



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Año 2024 - 2<sup>do</sup> cuatrimestre

## ANÁLISIS DE CIRCUITOS (86.04)

### TRABAJO PRÁCTICO 1 - DISEÑO CON RESPUESTA AL ESCALÓN

ESTUDIANTES: Grupo 1

Monti, Martina	110574
<code>mmonti@fi.uba.ar</code>	
Spadachini, Franco	110032
<code>fspadachini@fi.uba.ar</code>	
Del Rio, Francisco	110761
<code>fadelrio@fi.uba.ar</code>	

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Especificaciones</b>	<b>2</b>
2.1. Primer set . . . . .	2
2.2. Segundo set . . . . .	2
<b>3. Primer Set</b>	<b>2</b>
3.1. Definir parámetros y tipo de respuesta . . . . .	2
3.2. Polinomio característico y raíces . . . . .	3
3.3. Resultados . . . . .	3
<b>4. Segundo set</b>	<b>4</b>
4.1. Polinomio característico y raíces . . . . .	4
4.2. Resultados . . . . .	4
<b>5. Comparación de resultados</b>	<b>5</b>
<b>6. Circuito Sallen-Key</b>	<b>5</b>
6.0.1. Set 1 . . . . .	6
6.0.2. Set 2 . . . . .	6
6.1. Normalización de componentes . . . . .	6
<b>7. Resultados simulación</b>	<b>7</b>
<b>8. Conclusiones</b>	<b>9</b>

## 1. Introducción

El siguiente informe se centra en el diseño de un circuito basado en especificaciones. La motivación del trabajo es afianzar la estrecha relación que existe entre señales analógicas y digitales. Para esto las especificaciones se dan con términos utilizados en la electrónica digital. Se buscó que la respuesta a un escalón del circuito dado cumpla parámetros de tiempo de crecimiento y tensiones tanto máximas como mínimas. Además, los resultados obtenidos mediante métodos algebraicos se normalizaron con series estándar, para llegar a un circuito realmente implementable.

## 2. Especificaciones

Se nos asignó por numero de grupo los siguientes parametros:

### 2.1. Primer set

#	$u(t)$ [V]	UI [s]	$t_r$ [% UI]	$V_{Hmin}$ [V]	$V_H$ [V]	$V_{HMax}$ [V]
1	0.01	0.0499	4	0.028	0.0350	0.051

### 2.2. Segundo set

#	UI [s]	$t_r$ [% UI]	$V_{Hmin}$ [V]	$V_H \circ V_f$ [V]	$V_{HMax}$ [V]
1	0.0670	56	0.0320	0.0350	0.0350

## 3. Primer Set

### 3.1. Definir parámetros y tipo de respuesta

Con los parámetros asignados, se consideró adecuado iniciar el análisis con una respuesta subamortiguada que permita una rápida estabilización. Teniendo en cuenta el margen disponible para  $V_H$  la prioridad es lograr una estabilización rápida. Buscando el equilibrio entre velocidad de respuesta y estabilización temprana, se obtiene por esta configuración, priorizando ambos aspectos mencionados. Una respuesta subamortiguada se comporta de acuerdo a la forma:

$$V(t) = (e^{\alpha t} [A * \cos(\omega_d t) + B * \sin(\omega_d t)] + V_p) * u(t) \quad (1)$$

Para que esto no diverja ya se puede saber que se debe cumplir  $\alpha < 0$ , de forma que en  $t \rightarrow \infty$  la señal amortigüe, siendo este:

$$\alpha = -\frac{1}{\tau} \quad (2)$$

$\tau$  es un parámetro crucial para el diseño del circuito, pues es el parámetro que determina los tiempos de crecimiento y decrecimiento, siendo en este caso de interés para poder determinar el tiempo de estabilización. Para poder tener una primera aproximación a una cota al valor de  $\tau$ , Se considera que el intervalo unitario (cuyo su valor fue el asignado como parámetro de desarrollo inicial) será la cota superior. Se conoce que la lectura de la señal dará resultados con un umbral de error menor al 2 % cuando se use de parámetro temporal  $5\tau$ , pues es sabido que en un  $\tau$  la señal alcanza aproximadamente 63.2 % del valor final después de un cambio y alcanza aproximadamente entre el 98-100 % del valor final de la señal estabilizada. En vista a esto y la exactitud requerida por los parámetros iniciales del circuito, se realiza el siguiente calculo.

