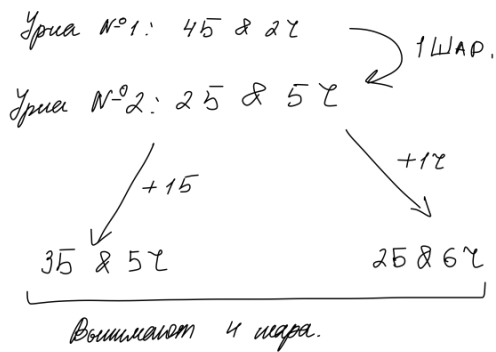


### Задача 17.

Из урны, в которой было 4 белых и 2 черных шара, переложен один шар в другую урну, в которой находилось 5 черных шаров и два белых. После перемешивания из последней урны вынимают 4 шара. Построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, среднее квадратичное отклонение, моду и медиану числа черных шаров, вынутых из второй урны. Найти вероятность того, что из нее будет извлечено:

- по крайней мере, два шара;
- не более двух шаров.



Число, достаточных черных шаров из последней урны из 4-х шаров  $X$  — случайная величина, принимающая значения 0, 1, 2, 3, 4. Найдем, вероятности:

$$p_0 = P\{X=0\} = 0$$

$$p_1 = \frac{C_5^1 \cdot C_3^3}{C_8^4} \cdot \frac{C_4^1}{C_6^1} + \frac{C_6^1 \cdot C_2^3}{C_8^4} \cdot \frac{C_2^1}{C_6^1} = 1/21$$

$$p_2 = \frac{C_5^2 \cdot C_3^2}{C_8^4} \cdot \frac{C_4^1}{C_6^1} + \frac{C_6^2 \cdot C_2^2}{C_8^4} \cdot \frac{C_2^1}{C_6^1} = 5/14$$

$$p_3 = \frac{C_5^3 \cdot C_3^1}{C_8^4} \cdot \frac{C_4^1}{C_6^1} + \frac{C_6^3 \cdot C_2^1}{C_8^4} \cdot \frac{C_2^1}{C_6^1} = 10/21$$

$$p_4 = \frac{C_5^4 \cdot C_3^0}{C_8^4} \cdot \frac{C_4^1}{C_6^1} + \frac{C_6^4 \cdot C_2^0}{C_8^4} \cdot \frac{C_2^1}{C_6^1} = 5/42$$

— вероятность, с которой мы перекладывали 1 шар в другую урну.  
— вероятность достать  $X$  черных и  $(4-X)$  белых шаров.

$X$	0	1	2	3	4
$p$	0	1/21	5/14	10/21	5/42

— ряд распределения.

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1/21, & t \in (0; 1] \\ 1/21 + 5/14 = 17/42, & t \in (1; 2] \\ 17/42 + 10/21 = 37/42, & t \in (2; 3] \\ 1, & t \geq 4 \end{cases}$$

— функция распределения.

$$\text{mod}(X) = 3 \quad (10/21 - \text{MAX})$$

$$P(X \geq 3) = 10/21 + 5/42 = 25/42 > 1/2 \Rightarrow \text{mod}(X) = 3$$

$$P(X \leq 3) = 1/21 + 5/14 + 10/21 = 37/42 > 1/2$$

$$P(2 \leq X) = p_2 + p_3 + p_4 = 25/42 \approx 0.6$$

$$P(2 \leq X) = p_0 + p_1 + p_2 = 17/42 \approx 0.4$$

$$EX = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

$$EX = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1/21 + 2 \cdot 5/14 + 3 \cdot 10/21 + 4 \cdot 5/42 = 8/3 = 2.67 \text{ — мат. ожидание.}$$

$$DX = E(X^2) - (EX)^2$$

$$E(X^2) = 0 \cdot 0 + 1^2 \cdot 1/21 + 2^2 \cdot 5/14 + 3^2 \cdot 10/21 + 4^2 \cdot 5/42 = 23/3$$

$$DX = 23/3 - (8/3)^2 = 5/9 \text{ — дисперсия}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{DX} = \sqrt{5/3} \approx 0.74 \text{ — среднее квадратичное отклонение.}$$