Hw #4

1) $f(x) = \ln\sqrt[3]{\dfrac{1+x}{1-x}}$ ; $K \cdot x^{201}$ ?

$$\ln\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}} = \frac{1}{3}\ln\frac{1+x}{1-x} = \frac{1}{3}\cdot\left(\ln(1+x) - \ln(1-x)\right) = \frac{1}{3}\left(\ln(1+x)\right) - \ln(1+(-x)) =$$

$$= \frac{1}{3}\left((-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} - (-1)^{n-1}\frac{(-x)^n}{n}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{x^{201}}{201} + \frac{x^{201}}{201}\right) = \frac{2}{603}x^{201}$$

2) $f(x) = \dfrac{7-4x}{6-5x-6x^2}$ ;

$6 - 5x - 6x^2 = 0$;

$D = 25 + 144 = 13^2$;

$x_{1,2} = \dfrac{5 \pm 13}{-12}$ $\quad \left[\begin{array}{l} x = 2/3 \\ x = -3/2 \end{array}\right.$

$$f(x) = \frac{7-4x}{6(x-2/3)(x+3/2)} =$$

$$= \frac{4x-7}{6(1-3/2x)(1+2/3x)} = \frac{4x-7}{(2-3x)(3+2x)}; \quad \frac{A}{2-3x} + \frac{B}{3+2x} = \frac{3A+2Ax+2B-3Bx}{(2-3x)(3+2x)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3A+2B = -7 \\ 2A-3B = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 6A+4B = -14 \\ 6A-9B = 12 \end{cases} \quad 13B = -26; \begin{cases} B = -2 \\ A = -1 \end{cases}$$

$$\frac{-1}{2}\cdot\frac{1}{1-3/2x} + \frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{1+2/3x} = 1 + -\frac{1}{2}\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\overset{k=-1}{k(k-1)(k-2)\dots(k-n+1)}}{n!}\left(-3/2x\right)^n +$$

$|-3/2x| < 1$

$|x| < 2/3$

$$+ 1 + \frac{-2}{3}\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k(k-1)\dots(k-n+1)}{n!}\overset{k=-1}{\left(2/3x\right)^n}$$

$|2/3x| < 1$

$|x| < 3/2$

$\Rightarrow$ итоговый ряд, состоящий из суммы рядов будет сходится при $\begin{cases} |x| < 3/2 \\ |x| < 2/3 \end{cases} \Rightarrow |x| < 2/3 \Rightarrow R = 2/3$

Не уверен, насчёт этого, но ответ верный :) .

3) $\sin 0{,}3 = 0.29552020666$

$$\sin(\alpha) = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)!}\cdot\alpha^{2n-1}$$

$$\sin(0.3) = 0.3 - \frac{0.3^3}{3!} = 0.2955$$

$\Rightarrow$ 5 знак.