$$5\tau \ll UI \quad \Rightarrow \quad \tau \ll \frac{UI}{5} \quad \Rightarrow \quad \tau \ll 10ms \quad (3)$$

Analizando la ecuación 1, se puede llegar a

$$V(\infty) = V_p \approx 35mV \quad (4)$$

y ademas como  $V(t)$  debe ser continua, y en  $0^-$  el escalón esta apagado, se puede sacar que  $V(0) = 0$ . Luego, usando esta información se obtiene A

$$V(0) = A + V_p = 0 \rightarrow A = V_p = -35mV \quad (5)$$

y derivando la expresión 1 se puede encontrar B

$$V'(t) = -e^{\alpha t}((A\omega_d - B\alpha)\text{sen}(\omega_d t) + (-B\omega_d - A\alpha)\text{cos}(\omega_d t)) \quad (6)$$

asumiendo que en  $t = 0$  es 0 podemos llegar a

$$B = \frac{A}{\omega_d \tau} \quad (7)$$

Finalmente, con la ayuda de Geogebra, se fijan los valores de  $\omega_d$  y  $\tau$ . Teniendo en cuenta la cota obtenida para  $\tau$  y la condición de tiempo de crecimiento, se obtuvieron los siguientes valores:

$$\omega_d = 400\pi \quad \tau = 400\mu$$

Y se pueden calcular todos los valores restantes

$$B = -0,0696mV \quad \alpha = -2500S^{-1}$$

### 3.2. Polinomio característico y raíces

Sabiendo que el polinomio característico tiene la forma

$$\lambda^2 + 2\alpha\lambda + \omega_0^2 \quad (8)$$

y que  $\omega_0^2$  es

$$\omega_0^2 = \omega_d^2 + \alpha^2 = 7829137 \quad (9)$$

se obtiene el polinomio

$$\lambda^2 + 5000\lambda^2 + 7829137 \quad (10)$$

cuyas raíces son

$$\lambda_1 = -2500 + 1256,6j \quad \lambda_2 = -2500 - 1256,6j$$

### 3.3. Resultados

Viendo el gráfico de la fig. 1 se pueden calcular ciertos valores interesantes.

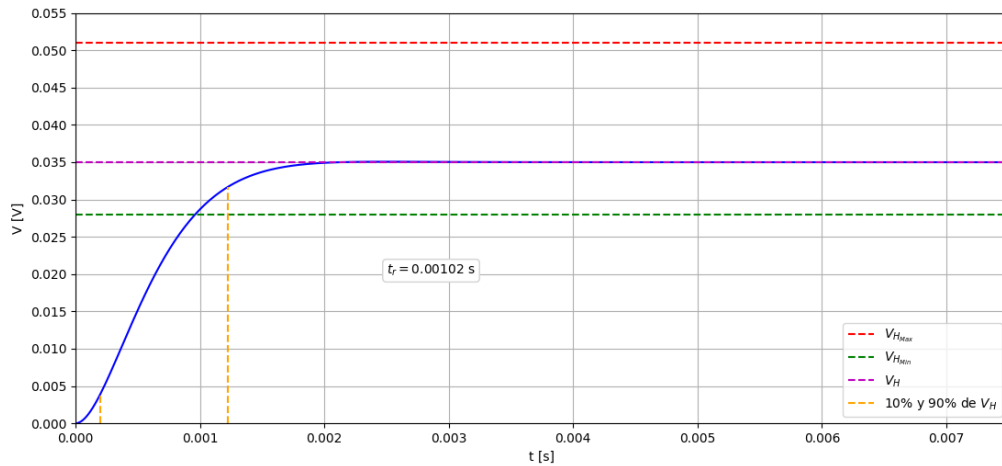


Figura 1: Gráfico de la solución propuesta para el primer set

Para empezar es posible calcular el valor real de  $t_r = 1,02ms$  que, expresado en función de  $\%UI$ , es 2, lo cual cumple con la indicación de que  $t_r < 4\%UI$ .

