

Лабораторная работа

"Марковские модели принятия решений"

$$\bullet \text{ Вариант} = \begin{cases} p, & \text{если } p \neq 0 \\ 13, & \text{если } p = 0 \end{cases}$$

где $p = (\text{№ } n/n \text{ в журнале группы} + \text{последняя цифра зачётки}) \bmod 13$

Задача 1

Фирма ежегодно оценивает положение со сбытом своей продукции как удовлетворительное (состояние S1) или неудовлетворительное (состояние S2). Необходимо принять решение о целесообразности рекламирования продукции с целью расширения её сбыта при конечном (задано N) и (или) бесконечном горизонтах планирования, если матрицы

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$$

определяют переходные вероятности рассматриваемой системы при наличии рекламы (допустимое решение X1) и без неё (допустимое решение X2) в течение любого года, а соответствующие им доходы заданы матрицами

$$R_1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, R_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix},$$

при этом необходимо учитывать коэффициент дисконтирования (если он задан).

1. Построить марковскую модель принятия решений.
2. В случае конечного горизонта планирования:
 - решить задачу методом полного перебора;
 - решить задачу методом итераций по стратегиям.
3. В случае бесконечного горизонта планирования:
 - найти и перечислить все стационарные стратегии;
 - решить задачу методом полного перебора;
 - решить задачу методом итераций по стратегиям;
 - решить задачу методами линейного программирования.

Вариант	Задача	Горизонт планирования	Коэффициент дисконтирования
1	1	Конечный (N=3), бесконечный	–
3	1	Конечный (N=3)	$a = 0,9$

Задача 2

Фирма может рекламировать свою продукцию с помощью радио (допустимое решение X1), телевидения (допустимое решение X2) и газет (допустимое решение X3). Недельные затраты на рекламу с помощью этих средств равны 200, 900 и 300 денежных единиц соответственно. Фирма может оценить недельный объём сбыта как удовлетворительный (состояние S1), хороший (состояние S2) и отличный (состояние S3). Матрицы переходных вероятностей для каждого из трёх средств массовой информации имеют вид

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,1 & 0,7 & 0,2 \\ 0,1 & 0,7 & 0,2 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,6 & 0,1 \\ 0,1 & 0,7 & 0,2 \end{pmatrix}, P_3 = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0 & 0,7 & 0,3 \\ 0 & 0,2 & 0,8 \end{pmatrix},$$

а соответствующие им недельные доходы (в денежных единицах) заданы матрицами

$$R_1 = \begin{pmatrix} 400 & 520 & 600 \\ 300 & 400 & 700 \\ 200 & 250 & 500 \end{pmatrix}, R_2 = \begin{pmatrix} 1000 & 1300 & 1600 \\ 800 & 1000 & 1700 \\ 600 & 700 & 1100 \end{pmatrix}, R_3 = \begin{pmatrix} 400 & 530 & 710 \\ 350 & 450 & 800 \\ 250 & 400 & 650 \end{pmatrix},$$

в которых не учтены затраты на рекламу, при этом необходимо учитывать коэффициент дисконтирования (если он задан). Найти оптимальную стратегию рекламы для последующих N недель и при бесконечном горизонте планирования.

1. Построить марковскую модель принятия решений.
2. В случае конечного горизонта планирования:
 - решить задачу методом полного перебора;
 - решить задачу методом итераций по стратегиям.
3. В случае бесконечного горизонта планирования:
 - найти и перечислить все стационарные стратегии;
 - решить задачу методом полного перебора;
 - решить задачу методом итераций по стратегиям;
 - решить задачу методами линейного программирования.

