Departamento de Economia e Relações Internacionais
Curso: Ciências Econômicas
Professor: Dr. Rafael P Poerschke **Disciplina:** Microeconomia II
Estudante: **Matrícula:**

Santa Maria, July 16, 2023

1 EXAME - Peso 10,00

1.1 Conc. Perfeita, Monopólio, Conc. Imperfeita e Eq. Geral

- Exercício 1 - [1 ponto] *Maximização de Lucros em Concorrência Perfeita*

  Todas as empresas em um determinado mercado - em concorrência perfeita - possuem uma função de custo total

  $$\mathrm{CT}_q = q^3 - 10q^2 + 36q$$

  em que q representa a quantidade produzida pela empresa. A demanda de mercado

  $$\mathrm{Q}_p = 111 - p$$

  com Q quantidade do mercado e p preço. No Longo-Prazo, com livre entrada e saída de empresas, qual será preço final de mercado?

  Solução:

  Sabemos que a condição de equilíbrio no longo prazo é $Cmg = Cmed$. Se $Cmg_q = \frac{dCT}{dQ}$ e $Cmed = \frac{CT}{q}$, no Longo Prazo isso implica que $3q^2 - 20q + 36 = q^2 - 10q + 36 \implies \boxed{q = 5}$. Com isso, quando $q = 5$, temos que $Cmg = 11$ e $Cmed = 11$. Sendo concorrência perfeita, valeu que $P = Cmg$, portanto, $\boxed{p = 11}$.
  Resposta: $\boxed{\textbf{a)}\text{p=11}}$; $\boxed{\textbf{d)}\, q = 5}$

- Questão 2 - [1 ponto] *Maximização de Lucros em Concorrência Perfeita*

  Se o custo marginal de uma empresa é $\mathrm{CMg}(q) = \frac{3}{2}\sqrt{q^3} + 4 + e^q$, encontre a função de Custo Total da empresa. Considere que seu custo fixo é $\$100,00$.

Solução:

$$CT(q) = \int Rmg\dot{d}q \quad \Longrightarrow \quad CT(q) = \frac{3}{2}\frac{q^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + 4q + e^{q} + C$$

$$CT(q) = \frac{3}{5}\sqrt{q^5} + 4q + e^{q} + C$$

E considerando que C representa o Custo Fixo, temos então: $\boxed{\text{CT(q)=} \frac{3}{5}\sqrt{q^5} + 4q + e^{q} + 100}$.

- Questão 3 - [1.5 ponto] *Monopólio*

  As funções de custo médio e de receita marginal de um monopolista são, respectivamente, $CMed(q) = Q + 10 + \frac{50}{Q}$ e $RMg_q = 70 - 8Q$, em que custo e receita são expressos em unidades monetárias e q é a quantidade produzida. .

  a) [1 ponto] Encontre o valor, em unidades monetárias, da área conhecida como ônus devido ao monopólio.

  b) [0.5 ponto] Calcule o poder de mercado da firma (Lerner) e interprete seu resultado.

  Solução:

  a) No monopólio, temos: $CT_q = Q^2 + 10Q + 50 \Longrightarrow Cmg(q) = 2Q + 10$

$$Cmg = Rmg \quad \Longrightarrow \quad 2Q + 10 = 70 - 8Q \quad \Longrightarrow \quad \boxed{P_M = 46} \quad \boxed{Q_M = 6}$$

Em concorrência perfeita, temos: $p(q) = CMg(q)$. Então, se $RT_q = 70Q - 4Q^2 \Longrightarrow P(q) = 70 - 4Q$

$$P = Cmg \quad \Longrightarrow \quad 2Q + 10 = 70 - 4Q \quad \Longrightarrow \quad \boxed{P_{CP} = 30} \quad \boxed{Q_{CP} = 10}$$

Área em Verde Limão na Figura que segue (Cálculo está abaixo da figura)