Además se puede extraer los valores máximos y mínimos  $34,998mV < V(t) < 35,1mV$  que son tan cercanos al valor final debido a que la parte senoidal de la respuesta se anula antes de poder completar un periodo. Finalmente el valor de  $t_s = 2,5ms$  que también se puede expresar como  $6,25\tau$

Aunque este no es apreciable en el gráfico, la respuesta presenta un sobrepico en  $2.5ms$ , el cual vale  $35.1mV$ .

## 4. Segundo set

Para calcular los valores del segundo set se apuntó a mantener fija la parte real, por lo tanto se mantuvo el valor de  $\tau$  que fija la parte real de la solución.

Para modificar  $\omega_d$  se volvió a utilizar GeoGebra reemplazando los límites con las nuevas condiciones. Debido a los márgenes que se usaron para el primer set, no se vieron muchos cambios en las respuestas. La mayor modificación ocurrió en el  $t_r$  que generó un cambio significativo en  $\omega_d$  debido a la modificación en el crecimiento.

$$\tau = 400\mu \quad \omega_d = 12\pi$$

Usando estos valores  $V(\infty)$  se mantiene, y por lo tanto  $V_p$  y A también. Sin embargo B cambia, usando la ecuación 7 se calcula su nuevo valor

$$B = -2,32$$

Finalmente, la respuesta a este set de especificaciones se puede escribir

$$V(t) = e^{-2500t}[-35m * \cos(12\pi t) - 2,32 * \sin(12\pi t)] * u(t) \quad (11)$$

### 4.1. Polinomio característico y raíces

Nuevamente se utiliza el razonamiento usado para el primer set para llegar al polinomio característico teniendo en cuenta que  $\omega_o^2 = 6251421$

$$\lambda^2 + 5000\lambda + 6251421 \quad (12)$$

cuyas raíces son

$$\lambda_1 = -2500 + 37,696j \quad \lambda_2 = -2500 - 37,696j$$

### 4.2. Resultados

Nuevamente, mirando el gráfico de la fig. 2 se pueden encontrar valores interesantes.

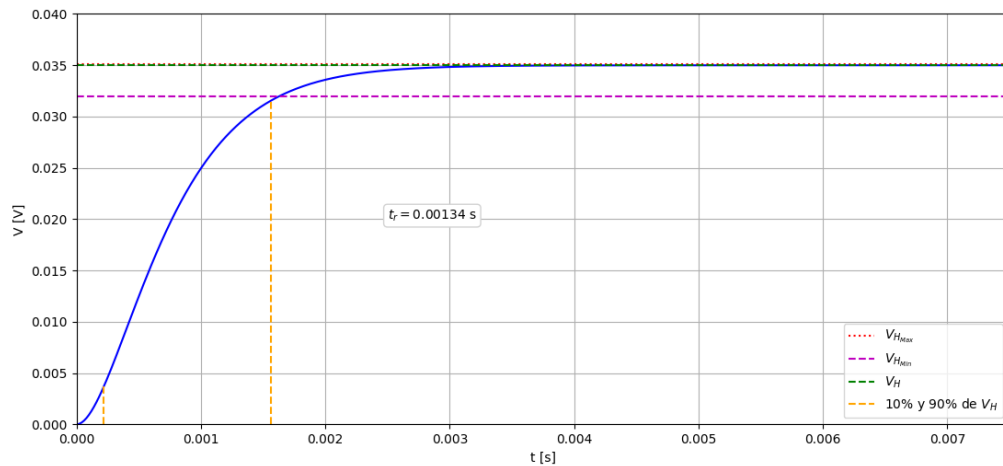


Figura 2: Gráfico de la solución propuesta para el segundo set

El tiempo de crecimiento resulta  $t_r = 1.34\text{ms}$ , lo cual equivale al 2%UI. Más que suficiente para cumplir con el 56%UI pedido en las especificaciones.

