

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

**ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

КАФЕДРА СИСТЕМОТЕХНИКИ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
для лабораторных работ по дисциплине
«НЕЧЕТКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО
УПРАВЛЕНИЯ»**

Для студентов специальности
8.05020101 – «КОМПЬЮТЕРИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И
АВТОМАТИКИ»

**Лабораторная работа № 1
ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ФАЗЗИФИКАЦИИ И
ДЕФАЗЗИФИКАЦИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ СИНТЕЗЕ НЕЧЕТКИХ
РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

Утверждено
на заседании кафедры «Системотехники»
Протокол № 8 от 16 ноября 2016 г.

Харьков 2017

УДК 681.3.068

ББК 32.973.26-018.2

Н12

Н12

Нечеткие регуляторы в системах автоматического управления. Методические указания к лабораторным работам для студентов всех форм обучения специальности 8.05020101 «Компьютеризированные системы управления и автоматики» [Электронное издание] / ХНУРЭ; Сост. А.И.Коваленко, В.М.Решетник — Харьков, 2017. – 30 с.

УДК 681.3.068

ББК 32.973.26-018.2

© Харьковский национальный университет радиоэлектроники, 2017

© Коваленко А.И., Решетник В.М., 2017 .

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1.....	4
ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ФАЗЗИФИКАЦИИ И ДЕФАЗЗИФИКАЦИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ СИНТЕЗЕ НЕЧЕТКИХ РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	4
1 ЦЕЛИ РАБОТЫ.....	4
2 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ.....	4
2.1 Определение нечетких множеств.....	4
2.2 Определение нечеткой переменной.....	5
2.3 Определение лингвистической переменной.....	6
2.4 Модель нечеткого управления.....	7
2.5 Основные этапы нечеткого вывода.....	9
2.6 Определение основных характеристик нечетких множеств по функциям принадлежности.....	11
2.7 Операции над нечеткими множествами	13
2.8 Равенство и доминирование нечетких множеств.....	14
2.9 Операция пересечения нечетких множеств.....	15
2.10 Операция объединения нечетких множеств.....	16
2.11 Операция дополнения нечетких множеств.....	18
2.12 Операция разности нечетких множеств.....	18
2.13 Операция разности нечетких множеств.....	19
2.14 Методы дефаззификации.....	20
3 ИНСТРУМЕНТАРИЙ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ В СОСТАВЕ ПАКЕТА MATLAB.....	22
3.1 Функции принадлежности, реализованные в пакете MATLAB.....	22
3.2 Операции над нечеткими множествами с помощью функций пакета MATLAB.....	23
3.3 Методы дефаззификации, реализованные в системе MATLAB.....	24
4 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.....	25
5 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.....	28
6 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА.....	28
7 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	28

Лабораторная работа № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ФАЗЗИФИКАЦИИ И ДЕФАЗЗИФИКАЦИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ СИНТЕЗЕ НЕЧЕТКИХ РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

1 ЦЕЛИ РАБОТЫ

1. Изучить основные этапы построения нечеткого регулятора в интерактивной среде разработки MATLAB.
2. Изучить методы фаззификации и дефаззификации, используемые при синтезе нечетких регуляторов систем автоматического управления (САУ).
3. Изучить программные функции нечеткой логики, реализованные в среде MATLAB, и интерфейс их использования.
4. Изучить на практике методы построения нечетких множеств с использованием различных типов функций принадлежности.
5. Научиться использовать операции над нечеткими множествами.
6. Изучить функции пакета прикладных программ FUZZY LOGIC TOOLBOX среды MATLAB, используемых на этапе дефаззификации.

2 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

2.1 Определение нечетких множеств

Нечетким множеством (FUZZY SET) A на универсальном множестве X называется совокупность пар или кортежей

$$A = (\mu_A(x), x),$$

где $\mu_A(x)$ – функция, определяющая степень принадлежности элемента $x \in X$ нечеткому множеству A .

Функцию $\mu_A(x)$ называют функцией принадлежности.

Пример:

Дан универсум

$X = \{\text{понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье}\}.$

Кортеж

$$A = (\mu_A(x), x).$$

описывает нечеткое множество A , включающее выходные дни недели:

$$A = \{(0, \text{понедельник}), (0, \text{вторник}), (0, \text{среда}), (0, \text{четверг}), (0.5, \text{пятница}), (0.8, \text{суббота}), (0.9, \text{воскресенье})\}.$$

Чем ближе значение к «1» тем больше соответствует день недели субъективному отношению к нему как к выходному дню.

Функцией принадлежности (MEMBERSHIP FUNCTION) называется функция $\mu_A(x)$, которая позволяет вычислить степень принадлежности (из диапазона $[0,1]$) произвольного элемента x универсального множества X нечеткому множеству A .

Следовательно, область значений функций принадлежности должна принадлежать диапазону $[0,1]$. В большинстве случаев функция принадлежности – это монотонная непрерывная функция.

Степень принадлежности – это число из диапазона $[0, 1]$. Чем выше степень принадлежности, тем в большей мере элемент универсального множества соответствует свойствам данного нечеткого множества.

Так, если степень принадлежности равна «0», то данный элемент абсолютно не соответствует множеству, а если равна «1», то можно говорить, наоборот, о полном соответствии.

Эти два случая являются граничными и в отсутствии иных вариантов представляли бы из себя обычное множество. Наличие всех остальных вариантов и есть ключевое отличие нечеткого множества.

2.2 Определение нечеткой переменной

Нечеткая переменная определяется как кортеж:

$$\alpha = (\alpha, X, A),$$

где α – наименование нечеткой переменной (терм);

X – область ее определения (универсум);

$A = (x, \mu_A(x))$ – нечеткое множество на X , описывающее возможные значения x , которые может принимать нечеткая переменная α .

Областью значений нечеткой переменной является множество всех числовых значений x , входящих в нечеткое множество A на универсуме X .

Таким образом, говоря о нечеткой переменной, мы всегда будем иметь в виду некоторое нечеткое множество A , которое определяет ее возможные значения.

Пример

В качестве примера нечеткой переменной можно привести нечеткое множество A , которое характеризует «рост человека». В этом случае соответствующая нечеткая переменная может быть представлена следующим образом:

$$\begin{aligned} &(\alpha, X, A), \\ &(\text{Маленький рост}, \{x \mid 25\text{см} < x < 250\text{см}\}, A_{\text{мр}} : x < 120\text{см}), \\ &(\text{Маленький рост}, \{x \mid 25\text{см} < x < 250\text{см}\}, A_{\text{мр}} : \mu_{\text{мр}}(x)), \\ &(\text{Средний рост}, \{x \mid 25\text{см} < x < 250\text{см}\}, A_{\text{ср}} : 120\text{см} < x < 175\text{см}) \\ &(\text{Средний рост}, \{x \mid 25\text{см} < x < 250\text{см}\}, A_{\text{ср}} : \mu_{\text{ср}}(x)) \end{aligned}$$

Значение нечеткой переменной принимает так называемая лингвистическая переменная.

