VECTOR DE POYNTING INSTANTANEO Y PROMEDIO TEMPORAL

$\vec{P} = \vec{P}_i$ DENSIDAD DE POTENCIA INSTANTANEA.

$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ $[W/m^2]$

SE HA VISTO QUE LOS CAMPOS QUE VARÍAN ARMONICAMENTE CON EL TIEMPO, SE PUEDEN ESCRIBIR COMO:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t + \phi_e)}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{j(\omega t + \phi_m)}$$

TOMANDO LA PARTE REAL:

$$\vec{E} = \mathrm{Re}\left[\vec{E}_0 e^{j(\omega t + \phi_e)}\right] = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \phi_e)$$

$$\vec{H} = \mathrm{Re}\left[\vec{H}_0 e^{j(\omega t + \phi_m)}\right] = \vec{H}_0 \cos(\omega t + \phi e)$$

TOMANDO LA PARTE IMAGINARIA:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \operatorname{sen}(\omega t + \phi_e)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \operatorname{sen}(\omega t + \phi_m)$$

SE HA VISTO QUE $\vec{E} = \hat{x} E_x$ y $\vec{H} = \hat{y} H_y$

POR LO TANTO:

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ E_x & 0 & 0 \\ 0 & H_y & 0 \end{vmatrix} = \hat{z} E_x H_y$$

USANDO LAS PARTES REALES:

$$\vec{P} = \hat{z} E_0 \cos(\omega t + \phi_e) H_0 \cos(\omega t + \phi_m)$$

COMO:

$$2 \cos a \cos b = \cos(a+b) + \cos(a-b).$$

POR LO TANTO:

$$\vec{P} = \hat{z} E_0 H_0 \frac{1}{2} \left[\cos(2\omega t + \phi_e + \phi_m) + \cos(\phi_e - \phi_m) \right]$$

AHORA SE CALCULA EL PROMEDIO TEMPORAL

$$\langle \vec{P} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{P}(t) . dt \qquad \text{SIENDO } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$= \frac{E_0 H_0}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \left[\cos(2\omega t + \phi_e + \phi_m) + \cos(\phi_e - \phi_m) \right] dt$$

HACIENDO $u = \omega t$ $\quad du = \omega dt$

$$= \frac{E_0 H_0}{\frac{2\pi}{\cancel{\omega}}} \int_0^{u_f} \frac{1}{2} \left[\cos(2u + \phi_e + \phi_m) + \cos(\phi_e - \phi_m) \right] \frac{du}{\cancel{\omega}}$$

$$\langle \vec{P} \rangle = \frac{E_0 H_0}{2\pi} \int_0^{u_1} \frac{1}{2} \cos(\phi_e - \phi_m)\, du\ \hat{z} \qquad u_1 = 2\pi$$

$$= \frac{E_0 H_0}{2\pi} \frac{1}{2} \cos(\phi_e - \phi_m) \cdot u \Big]_0^{u_1 = 2\pi} \hat{z}$$

$$= \frac{E_0 H_0}{\cancel{2\pi}} \frac{1}{2} \cos(\phi_e - \phi_m) \cdot \cancel{2\pi}\, \hat{z} = \frac{E_0 H_0}{2} \cos(\phi_e - \phi_m)\, \hat{z}$$

$$\boxed{\langle \vec{P} \rangle = \frac{E_0 H_0}{2} \cos(\phi_e - \phi_m)\, \hat{z}}$$

USANDO LA PARTE IMAGINARIA DE E_x Y H_y.

SE LLEGA A

$$\langle \vec{P} \rangle = \hat{z}\,\frac{1}{2}\,E_0 H_0 \operatorname{sen}(\phi_e - \phi_m)$$

ES UNA DENSIDAD DE POTENCIA REACTIVA:

POR LO TANTO, CONSIDERANDO UNA $P_{COMPLEJA}$

$$\boxed{\vec{P}_{COMPLEJA} = \vec{P}_{activa} + j\,\vec{P}_{reactiva}}$$

LAS DENSIDADES DE POTENCIA ACTIVA Y REACTIVA, SE PUEDEN CALCULAR COMO:

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{P}_{activa} &= \frac{1}{2}\operatorname{Re}\left[\vec{E} \times \vec{H}^*\right] \\ \vec{P}_{reactiva} &= \frac{1}{2}\operatorname{Im}\left[\vec{E} \times \vec{H}^*\right] \end{aligned}}$$

Ver:
LIBRO DE
INGENIERIA
ELECTROMAGNÉTICA
TOMO I

ES SIMILAR A LAS ECUACIONES DE POTENCIA QUE SE ENCUENTRAN EN LOS TEMAS DE REDES ELECTRICAS

DONDE SE OBSERVA LA POTENCIA APARENTE

$$\vec{P}_{aparente} = \vec{P}_{activa} + j\,\vec{P}_{reactiva}$$