La respuesta no presenta un sobrepico ya que el valor máximo es el valor estacionario esperado. El tiempo de establecimiento resulta  $t_s = 4\text{ms}$ , y al expresarlo en términos de  $\tau$  resulta  $t_s = 10\tau$ .

Debido a la relación entre  $\tau$  y  $\omega_d$  las oscilaciones naturales de la respuesta no son apreciables.

## 5. Comparación de resultados

Como se puede observar en la figura 3, las soluciones propuestas tienen un comportamiento similar. Las diferencias destacables son los distintos tiempos de crecimiento y la presencia de un «pequeño» sobrepico en el caso del primer set, como se puede apreciar en el cuadro 5.1. Ambas respuestas se encuentran dentro de las especificaciones demandadas.

En ambos casos, más en el segundo set que en el primero, las oscilaciones naturales de las respuestas son indistinguibles. Esto se debe a la relación entre los  $\tau$  y los  $\omega_d$ . La parte exponencial de la respuesta se estabiliza mucho antes que las funciones senoidales, amortiguando casi completamente su efecto.

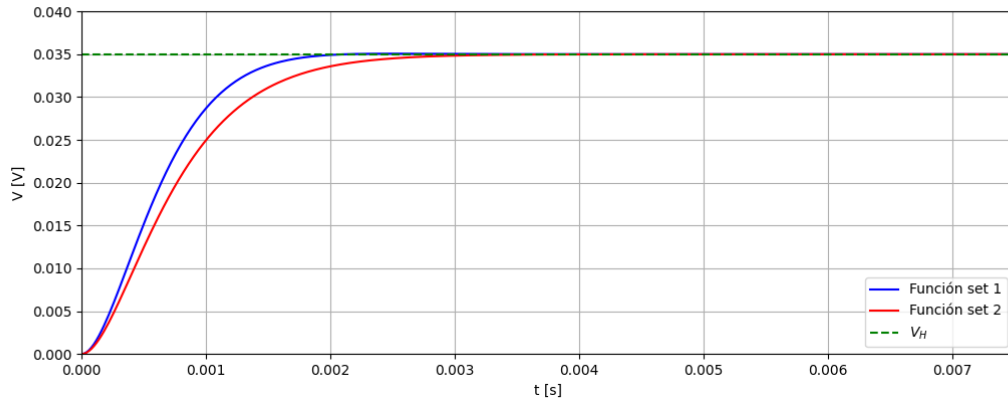


Figura 3: Gráfico de ambas soluciones superpuestas

Gráfico	Num. oscilaciones	Sobrepico [mV]	Trise [ms]
Set 1	0	35.1	1.02
Set 2	0	N/A	1.34

Cuadro 5.1: Comparación de valores y características de las simulaciones entre el primer y segundo set

## 6. Circuito Sallen-Key

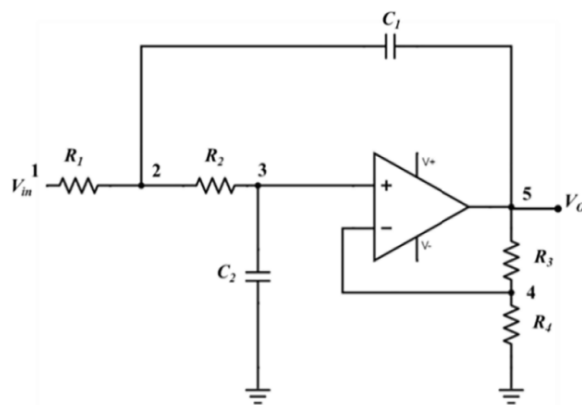


Figura 4: Filtro pasa bajo Sallen-Key

Para resolver el circuito de la figura 4 se plantean los nodos 2 ( $V_2$ ) y 3 ( $V_3$ )