2.3 Определение лингвистической переменной

Лингвистическая переменная (LINGUISTIC VARIABLE) определяется как кортеж:

$$\beta = \{\beta, T(\alpha), X, G(T), M(A)\},$$

где:

β – наименование или название лингвистической переменной;

$T(\alpha)$ – базовое терм-множество лингвистической переменной β или множество ее значений (термов), каждое из которых представляет собой наименование отдельной нечеткой переменной α .

X – область определения (универсум) всех нечетких переменных α , которые входят в определение лингвистической переменной β ;

$G(T)$ – синтаксические правила (часто в виде грамматики), для создания новых термов (наименований α);

$M(A)$ – семантические правила, задающие функции принадлежности $\mu_{\alpha}(x)$ нечетких термов, порожденных синтаксическими правилами из $G(T)$;

Пример

$$\beta = \{\text{"рост человека"}, T(\alpha), X, G(T), M(A)\},$$

где:

$T(\alpha) = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = \{\text{«маленький»}, \text{«средний»}, \text{«большой»}\};$

$X = [25, 250]$ см;

$G(T)$ – процедура образования новых термов с помощью: **связок** «и»/«или» или **модификаторов** типа «очень», «не», «слегка» и т.д.

$M(A)$ – процедура задания на $X = [25, 250]$ нечетких переменных

$\alpha_1 = \text{«маленький»}$, $\alpha_2 = \text{«средний»}$, $\alpha_3 = \text{«большой»}$,

а также соответствующих нечетких множеств и функции принадлежности:

$A = (x, \mu_{A1}(x))$, $B = (x, \mu_B(x))$, $C = (x, \mu_C(x))$.

Лингвистическое значение представляет собой значение лингвистической переменной, выраженное в словесной форме.

Терм-множеством (TERM SET) называется множество всех возможных значений, которые способна принимать лингвистическая переменная.

В теории нечетких множеств терм формализуется нечетким множеством с помощью функции принадлежности. Функция принадлежности для каждого термина индивидуальна и зачастую уникальна.

Таким образом, задача разграничения понятий получает более гибкое решение, чем задание пороговых значений некоторого числового параметра. Для каждого понятия определяется соответствующее ему нечеткое множество, которое в этом случае называется термом. Переменная, которая может быть равна одному из термов, называется лингвистической, поскольку ее значения не числа, а слова (термы).

Лингвистическая переменная считается полностью заданной, если для всех числовых значений диапазона сумма всех функций принадлежности близка к «1». В идеале – равна «1», но, в отличие от теории вероятностей, в нечеткой логике нет требования точного равенства.

Процесс построения термов для некоторой числовой переменной и перехода к лингвистической переменной называется приведением к нечеткости или фаззификацией.

2.4 Модель нечеткого управления

Базовая архитектура или модель классической теории управления основывается на представлении объекта и процесса управления в форме системы (рис. 2.1). На рис. 2.1: « $W_{ou}(p)$ » – передаточная функция объекта

управления; « $W_p(p)$ » – передаточная функция регулятора; « x » – задающее воздействие; « ε » – ошибка регулирования; « u » – управляющее воздействие; « y » – выходная регулируемая величина.

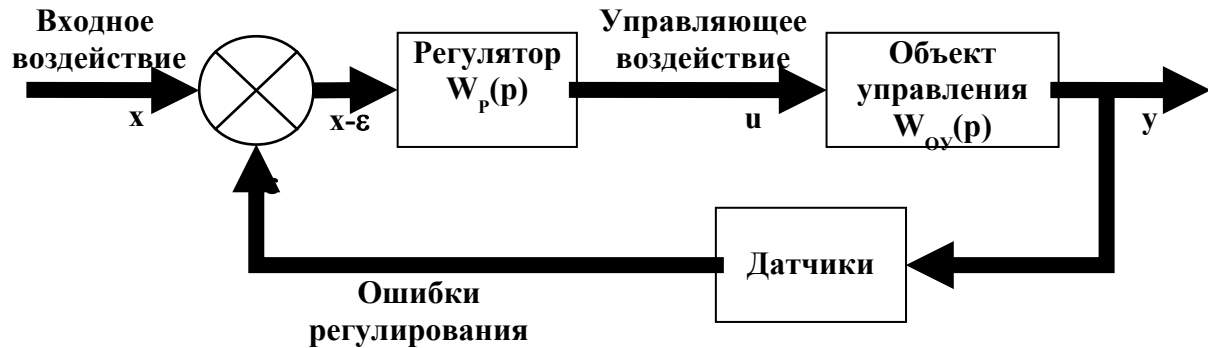


Рисунок 2.1 – Структурная схема системы автоматического управления

При этом объект управления характеризуется некоторым конечным множеством входных параметров и конечным множеством выходных параметров. На вход системы управления поступают некоторые входные переменные, которые формируются с помощью конечного множества датчиков. На выходе системы управления с использованием алгоритма управления формируется множество значений выходных (управляющих) переменных. Их также называют переменными процесса управления. Значения этих выходных переменных поступают на вход объекта управления и, комбинируясь со значениями входных параметров, изменяют его поведение в желаемом направлении.

