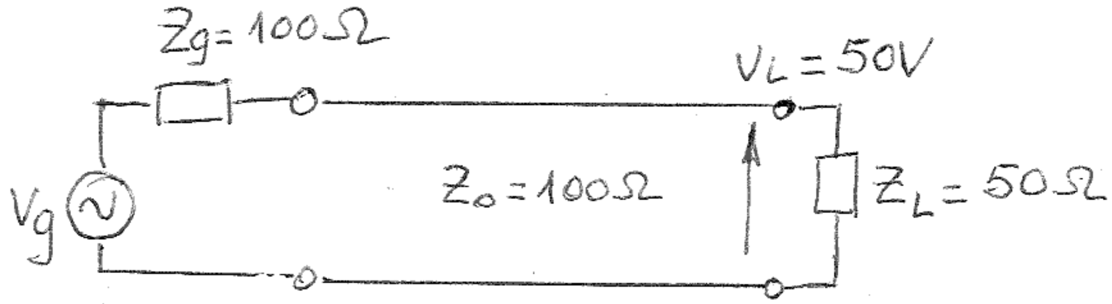
EJEMPLO

UNA LÍNEA DE TRANSMISIÓN DE Z CARACTERÍSTICA $Z_0 = 100\Omega$ y $Z_L = 50\Omega$ ESTA CONECTADO A UN GENERADOR ADAPTADO, LA LÍNEA TIENE $V_L = 50V$. CALCULAR:

a) V_{MAX} y $V_{MÍN}$ EN LA LÍNEA (MODULO).
b) UBICACION DE V_{max} y V_{min} DESDE LA CARGA.
c) LAS Z_{MAX} Y $Z_{MÍN}$ (Ω)
d) LA POTENCIA TRANSMITIDA A LA CARGA.



a) $$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{50-100}{50+100} = \frac{-50}{150} = -\frac{1}{3} = \frac{1}{3}e^{j\pi}$$

$$ROE = \frac{1+|\Gamma_L|}{1-|\Gamma_L|} = \frac{1+1/3}{1-1/3} = \frac{3+1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

COMO $V_L = V^+(1+\Gamma_L) \Rightarrow V^+ = \dfrac{V_L}{1+\Gamma_L}$

$$V^+ = \frac{50V}{1+(-\frac{1}{3})} = \frac{50V}{\frac{3-1}{3}} = \frac{150V}{2} = 75V$$

$$V_{max} = |V^+|(1+|\Gamma(z)|) = |V^+|(1+\tfrac{1}{3}) = 75\cdot\frac{5}{3}V = 100V$$

$$V_{MÍN} = |V^+|(1-|\Gamma(z)|) = 75\cdot\frac{2}{3}V = 50V$$

b) $V(z) = V^+(e^{j\beta z} + \Gamma_L e^{-j\beta z}) = V^+ e^{j\beta z}(1 + \Gamma_L e^{-j\beta z 2})$

$I(z) = \frac{V^+}{Z_0}(e^{j\beta z} - \Gamma_L e^{-j\beta z}) = \frac{V^+ e^{j\beta z}}{Z_0}(1 - \Gamma_L e^{-2j\beta z})$

$V(z) = \begin{cases} \to V_{max} \\ \to V_{min}. \end{cases}$

VMAX:

$\Gamma_L = -\frac{1}{3}$ si $e^{-j\beta z 2} = -1$.

$\cos 2\beta z - j \operatorname{sen} 2\beta z = -1 \Rightarrow 2\beta z = n\pi$
$n = 1, 3,$

$2\beta z = (2n+1)\pi \quad n = 0, 1, 2, \ldots$

$2 \frac{2\pi}{\lambda} z = (2n+1)\pi$

$$\boxed{z = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \quad n = 0, 1, 2, \ldots}$$

VMÍN

$\Gamma_L = -\frac{1}{3}$ si $e^{-j2\beta z} = 1$

$\cos 2\beta z - j \operatorname{sen} 2\beta z = 1$

$2\beta z = 2n\pi \quad n = 0, 1, 2, \ldots$

$2 \frac{2\pi}{\lambda} z = 2n\pi$

$$\boxed{z = n\frac{\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, \ldots}$$

$I_{MAX} \to$ SE PRODUCE CUANDO $e^{-2j\beta z} = +1$

$z = (2n \quad)\frac{\lambda}{4} \quad n = 0, 1, 2 \ldots$

$I_{MÍN} \to$ SE PRODUCE CUANDO $e^{-2j\beta z} = -1$

$z = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$

c) $Z_{MAX} = Z_0 \, ROE = 100 \cdot 2 = 200\,\Omega$

$$Z_{MÍN} = \frac{Z_0}{ROE} = \frac{100}{2} = 50\,\Omega$$

MÍNIMA IMPEDANCIA OCURRE EN $V_{mín}$

$$Z = m\frac{\lambda}{2} \qquad m = 0, 1, 2, \ldots$$

MAXIMA IMPEDANCIA OCURRE EN V_{MAX}

$$Z = (2m+1)\frac{\lambda}{4} \qquad m = 0, 1, 2, \ldots$$

d) LA POTENCIA TRANSMITIDA A LA CARGA SERÁ:

$$P_L = \frac{|V+|^2}{2|Z_0|}\left(1 - |\Gamma_L|^2\right) \underbrace{\cos\theta_{Z_0}}_{=1}$$

$= 1 \leftarrow$ PARA LÍNEA SIN PÉRDIDAS.

$$P_L = \frac{(75V)^2}{2\,100\,\Omega} \cdot \left(1 - \left[\frac{1}{3}\right]^2\right)$$

$$\boxed{P_L = 25\,W.}$$

$$\frac{(75V)^2}{2.100\,\Omega} = 28{,}1\,W$$ ONDA HACIA LA CARGA.

$$\frac{(75V)^2}{2.100\,\Omega} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 3{,}1\,W$$ POT. DE LA ONDA REFLEJADA EN LA CARGA.

