

# Homework 20

## Задача 1

Найти косинус угла между двумя векторами  $x$  и  $y$ , заданными в неортогональном базисе с матрицей Грама  $G$ :

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Пример ввода: 0.55

Ваш ответ: 0.99

## Задача 2

Найти НАДдиагональ матрицы автоморфизма  $A : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  в жордановой нормальной форме, если известно ее единственное собственное значение с полной 4, алгебраической 2 и спектральной 3 кратностями.

Пример ввода: [1, 1, 0]

Ваш ответ: [1, 0, 0]

## Задача 3

Идеал  $J_1$  алгебры скалярных полиномов имеет минимальный полином  $p_1(\lambda)$ , а идеал  $J_2$  - полином  $p_2(\lambda)$ . Найти минимальный полином суммы идеалов  $J = J_1 + J_2$ , если

$$p_1(x) = x^4 - 3x^3 - 12x^2 + 52x - 48, \quad p_2(x) = (x + 1)(x - 1)(x - 2).$$

Пример ввода:  $x^2 + 3x + 1$

Ваш ответ: 0

bag.

## Задача 4

Найти матрицу базиса  $F = [f^1, f^2]$ , биортогонального стандартному базису  $E$ , если известна матрица Грама  $G$  базиса  $E$ :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Пример ответа:**

$$f^1 = \begin{bmatrix} 1.11 \\ 3.33 \end{bmatrix}, \quad f^2 = \begin{bmatrix} 2.22 \\ 4.44 \end{bmatrix}.$$

**Пример ввода:** [1.11, 2.22; 3.33, 4.44]

**Ваш ответ:** [1, 0; 0, 1]

## Задача 5

В некотором базисе оператор  $\varphi$  имеет матрицу  $A$  и характеристический полином  $\chi(x)$ . Найти его минимальный полином, если

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 8 \\ -14 & 13 & -16 \\ -14 & 17 & -20 \end{pmatrix}, \quad \chi(x) = (x+3)(x+4)(x-4).$$

**Пример ввода:**  $x^2 + 3x + 1$

**Ваш ответ:** 0

bag.

## Задача 6

Ортогонализировать систему из трех векторов:

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad x_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

**Пример ответа:**

$$\begin{bmatrix} 1.11 \\ 2.22 \\ 3.33 \\ 4.44 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 5.55 \\ 6.66 \\ 7.77 \\ 8.88 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 9.99 \\ 10.1 \\ 11.11 \\ 12.12 \end{bmatrix}.$$

**Пример ввода:** [1.11, 2.22, 3.33, 4.44; 5.55, 6.66, 7.77, 8.88; 9.99, 10.10, 11.11, 12.12]

**Ваш ответ:** [1, 0, -2, -4; 0, 1, 0, 0; 2/7, 0, 3/7, -1/7]

## Задача 7

Найти объем  $V$  параллелепипеда  $T$ , построенного на векторах  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  в евклидовом пространстве со стандартным скалярным произведением.

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad e_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

**Пример ввода:** 1.11

**Ваш ответ:** 2.64