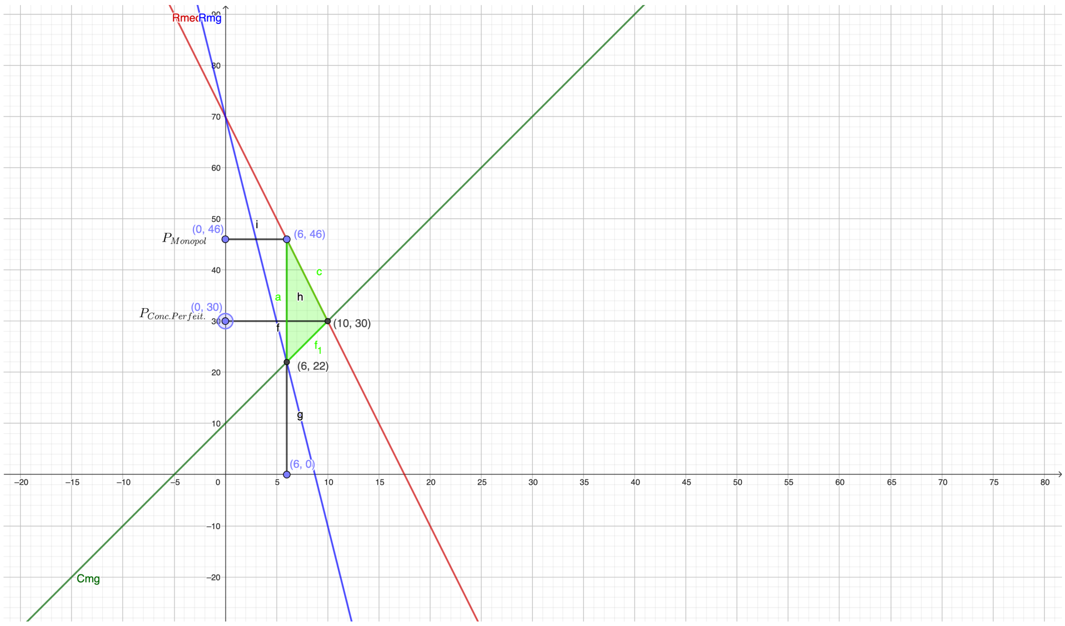

Figura 1: Monopólio e Peso Morto

$PesoMorto = \frac{(46-30)(10-6)}{2} + \frac{(30-22)(10-6)}{2} \implies \boxed{PesoM = 48\$}$

b) Para o Lerner, temos que calcular o Cmg para 6 unidades, i.e., $Cmg_{(10)} = 10 + 2(6) = 22$. Agora seguimos para o cálculo do Lerner:$L = \frac{P - Cmg}{P} = \frac{46-22}{46} \implies \boxed{L = 0,5217}$. Mediano.

- Questão 4 - [1 ponto] *Monopólio e Discriminação de Preços*

  Uma empresa tem a seguinte curva de custo, $CT_{(Q)} = 30Q$. O monopolista defronta-se com um mercado que possui duas curvas de demandas diferenciadas, isto é, $D_{(1)} = 40 - 0,2P_1$ e $D_{(2)} = 25 - 0,3P_2$. Pergunta-se:

  a) Para essa firma **seria vantajoso** discriminar preços? Justifique sua resposta.

  Solução:

  Sem discriminação de preços, os dois mercados (demandas) podem ser vistas como uma única. Então, temos que $D = D_1 + D_2 = 40 - 0,2P + 25 - 0,3P$. Assim temos que a demanda será $D = 65 - 0,5P$. Como o monopolista se defronta com uma demanda negativamente inclinada, sua receita será uma função decrescente do preço. Para isso fazemos a função inversa da demanda $P = 130 - 2Q$.

  Partimos agora para o cálculo da Receita Toral: $RT = P(Q) \times Q = 130Q - 2Q^2$ e, com isso, temos a Receita Marginal, i.e., $Rmg = 130 - 4Q$. Como temos o custo total, podemos então utilizar da condição de maximização de lucro do monopolista:

$$Rmg = Cmg \quad \Longrightarrow \quad 130 - 4Q = 30 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{Q = 25}$$

Como Q=25, o preço único do monopolista será de R\$80,00. Portanto seu lucro será calculado assim: $\pi(Q) = (25 \times 80) - (30 \times 25) = 1.250$.