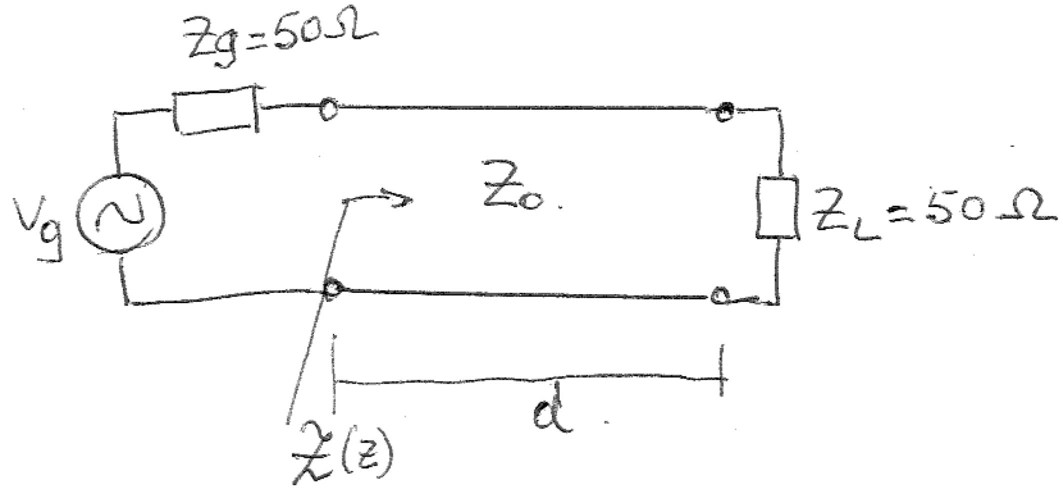
$$(28{,}1 - 3{,}1)\,W = 25\,W$$ POT. DE LA ONDA TRANSMITIDA A LA CARGA.

EJEMPLO

CONSIDERE UNA IMPEDANCIA DE CARGA $Z_L = 50\Omega$ CONECTADA A UN GENERADOR DE $Z_G = 50\Omega$ A TRAVÉS DE UNA LÍNEA DE TRANSMISIÓN CON $Z_0 = 200\Omega$. SE PIDE

a) CUAL DEBE SER LA LONGITUD "d" DE LA LÍNEA PARA LA TRANSFERENCIA DE POTENCIA EN ADAPTACION ENTRE GENERADOR Y CARGA.

b) SI $Z_0 = (200 + j91)\Omega$ OBTENER LA DISTANCIA "d" DE LA LÍNEA COMO a)



a) $$\mathcal{Z}(z)\Big|_{z=d} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \, tg\beta z}{jZ_L tg\beta z + Z_0} = \underbrace{50\Omega}_{Z_g}$$

SI $\mathcal{Z}(z) = Z_g$ NO HABRA REFLEXION A LA ENTRADA, ENTONCES:

$$Z_0 . Z_L + Z_0^2 j \, tg\beta z = 50\Omega \, j Z_L tg\beta z + 50\Omega . Z_0$$

$$(jZ_0^2 - 50\Omega j Z_L) tg\beta z = 50\Omega Z_0 - Z_0 Z_L$$

$$tg\beta z = \frac{50.200. - 200.50}{(jZ_0^2 - 50jZ_L)} = 0.$$

$\beta z = n\pi \quad n = 0,1,2\ldots$

$d = \; = n\pi \frac{\lambda}{2\pi} \quad n = 0,1,2\ldots$

b) $$Z(z) = Z_0 \cdot \frac{Z_L + Z_0 \, th\gamma z}{Z_L \, th\gamma z + Z_0} = Z_g$$

$$Z_0 Z_L + Z_0^2 \, th\gamma z = Z_0 Z_g + Z_L Z_g \, th\gamma z$$

$$Z_0 Z_L - Z_0 Z_g = th\gamma z \left(Z_L Z_g - Z_0^2 \right)$$

$$th\gamma z = \frac{Z_0 Z_L - Z_0 Z_g}{\left(Z_L Z_g - Z_0^2 \right)} = \frac{Z_0 \overbrace{(Z_L - Z_g)}^{=0}}{\left(Z_L Z_g - Z_0^2 \right)} = cte = 0$$

Si $Z_0 = (200 + j91)\,\Omega$

$$th\gamma z = \frac{e^{\gamma z} - e^{-\gamma z}}{e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}} = cte = 0.$$

$$e^{\gamma z} - e^{-\gamma z} = 0 \Rightarrow e^{\gamma z} = e^{-\gamma z}$$

$$\ln e^{\gamma z} = \ln e^{-\gamma z}$$

$$\gamma z = -\gamma z. \qquad \boxed{z = 0}$$

NO EXISTE UNA DISTANCIA NO NULA.