10383	Roger Federer	8,265
Stanislas Wawrinka	1.00827	Stanislas Wawrinka	6,865
Rafael Nadal	0.994014	Rafael Nadal	5,230
Tomas Berdych	0.990325	Tomas Berdych	4,620
Kei Nishikori	0.985733	David Ferrer	4,305
David Ferrer	0.974441	Kei Nishikori	4,235
Richard Gasquet	0.960276	Richard Gasquet	2,850
Milos Raonic	0.905323	Jo Wilfried Tsonga	2,635

RPI

Novak Djokovic	0.691105	Novak Djokovic	16,585
Roger Federer	0.658825	Andy Murray	8,945
Andy Murray	0.649602	Roger Federer	8,265
Stanislas Wawrinka	0.618596	Stanislas Wawrinka	6,865
Tomas Berdych	0.61488	Rafael Nadal	5,230
Kei Nishikori	0.604709	Tomas Berdych	4,620
Rafael Nadal	0.603487	David Ferrer	4,305
Richard Gasquet	0.597687	Kei Nishikori	4,235
David Ferrer	0.596207	Richard Gasquet	2,850
Milos Raonic	0.581814	Jo Wilfried Tsonga	2,635

WP CMM

Novak Djokovic	0.931818	Novak Djokovic	16,585
Roger Federer	0.847222	Andy Murray	8,945
Inigo Cervantes Huegun	0.833333	Roger Federer	8,265
Andy Murray	0.807692	Stanislas Wawrinka	6,865
David Ferrer	0.768116	Rafael Nadal	5,230
Rafael Nadal	0.75	Tomas Berdych	4,620
Kei Nishikori	0.75	David Ferrer	4,305
Stanislas Wawrinka	0.739726	Kei Nishikori	4,235
Tomas Berdych	0.721519	Richard Gasquet	2,850
Richard Gasquet	0.716667	Jo Wilfried Tsonga	2,635
Jo Wilfried Tsonga	0.680851	John Isner	2,495
Milos Raonic	0.680851	Kevin Anderson	2,475
Lamine Ouahab	0.666667	Marin Cilic	2,405
Daniel Brands	0.666667	Milos Raonic	2,170
John Isner	0.661765	Gilles Simon	2,145
Kevin Anderson	0.657143	David Goffin	1,880
Gilles Simon	0.650794	Feliciano Lopez	1,690
Marin Cilic	0.648148	Bernard Tomic	1,675
Gael Monfils	0.647059	Benoit Paire	1,633
Jack Sock	0.647059	Dominic Thiem	1,600
Ivo Karlovic	0.603175	Fabio Fognini	1,515
Daniel Munoz De La Nava	0.6	Viktor Troicki	1,487
Benoit Paire	0.595238	Gael Monfils	1,485
Grigor Dimitrov	0.592593	Ivo Karlovic	1,485
David Goffin	0.586207	Roberto Bautista Agut	1,480

Novak Djokovic	1.2413	Novak Djokovic	16,585
Roger Federer	1.14126	Andy Murray	8,945
Andy Murray	1.10383	Roger Federer	8,265
Stanislas Wawrinka	1.00827	Stanislas Wawrinka	6,865
Rafael Nadal	0.994014	Rafael Nadal	5,230
Tomas Berdych	0.990325	Tomas Berdych	4,620
Kei Nishikori	0.985733	David Ferrer	4,305
David Ferrer	0.974441	Kei Nishikori	4,235
Richard Gasquet	0.960276	Richard Gasquet	2,850
Milos Raonic	0.905323	Jo Wilfried Tsonga	2,635
Jo Wilfried Tsonga	0.891125	John Isner	2,495
Kevin Anderson	0.872588	Kevin Anderson	2,475
John Isner	0.861795	Marin Cilic	2,405
Gilles Simon	0.851872	Milos Raonic	2,170
Jack Sock	0.847513	Gilles Simon	2,145
Marin Cilic	0.835629	David Goffin	1,880
Gael Monfils	0.834039	Feliciano Lopez	1,690
David Goffin	0.801145	Bernard Tomic	1,675
Nick Kyrgios	0.795808	Benoit Paire	1,633
Roberto Bautista Agut	0.793492	Dominic Thiem	1,600
Grigor Dimitrov	0.791801	Fabio Fognini	1,515
Benoit Paire	0.786316	Viktor Troicki	1,487
Gilles Muller	0.779134	Gael Monfils	1,485
Ivo Karlovic	0.77837	Ivo Karlovic	1,485
Philipp Kohlschreiber	0.773881	Roberto Bautista Agut	1,480