Precisamos partir para a discriminação de preços, olhando os mercados em separado. Começamos pela demanda 1. A função inversa da demanda 1 é $P_1 = 200 - 5Q_1$. Isso nos leva a uma Receita Total no mercado 1 dada por $RT_1 = 200Q_1 - 5Q_1^2$. Agora podemos aplicar a condição de maximização de lucro:

$$Rmg_1 = Cmg \quad \Longrightarrow \quad 200 - 10Q_1 = 30 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{Q_1 = 17}$$

Como $Q_1 = 17$, o preço único do monopolista será de R\$115,00. Portanto seu lucro **no mercado 1** será calculado assim: $\pi(Q_1) = (17 \times 115) - (30 \times 17) = 1.445$.

Passamos ao mercado 2, i.e., a função inversa da demanda 2 é $P_2 = 83,333 - 3,333Q_2$. Isso nos leva a uma Receita Total no mercado 1 dada por $RT_2 = 83,333Q_1 - 3,333Q_2^2$. Agora podemos aplicar a condição de maximização de lucro:

$$Rmg_2 = Cmg \quad \Longrightarrow \quad 83,333 - 6,666Q_2 = 30 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{Q_2 \approx 8}$$

Como $Q_2 \approx 8$, o preço único do monopolista será de R\$56,67. Portanto seu lucro **no mercado 2** será calculado assim: $\pi(Q_2) = (8 \times 56,67) - (30 \times 8) = 213,36$.

Finalmente, a soma dos lucros no diferentes mercados será de R\$1.658,36. Como podemos observar, esse montante é maior se comparado quando calculamos para uma demanda única. Assim, **será vantajoso** para o monopolista discriminar preços.

- Questão 5 - [1,5 pontos] - Cournot com custos idênticos

  A demanda inversa de um mercado é dada por $p = 100 - Q$, onde p é o preço e Q é a quantidade total produzida pelas empresas no mercado. Nesse mercado interagem dois duopolistas com custos marginais $CT_1 = 4q_1$ e $CT_2 = 4q_2$.

  a) [1 pontos] Seria interessante para ambas as firmas formar um Cartel? Justifique sua resposta.

  b) [0.5 ponto] Represente as curvas de reação das firmas e indique a curva de contato.

Solução:

No modelo de duopólio de Cournot, as empresas escolhem suas quantidades de produção simultaneamente, levando em consideração as quantidades escolhidas pela concorrência. Vamos resolver o exercício considerando as informações fornecidas.

Passo 1: Encontre a função de demanda de mercado. A demanda inversa é dada por $p = 100 - Q$, onde p é o preço e Q é a quantidade total produzida pelas empresas no mercado. Para encontrar a demanda de mercado, devemos somar as quantidades de produção das duas empresas. Vamos chamar a quantidade produzida pela Firma 1 de q_1 e a quantidade produzida pela Firma 2 de q_2. Então, temos:

$$Q = q_1 + q_2$$

Substituindo Q na função de demanda inversa, temos:

$$p = 100 - (q_1 + q_2)$$

Passo 2: Encontre as funções de receita das firmas. A receita de uma firma é dada pelo produto do preço pela quantidade vendida. Assumindo que as firmas conhecem a demanda de mercado e o comportamento de suas concorrentes, a receita da Firma 1 (R_1) será:

$$RT_1 = p \cdot q_1 = [100 - (q_1 + q_2)] \cdot q_1$$

De forma similar, a receita da Firma 2 (R_2) será:

$$RT_2 = p \cdot q_2 = [100 - (q_1 + q_2)] \cdot q_2$$

Passo 3: Encontre as funções de lucro das firmas. O lucro de uma firma é dado pela diferença entre a receita e o custo marginal multiplicado pela quantidade produzida.

O custo marginal da Firma 1 (Cmg_1) é 4 e da Firma 2 (Cmg_2) é 4.

O lucro da Firma 1 (π_1) será:

$$\pi_1 = (RT_1 - Cmg_1) \cdot q_1 = [(100 - q_1 - q_2) \cdot q_1] - (4 \cdot q_1)$$

De forma similar, o lucro da Firma 2 (π_2) será:

$$\pi_2 = (RT_2 - Cmg_2) \cdot q_2 = [(100 - q_1 - q_2) \cdot q_2] - (4 \cdot q_2)$$

Passo 4: Encontre as quantidades de equilíbrio e os lucros das firmas no modelo de duopólio de Cournot.

