

Во всех вариантах проверить, что $E(E(Y|X))=E(Y)$ и $E(E(X|Y))=E(X)$.

Вариант 1.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cy, & \text{в } \triangle ABC, \\ 0, & \text{вне } \triangle ABC, \end{cases}$ в треугольнике, ограниченном прямыми: $y - x = 0$, $x = 1$, $y = 0$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции и уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 2.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cx, & \text{в } \triangle ABC, \\ 0, & \text{вне } \triangle ABC, \end{cases}$ в треугольнике с вершинами $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(1,2)$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции и уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 3.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cy^2, & \text{в треугольнике,} \\ 0, & \text{вне треугольника.} \end{cases}$ в треугольнике, ограниченном прямыми: $y - x = 0$, $x = 1$, $y = 0$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции и уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 4.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cy, & \text{в } \triangle ABC, \\ 0, & \text{вне } \triangle ABC, \end{cases}$ в треугольнике с вершинами $A(0,0)$, $B(2,0)$, $C(0,1)$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции и уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 5.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cy, & \text{в } \triangle ABC, \\ 0, & \text{вне } \triangle ABC, \end{cases}$ в треугольнике с вершинами $A(-1,0)$, $B(1,0)$, $C(0,1)$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции и уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 6.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cxy, & \text{в } \triangle ABC, \\ 0, & \text{вне } \triangle ABC, \end{cases}$ в треугольнике с вершинами $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(0,1)$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции и уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 7.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cxy, & \text{в треугольнике,} \\ 0, & \text{вне треугольника.} \end{cases}$ в треугольнике, ограниченном прямыми: $y - x = 0$, $x = 1$, $y = 0$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X,Y)$ и уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 8.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cx^2, & \text{в } \triangle ABC, \\ 0, & \text{вне } \triangle ABC, \end{cases}$ в треугольнике с вершинами $A(-1,0)$, $B(1,0)$, $C(0,1)$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X,Y)$ и уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 9.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cy, & \text{в } \triangle ABC, \\ 0, & \text{вне } \triangle ABC, \end{cases}$

в треугольнике с вершинами $A(-1,1)$, $B(1,1)$, $C(0,2)$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X, Y)$ и уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 10.

Система двух случайных величин (X, Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} cxу, & \text{в треугольнике,} \\ 0, & \text{вне треугольника.} \end{cases}$

в треугольнике, ограниченном прямыми: $y - x = 0$, $x + y = 2$, $y = 0$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X, Y)$ и уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 11.

Система случайных величин (X, Y) имеет плотность распределения

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in \Delta_{ABC}, A(0,0), B(0,2), C(1,0), \\ 0, & (x, y) \text{ вне } \Delta_{ABC}. \end{cases}$$

Определить постоянную a , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X, Y)$. Найти регрессию $m_{Y|X}(x)$ и $m_{X|Y}(y)$. Изобразить эти линии графически.

Вариант 12.

Система случайных величин (X, Y) имеет плотность распределения

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} cx(x + y) & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Определить постоянную c , вычислить вероятность $P(X + Y < 1)$. Найти плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X, Y)$ и регрессию $m_{Y|X}(x)$ и $m_{X|Y}(y)$. Изобразить эти линии графически.

Вариант 13.

Система случайных величин (X, Y) имеет плотность распределения

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} c(x + y)y & \text{при } 0 \leq y \leq 1, y \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Определить постоянную c , вычислить вероятность $P(X + Y < 1)$. Найти плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X, Y)$ и регрессию $m_{Y|X}(x)$ и $m_{X|Y}(y)$. Изобразить эти линии графически.

Вариант 14.

Система случайных величин (X, Y) имеет плотность распределения

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} c(x + y) & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 2x \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Определить постоянную c , вычислить вероятность $P(X + Y < 1)$. Найти плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X, Y)$ и регрессию $m_{Y|X}(x)$ и $m_{X|Y}(y)$. Изобразить эти линии графически.

Вариант 15.

Система случайных величин (X, Y) равномерно распределена в треугольнике с вершинами $(-1,1)$, $(1,2)$, $(1,1)$. Вычислить $P(X + Y < 1)$. Найти плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X, Y)$, регрессию $m_{Y|X}(x)$ и $m_{X|Y}(y)$. Изобразить эти линии графически.

Вариант 16.

Система случайных величин (X, Y) имеет плотность распределения

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in \Delta_{ABC}, A(-1,0), B(0,2), C(1,0), \\ 0, & (x, y) \text{ вне } \Delta_{ABC}. \end{cases}$$

Определить постоянную a . Найти плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X, Y)$ и регрессию $m_{Y|X}(x)$ и $m_{X|Y}(y)$. Изобразить эти линии графически.

Вариант 17.

Система случайных величин (X, Y) имеет плотность распределения

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in \Delta_{ABC}, A(-1,0), B(0,2), C(0,0), \\ 0, & (x, y) \text{ вне } \Delta_{ABC}. \end{cases}$$

Определить постоянную a . Найти плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X, Y)$, регрессию $m_{Y|X}(x)$, $m_{X|Y}(y)$. Изобразить эти линии графически.

Вариант 18.

Система случайных величин (X,Y) имеет плотность распределения

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} ay, & (x,y) \in \Delta_{ABC}, \quad A(-1,0), \quad B(0,2), \quad C(1,0), \\ 0, & (x,y) \text{ вне } \Delta_{ABC}. \end{cases}$$

Определить постоянную a . Найти плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X,Y)$, регрессию $m_{Y|X}(x)$ и $m_{X|Y}(y)$. Изобразить эти линии графически.