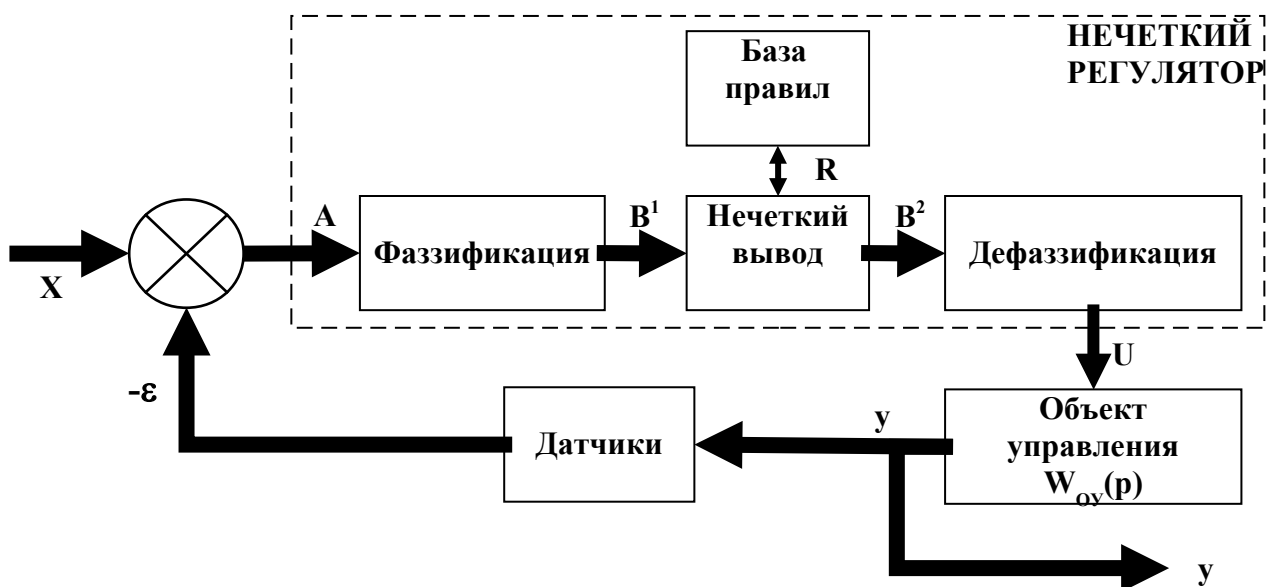


Рисунок 2.2 – Схема САУ с нечетким регулятором

Архитектура или модель нечеткого управления основана на замене классической системы управления системой нечеткого управления, в качестве которой используются системы нечеткого вывода. В этом случае модель нечеткого управления (рис. 2.2) строится с учетом необходимости реализации всех этапов нечеткого вывода. Сам процесс вывода реализуется на основе алгоритмов нечеткого вывода.

2.5 Основные этапы нечеткого вывода

Информацией, которая поступает на вход системы нечеткого вывода, являются измеренные некоторым образом входные переменные. Эти переменные соответствуют реальным переменным процесса управления. Информация, которая формируется на выходе системы нечеткого вывода, соответствует выходным переменным, которыми являются управляющие переменные процесса управления.

Системы нечеткого вывода предназначены для преобразования значений входных переменных процесса управления в выходные переменные на основе использования нечетких правил продукций. Для этого они должны содержать базу правил нечетких продукций и реализовывать нечеткий вывод заключений на основе посылок или условий, представленных в форме нечетких лингвистических высказываний.

Основными этапами нечеткого вывода являются (рис. 2.3):

1. Формирование базы правил систем нечеткого вывода. База правил систем нечеткого вывода предназначена для формального представления эмпирических знаний или знаний экспертов в той или иной проблемной области. База правил нечетких продукций представляет собой конечное множество правил нечетких продукций, согласованных относительно используемых в них лингвистических переменных.

2. Фаззификация входных переменных. Целью этапа фаззификации является установление соответствия между конкретным (численным) значением отдельной входной переменной системы нечеткого вывода и значением функции принадлежности $\mu(x)$ соответствующего ей терма α входной лингвистической переменной. После завершения этого этапа для всех входных переменных должны быть определены конкретные значения функций принадлежности $\mu(x)$ по каждому из лингвистических термов α , которые используются в подусловиях базы правил системы нечеткого вывода.

3. Агрегирование промежуточных условий в нечетких правилах продукций. Агрегирование представляет собой процедуру определения степени истинности каждого из *условий (подусловий) правил* системы нечеткого вывода.



Рисунок 2.3 – Основные этапы нечеткого вывода

4. Активизация или композиция подзаключений в нечетких правилах продукций. Активизация представляет собой процедуру определения степени истинности каждого *заключения (подзаключений) из правил* системы нечеткого вывода.

5. Аккумуляирование заключений нечетких правил продукций. Цель аккумуляции заключается в том, чтобы объединить (аккумуляировать) все степени истинности заключений (подзаключений) для получения функции принадлежности каждой из выходных переменных. Причина необходимости выполнения этого этапа состоит в том, что подзаключения, относящиеся к одной и той же выходной лингвистической переменной, принадлежат различным правилам системы нечеткого вывода.

6. Дефаззификация аккумуляированных заключений с целью получения количественных значений каждой из выходных переменных. Цель дефаззификации заключается в том, чтобы, используя результаты аккумуляции всех выходных лингвистических переменных, получить обычное количественное значение (crisp value) каждой из выходных переменных, которое может быть использовано специальными устройствами, внешними по

отношению к системе нечеткого вывода. Поэтому дефаззификацию называют также приведением к четкости.

2.6 Определение основных характеристик нечетких множеств по функциям принадлежности

Пусть $A = (x, \mu_A(x))$ – произвольное нечеткое множество (конечное или бесконечное) с элементами из универсума X и функцией принадлежности $\mu_A(x)$.

Носителем нечеткого множества A_S называется множество, которое содержит те и только те элементы универсума X , для которых значения функции принадлежности отличны от нуля:

$$A_S = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\}.$$

Обобщением носителя нечеткого множества является понятие **множества α -уровня**, под которым понимается обычное множество A_α удовлетворяющее следующему условию: $A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$, где α – некоторое действительное число из интервала $[0,1]$. т. е. $\alpha \in [0,1]$.

В качестве примера рассмотрим нечеткое множество A

	Нечеткое подмножество A множества X								
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\mu_A(x)$	1,0	1,0	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4	0,2	0,1

Множества-уровни:

$$A_{0,8} = \{1,2,3,4\}, \quad A_{0,5} = \{1,2,3,4,5,6\}, \quad A_{0,1} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

$$\sup\{A_{0,8}\} = 1,0, \quad \sup\{A_{0,5}\} = 1,0, \quad \sup\{A_{0,1}\} = 1,0$$

Величина $h_A = \sup\{\mu_A(x)\}$, где супремум (\sup) берется по всем значениям функции принадлежности для $x \in X$, называется **высотой нечеткого множества A** .

Согласно этому определению, нечеткое множество A пусто, если его высота в точности равна «0», т. е. $h_A = 0$.

Нечеткое множество A называется **нормальным**, если максимальное значение его функции принадлежности равно «1». Формально это означает, что

для нормального нечеткого множества необходимо выполнение следующего условия: $\mu_A(x) = 1$, $h_A = 1$.

Если высота нечеткого множества не равна единице $h_A < 1$, то такое нечеткое множество называется субнормальным.