Para encontrar as quantidades de equilíbrio, as firmas devem maximizar seus lucros em relação às quantidades produzidas. Para isso, devemos derivar as funções de lucro em relação às quantidades e igualar a zero. Vou calcular os derivados parciais para q_1 e q_2 separadamente.

Derivando o lucro da Firma 1 em relação a q_1:

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = (100 - 2q_1 - q_2) - 4$$

Derivando o lucro da Firma 2 em relação a q_2:

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = (100 - q_1 - 2q_2) - 4$$

Igualando as derivadas a zero, temos:

$$100 - 2q_1 - q_2 - 4 = 0$$

$$100 - q_1 - 2q_2 - 4 = 0$$

Resolvendo essas equações simultâneas, encontramos as quantidades de equilíbrio:

$$q_1 = 48 - \tfrac{1}{2}q_2$$

$$q_2 = 48 - \tfrac{1}{2}q_1$$

Resolvendo essas equações, obtemos

$$q_2 = 48 - \tfrac{1}{2}(48 - \tfrac{1}{2}q_2)$$

$$q_2 = 48 - 24 + \tfrac{1}{4}q_2$$

$$q_2 - \tfrac{1}{4}q_2 = 24$$

$$\tfrac{3}{4}q_2 = 24$$

$q_1 = 32$ e $q_2 = 32$.

Substituindo essas quantidades de equilíbrio na função de demanda inversa, encontramos o preço de equilíbrio:

$$p = 100 - (q_1 + q_2) = 100 - (32 + 32) = 36$$

Para calcular os lucros das firmas, substituímos as quantidades de equilíbrio nas funções de lucro das firmas:

$$\pi_1 = (32 \times 36) - 4(32) \implies \boxed{\pi_1 = 1.152 - 128 = 1.024}$$

$$\pi_2 = (32 \times 36) - 4(32) \implies \boxed{\pi_2 = 1.024}$$

Esses cálculos fornecerão os lucros específicos para cada firma no modelo de Cournot.

Agora, em relação ao cenário de cartel, onde as firmas cooperam para maximizar o lucro conjunto, elas agiriam como um /textbfmonopolista único e maximizariam o lucro total do **cartel**. Nesse caso, as firmas escolheriam uma quantidade conjunta que maximizasse o lucro total, levando em consideração o custo marginal total.

O custo marginal total (CMg_{total}) é a média dos custos marginais das firmas (custos idênticos, atenção), ou seja, $CMg_{total} = 4$.

A quantidade de equilíbrio no caso de cartel seria aquela em que o custo marginal total igualasse a receita marginal ($RT = p \times q \implies Rmg = 100 - 2Q$).

$$100 - 2Q = CMg_{total}$$

$$100 - 2Q = 4$$

$$2Q = 96$$

$$\boxed{Q = 48} e \boxed{P = 52}$$

Para calcular o lucro do cartel, substituímos a quantidade de equilíbrio na função de lucro do mercado:

$$\pi = RT - CT = \implies (48 \times 52) - 4(48)$$

$$\pi = (2496) - (192) =$$

$$\pi = 2.304$$

Dividindo esse lucro por 2, vemos que para a firma 2 seria interessante, pois teria um acréscimo \$128 (1.152Cartel -1,024 Cournot).

Conclusão: As firmas estariam dispostas a fazer conluio, pois seu lucro seria maior nessa situação.

Resposta: $\boxed{\textbf{Para a Firma 1 e 2 seria.}}$

- Questão 6 - [1,0 ponto] Stackelberg

  Considere um duopólio de Stackelberg em que as firmas A e B atuam em um mercado com demanda inversa $P = 100 - Q$, onde Q é a quantidade total produzida pelas duas firmas. Os custos totais são dados por $CT_a = 100 + 45q_a$ e $CT_b = 50 + q_b^2$, onde q_a é a quantidade produzida pela Firma A e q_b é a quantidade produzida pela Firma B. Determine o lucro das firmas, considerando que a firma líder seja a Firma A.

