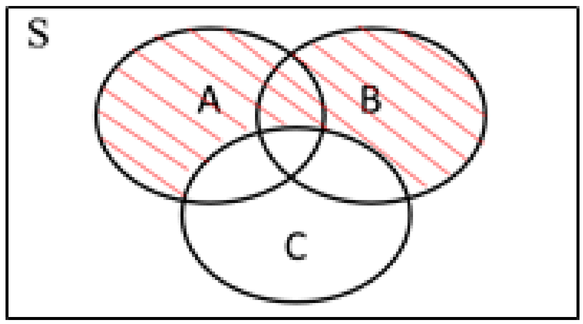
SOLUSI KUIS 1 MATDIS 2020

1. Berapa banyak bilangan dari 1 sampai 1000 (inklusif) yang habis dibagi 3 atau 5 tetapi tidak habis dibagi oleh 7?

   <u>Penyelesaian:</u>

   Misalkan:

   S = himpunan bilangan dari 1 sampai 1000

   A = himpunan bilangan dari 1 sampai 1000 yang habis dibagi 3

   B = himpunan bilangan dari 1 sampai 1000 yang habis dibagi 5

   C = himpunan bilangan dari 1 sampai 1000 yang habis dibagi 7

   (1 poin)

   Dari Diagram Venn di atas, banyak bilangan dari 1 sampai 1000 yang habis dibagi 3 atau 5 tetapi tidak habis dibagi oleh 7 didefinisikan sebagai (A ∪ B ∪ C) – C atau yang diarsir merah pada Diagram Venn. (1 poin)

   n(A) = Banyak bilangan habis dibagi 3 = 1000 div 3 = 333 **(1 poin)**

   n(B) = Banyak bilangan habis dibagi 5 = 1000 div 5 = 200 **(1 poin**)

   n(C) = Banyak bilangan habis dibagi 7 = 1000 div 7 = 142 **(1 poin)**

$n(A \cap B)$ = Banyak bilangan habis dibagi 15 = 1000 div 15 = 66 **(2 poin)**

$n(B \cap C)$ = Banyak bilangan habis dibagi 35 = 1000 div 35 = 28 **(2 poin)**

$n(A \cap C)$ = Banyak bilangan habis dibagi 21 = 1000 div 21 = 47 **(2 poin)**

$n(A \cap B \cap C)$ = Banyak bilangan habis dibagi 105 = 1000 div 105 = 9 **(3 poin)**

Maka, dengan menggunakan prinsip Eksklusi-Inklusi dalam perhitungan $A \cup B \cup C$, maka

$(A \cup B \cup C) - C \quad = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C)$

$\quad + n(A \cap B \cap C) - n(C)$ **(3 poin)**

$= 333 + 200 + 142 - 66 - 28 - 47 + 9 - 142$

$= 333 + 200 - 132 = 401$ *bilangan* **(3 poin)**

Jadi, banyak bilangan dari 1 sampai 1000 yang habis dibagi 3 dan 5 tetapi tidak habis dibagi 7 adalah **401** bilangan.

2. Tunjukkan bahwa $(A \cup C) - (B - A) = A \cup (C - B)$!

<u>Penyelesaian</u>

Tinjau sisi kiri **:**

$(A \cup C) - (B - A) \quad = (A \cup C) \cap (B - A)^C$ (Definisi Selisih) ***(3 poin)***

$= (A \cup C) \cap (B \cap A^C)^C$ (Definisi Selisih) ***(3 poin)***

$= (A \cup C) \cap (B^C \cup A)$ (Hukum De Morgan)***(3 poin)***

$= (A \cup C) \cap (A \cup B^C)$ (Hukum Komutatif) ***(3 poin)***

$= A \cup (C \cap B^C)$ (Hukum Distributif) ***(4 poin)***

$= A \cup (C - B)$ (Definisi Selisih) ***(4 poin)***

3. Misalkan terdapat suatu relasi R, dimana R={(1,3),(2,1),(2,2),(3,1)} pada himpunan A={1,2,3}. Carilah klosur menghantar dari R dengan menggunakan metode matriks!