Ядром (core) нечеткого множества A называется такое обычное множество, элементы которого удовлетворяют условию:

$$\text{core}(A) = \{x : \mu_A(x) = 1\}.$$

Если таких элементов нет, то нечеткое множество имеет пустое ядро.

Не трудно заметить, что если произвольное нечеткое множество не является нормальным, то ядро такого нечеткого множества будет пустым. Таким образом, имеет место следующая фундаментальная теорема. Для того чтобы некоторое нечеткое множество было нормальным, необходимо и достаточно, чтобы оно имело непустое ядро.

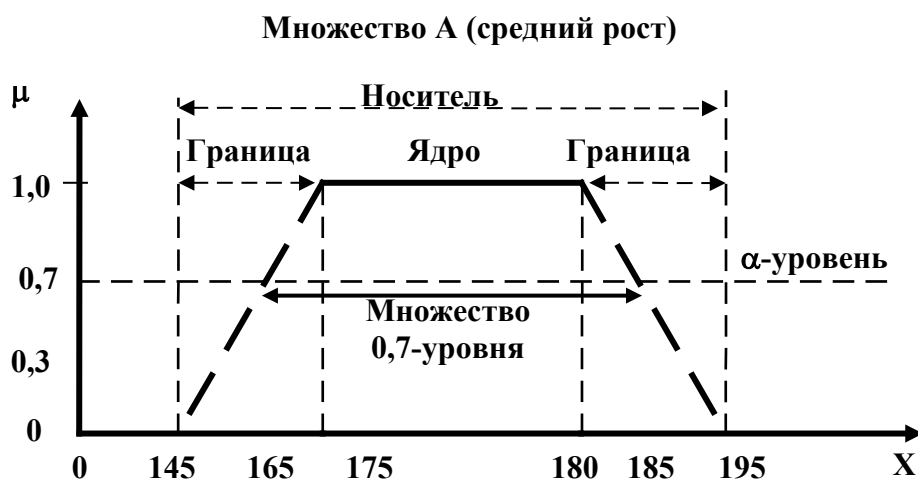


Рисунок 2.3 – Характеристики нечеткого множества

Не трудно заметить, что если произвольное нечеткое множество не является нормальным, то ядро такого нечеткого множества будет пустым.

Таким образом, имеет место следующая фундаментальная **теорема**.

Для того чтобы некоторое нечеткое множество было нормальным, необходимо и достаточно, чтобы оно имело непустое ядро.

Произвольное непустое нечеткое множество A всегда можно преобразовать по меньшей мере к субнормальному нечеткому множеству B по следующей формуле:

$$\mu_B(x) = \frac{\mu_A(x)}{h_A}.$$

Более того, если в исходном нечетком множестве **A** найдется хотя бы один элемент для которого значение функции принадлежности равно высоте этого нечеткого множества, то есть $x=h_A$ то полученное после преобразования нечеткое множество **B** будет нормальным.

Границами нечеткого множества называются такие элементы универсума, для которых значения функции принадлежности отличны от «0» и «1».

Другими словами, границы нечеткого множества $A = (x, \mu_A(x))$ включают те и только те элементы универсума **X** для которых выполняется условие: $0 < \mu_A(x) < 1$.

Элементы нечеткого множества **A** для которых выполняется условие: $\mu_A(x) = 0,5$, называются **точками перехода** этого нечеткого множества **A**.

Часто оказывается полезным понятие четкого множества **B**, ближайшего к нечеткому множеству **A**. Характеристическая функция такого множества может быть определена следующим выражением:

$$\chi_B = \begin{cases} 0, & \text{если } \mu_A(x) < 0,5; \\ 1, & \text{если } \mu_A(x) > 0,5; \\ 0 \text{ или } 1, & \text{если } \mu_A(x) = 0,5. \end{cases}$$

2.7 Операции над нечеткими множествами

При рассмотрении операций над нечеткими множествами следует принимать во внимание:

1. Нечеткое множество является обобщением классического множества. Любое определение той или иной операции должно быть справедливым в том частном случае, когда вместо нечетких множеств используются обычные множества. Данное утверждение реализуется заменой функции принадлежности характеристическими функциями множеств.

2. Сравнение нечетких множеств и выполнение над ними различных операций становится возможным, только когда соответствующие нечеткие множества определены на одном и том же универсуме.

3. Поскольку каждое нечеткое множество вполне определяется своей функцией принадлежности, последнее понятие зачастую используется как синоним нечеткого множества. При этом следует помнить, что:

- одна и та же функция принадлежности может описывать качественно различные нечеткие множества.
- свойство в форме нечеткого множества, может быть представлено различными функциями принадлежности

2.8 Равенство и доминирование нечетких множеств

При рассмотрении отношений будем считать, что на универсуме X заданы два нечетких множества $A = (x, \mu_A(x))$ и $B = (x, \mu_B(x))$ с функциями принадлежности $\mu_A(x)$ и $\mu_B(x)$.

Формально для нечетких множеств отношения определяются соответствующими функциями принадлежности.

Два нечетких множества $A = (x, \mu_A(x))$ и $B = (x, \mu_B(x))$ считаются равными, если их функции принадлежности принимают равные значения на всем универсуме X :

$$\mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in X$$

Равенство множеств в данном случае записывается как $A = B$.

Отношение нечеткого доминирования вводит понятие нечеткого подмножества произвольных нечетких множеств.

Нечеткое множество $A = (x, \mu_A(x))$ является нечетким подмножеством нечеткого множества $B = (x, \mu_B(x))$ (записывается, как и $A \subseteq B$) тогда и только тогда, когда значения функции принадлежности первого не превосходят соответствующих значений функции принадлежности второго, то есть выполняется следующее условие:

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in X$$

Так же как и для обычных множеств, для обозначения нечеткого подмножества используется символ « \subseteq » (содержится \subseteq доминирует). При этом говорят, что нечеткое множество B доминирует нечеткое множество A , а нечеткое множество A содержится в нечетком множестве B .

По аналогии с классическими множествами среди нечетких множеств можно различать *два различных варианта доминирования*.

1. $A \subseteq B$, равенство $A = B$ допускается.

Такое определение характерно для так называемого несобственного подмножества, когда не исключается случай возможного равенства двух нечетких множеств A и B .

2. $A \subset B$, равенство $A = B$ не допускается.

В этом случае A называется собственным нечетким подмножеством B . При этом говорят, что нечеткое множество B строго доминирует нечеткое множество A , а нечеткое множество A строго содержится в нечетком множестве B .

Если для двух нечетких множеств A и B , заданных на одном универсуме X , не выполняется ни отношение $A \subseteq B$, ни отношение $B \subseteq A$, то в этом случае говорят, что нечеткие множества A и B **несравнимые**.