$$\frac{V_{in}}{R_1} + V_o' C_1 = V_2 \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) + V_2' C_1 - V_3 \frac{1}{R_3} \quad (13)$$

$$0 = V_3 \frac{1}{R_2} + V_3' C_2 - V_2 \frac{1}{R_2} \quad (14)$$

Ademas se sabe por características de los amplificadores operacionales se sabe que  $V_3 = V_4$  y que por sus entradas no entra corriente, por lo tanto se puede plantear un divisor de tensión para saber el valor de  $V_4$

$$V_4 = V_o \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (15)$$

Luego se despeja  $V_2$  de 14, y usando 15 se reemplaza en 13. De esa forma, después de operar para que  $V''$  quede sin nada multiplicándolo se obtiene

$$V_{in} \frac{R_3 + R_4}{R_1 R_2 R_4 C_1 C_2} = V_o'' + \left( \frac{1}{C_1 R_1} + \frac{1}{C_1 R_2} + \frac{1}{C_2 R_2} - \frac{R_3 + R_4}{R_2 C_2 R_4} \right) V_o' + \frac{1}{R_1 R_2 C_2 C_1} V_o \quad (16)$$

Se sabe que la solución a la ecuación diferencial tendra una respuesta homogénea y una particular. Esta ultima es una constante K por lo tanto se sacar utilizar para sacar una relación entre algunos componentes

$$V_{in} \frac{R_3 + R_4}{R_4} = K \quad (17)$$

usando el valor de  $V_{in} = 0,01$  provisto en el enunciado, se puede llegar a la relación  $\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 3,5$ . Si se fija  $R_4 = 1K\Omega$ , se llega a  $R_3 = 2,5K\Omega$  Ademas, sabiendo la forma que tiene la forma canónica se puede usar

$$\frac{1}{C_1 R_1} + \frac{1}{C_1 R_2} + \frac{1}{C_2 R_2} - \frac{R_4 + R_3}{R_2 C_2 R_4} = 2\alpha = 5000 \quad (18)$$

y ademas si se supone  $C_1 = C_2 = C$ , se simplifican mucho mas las cuentas, llegando a

$$\frac{1}{R_1} - \frac{1,5}{R_2} = 5000C \quad (19)$$

#### 6.0.1. Set 1

Y también se sabe

$$\frac{1}{R_1 R_2 C} \omega_0^2 = 7829139 \quad (20)$$

de donde se puede obtener una relación entre las resistencias y reemplazar en 19 para obtener

$$-7829139C^2 R_2^2 + 5000C R_2 + 1,5 = 0 \quad (21)$$

fijando  $C = 100nF$  se obtiene

$$R_2 = 8611\Omega \quad R_1 = 1483\Omega$$

#### 6.0.2. Set 2

Se utilizan las mismas relaciones que en el primer set pero con  $\omega_0^2 = 6251421$  y se obtiene

$$R_2 = 10323\Omega \quad R_1 = 1550\Omega$$

### 6.1. Normalización de componentes

Para la normalización de los componentes, se seleccionaron los valores disponibles en las tablas E48 y E96. En el caso de los capacitores, los valores utilizados durante los cálculos coincidieron con los valores estándar de dichas tablas, eliminando cualquier margen de error entre el valor teórico calculado y el valor comercial implementable en un circuito real hipotético. Es importante mencionar que se limitó la consideración a los errores causados por las diferencias numéricas, mas no en cuestiones de fabricación.

