

### Задача #1:

1. Лотерея выпущена тиражом в пять миллионов билетов. Предусмотрено, что выигрыши падают на 20000 билетов. Какова вероятность того, что владелец 50 билетов выиграет не менее, чем по двум билетам?

- Схема Бернулли:

```
octave:1> pkg load statistics
n = 50
p = 20000 / 5000000
1 - binocdf(1, n, p)
n = 50
p = 4.0000e-03
ans = 0.017260
```

- Теорема Пуассона:

```
octave:5> 1 - poisscdf(1, n * p)
ans = 0.017523
```

- Локальная теорема Муавра-Лапласа:

```
octave:9> q = 1 - p
answer = 0
for m = 0:1
    x = (m - n * p) / sqrt(n * p * q)
    answer += exp((-x^2) / 2) / sqrt(2 * pi * p * n * q)
end
1 - answer
q = 0.9960
answer = 0
x = -0.4481
answer = 0.8085
x = 1.7924
answer = 0.9878
ans = 0.012225
```

Ответ:        0.017260  
                 0.017523  
                 0.012225

## Задача #2

2. Вероятность появления события А в каждом из независимых испытаний равна 0.3. Найти число испытаний, при котором наивероятнейшее число появлений события А в этих испытаниях будет равно 30.

Вероятность появления события А:

$$p = 0.3$$

Вероятность того, что событие А не появится:

$$q = 1 - p = 0.7$$

Наивероятнейшее число появлений события А:

$$m = 30$$

Найти число испытаний:

$$n = ?$$

Двойное неравенство для наивероятнейшего числа успехов в схеме Бернулли:

$$n \cdot p - q \leq k \leq n \cdot p + p$$

$k$  – наивероятнейшее число

$$0.3n - 0.7 \leq 30 \leq 0.3n + 0.3 \Leftrightarrow \text{system of two equations}$$

- $$\begin{aligned} 0.3n - 0.7 &\leq 30 \\ 0.3n &\leq 30.7 \\ n &\leq 102.3 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} 0.3n + 0.3 &\geq 30 \\ 0.3n &\geq 29.7 \\ n &\geq 99 \end{aligned}$$

$$n \in [99; 102]$$

- $n = 99$   
$$99 \cdot 0.3 - 0.7 \leq k \leq 0.3 \cdot 99 + 0.3$$
$$29 \leq k \leq 30$$
$$k \in [29; 30] - \text{wrong}$$
- $n = 100$   
$$100 \cdot 0.3 - 0.7 \leq k \leq 0.3 \cdot 100 + 0.3$$
$$29.3 \leq k \leq 30.3$$
$$k = 30 - \text{correct}$$
- $n = 101$   
$$101 \cdot 0.3 - 0.7 \leq k \leq 0.3 \cdot 101 + 0.3$$
$$29.6 \leq k \leq 30.6$$
$$k = 30 - \text{correct}$$
- $n = 102$   
$$102 \cdot 0.3 - 0.7 \leq k \leq 0.3 \cdot 102 + 0.3$$

$$29.9 \leq k \leq 30.9$$

$k = 30$  – *correct*

$$\Rightarrow n \in [100; 102]$$

```
octave:6> pkg load statistics
k = 30
n = 100
p = 0.3
for i = 0:2
    ans = binopdf(k, n + i, p)
end
k = 30
n = 100
p = 0.3000
ans = 0.086784
ans = 0.086417
ans = 0.085697
```

*Omsem:*      100: 0.0868  
                  101: 0.0864  
                  102: 0.0857

### Задача #3

3. На шпалорезном станке производится в среднем 98% шпал, удовлетворяющих имеющимся техническим требованиям. Найти вероятность того, что среди 900 изготовленных шпал будет не более 3% бракованных.

- Схема Бернулли:

```
octave:1> pkg load statistics
n = 900
k = n * 0.03
p = 0.02
binocdf(k, n, p)
n = 900
k = 27
p = 0.020000
ans = 0.9837
```

- Интегральная теорема Муавра - Лапласа:

```
octave:9> pkg load statistics
n = 900
k = n * 0.03
p = 0.02
q = 1 - p
a = (0 - n * p) / sqrt(n * p * q)
b = (k - n * p) / sqrt(n * p * q)
normcdf(b) - normcdf(a)
n = 900
k = 27
p = 0.020000
q = 0.9800
a = -4.2857
b = 2.1429
ans = 0.9839
```

Ответ:        0.9837  
                 0.9839