Вариант	Задача	Горизонт планирования	Коэффициент дисконтирования
2	2	Конечный (N=3), бесконечный	–
4	2	Бесконечный	$a = 0,9$

Задача 3 (управление запасами)

Магазин электротоваров с целью немедленного удовлетворения спроса покупателей может размещать заказы на холодильники в начале каждого месяца. Каждое размещение заказа приводит к постоянным затратам в 100 денежных единиц. Затраты на хранение одного холодильника в течение месяца составляют 5 денежных единиц, а потери магазина при отсутствии холодильника оцениваются в 150 денежных единиц в месяц за каждый холодильник. Месячный спрос на холодильники – дискретная случайная величина, принимающая значения 0, 1 и 2 с заданными вероятностями. Магазин реализует следующую стратегию: максимальный уровень запаса не должен превышать двух холодильников в течение месяца. Определить оптимальную стратегию размещения заказов на холодильники на последующие N месяцев.

1. Построить марковскую модель принятия решений.
2. В случае конечного горизонта планирования:
 - решить задачу любым методом (полного перебора, итераций по стратегиям).
3. В случае бесконечного горизонта планирования:
 - найти и перечислить все стационарные стратегии;
 - решить задачу методом итераций по стратегиям;
 - решить задачу методами линейного программирования.

Вероятности случайной величины – спроса на холодильники по месяцам:

Вариант 5 Месяц

Спрос	любой
0	0,2
1	0,5
2	0,3

Вариант 6	Месяц		
Спрос	1	2	3
0	0,1	0,3	0,2
1	0,4	0,5	0,4
2	0,5	0,2	0,4

Вариант 7	Месяц
Спрос	любой
0	0,2
1	0,5
2	0,3

Вариант	Задача	Горизонт планирования	Коэффициент дисконтирования
5	3	Конечный ($N=3$)	–
6	3	Конечный ($N=3$)	–
7	3	Бесконечный	–

Задача 4

Студентка-общественница Н., которая учится в колледже, расположенном за городом, и живёт там в общежитии, субботние вечера проводит в городе, принимая участия в собраниях. Считая, что на собрания её должен сопровождать мужчина, она каждую неделю обращается с этой просьбой к одному из трёх своих приятелей-студентов В., Г. и Д. В случае отказа приятеля, к которому она обратилась, студентка отправляется в город одна. Известны условные вероятности согласия сопровождать Н. в зависимости от того, к кому она обращалась на предыдущей неделе.

Условия поездки на предыдущей неделе	Вероятность удовлетворения просьбы		
	В.	Г.	Д.
Без сопровождения	0,5	0,5	0,75
Вместе с В.	0,5	0,33	0,25
Вместе с Г.	0,25	0,66	0,33
Вместе с Д.	0,6	0,4	0,2

До летних каникул осталось N недель. Необходимо определить стратегию, максимизирующую ожидаемое число случаев, когда студентка получает согласие любого из приятелей сопровождать её в город.

1. Построить марковскую модель принятия решений.
2. В случае конечного горизонта планирования:
 - решить задачу любым методом (полного перебора, итераций по стратегиям).
3. В случае бесконечного горизонта планирования:
 - найти и перечислить все стационарные стратегии;
 - решить задачу любым методом (полного перебора, итераций по стратегиям, линейного программирования).

Вариант	Задача	Горизонт планирования	Коэффициент дисконтирования
8	4	Конечный ($N=4$)	–
9	4	Бесконечный	–

Задача 5

Директору универмага нужно принять решение о том, какого вида рекламное объявление целесообразно поместить в местной воскресной газете. Он может выбрать краткую рекламу (L) и подробную рекламу (H). Еженедельные объёмы продаж директор разделяет на три группы: средний объём (A), выше среднего (AA), ниже среднего (BA), считая, что объём продаж рассматриваемой недели зависит в вероятностном смысле как от объёма продаж предыдущей недели, так и от категории рекламы. В таблице для обоих видов рекламы указаны вероятности того, что объём продаж текущей недели будет отнесён к одной из групп в зависимости от того, к какой группе был отнесён объём продаж предыдущей недели.

