Apellido y Nombres: ....,,,,,...
DNI: .... Padrón: .... Código Asignatura: ....
Cursada. Cuatrimestre: .... Año: .... Profesor: ....
Correo electrónico: ....

Análisis Matemático III.
Examen Integrador. Primera fecha. 12 de diciembre de 2022.

Justificar claramente todas las respuestas. La aprobación del examen requiere la correcta resolución de 3 (tres) ejercicios

Ejercicio 1. Demostrar la convergencia de $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x^3}{1+x^5}\,dx$ y calcularla, usando variable compleja.

Ejercicio 2. Hallar la función potencial de un campo de fuerzas, u, que verifica:

$$\begin{array}{rl} \nabla^2 u(x,y)=0 & \text{para} \quad x^2+y^2<1, \quad y>0 \\ u(x,0)=0 & \text{para} \quad -1\leqslant x\leqslant 0 \\ u(x,0)=1 & \text{para} \quad 0\leqslant x\leqslant 1 \\ u(x,y)=0 & \text{para} \quad x^2+y^2=1, \quad y>0 \end{array}$$

y calcular las equipotenciales y y las líneas de fuerza.

Ejercicio 3. Obtener la serie de Fourier de senos de la función $f(t)=t(\pi-t)$ en $[0,\pi]$ y deducir el valor de las series numéricas $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n-1)^3}$ y $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^6}$.

Ejercicio 4. Calcular la transformada inversa de Fourier de cada una de las siguientes funciones:

$$i)\ F_1(w)=\frac{1}{1+iw} \qquad ii)\ F_2(w)=\frac{1}{4w^2+1} \qquad iii)\ F_3(w)=\frac{1}{(1+iw)(4w^2+1)}.$$

Ejercicio 5. Resolver el sistema:

$$\left\{\begin{array}{l} (x'*y)(t)+\mathrm{sh}(t)H(t)=tH(t) \\ (x*y)(t)+\mathrm{ch}(t)H(t)=H(t) \end{array}\right.$$

con $x(0^+)=1$ y $H(t)$ la función de Heaviside.