2.9 Операция пересечения нечетких множеств

При рассмотрении операций будем считать, что на универсуме X заданы два нечетких множества $A = (x, \mu_A(x))$ и $B = (x, \mu_B(x))$ с функциями принадлежности $\mu_A(x)$ и $\mu_B(x)$.

Пересечением двух нечетких множеств A и B , называется некоторое третье нечеткое множество $C = (x, \mu_C(x))$, заданное на этом же универсуме X , функция принадлежности которого определяется по формуле:

$$\mu_C(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}.$$

Операция пересечения нечетких множеств по аналогии с обычными множествами также обозначается знаком « \cap ». В этом случае результат операции пересечения двух нечетких множеств записывается в виде:

$$C = A \cap B.$$

Как нетрудно заметить, пересечение $A \cap B$ есть наибольшее нечеткое подмножество C , которое содержится одновременно в нечетких множествах A и B .

Операцию пересечения нечетких множеств $\mu_C(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ иногда называют «**min**»-пересечением или « \wedge »-пересечением. Последнее обозначение связано с определением логической операции «И» (конъюнкции). Соответственно функция принадлежности пересечения $\mu_C(x)$ в этом случае записывается в виде:

$$\mu_C(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x), \forall x \in X.$$

При этом знак « \wedge » используется в качестве *синонима операции нахождения минимального значения*. Действительно, применяя логическую

операцию «AND» к граничным значениям («0», «1») функций принадлежности $\mu_A(x)$ и $\mu_B(x)$, в результате получаем минимальное значение $\mu_C(x)$ (табл.2.1).

Таблица 2.1

$\mu_A(x)$	$\mu_B(x)$	$\mu_C(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

По аналогии с четкими множествами и их характеристическими функциями при нахождении пересечения нечетких множеств можно использовать алгебраическую операцию умножения (а не логическую конъюнкцию « \wedge »):

$$C = A \cap B \Leftrightarrow \mu_C(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \Leftrightarrow \mu_C(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

При этом разработчик системы нечеткого вывода должен знать, что результат минимаксного и алгебраического методов *нахождения пересечения* нечетких множеств может *не совпадать*.

В среде MATLAB для нахождения пересечения нечетких множеств используется минимаксная функция **min** и альтернативная функция вычисления алгебраического произведения **prod**.

2.10 Операция объединения нечетких множеств

Объединением двух нечетких множеств множествах $A = (x, \mu_A(x))$ и $B = (x, \mu_B(x))$ называется некоторое третье нечеткое множество $D = (x, \mu_D(x))$, заданное на этом же универсуме X , функция принадлежности которого определяется по формуле:

$$\mu_D(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

Операция объединения нечетких множеств по аналогии с обычными множествами обозначается знаком « \cup ». В этом случае результат операции объединения двух нечетких множеств записывается в виде:

$$D = A \cup B.$$

Операцию объединения нечетких множеств в смысле (4.4) иногда называют «**max**»-объединением или « **\vee** »-объединением. Последнее обозначение связано с определением логической операции «ИЛИ»

(дизъюнкции), которая в математической логике обозначается знаком « \vee ». Соответственно функция принадлежности объединения $\mu_D(x)$ в этом случае можно записать в виде:

$$\mu_D(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x), \forall x \in X.$$

При этом знак « \vee » используется в качестве синонима операции нахождения максимального значения. Действительно, применяя логическую операцию «OR» к граничным значениям («0», «1») функций принадлежности $\mu_A(x)$ и $\mu_B(x)$, в результате получаем максимальное значение $\mu_D(x)$.

Таблица 2.2

$\mu_A(x)$	$\mu_B(x)$	$\mu_D(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

По аналогии с четкими множествами и их характеристическими функциями при нахождении объединения нечетких множеств можно использовать алгебраическую операцию сложения (а не логическую дизъюнкцию « \vee »):

$$C = A \cup B \Leftrightarrow \mu_C(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\};$$

$$C = A \cup B \Leftrightarrow \mu_C(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x).$$

При этом разработчик системы нечеткого вывода должен знать, что результат минимаксного и алгебраического методов *нахождения объединения* нечетких множеств может *не совпадать*.

В среде MATLAB для нахождения объединения нечетких множеств используется минимаксная функция **max** и альтернативная функция алгебраического сложения **probor** (функция нахождения суммы вероятностей).

2.11 Операция дополнения нечетких множеств

Дополнение нечеткого множества **A** обозначается через \bar{A} и определяется как нечеткое множество

$$\bar{A} = (x, \mu_{\bar{A}}(x)),$$

функция принадлежности которого $\mu_{\bar{A}}(x)$ определяется по следующей формуле:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x).$$

2.12 Операция разности нечетких множеств

Разностью двух нечетких множеств $A = (x, \mu_A(x))$ и $B = (x, \mu_B(x))$ называется некоторое третье нечеткое множество $G = (x, \mu_G(x))$, заданное на этом же универсуме X , функция принадлежности которого определяется по следующей формуле:

$$\mu_G(x) = \max\{\mu_A(x) - \mu_B(x), 0\},$$

где под знаком максимума используется обычная операция арифметической разности двух чисел, и, если полученная разность меньше «0» ($\{\mu_A(x) - \mu_B(x)\} < 0$), принимается значение $\mu_G(x)$, равное «0».

Операция разности двух нечетких множеств по аналогии с обычными множествами обозначается знаком «\». В этом случае результат операции разности двух нечетких множеств можно записать в виде:

$$G = A \setminus B.$$

Следует заметить, что операция разности двух нечетких множеств не обладает свойством коммутативности

$$A \setminus B \neq B \setminus A.$$

Разность $G = A \setminus B$ можно представить как пересечение нечеткого множества A с нечетким множеством \bar{B} , где \bar{B} – дополнение B :

$$G = A \setminus B = A \cap \bar{B}.$$

В этом случае функция принадлежности множества G определяется формулой:

$$\mu_G(x) = \min\{\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)\}.$$

2.13 Операция разности нечетких множеств

Разностью двух нечетких множеств $A = (x, \mu_A(x))$ и $B = (x, \mu_B(x))$ называется некоторое третье нечеткое множество $G = (x, \mu_G(x))$, заданное на этом же универсуме X , функция принадлежности которого определяется по следующей формуле:

$$\mu_G(x) = \max\{(\mu_A(x) - \mu_B(x)), 0\},$$

где под знаком максимума используется обычная операция арифметической разности двух чисел, и, если полученная разность меньше «0» ($\{\mu_A(x) - \mu_B(x)\} < 0$), принимается значение $\mu_G(x)$, равное «0».