  Passo 1: Determinar a reação da Firma B

  A função de reação da Firma B é encontrada:

$$\pi_a = RT_b - CT_b \implies (100 - q_a - q_b)q_b - (50 + q_b^2) \implies \boxed{q_b = 25 - \frac{1}{4}q_a}$$

  Passo 2: Determinar a produção da Firma A

  A função de reação da Firma A é encontrada:

$$\pi_a = RT_a - CT_a \implies (100 - q_a - q_b)q_a - (100 + 45q_a) \implies \pi_a = 55q_a - q_a^2 - q_a q_b$$

  Agora, temos que substituir a curva de reação da Firma b (seguidora) em A, e depois maximizamos o lucro da Firma a a fim de achar sua quantidade:

$$\pi_a = 55q_a - q_a^2 - q_a(25 - \frac{1}{4}q_a)$$

$$\pi_a = -\frac{3}{4}q_a^2 + 30q_a$$

  Maximizando o lucro de A

$$-\frac{6}{4}q_a + 30 = 0 \implies \boxed{q_a = 20}$$

  Passo 3: Calcular a produção da Firma B com base na Firma A

  Resolvendo para $q_a = 20$, encontramos:

$$q_b = 25 - \frac{1}{4}q_a \implies q_b = 25 - \frac{1}{4}(20)$$

$$\boxed{q_b = 20}$$

Portanto, no equilíbrio de Stackelberg, a Firma A produzirá 20 unidades e a Firma B produzirá 20 unidades.

Passo 4: Resta calcular os lucros

Primeiro fazemos o Preço, tal que $P = 100 - q_a - q_b = 60$, assim, podemos calcular os lucros:

Firma A: $(20 \times 60) - (100 + 45 \times (20)) \implies \boxed{\pi_a = 200}$

Firma B: $(20 \times 60) - (50 + (20)^2) \implies \boxed{\pi_b = 750}$

A pergunta que devemos nos fazer, e se A não fosse a líder, e esse fosse um equilíbrio de Cournot, qual seria o resultado?

- Questão 7 - [1,0 ponto] Bertrand

  Considere um modelo de Bertrand com diferenciação de produtos e duas empresas. A demanda da empresa 1 é dada por $q_1 = 100 - 2p_1 + p_2$ e a demanda da empresa 2 é dada por $q_2 = 100 - 2p_2 + p_1$, sendo p_1 o preço do produto da empresa 1 e p_2 o preço do produto da empresa 2. Suponha que o custo total da empresa 1 seja $C_1 = q_1$ e o custo total da empresa 2 seja $C_2 = q_2$. Determine o preço ao qual a empresa 1 irá vender o seu produto.

Solução:

Quaisquer que sejam p_1 e p_2, o lucro da empresa 1 será dado por:

$\pi_1 = RT_1 - CT_1 = (q_1 \times p_1) - (q_1) = (100 - 2p_1 + p_2)p_1 - (100 - 2p_1 + p_2)$,

$\pi_1 = 102p_1 - 2p_1^2 + p_1p_2 - 100 - p_2$.

e o lucro da empresa 2 será dado por:

$\pi_2 = RT_2 - CT_2 = (q_2 \times p_2) - (q_2) = (100 - 2p_2 + p_1)p_2 - (100 - 2p_2 + p_1)$.

$\pi_2 = 102p_2 - 2p_2^2 + p_2p_1 - 100 - p_1$.

No equilíbrio de Nash/Bertrand, cada empresa escolhe um preço que maximiza seu lucro dado o preço praticado pela outra empresa. Nesse caso, devem valer as condições necessárias de lucro máximo:

$CPO: \frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \implies 102 - 4p_1 + p_2 = 0$

$$\implies p_1 = \frac{102}{4} + \frac{1}{4}p_2$$

e $CPO: \frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 0 \implies 102 - 4p_2 + p1 = 0$

$$\implies p_2 = \frac{102}{4} + \frac{1}{4}p_1$$

Substituindo p_2 na equação de p_1, temos

$$\implies p_1 = \frac{102}{4} + \frac{1}{4}(\frac{102}{4} + \frac{1}{4}p_1)$$

$$\implies p_1 = \frac{102}{4} + \frac{102}{16} + \frac{1}{16}p_1$$

$$\implies \frac{16-1}{16}p_1 = \frac{408+102}{16} \implies \frac{15}{16}p_1 = \frac{510}{16}$$

$$\implies p_1 = \frac{510}{15}$$

Os preços praticados nesse equilíbrio são os que resolvem o sistema formado por essas duas equações:$p_1 = p_2 = 34$.Assim o preço ao qual a empresa 1 vende seu produto no equilíbrio de Bertrand é 34.

