

17. Распределение системы дискретных случайных величин (X,Y) задано таблицей

Y \ X	-1	0	2
-2	0,15	0,15	0,2
0	0,15	0,05	0,1
1	0	0,1	0,1

Найти условное математическое ожидание $E(X|Y)$ и $E(Y|X)$, найти математическое ожидание этих случайных величин, проверить формулу полного математического ожидания. Построить линейную регрессию X на Y и Y на X и вычислить значения этих функций в точках x_i и y_j .

Y/X	-1	0	2	$P_j(Y_j)$	
-2	0.15	0.15	0.2	0.5	
0	0.15	0.05	0.1	0.3	
1	0	0.1	0.1	0.2	
	$P_i(X_i)$	0.3	0.3	0.4	1

$$\sum X = -1 \cdot 0,3 + 0 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,4 = 0,5$$

$$\sum Y = -2 \cdot 0,5 + 0 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,2 = -0,8$$

$P(Y X)$	-2	0	1
$P(Y X=-1)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0
$P(Y X=0)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
$P(Y X=2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$m_{Y|X}(x)$:

$$m(-1) = -2 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot 0 = -\frac{1}{3}$$

$$m(0) = -2 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}$$

$$m(2) = -2 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$$

$E(Y X)$	-1	0	2
$P_i(X_i)$	0,3	0,3	0,4

$$EY = E(E(Y|X)) =$$

$$= -1 \cdot 0,3 + (-\frac{1}{6}) \cdot 0,3 + (-\frac{3}{4}) \cdot 0,4 =$$

$$= -0,3 - 0,2 - 0,3 = -0,8 \text{ (B)}$$

$P(X Y)$	-1	0	2
$P(X Y=-2)$	0,3	0,3	0,4
$P(X Y=0)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
$P(X Y=1)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$m_{X|Y}(y)$:

$$m(-2) = -1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,4 = \frac{1}{2}$$

$$m(0) = -1 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$m(1) = -1 \cdot 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$E(X Y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	1
$P_j(Y_j)$	0,5	0,3	0,2

$$EX = E(E(X|Y)) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,5 + \frac{1}{6} \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,2 =$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{5} = 0,5 \text{ (B)}$$

$$y = ax + b$$

$$a = \frac{K(X,Y)}{DX}; \quad b = EY - a \cdot EX;$$

$$E(XY) = -0,3;$$

$$K(X,Y) = E(XY) - EX \cdot EY =$$

$$= -0,3 - 0,5 \cdot (-0,8) = 0,1$$

$$E(X^2) = 0,3 \cdot (-1)^2 + 0,3 \cdot 0^2 + 0,4 \cdot 2^2 =$$

$$= 0,3 + 1,6 = 1,9$$

$$DX = E(X^2) - (EX)^2 = 1,9 - 0,25 = 1,65$$

$$a = \frac{K(X,Y)}{DX} = \frac{0,1}{1,65} = \frac{10}{165} = \frac{2}{33}$$

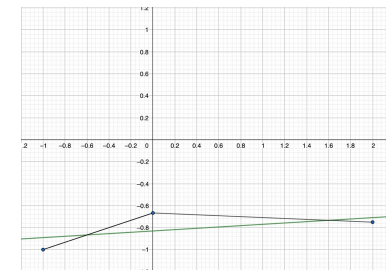
$$b = EY - a \cdot EX = -0,8 - \frac{2}{33} \cdot \frac{1}{2} = -0,8 - \frac{1}{33} =$$

$$= \frac{-0,33 - 10}{330} = \frac{-294}{330} = -\frac{197}{165}$$

$$f(y) = \frac{2}{33} \cdot x - \frac{197}{165} \Leftrightarrow 0,0606x - 0,8303$$

X	-1	0	2
$f(x)$	$-\frac{19}{15}$	$-\frac{19}{15}$	$-\frac{39}{15}$
$m_{Y X}(x)$	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{4}$

X	-1	0	2
$f(x)$	-0,8909	-0,1303	-0,7091
$m(y)$	-1	-0,6667	-0,3333



$$a = \frac{K(X,Y)}{DY}; \quad b = EX - a \cdot EY$$

$$E(Y^2) = (-2)^2 \cdot \frac{1}{2} + 0^2 \cdot 0,3 + 1^2 \cdot 0,2 = 2,2$$

$$DY = E(Y^2) - (EY)^2 = 2,2 - 0,64 = 1,56$$

$$a = \frac{0,1}{1,56} = \frac{5}{78}$$

$$b = 0,5 - \frac{5}{78} \cdot (-0,8) = \frac{43}{78}$$

$$g(y) = \frac{5}{78} \cdot y + \frac{43}{78} \Leftrightarrow 0,0641x + 0,5513$$

Y	-2	0	1
$g(y)$	$\frac{11}{26}$	$\frac{43}{78}$	$\frac{11}{13}$
$m_{Y X}(y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	1

Y	-2	0	1
$g(y)$	0,4231	0,5513	0,6154
$m(y)$	0,5	0,1667	1