Операция разности двух нечетких множеств по аналогии с обычными множествами обозначается знаком «\». В этом случае результат операции разности двух нечетких множеств можно записать в виде:

$$G = A \setminus B.$$

Следует заметить, что операция разности двух нечетких множеств не обладает свойством коммутативности

$$A \setminus B \neq B \setminus A.$$

Разность $G = A \setminus B$ можно представить как пересечение нечеткого множества A с нечетким множеством \bar{B} , где \bar{B} – дополнение B :

$$G = A \setminus B = A \cap \bar{B}.$$

В этом случае функция принадлежности множества G определяется формулой:

$$\mu_G(x) = \min\{\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)\}.$$

По аналогии с обычными множествами иногда оказывается полезной операция симметрической разности двух нечетких множеств A и B . По определению:

$$\mu_{A-B}(x) = |\mu_A(x) - \mu_B(x)|, \quad \forall x \in X,$$

где в правой части выражения применяется операция модуля (или вычисления абсолютного значения) числа.

При этом оказывается справедливым следующее утверждение:

$$A - B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

То есть симметрическая разность двух нечетких множеств представляет собой объединение двух разностей нечетких множеств A и B .

2.14 Методы дефаззификации

Результат дефаззификации для выходной лингвистической переменной определяется в виде количественного значения, получаемого по одному из методов дефаззификации.

При дефаззификации используются следующие методы:

- метод центра тяжести;
- методом взвешенного среднего;
- метод взвешенной суммы;
- метод центра площади;
- метод левого модального значения;
- метод правого модального значения;
- метод среднего модального значения.

При дефаззификации *методом центра тяжести* обычное (не нечеткое) значение выходной переменной равно абсциссе центра тяжести площади, ограниченной графиком кривой функции принадлежности соответствующей выходной переменной. Центр тяжести или центроид площади рассчитывается по формуле:

$$y = \frac{\int_{\text{MIN}}^{\text{MAX}} x \cdot \mu(x) dx}{\int_{\text{MIN}}^{\text{MAX}} \mu(x) dx},$$

где:

y – результат дефаззификации;

x – переменная, соответствующая выходной лингвистической переменной;

$\mu(x)$ – функция принадлежности нечеткого множества, соответствующего выходной переменной после этапа аккумуляции;

MIN и MAX – соответственно левая и правая точки интервала носителя нечеткого множества выходной переменной.

При дефаззификации *методом взвешенного среднего* для одноточечных множеств используется выражение:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \cdot \mu(x_i)}{\sum_{i=1}^N \mu(x_i)},$$

где n – общее количество активных нечетких продукционных правил, в подзаклЮчениях которых присутствует получаемая выходная лингвистическая переменная.

При дефаззификации *методом взвешенной суммы* для однотоЧечных множеств используется выражение:

$$y = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \mu(x_i),$$

где n – общее количество активных нечетких продукционных правил, в подзаклЮчениях которых присутствует получаемая выходная лингвистическая переменная.

При дефаззификации *методом нахождения центра площади*, значение выходной переменной Y равно значению абсциссы u , которая делит площадь, ограниченную графиком кривой функции принадлежности $\mu(x)$, на две равные части. В литературе центр площади также называют биссектрисой площади. Значение абсциссы u определяется из условия

$$\int_{\text{MIN}}^u \mu(x) dx = \int_u^{\text{MAX}} \mu(x) dx,$$

где MIN и MAX – соответственно левая и правая точки интервала носителя нечеткого множества выходной переменной.

При дефаззификации *методом нахождения левого модального значения*, значение выходной переменной Y определяется как мода нечеткого множества или наименьшая из мод (самая левая), если нечеткое множество имеет несколько модальных значений, то есть

$$y = \min\{x_m\},$$

где x_m – где модальное значение (мода) нечеткого множества, соответствующего выходной переменной.

При дефаззификации *методом нахождения правого модального значения*, значение выходной переменной Y определяется как мода нечеткого множества или наибольшая из мод (самая правая), если нечеткое множество имеет несколько модальных значений, то есть

$$y = \max\{x_m\},$$

где x_m – где модальное значение (мода) нечеткого множества, соответствующего выходной переменной.

При дефаззификации *методом нахождения среднего модального значения*, значение выходной переменной Y определяется как среднее

арифметическое левой и правой мод нечеткого множества (если они существуют):

$$y = \frac{\min\{x_m\} + \max\{x_m\}}{2},$$

где x_m – где модальные значения нечеткого множества, соответствующего выходной переменной.

3 ИНСТРУМЕНТАРИЙ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ В СОСТАВЕ ПАКЕТА MATLAB

При построении и исследовании САУ в MATLAB используется пакет SIMULINK. SIMULINK – это графическая среда имитационного моделирования, позволяющая при помощи блок-диаграмм в виде направленных графов, строить динамические модели, включая дискретные, непрерывные, гибридные, нелинейные и разрывные системы.

При синтезе нечетких регуляторов САУ используется пакет прикладных программ FUZZY LOGIC TOOLBOX, входящих в состав среды MATLAB. Он позволяет создавать системы нечеткого логического вывода и нечеткой классификации, с возможностью их интегрирования в SIMULINK.

3.1 Функции принадлежности, реализованные в пакете MATLAB

На практике удобно использовать те функции принадлежности, которые допускают аналитическое представление в виде некоторой простой математической функции. Это упрощает не только соответствующие численные расчеты, но и сокращает вычислительные ресурсы, необходимые для хранения отдельных значений этих функций принадлежности.

Инструментарий нечеткой логики в составе пакета FUZZY LOGIC TOOLBOX MATLAB содержит 11 встроенных типов функций принадлежности:

- «dsigmf» – функция принадлежности в виде разности между двумя сигмоидными функциями;

- «evalmf» – вычисление значений произвольной функции принадлежности;

- «gauss2mf» – двухсторонняя гауссовская функция принадлежности;
- «gaussmf» – гауссовская функция принадлежности;
- «gbellmf» – обобщенная колоколообразная функция принадлежности;
- «pimf» – П-подобная функция принадлежности;
- «psigmf» – произведение двух сигмоидных функций принадлежности;
- «sigmf» – сигмоидная функция принадлежности;
- «smf» – S-подобная функция принадлежности;
- «trapmf» – трапециевидная функция принадлежности;
- «trimf» – треугольная функция принадлежности;
- «zmf» – Z-подобная функция принадлежности.