Resposta: $\boxed{p_1 = p_2 = 34}$

- Questão 8 - [2,0 pontos] - Equilíbrio Geral

  Suponha que dois consumidores, Consumidor A e Consumidor B, possuem sua preferências descritas pelas funções de utilidade $U_A(x,y) = 12x^{0,3}y^{0,2}$ e $U_B(x,y) = 31x^{1,5}y^{3,5}$, respectivamente. Esse mercado possui dois bens, x e y. Os consumidores inicialmente possuem as seguintes dotações: $w_A = (10;2,5)$ e $w_B = (10;20)$.

  a) [1 ponto] - Determine o equilíbrio Walrasiano para esse mercado.

  b) [1ponto] - Represente graficamente (Caixa de Edgeworth) a situação inicial e depois pelo equilíbrio por você sugerida em a).

  PASSO 1: Calcular as demandas ótimas utilizando $q = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{M}{p}$

$$x_A = \frac{0,3}{0,5}\frac{M_A}{P_x}; \qquad x_B = \frac{1,5}{5}\frac{M_B}{P_x} \implies x_B = 0,3\frac{M_B}{P_x}$$
$$y_A = \frac{0,2}{0,5}\frac{M_A}{P_y}; \qquad y_B = \frac{3,5}{5}\frac{M_B}{P_y} \implies y_B = 0,7\frac{M_B}{P_y}$$

  PASSO 2: Valor das Dotações - Restrição Orçamentária

  $M_A = P_x W_x^A + P_y W_y^A \implies M_A = 10P_x + 2,5P_y$

$$M_B = P_x W_x^B + P_y W_y^B \implies M_B = 10P_x + 20P_y$$

PASSO 3: Substituir M_A e M_B nas demandas ótimas

Consumidor A:

$$x_A = \frac{0{,}3}{0{,}5}\frac{M_A}{P_x} \implies \frac{3}{5}\frac{10P_x+2{,}5P_y}{P_x} \implies \boxed{x_A = 6 + 1,5\frac{P_y}{P_x}}$$

$$y_A = \frac{0{,}2}{0{,}5}\frac{M_A}{P_y} \implies \frac{2}{5}\frac{10P_x+2{,}5P_y}{P_y} \implies \boxed{y_A = 1 + 4\frac{P_x}{P_y}}$$

Consumidor B:

$$x_B = 0,3\frac{M_B}{P_x} \implies 0,3\frac{10P_x+20P_y}{P_x} \implies \boxed{x_B = 3 + 6\frac{P_y}{P_x}}$$

$$y_B = 0,7\frac{M_B}{P_y} \implies 0,7\frac{10P_x+20P_y}{P_y} \implies \boxed{y_B = 14 + 7\frac{P_x}{P_y}}$$

PASSO 4: Equilíbrio no mercado dos bens x e y

Mercado de x: $x_A + x_B = W_x^A + W_x^B$

$$6 + 1,5\frac{P_y}{P_x} + 3 + 6\frac{P_y}{P_x} = 10 + 10 \implies \boxed{\frac{P_y}{P_x} = \frac{22}{15}}$$

Mercado de y: $y_A + y_B = W_y^A + W_y^B$

$$1 + 4\frac{P_x}{P_y} + 14 + 7\frac{P_x}{P_y} = 2,5 + 20 \implies \boxed{\frac{P_x}{P_y} = \frac{15}{22}}$$

PASSO 5: Substituindo o relativo de preços nas demandas ótimas

$$x_A = 6 + 1,5\frac{P_y}{P_x} \implies x_A = 4 + 5 \implies \boxed{8,2 = x_A}$$

$$y_A = 1 + 4\frac{P_x}{P_y} \implies y_A = 1,5 + 6(1/5) \implies \boxed{3,72 = y_A}$$

$$x_B = 3 + 6\frac{P_y}{P_x} \implies x_B = 1 + 2(5) \implies \boxed{11,8 = x_B}$$

$$y_B = 14 + 7\frac{P_x}{P_y} \implies y_B = 9(1/5) + 18 \implies \boxed{18,77 = y_B}$$

Resposta: $\boxed{A = (8,2; 3,72); B = (11,8; 18,77)}$