Apellido y Nombres: ....
DNI: .... Padrón: .... Código Asignatura: ....
Cursada. Cuatrimestre: .... Año: .... Profesor: ....
Correo electrónico: ....

Análisis Matemático III.
Examen Integrador. Quinta fecha. 3 de marzo de 2023.

Justificar claramente todas las respuestas. La aprobación del examen requiere la correcta resolución de 3 (tres) ejercicios

Ejercicio 1. Se tiene una placa plana y homogénea que coincide con el semicírculo $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2<1,\ y>0\}$ tal que la temperatura es de 0^oC en su frontera recta y de 10^oC en su frontera curva. La constante de difusividad térmica en la placa es igual a 1. Plantear un problema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que modele la distribución estacionaria de temperatura en la situación descripta y hallar la solución expresada en función de las variables x, y.

Ejercicio 2. Para cada una de las siguientes funciones definidas en el intervalo $[-\pi,\pi]$:

$$f(x)=\operatorname{sen}(x^2-\pi^2) \qquad f(x)=\begin{cases}\operatorname{sen}(x^2-\pi^2) & -\pi\leqslant x<0\\ \operatorname{sen}(x+\frac{\pi}{2}) & 0\leqslant x<\pi\end{cases}$$

decidir si su serie trigonométrica de Fourier en el intervalo $[-\pi,\pi]$ converge puntualmente. En caso afirmativo, indicar a qué converge en cada $x\in\mathbb{R}$ y analizar si la convergencia es uniforme.

Ejercicio 3. Resolver;

$$\begin{cases} u_{tt}=u_{xx}+4\,x & 0<x<L, t>0\\ u(0,t)=u(L,t)=0 & t\geqslant 0\\ u(x,0)=0 & 0\leqslant x\leqslant L\\ u_t(x,0)=1 & 0\leqslant x\leqslant L\end{cases}$$

Ejercicio 4. Estudiar la convergencia de $\displaystyle\int_0^\infty \frac{t\ \operatorname{sen}\, t}{1+t^2}dt$. Explicar cómo calcular dicha integral aplicando: (i) teoría de residuos, (ii) la transformada de Fourier de $ae^{-b|x|}$. Calcularla mediante alguno de los dos métodos.

Ejercicio 5. Resolver para $t\geqslant 0$ el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, utilizando transformada de Laplace.

$$\begin{cases} -x'+2y'-3x+6y=0\\ x'+y'+4x+3y=11\end{cases}$$

sujeto a las condiciones iniciales $x(0^+)=y(0^+)=0$.