Penyelesaian:

Matriks yang merepresentasikan relasi R adalah

$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3 poin)

Maka matriks klosur menghantar dari R adalah

$$M_{R^+} = M_R \, V \, M_R{}^2 V \, M_R{}^3$$

(2 poin)

Terlebih dahulu kita cari nilai dari MR^2 dan MR^3

$$M_R{}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_R{}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(atas 5 poin)

(bawah 5 poin)

Sehingga

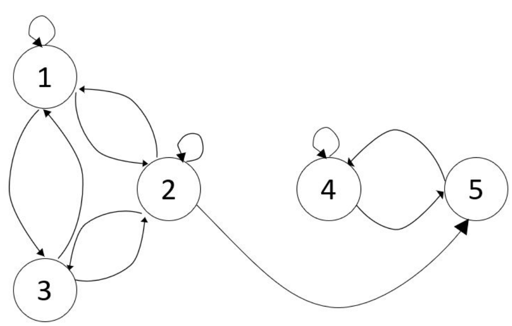
$$M_{R^+} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} V \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} V \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4 poin)

Oleh karena itu, klosur menghantar dari R adalah

***R*⁺ = <u>{(1,1), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,3)}</u> (1 poin)**

4. Pada relasi yang digambarkan dengan graf di bawah ini, tentukanlah apakah relasi tersebut refleksif, relasi menghantar, relasi setangkup, dan/atau relasi tolak setangkup? Tuliskan terlebih dahulu himpunan dari relasi tersebut dan jelaskan pula alasan untuk setiap sifat tersebut!



<u>Penyelesaian</u>

A= {1,2,3,4,5}

S = {(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (2,5), (3,1), (3,2), (4,4), (4,5), (5,4)} **(4 poin)**

a. Refleksif? Tidak, karena (3,3), (5,5) ∉ S **(4 poin)**

b. Menghantar? Tidak, karena terdapat (3,2) dan (2,5) ∈ S tetapi (3,5) ∉ S **(4 poin)**

c. Setangkup? Tidak, karena terdapat (2,5) ∈ R tetapi (5,2) ∉ S **(4 poin)**

d. Tolak-Setangkup? Tidak, karena 1 != 2 tetapi (1, 2) ∈ S dan (2, 1) ∈ S **(4 poin)**

5. Tentukan apakah fungsi berikut surjektif, injektif, bijektif, atau bukan ketiganya ***(Fu)***
   a. $g(x) = |x|$; g : **R** → **R**
   b. $h(x) = x^2 - 1$, h: **A** → **B**, dengan **A** = $\{x \mid -1 \leq x \leq 1, x \in \boldsymbol{R}\}$ dan **B** = $\{y \mid -1 \leq y \leq 0, y \in \boldsymbol{R}\}$

Penyelesaian

a. Bukan ketiganya (4 poin)

- fungsi *g(x)* **tidak surjektif** karena tidak semua nilai bilangan real merupakan jelajah dari *g* (Contoh: tidak ada $x \in \boldsymbol{R}$ yang mampu memberikan $g(x) = |x| = -1$) **(2 poin)**
- fungsi *g(x)* **tidak injektif** karena dua *x* yang memiliki nilai berbeda dapat memiliki hasil yang sama untuk $g(x) = |x|$. Contohnya, $g(-1) = g(1) = 1$ **(2 poin)**
- karena *f(x)* tidak injektif dan tidak surjektif, maka *f(x)* **tidak bijektif (2 poin)**

b. Surjektif (4 poin)

- fungsi *h(x)* **surjektif** karena setiap bilangan real pada **B** merupakan jelajah dari *h* **(2 poin)**
- Fungsi *h(x)* **tidak injektif** karena dua *x* yang memiliki nilai berbeda dapat memiliki hasil yang sama untuk $h(x) = x^2 - 1$, Contohnya, $h(1) = h(-1) = 0$ **(2 poin)**
- karena *h(x)* surjektif namun tidak injektif, maka *h(x)* **tidak bijektif (2 poin)**