Por otro lado, en el caso de los resistores, fue necesario realizar una aproximación al valor comercial más cercano. Afortunadamente, gracias al uso de la tabla de valores seleccionada, no se presentaron inconvenientes significativos en cuanto a los porcentajes de error. El mayor error detectado durante las conversiones fue inferior al 4%, lo que se considera aceptable dentro del rango de tolerancia.

Componente	Valor calculado [ $\Omega$ ]	Valor comercial [ $\Omega$ ]	Error (%)
R1	1483	1430	3.57 %
R2	8611	8660	0.56 %
R3	2500	2490	0.4 %
R4	1000	1000	0 %

Cuadro 6.1: Comparación de valores calculados, comerciales y porcentaje de error del primer set

Componente	Valor calculado [ $\Omega$ ]	Valor comercial [ $\Omega$ ]	Error (%)
R1	1550	1540	0.65 %
R2	10323	10200	1.19 %
R3	2500	2490	0.4 %
R4	1000	1000	0 %

Cuadro 6.2: Comparación de valores calculados, comerciales y porcentaje de error del segundo set

## 7. Resultados simulación

Una vez normalizados los componentes, se simularon los circuitos en *LTSpice* y se obtuvieron los gráficos de las figuras 5 y 6.

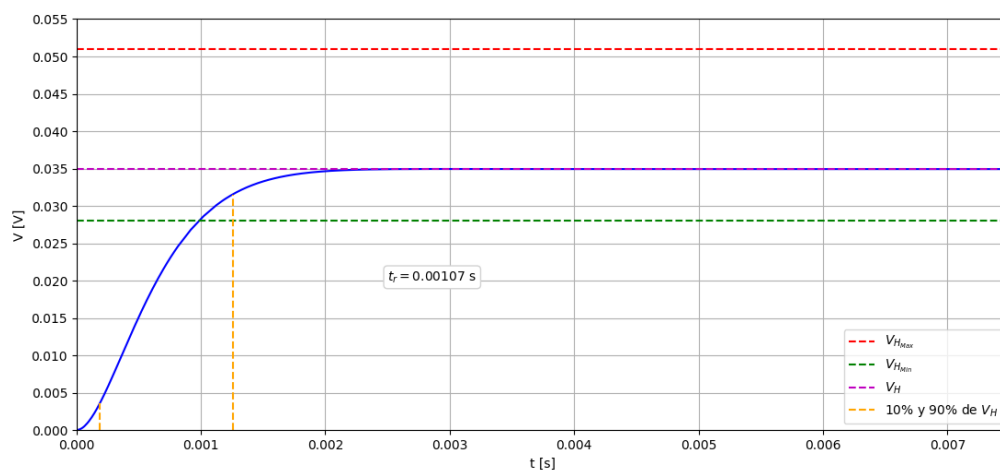


Figura 5: Gráfico de la simulación con los valores calculados para el primer set

Si el lector vuelve a las figuras 1 y 2, que eran las respuestas hipotéticas en base a los modelos matemáticos del circuito, notará que es muy difícil encontrar diferencias entre los resultados simulados y los resultados hipotéticos. Para facilitar la comparación se superpuso la respuesta hipotética con la respuesta simulada del primer set en la fig. 7