Вариант 19.

Система случайных величин (X,Y) имеет плотность распределения

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c(x+y) & \text{при } y \leq x \leq y+1, \quad 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Определить постоянную c . Найти плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X,Y)$, регрессию $m_{Y|X}(x)$. Изобразить эту линию графически.

Вариант 20.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cxy, & \text{в треугольнике,} \\ 0, & \text{вне треугольника.} \end{cases}$ в треугольнике, ограниченном прямыми: $y-x=0$, $x=1$, $y=0$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X,Y)$, уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 21.

Система двух случайных величин (X,Y) распределена с плотностью $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cxy^2, & \text{в треугольнике,} \\ 0, & \text{вне треугольника.} \end{cases}$ в треугольнике, ограниченном прямыми: $y-x=-1$, $x+y=1$, $x=0$. Найти постоянную c , плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X,Y)$, уравнения регрессии X на Y и Y на X , изобразить эти линии графически.

Вариант 22.

Система случайных величин (X,Y) имеет плотность распределения

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} ax^2, & (x,y) \in \Delta_{ABC}, \quad A(-1,0), \quad B(0,2), \quad C(0,0), \\ 0, & (x,y) \text{ вне } \Delta_{ABC}. \end{cases}$$

Определить постоянную a . Найти плотности компонент X и Y , коэффициент корреляции $r(X,Y)$, регрессию $m_{Y|X}(x)$, $m_{X|Y}(y)$. Изобразить эти линии графически.

Контрольная работа номер 2. Задача 2.

1. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на промежутке $[0,1]$. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $Z = X + Y$, а также $E(Z)$.
2. Пусть независимые случайные величины X и Y имеют показательное распределение с параметрами λ_X и $\lambda_Y \neq \lambda_X$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $Z = X + Y$, а также $E(Z)$.
3. Независимые случайные величины X и Y имеют распределения: $X \sim U(1,4)$; $Y : \text{Exp}_l, l = 2$. Найти функцию распределения, плотность распределения и дисперсию случайной величины $Z = X + Y$.
4. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на промежутках $[-1, 1]$ и $[0,2]$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\xi = X + Y$, а также $E(\xi), D(\xi)$.
5. Независимые случайные величины X и Y имеют распределения: $X \sim U(1,2)$; $Y \sim \text{Exp}_l, l = 3$. Найти функцию распределения, плотность распределения и дисперсию случайной величины $Z = X + Y$.
6. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на промежутках $[1, 3]$ и $[-2,0]$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\xi = X + Y$, а также $E(\xi), D(\xi)$.
7. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на промежутках $[2, 3]$ и $[1,2]$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\xi = X + Y$, а также $E(\xi), D(\xi)$.
8. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на промежутках $[2, 4]$ и $[2,5]$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\xi = X + Y$, а также $E(\xi), D(\xi)$.
9. Независимые случайные величины X и Y имеют распределения: $X \sim U(-1,2)$; $Y \sim \text{Exp}_l, l = 1$. Найти функцию распределения, плотность распределения и дисперсию случайной величины $Z = X + Y$.
10. Независимые случайные величины X и Y имеют распределения: $X \sim U(-1,1)$; $Y \sim \text{Exp}_l, l = 2$. Найти функцию распределения, плотность распределения и дисперсию случайной величины $Z = X + Y$.
11. Независимые случайные величины X и Y имеют распределения: $X \sim U(2,4)$; $Y \sim \text{Exp}_l, l = 5$. Найти функцию распределения, плотность распределения и дисперсию случайной величины $Z = X + Y$.
12. Пусть независимые случайные величины X и Y имеют показательное распределение с параметрами $5 = \lambda_X = \lambda_Y$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $Z = X + Y$, а также $E(Z)$.
13. Независимые случайные величины X и Y имеют распределения: $X \sim U(-2,0)$; $Y \sim \text{Exp}_l, l = 1$. Найти функцию распределения, плотность распределения и дисперсию случайной величины $Z = X + Y$.
14. Независимые случайные величины X и Y имеют распределения: $X \sim U(-1,0)$; $Y \sim \text{Exp}_l, l = 3$. Найти функцию распределения, плотность распределения и дисперсию случайной величины $Z = X + Y$.
15. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на промежутках $[0, 1]$ и $[0,2]$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\xi = X + Y$, а также $E(\xi), D(\xi)$.

16. Пусть независимые случайные величины X и Y имеют показательное распределение с параметрами $\lambda_X = 2$ и $\lambda_Y = 4$. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $Z = X + Y$, а также $E(Z)$.
17. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на промежутках $[-3, -1]$ и $[1, 2]$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\xi = X + Y$, а также $E(\xi)$, $D(\xi)$.
18. Пусть независимые случайные величины X и Y имеют показательное распределение с параметрами $\lambda_X = 3$ и $\lambda_Y = 1$. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $Z = X + Y$, а также $E(Z)$.
19. Независимые случайные величины X и Y имеют распределения: $X \sim U(-2, 0)$; $Y \sim \text{Exp}_l$, $l = 4$. Найти функцию распределения, плотность распределения и дисперсию случайной величины $Z = X + Y$.
20. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на промежутках $[-3, 0]$ и $[-1, 2]$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\xi = X + Y$, а также $E(\xi)$, $D(\xi)$.
21. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на промежутке $[0, 1]$. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $Z = X + Y$, а также $E(Z)$.
22. Пусть независимые случайные величины X и Y имеют показательное распределение с параметрами λ_X и $\lambda_Y \neq \lambda_X$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $Z = X + Y$, а также $E(Z)$.