

Контрольная работа #1

Задача 1

Найти косинус угла между двумя векторами x и y , заданными в неортогональном базисе с матрицей Грама G :

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Пример ввода: 0.55

Ваш ответ: -0.98

Задача 2

Ортогонализировать систему из трех векторов:

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad x_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Пример ответа:

$$\begin{bmatrix} 1.11 \\ 2.22 \\ 3.33 \\ 4.44 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 5.55 \\ 6.66 \\ 7.77 \\ 8.88 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 9.99 \\ 10.1 \\ 11.11 \\ 12.12 \end{bmatrix}.$$

Пример ввода: [1.11, 2.22, 3.33, 4.44; 5.55, 6.66, 7.77, 8.88; 9.99, 10.10, 11.11, 12.12]

Задача 3

Найти координаты ортогональной проекции вектора x в линейной оболочке векторов e_1 и e_2 . Скалярное произведение стандартное.

$$x = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad e_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Пример ввода: [1.11, 2.22]

Ответ: [40/11, 23/11]

Задача 4

Указать матрицу перехода T к собственному базису матрицы A :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример ввода: [1.11, 2.22, 3.33; 4.44, 5.55, 6.66; 7.77, 8.88, 9.99]

Ваш ответ: [1, 0, 0; 0, 1, 1; 0, 1, -1]

Задача 5

Найти корни характеристического полинома оператора $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, заданного в некотором базисе матрицей A :

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}.$$

Пример ввода: [1.11, 2.22, 3.33]

Ваш ответ: [2, 8, 12]

Задача 6

Найти НАДдиагональ матрицы автоморфизма $A : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ в жордановой нормальной форме, если известно ее единственное собственное значение с полной 4, алгебраической 3 и спектральной 2 кратностями.

Пример ввода: [1, 1, 0]

Ваш ответ: [1, 1, 0]

Задача 7

В некотором базисе оператор φ имеет матрицу A и характеристический полином $\chi(x)$. Найти его минимальный полином, если

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -3 \\ 3 & -5 & 7 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \chi(x) = (x + 3)^3.$$

Пример ввода: $x^2 + 3x + 1$

Ваш ответ: $-x^3 - 9x^2 - 27x - 27$