# CAMPOS CON VARIACION ARMÓNICA

CONSIDERE QUE EL CAMPO VARÍA EN FORMA DE SENO EN FUNCION DEL TIEMPO COMO ES DE INTERÉS EN INGENIERÍA

$$\vec{E}(xyzt) = \mathbb{R}e\left[\vec{E}(xyz)\, e^{j\omega t}\right]$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \longrightarrow j\omega \vec{E}$$

$$\int \vec{E}\, dt \longrightarrow \frac{\vec{E}}{j\omega}$$

SE CONSIDERA LOS VECTORES "FASORES" CONTIENEN INFORMACION DE LA MAGNITUD, Y FASE, Y DIRECCIÓN.

POR LO TANTO LAS ECS. DE MAXWELL SE PUEDEN ESCRIBIR COMO:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu \vec{H} \\ \nabla \times \vec{H} &= J + j\omega\epsilon \vec{E} \\ \nabla \cdot \vec{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned}}$$

CONSIDERE LOS MEDIOS SIMPLES: LINEALES, ISOTRÓPICOS Y HOMOGENEOS.

LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE LOS POTENCIALES SERÁN:

$$\nabla^2\vec{A} - \mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = -\mu\vec{J}$$

$$\nabla^2 V - \mu\epsilon\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\nabla^2\vec{A} - (j\omega)^2\mu\epsilon\vec{A} = -\mu\vec{J}$$

$$\nabla^2 V - (j\omega)^2\mu\epsilon V = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\nabla^2\vec{A} + \omega^2\mu\epsilon\vec{A} = -\mu\vec{J}$$

$$\nabla^2 V + \omega^2\mu\epsilon V = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\nabla^2\vec{A} - \gamma^2\vec{A} &= -\mu\vec{J}\\ \nabla^2 V - \gamma^2 V &= -\frac{\rho}{\epsilon}\end{aligned}}$$

DONDE: $\gamma^2 = -\omega^2\mu\epsilon$

$\gamma$ ES LA CONSTANTE DE PROPAGACIÓN

# ECUACIÓN DE ONDA DE HELMHOLTZ

CONSIDERE UNA REGIÓN LIBRE DE CARGAS Y CORRIENTES, $\rho = 0$ y $J = 0$.

CONSIDERE UN MEDIO SIMPLE. CON $\sigma = 0$. COMO EL AIRE

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \underbrace{\vec{J}}_{=0} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \underbrace{\rho}_{=0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

SI LA EXCITACION ES ARMÓNICA

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon \vec{E}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \qquad \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

SE APLICA EL ROTOR A LA EC. DEL CAMPO $\vec{E}$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu \nabla \times \vec{H} = -j\omega\mu (j\omega\epsilon \vec{E}).$$

RECORDANDO

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\underbrace{\nabla \cdot \vec{E}}_{=0}) - \nabla^2 \vec{E}$$

SE OBTIENE

$$-\nabla^2 \vec{E} = +\omega^2 \mu \epsilon \vec{E}$$

AGRUPANDO SE OBTIENE LA EC. DE ONDA REDUCIDA

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} = 0 \qquad \boxed{\nabla^2 \vec{E} - \gamma^2 \vec{E} = 0.}$$

DONDE $\gamma^2 = -\omega^2 \mu \epsilon$

$\gamma = j\sqrt{\mu \epsilon}\, \omega$ ES LA CONSTANTE DE PROPAGACIÓN

$\gamma$ ES UN NUMERO COMPLEJO.

$\gamma = \alpha + j\beta.$

$\alpha$: CONSTANTE DE ATENUACIÓN

$\beta$: CONSTANTE DE FASE

HACIENDO UN PROCEDIMIENTO ANÁLOGO SE OBTIENE

$$\boxed{\nabla^2 \vec{H} - \gamma^2 \vec{H} = 0.}$$

PARA EL CASO DEL AIRE, SE TIENE

$\alpha = 0$

$\beta = \omega\sqrt{\mu \epsilon}.$

DONDE SE OBSERVA QUE NO HAY DISIPACIÓN EN EL AIRE, YA QUE $\alpha = 0$. ESTE TEMA SE VERÁ CON MAYOR PROFUNDIDAD