RPI

Novak Djokovic	0.691105	Novak Djokovic	16,585
Roger Federer	0.658825	Andy Murray	8,945
Andy Murray	0.649602	Roger Federer	8,265
Stanislas Wawrinka	0.618596	Stanislas Wawrinka	6,865
Tomas Berdych	0.61488	Rafael Nadal	5,230
Kei Nishikori	0.604709	Tomas Berdych	4,620
Rafael Nadal	0.603487	David Ferrer	4,305
Richard Gasquet	0.597687	Kei Nishikori	4,235
David Ferrer	0.596207	Richard Gasquet	2,850
Milos Raonic	0.581814	Jo Wilfried Tsonga	2,635
Inigo Cervantes Huegun	0.575432	John Isner	2,495
Jo Wilfried Tsonga	0.574159	Kevin Anderson	2,475
Kevin Anderson	0.566477	Marin Cilic	2,405
John Isner	0.564519	Milos Raonic	2,170
Gilles Simon	0.564086	Gilles Simon	2,145
Jack Sock	0.558524	David Goffin	1,880
Marin Cilic	0.55843	Feliciano Lopez	1,690
Yuki Bhambri	0.558172	Bernard Tomic	1,675
David Goffin	0.555469	Benoit Paire	1,633
Daniel Brands	0.554397	Dominic Thiem	1,600
Gael Monfils	0.553333	Fabio Fognini	1,515
Matteo Donati	0.550133	Viktor Troicki	1,487
Roberto Bautista Agut	0.547604	Gael Monfils	1,485
Nick Kyrgios	0.547105	Ivo Karlovic	1,485
Gilles Muller	0.545633	Roberto Bautista Agut	1,480

Viendo en las tablas, los jugadores que suelen quedar afuera son los que ocupan las últimas posiciones del subranking y los nuevos que aparecen suelen estar distribuidos. Esto apoya la hipótesis del WP que los de un mismo nivel se suelen ver desplazados. Aunque esto termina sucediendo también en los otros dos métodos.

También algo que se observaba es que los jugadores que quedaban afuera iban cambiando.

Sin embargo, es claro que en los casos de jugadores con pocos partidos o que no llegan a instancias lejanas de ningún torneo, se ven beneficiados por los métodos propuestos.

Algo también a tener en cuenta es que a medida que se va bajando en los rankings, la diferencia de ratings entre los jugadores disminuye.

Por ejemplo, Daniel Brands en dos de los métodos aparece por encima del puesto 20 (WP y RPI) y en uno por sobre el puesto 40. Este jugador tiene muchos partidos de clasificación para poder entrar a los torneos principales. Sin embargo suele perder en las primeras rondas. Luego entonces su enorme cantidad de victorias hace que el saque beneficio de esto a la hora de calcular el rating.

Otro caso es el de Juan Martin del Potro, quien al ser un tenista reconocido es invitado a torneos importantes sin tener que pasar por clasificatoria. Del Potro en 2015 jugó solamente 4 partidos entre dos torneos de los cuales ganó solamente 2 y todos fueron contra jugadores top 70 del ranking ATP. Esto quiere decir que jugó contra jugadores que son muy buenos y esto en el CMM y el RPI le afecta positivamente, posicionándolo en el puesto 70 y 69 respectivamente, mientras que otros jugadores que jugaron muchos más partidos en muchos más torneos no se encuentran ni en este top 100.

Conclusiones

Al haber tan poca interconexión entre los participantes y un nivel tan disparejo en el juego de los mismos, con todos los métodos propuestos, el ranking final está muy lejos de representar la realidad. Si se tomasen jugadores del mismo nivel, como el top 10 por ejemplo, quizás no es tan errado considerar alguno de estos métodos, ya que estos se suelen cruzar mucho. Pero tomando al gran abanico de jugadores de la muestra, esto ya se vuelve caótico, ya que tanto cantidad de partidos jugados y ganados y los oponentes pueden influir mucho en el puntaje de un jugador y reflejar cosas que no son ciertas.

Estrategias

A continuación se plantean estrategias para reducir el número de partidos ganados por algún participante, alcanzando su máxima posición final en el ranking. Se toman por sabidos los resultados de todos los demás partidos.

WP

Notación:

Participante estratega: x Un participante distinto: i

Partidos que ganó el equipo a: Wa Partidos que jugó el equipo a: Pa

Porcentaje de partidos ganados del equipo a: WPa Partidos que ganó el equipo a contra el equipo b: Wab

Para cada participante i:

WPi = Wi/Pi = (Wi-Wix+Wix)/Pi = (Wi-Wix)/Pi + Wix/Pi

El primer sumando es constante respecto a las acciones de x.

El segundo se decrementa 1/Pi por cada partido que x gane a i.

Para el participante x:

WPx = Wx/Px. Que se incrementa 1/Px por cada partido que gane x.

El primer puesto es siempre obtenible (Wx=Px), aunque quizás sea compartido.