Функции принадлежности, формируются на основе кусочно-линейных прямых, распределения Гаусса, сигмоидной кривой, квадратических и кубических полиномиальных кривых. Функции принадлежности классифицируют по их геометрической форме: кусочно-линейные; Z-образные; S-образные; П-образные.

3.2 Операции над нечеткими множествами с помощью функций пакета MATLAB

В среде MATLAB для нахождения объединения и пересечения нечетких множеств используется минимаксные функции и альтернативные им функции вычисления алгебраического произведения и сложения. При этом разработчик системы нечеткого вывода должен знать, что результат минимаксного и алгебраического методов нахождения объединения или пересечения нечетких множеств может не совпадать.

В составе пакета FUZZY LOGIC TOOLBOX среды MATLAB используются следующие минимаксные функции:

- «**max**» – функция, которая в случае одномерного массива возвращает наибольший элемент; в случае двумерного массива – вектор-строку, содержащую максимальные элементы каждого столбца. В случае, когда в качестве аргументов (от 2-х и более) используются одномерные массивы, функция **max** возвращает одномерный массив тех же размеров, содержащий максимальные элементы массивов-аргументов;

- «**min**» – функция, которая в случае одномерного массива возвращает наименьший элемент; в случае двумерного массива – вектор-строку, содержащую минимальные элементы каждого столбца. В случае, когда в

качестве аргументов (от 2-х и более) используются одномерные массивы, функция **min** возвращает одномерный массив тех же размеров, содержащий минимальные элементы массивов-аргументов.

3.3 Методы дефаззификации, реализованные в системе MATLAB

Инструментарий нечеткой логики в составе пакета FUZZY LOGIC TOOLBOX среды MATLAB поддерживают автоматизированную поддержку методов дефаззификации по 2 алгоритмам – Мамдани и Сугэно.

Для систем типа Сугэно запрограммированы следующие методы:

- «wtaver» – метод определения взвешенного среднего;
- «wtsum» – метод определения взвешенной суммы.

Для систем типа Мамдани запрограммированы следующие методы:

- «centroid» – метод определения центра тяжести;
- «bisector» – метод определения медианы;
- «lom» – метод определения наибольшего из максимумов;
- «som» – метод определения наименьшего из максимумов;
- «mom» – метод определения среднего арифметического максимумов.

Методы дефаззификации систем (функций принадлежности) типа Мамдани реализованы с помощью функции **defuzz**. Синтаксис функции:

$$x = \text{defuzz}(y, mf, type) .$$

Функция **defuzz(y, mf, type)** позволяет получить число (абсциссу **x**), которое является результатом дефаззификации функции принадлежности «mf» для соответствующей переменной « $y = mf(x)$ ». При этом может быть использован один из методов дефаззификации, который определяется аргументом «**type**». Этот аргумент может принимать одно из следующих значений: «centroid», «bisector», «lom», «som» и «mom».

4 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Используя интерфейс среды MATLAB и функции, реализованные в пакете FUZZY LOGIC TOOLBOX, выполнить следующие задания.

1. Провести фаззификацию, используя стандартные функции принадлежности «dsigmf», «evalmf», «gauss2mf», «gaussmf», «gbellmf», «pimf», «psigmf», «sigmf», «smf», «trapmf», «trimf», «zmf».

Для каждой функции принадлежности определить:

- график функции принадлежности;
- носитель нечеткого множества (интервал);
- высоту нечеткого множества (значение);
- заключение о том, удовлетворяет ли функция принадлежности нечеткого множества критерию «нормальное» или «субнормальное»;
- ядро нечеткого множества (интервал);
- границы нечеткого множества (интервал или интервалы).

В стандартных функциях принадлежности пакета FUZZY LOGIC TOOLBOX используются параметры **a**, **b**, **c**, **d**, **c₁**, **c₂**, **σ**, **σ₁**, **σ₂**, а также диапазон числовых значений для базового множества и значение приращения их изменения (например, $x=0:0.1:10$ – соответствует диапазону $[0,10]$, с шагом 0,1). Значения параметров для варианта, соответствующего номеру в журнале учебной группы, взять из табл.5.1.

Таблица 5.1 – Варианты заданий

№ варианта	Параметры функций принадлежности									Диапазон	Шаг
	a	b	c	d	σ ₁	c ₁	σ ₂	c ₂	σ	[0,10]	0,1
1.	1	2	3	5	2	1	1	3	0,3	[0,10]	0,1
2.	2	3	4	6	2	2	1	4	0,4	[0,10]	0,1
3.	3	4	5	7	2	3	1	5	0,5	[0,10]	0,1
4.	4	5	6	8	2	4	1	6	0,6	[0,10]	0,1
5.	5	6	7	9	2	5	1	7	0,7	[3,13]	0,1
6.	6	7	8	10	2	6	1	8	0,8	[3,13]	0,1
7.	7	8	9	11	2	7	1	9	0,9	[4,14]	0,1
8.	8	9	10	12	2	8	1	10	1	[5,15]	0,1
9.	9	10	11	13	2	9	1	11	1,1	[6,16]	0,1
10.	10	11	12	14	2	10	1	12	1,2	[7,17]	0,1
11.	11	12	13	15	2	11	1	13	1,3	[8,18]	0,1
12.	12	13	14	16	2	12	1	14	1,4	[9,19]	0,1
13.	13	14	15	17	2	13	1	15	1,5	[10,20]	0,1
14.	14	15	16	18	2	14	1	16	1,6	[11,21]	0,1
15.	15	16	17	19	2	15	1	17	1,7	[12,22]	0,1
16.	16	17	18	20	2	16	1	18	1,8	[13,23]	0,1

№ варианта	Параметры функций принадлежности									Диапазон	Шаг
	a	b	c	d	σ_1	c_1	σ_2	c_2	σ	[0,10]	0,1
17.	17	18	19	21	2	17	1	19	1,9	[14,24]	0,1

2. В соответствии с вариантом найти объединение, пересечение и разность для двух заданных функций принадлежности нечетких множеств (табл. 5.2 – ФП1, ФП2). По заданной функции принадлежности найти дополнение нечеткого множества (табл. 5.2 – ФП3).

Для каждой операции над нечеткими множествами построить график результирующей функции принадлежности.