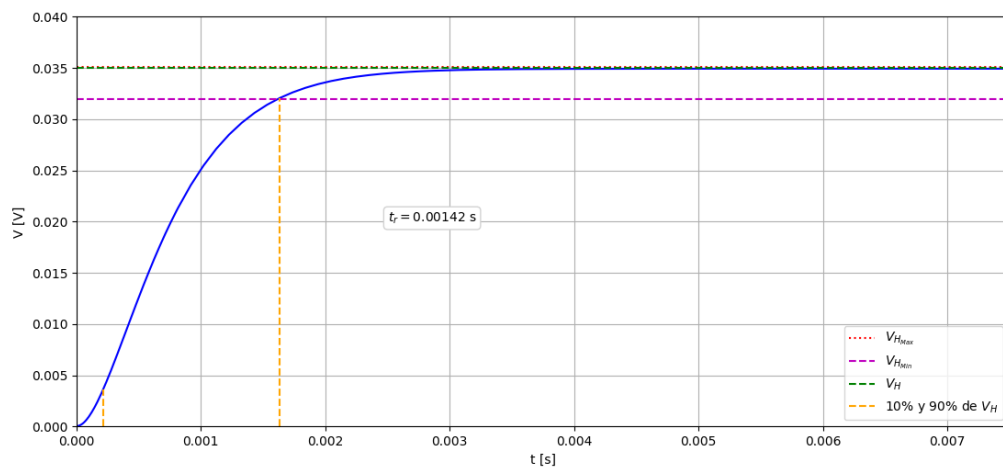


Figura 6: Gráfico de la simulación con los valores calculados para el segundo set

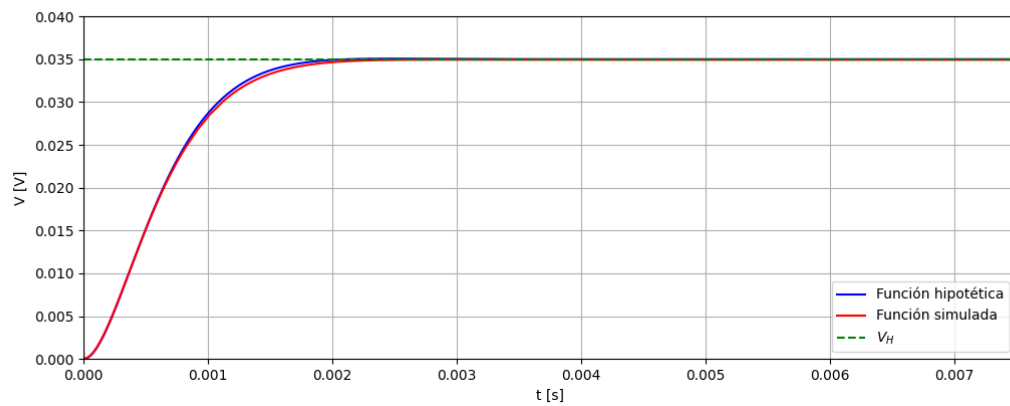


Figura 7: Gráfico de la simulación del primer set superpuesta con la respuesta hipotética

Aún con las dos respuestas superpuestas, resulta difícil notar las diferencias, para eso se amplió en la zona de interés en la fig. 8

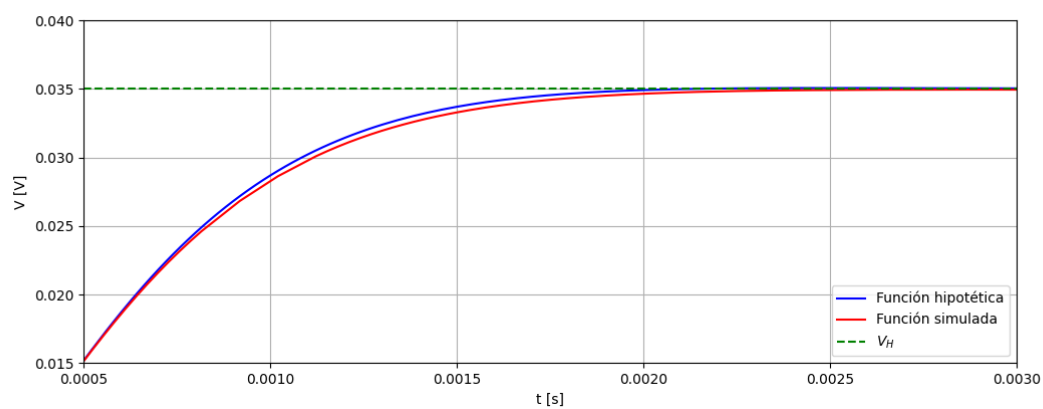


Figura 8: Gráfico de la simulación del primer set superpuesta con la respuesta hipotética, ampliando la zona en la que difieren

