Apellido y Nombres: ....,,,,,...
DNI: .... Padrón: .... Código Asignatura: ....
Cursada. Cuatrimestre: .... Año: .... Profesor: ....
Correo electrónico: ....

Análisis Matemático III.
Examen Integrador. Tercera fecha. 17 de febrero de 2023.

Justificar claramente todas las respuestas. La aprobación del examen requiere la correcta resolución de 3 (tres) ejercicios

Ejercicio 1. Decidir si la función $H(x,y) = e^{(x^2-y^2)}\cos(2xy) - \dfrac{x-y}{x^2+y^2}$ puede ser la parte real de un potencial complejo. En caso afirmativo, dar las ecuaciones que determinan las curvas equipotenciales y las líneas de flujo, y determinar el ángulo de intersección entre tales curvas.

Ejercicio 2. Sea $S(x)$ el desarrollo trigonométrico de Fourier en $[-1,1]$ de

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 \leqslant x < 0 \\ \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2}x) & 0 \leqslant x < 1 \end{cases}$$

Se pide: i) analizar convergencia puntual y uniforme de $S(x)$ en $[-1,1]$; ii) calcular $S(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Ejercicio 3. Resolver:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u_x(0,t) = 0 & t \geqslant 0 \\ u(\pi,t) = 1 & t \geqslant 0 \\ u(x,0) = 1 + 2\cos\left(\dfrac{5x}{2}\right) & 0 \leqslant x \leqslant \pi \end{cases}$$

y describir un sistema físico que pueda ser modelado mediante estas ecuaciones.

Ejercicio 4. Demostrar la convergencia de $\displaystyle\int_{\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x^2}\, dx$ y calcularla usando la transformada de Fourier de una función adecuada.

Ejercicio 5. Aplicar la transformada de Laplace para obtener la función Φ dada por

$$\Phi(t) = \int_0^t \tau y(t-\tau)\, d\tau \quad \text{para } t > 0$$

donde

$$y'' + a^2 y = \operatorname{sen}(at)H(t) \quad y(0^+) = 1 \quad y'(0^+) = 0$$

con $a \in \mathbb{R}$ y $H(t)$ la función de Heaviside.