Таблица 5.2 – Варианты заданий

Вариант №	Параметры функций принадлежности									ФП1, ФП2	ФП3
	a	b	c	d	σ_1	c_1	σ_2	c_2	σ		
1.	1	2	3	5	2	1	1	3	0,3	trimf	trimf
	2	3	4	6	2	2	1	4	0,4	trimf	
2.	3	4	5	7	2	3	1	5	0,5	trapmf	trapmf
	4	5	6	8	2	4	1	6	0,6	trapmf	
3.	5	6	7	9	2	5	1	7	0,7	pimf	pimf
	6	7	8	10	2	6	1	8	0,8	pimf	
4.	7	8	9	11	2	7	1	9	0,9	gaussmf	gaussmf
	8	9	10	12	2	8	1	10	1	gaussmf	
5.	9	10	11	13	2	9	1	11	1,1	gbellmf	gbellmf
	10	11	12	14	2	10	1	12	1,2	gbellmf	
6.	11	12	13	15	2	11	1	13	1,3	dsigmf	dsigmf
	12	13	14	16	2	12	1	14	1,4	dsigmf	
7.	13	14	15	17	2	13	1	15	1,5	trimf	psigmf
	14	15	16	18	2	14	1	16	1,6	trapmf	
8.	15	16	17	19	2	15	1	17	1,7	trapmf	sigmf
	16	17	18	20	2	16	1	18	1,8	trimf	
9.	17	18	19	21	2	17	1	19	1,9	trimf	zmf
	18	19	20	22	2	18	1	20	2,0	pimf	

3. Для заданного региона (функции площади) провести дефаззификацию и определить значения выходных величин нечеткого регулятора по методам:

- «centroid» – метод определения центра тяжести;
- «bisector» – метод определения медианы;
- «lom» – метод определения наибольшего из максимумов;
- «som» – метод определения наименьшего из максимумов;

- «**mom**» – метод определения среднего арифметического максимумов.

Для каждого метода построить график региона с определенной абсциссой выходного значения.

Для всех вариантов регион задавать в виде:

```

k1=0.5
k2=0.9
k3=0.1
x = -10:0.1:10;           % базовое множество
mf1 = trapmf(x,[-10 -8 -2 2]); % функция 1
mf2 = trapmf(x,[-5 -3 2 4]);  % функция 2
mf3 = trapmf(x,[2 3 8 9]);    % функция 3
mf1 = max(k1*mf2,max(k2*mf1,k3*mf3)); % функция региона

```

Числовые значения коэффициентов **k1**, **k2**, **k3** для вариантов заданий представлены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Варианты заданий

Вариант №	k1	k2	k3
1.	0,1	0,9	0,1
3.	0,2	0,9	0,2
5.	0,3	0,9	0,3
7.	0,4	0,9	0,4
9.	0,5	0,9	0,5
11.	0,6	0,9	0,6
13.	0,7	0,9	0,7
15.	0,8	0,9	0,8
17.	0,9	0,9	0,9

Вариант №	k1	k2	k3
2.	0,9	0,8	0,9
4.	0,9	0,7	0,9
6.	0,9	0,6	0,9
8.	0,9	0,5	0,9
10.	0,9	0,4	0,9
12.	0,9	0,3	0,9
14.	0,9	0,2	0,9
16.	0,9	0,1	0,9

5 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Выбрать индивидуальный вариант входных данных (табл. 5.1, 5.2, 5.3).
2. Выполнить 3 задания раздела 4 методических рекомендаций.
3. Отобразить полученные результаты в виде графиков.
4. Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.

6 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать:

- цель работы;
- исходные данные и постановка задачи;
- графическое представление функции принадлежности и их характеристики;
- графическое представление результатов операций над нечеткими множествами;
- графическое представление исследуемых методов дефазификации по алгоритму Мамдани;
- текст программ (привести в приложении)
- анализ полученных результатов и выводы по работе.

7 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что такое нечеткое множество, и каково его основное отличие от обычного (четкого) множества?
2. Дайте определение нечеткой переменной.
3. Дайте определение лингвистической переменной. Чем она отличается от нечеткой переменной?
4. Дайте определение функции принадлежности.
5. В чем идея нечеткого управления?
6. Чем отличаются модели классической теории управления и нечеткого управления?
7. Что понимается под нечеткой системой вывода?
8. Перечислите основные этапы нечеткого вывода.

9. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `dsigmf`.
10. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `evalmf`.
11. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `gauss2mf`.
12. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `gaussmf`.
13. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `gbellmf`.
14. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `pimf`.
15. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `psigmf`.
16. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `sigmf`.
17. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `smf`.
18. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `trapmf`.
19. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `trimf`.
20. Назначение, тип и параметры функции принадлежности `zmf`.
21. Дайте определение равенству двух нечетких множеств.
22. Дайте определение отношению нечеткого доминирования.
23. Перечислите варианты доминирования.
24. Дайте определение операции пересечения двух нечетких множеств.
25. Дайте определение операции объединения двух нечетких множеств.
26. Какие минимаксные функции среды MATLAB используются для нахождения пересечения и объединения нечетких множеств.
27. Какие альтернативные алгебраические функции среды MATLAB используются для нахождения пересечения и объединения нечетких множеств.
28. Дайте определение операции дополнения нечеткого множества.
29. Дайте определение операции разности двух нечетких множеств.
30. Какой смысл вкладывается в термин «дефаззификация»?
31. Назовите цель дефаззификации.
32. Перечислите методы дефаззификации для систем типа Сугэно.
33. Перечислите методы дефаззификации для систем типа Мамдани.
34. Что и как определяется по методу центра тяжести?
35. Что и как определяется по методу взвешенного среднего?
36. Что и как определяется по методу взвешенной суммы?
37. Что и как определяется по методу центра площади?
38. Что и как определяется по методу левого модального значения?
39. Что и как определяется по методу правого модального значения?
40. Что и как определяется по методу среднего модального значения?

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ
по дисциплине
**«НЕЧЕТКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО
УПРАВЛЕНИЯ»**
для студентов всех форм обучения
по специальности 8.05020101
«Компьютеризированные системы управления и автоматики»

Лабораторная работа № 1

Составители: КОВАЛЕНКО Андрей Иванович
РЕШЕТНИК Виктор Михайлович

Ответственный выпускающий: Коваленко А.И.
Редактор: Коваленко А.И.
Компьютерная верстка: Коваленко А.И.

План 2017 (первое полугодие), поз. 9
Подп. к печ. 30.01.2017. Формат 60x84 1/16. Способ печати –
ризография
Усл. печ. лист. 9,5. Учет. изд.лист. 8,4 Тираж 50 экз.
Цена договорная Зам. №1-9

ХНУРЭ. Украина. 61166, Харьков, просп. Науки, 14

Отпечатано в учебно-научном
издательско-полиграфическом центре ХНУРЭ
61166, Харьков, просп. Науки, 14