Se propone la estrategia resultante del siguiente algoritmo iterativo:

Partir de que x pierde siempre

Calcular todos los WP

Mientras x no tenga el primer puesto

De los partidos que pierde x, tomar uno jugado contra mayor el WP(equipo i)

Señalar dicho partido como uno de los que gana x

Recalcular los WP (en efecto: WPx += 1/Px, WPi -= 1/Pi)

Esta estrategia resulta óptima.

Debido a que cada partido ganado, es el que más acerca WPx a ser el mayor WP de la competencia.

Si la NBA hubiera usado WP en 2016, Golden State hubiera salido campeón. Con esta estrategia podría haber ganado solamente 57 partidos en lugar de 60. (rigiéndose según el dataset provisto por la cátedra)

CMM

Se propone la estrategia resultante del siguiente algoritmo iterativo:

Partir de que x gana siempre Calcular los ratings CMM

Mientras x mantenga su posición en el ranking

Lamar "p" al participante inmediatamente peor que x

Calcular el grado de lejanía ("GL") entre cada otro participante y p

(oponentes directos: 1, oponentes de oponentes: 2, ...)

De los partidos que gana x, tomar uno jugado contra el mayor GL

(si hay varios participantes posibles optar por el de rating menor)

Señalar dicho partido como uno de los que gana x

Recalcular los ratings CMM

Revertir el último partido cambiado

Conformarse con la cantidad alcanzada de partidos que se pierden

Esta estrategia se basa en intentar reducir las mejoras a los ratings de los participantes más próximos a sobrepasar al participante estratega.

(Se es consciente de que esta estrategia no pondera la cantidad de partidos entre participantes, factor que afecta considerablemente al rating en CMM.)

Si la NBA hubiera usado CMM en 2016, Golden State hubiera salido campeón. Con esta estrategia, podría haber ganado solamente 56 partidos en lugar de 60. (rigiéndose según el dataset provisto la cátedra)

Análisis cuantitativo (CMM)

Para analizar la precisión y estabilidad numérica del modelo implementado, comparamos los resultados obtenidos con los esperados de los test provistos por la cátedra, de 10, 100 y 1000 participantes.

Para sintetizar el análisis, se plantean 3 medidas resumen:

- El máximo entre cada error absoluto en el rating de cada participante
- La mínima distancia entre dos ratings esperados contiguos
- El máximo corrimiento de posición entre lo esperado y lo obtenido

Participantes	10	100	1000
Máximo error	1.077E-08	2.661E-06	6.887E-05
Mínima distancia	1.197E-09	1.395E-05	2.463E-08
Máximo corrimiento	0-3*	0	1**

Cabe resaltar que, aunque los resultados lo sugieran, un error máximo mayor que una distancia mínima no necesariamente implica que el ranking obtenido sea fiel al esperado. Sin embargo, la diferencia entre sus órdenes de magnitud, permite adjudicar más credibilidad a los resultados.

Los cálculos se anexan en el repositorio dentro de una planilla de cálculo. [0]

^{*} En los resultados obtenidos se producen 3 empates de 2, 3 y 4 participantes, lo que imposibilita establecer un orden estricto. Dependiendo de que se decida, el corrimiento podría ser de entre 0 y 3 inclusive. Sin embargo, el campeón original de la competencia, no empató y mantuvo su posición.

^{**} Los únicos corrimientos producidos fueron intercambios entre las posiciones 131 y 132, y 372 y 373.

Conclusiones

En conclusión, podemos afirmar que utilizando el método CMM el schedule afecta al ranking tanto positivamente para algunos participantes como negativamente para otros, dependiendo del schedule. Además, como se observó en el caso del ATP, el CMM no es un método infalible para cualquier tipo de torneo. Luego, como no hay precisión exacta en los cálculos, a la hora de realizarlos puede haber errores cuando asignamos el rating a los participantes y esto los perjudica. Finalmente podemos decir que CMM es injusto ya que existen numerosos casos en el que el ranking de un equipo (rating y posición) varían a causa de un partido donde no participa.

Referencias

- 0. Repositorio anexo:
 - https://gitlab.com/fourofclubs001/entrega_metnum_tp1
- 1. Rating Percentage Index, Wikipedia:
 - https://en.wikipedia.org/wiki/Rating percentage index
- Colley Matrix Method, Princeton University: https://www.collevrankings.com/matrate.pdf
- 3. Temporada NBA 2015-2016:
 - https://es.wikipedia.org/wiki/Temporada 2015-16 de la NBA#Clasificaciones
- 4. Dataset partidos NBA 2015-2016:
 - https://www.basketball-reference.com/leagues/NBA 2016 games.html
- 5. Formato NBA:
 - https://es.wikipedia.org/wiki/National Basketball Association