Como se puede apreciar en la figura ampliada, existe muy poca diferencia entre la respuesta hipotética

y la respuesta simulada. Solamente se superpuso la señal del primer set, ya que para el caso de el segundo set, aún con las señales superpuestas y los gráficos ampliados resultaba imposible notar diferencias. El único valor de las señales que presenta cambios destacables es el tiempo de crecimiento. Como se puede ver en la tabla 7.1 el error en ambos casos es menor al 10 % y se mantiene perfectamente dentro de las especificaciones de cada set.

	Hipotético	Simulado	Error
Primer set	$t_r = 1,02ms$	$t_r = 1,07ms$	4.7 %
Segundo set	$t_r = 1,34ms$	$t_r = 1,42ms$	5.63 %

Cuadro 7.1: Comparación de tiempos de crecimiento simulados e hipotéticos

## 8. Conclusiones

En este trabajo práctico se llevo a cabo el diseño de un circuito partiendo de un set de especificaciones. Además se realizó un análisis detallado de las respuestas del circuito ante señales de escalón, permitiendo partir de un marco teórico para llegar a uno real. A lo largo del desarrollo, se utilizaron herramientas como *LTSpice*, *GeoGebra*, *Python*, para facilitar los cálculos realizados a lo largo del trabajo.

Sin embargo, como en todo proceso de aprendizaje surgieron diversas dificultades. Muchas de ellas las pudimos resolver, y otras serán misterios de por vida. La primera decisión importante fue determinar el tipo de respuesta a utilizar, y consecuentemente, fijar los parámetros. Luego de considerar las condiciones dadas, se eligió usar una respuesta subamortiguada que nos dejaba un buen margen para manejar dichas especificaciones. Al momento de elegir los parámetros comenzamos haciendo un análisis demasiado técnico que no resulto beneficioso, ya que complicaba innecesariamente la consigna. Finalmente, se llegó a la conclusión que lo mejor era plantear algunas cotas y proponer números dentro de ellas.

Un aspecto que nos sorprendió fue la similitud entre los gráficos de ambos sets. A priori, esperábamos llegar a respuestas con mayor diferencia, pero luego de pensarlo se concluyó que debido a la rigurosidad al momento de elegir los parámetros del primer set. La resolución del circuito Sallen-Key resulto frustrante por momentos debido a que la cantidad de variables distintas desconocidas no permitía simplificar ninguna cuenta, por lo tanto se cometían errores y nos obligaba a rehacer los cálculos. Afortunadamente, una vez que se comenzaron a proponer valores se volvió muy accesible.

La normalización de componentes fue un aspecto clave para lograr un diseño práctico y factible, donde aplicamos el mayor ojo crítico para obtener resultados lo mas ajustados a los números posible sin comprometer el desempeño esperado. Es destacable mencionar lo oportuno que fue tener la posibilidad de usar las tablas de valores normalizados E96 y E48, pues contábamos con un espectro de valores bastante amplio. Los resultados reflejan la correcta y meticulosa metodología de trabajo para garantizar una respuesta controlada y eficiente, logrando así unos resultados similares en ambos sets.

A la hora de simular, no surgieron mayores complicaciones. Los resultados fueron sorprendentemente similares a los hipotéticos, esto lo atribuimos a el trabajo meticuloso de normalización de componentes.

Una vez finalizado el desarrollo de las consignas, finalizó el desarrollo del trabajo práctico, concluyendo en un aprendizaje de la metodología para el desarrollo de circuitos con operacionales en vista de resultados particulares inicialmente establecidos mostrando, una vez mas, que podemos adaptar y diseñar los circuitos a las necesidades iniciales que tengamos, siendo fructífero como herramienta para resolución de problemáticas y diseño de circuitos específicos.