Объём продаж предыдущей недели	Краткая реклама (L)			Подробная реклама (H)		
	Объём продаж текущей недели			Объём продаж текущей недели		
	AA	A	BA	AA	A	BA
AA	0,2	0,5	0,3	0,6	0,3	0,1
A	0	0,6	0,4	0,4	0,5	0,1
BA	0	0,3	0,7	0,2	0,7	0,1

Стоимость краткой рекламы (L) – 100 долларов, подробной (H) – 300 долларов.

Недельная прибыль (без учёта затрат на рекламу):

	Объём продаж		
	AA	A	BA
Прибыль, доллары	1200	1000	800

Необходимо определить стратегию рекламы, максимизирующую чистую еженедельную прибыль (с учётом затрат на рекламу) на бесконечном плановом периоде.

1. Построить марковскую модель принятия решений.

2. В случае бесконечного горизонта планирования:

- найти и перечислить все стационарные стратегии;
- решить задачу методом итераций по стратегиям.

3. Определить, в каком диапазоне изменения заданного параметра найденная стратегия останется оптимальной (В случае нескольких заданных параметров рассмотреть каждый отдельно).

Вариант	Задача	Горизонт планирования	Коэффициент дисконтирования	Варьируемые параметры
10	5	Бесконечный	–	1) затраты на рекламу типа L 2) затраты на рекламу типа H
11	5	Бесконечный	–	1) недельная прибыль при объёме продаж AA 2) недельная прибыль при объёме продаж A 3) недельная прибыль при объёме продаж BA

Задача 6

Крупная фирма, производящая моющие средства и пользующаяся широкой известностью в связи с успехами в исследованиях по созданию новых продуктов и их рекламированию, выпустила на рынок новый высококачественный стиральный порошок. Руководитель, возглавляющий производство этого продукта, совместно с отделом рекламы разрабатывает специальную рекламную кампанию по сбыту порошка. Как и все продукты фирмы, новый продукт в течение первого полугодия будет иметь высокий уровень сбыта. Руководитель полагает, что с вероятностью 0,8 этот уровень сбыта сохранится и в последующем полугодии при условии проведения особой рекламной кампании и что эта вероятность составит всего 0,5, если такую кампанию не проводить. В случае, если уровень сбыта снизится до среднего, у руководителя имеются две возможности. Он может дать указание о проведении исследований с целью улучшения качества продукта. При этом условии с вероятностью 0,7 уровень сбыта к началу следующего полугодия повысится до первоначального высокого значения. С другой стороны, можно ничего не предпринимать в отношении улучшения качества продукта. Тогда с вероятностью 0,6 в начале последующего полугодия уровень сбыта останется средним, однако вследствие изменений потребительских вкусов он может вновь подняться до высокого значения лишь с вероятностью 0,4. Если сбыт нового стирального порошка начинается на высоком уровне при обычной рекламе, то прибыли в течение полугодия равны 19 единицам в случае, когда этот уровень сохраняется, и равны 13, если уровень сбыта падает. При проведении специальной рекламной кампании соответствующие показатели равны 4,5 и 2 единицам. Если начальный уровень сбыта окажется средним и при этом проводятся исследования с целью улучшения качества продукции, то прибыли составят 11 единиц в случае, когда уровень сбыта поднимается до высокого, и 9 единиц в противном случае. При сохранении продукта в неизменном виде соответствующие прибыли равны 13 и 3 единицам. Предположим, что одна и та же проблема принятия решений относительно сбыта стирального порошка повторяется через каждые полгода в течение бесконечного планового периода.

1. Построить марковскую модель принятия решений.

2. В случае бесконечного горизонта планирования:

- найти и перечислить все стационарные стратегии;
- решить задачу указанным методом.

Вариант	Задача	Горизонт планирования	Коэффициент дисконтирования	Метод
12	6	Бесконечный	–	метод итераций по стратегиям
13	6	Бесконечный	–	метод линейного программирования