UERJ - UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
IME - INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Disciplina: IME 1 10828 - Cálculo IV (2023/1) Turma: 1
Prof.^{a} Cristiane Oliveira de Faria

Trabalho da P2 (20/07/2023)

1. Uma parede com espessura de 1ft e dimensão infinita nas outras dimensões (por isso, podem ser desprezadas) tem uma temperatura inicial uniforme ($T_i = 100^o F$). A temperatura da superfície T_s em ambos lados é aumentada para $300^o F$. A parede é composta por uma liga de ferro e níquel com difusividade igual a $\alpha = 0,1 ft^2/hora$. Estamos interessados no cálculo da distribuição de temperatura dentro da parede, como uma função do tempo. A equação governante para resolver é a equação do calor unidimensional, que em coordenadas cartesianas é:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Use o seguinte método de discretização para resolver o problema:

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{\alpha \Delta t}{(\delta x)^2}\left(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n\right)$$

que tem ordem de convergência $\Delta t, (\Delta x)^2$ e a solução é condicionalmente estável satisfazendo a seguinte relação

$$\frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2}$$

Encontre a solução aproximada no tempo final $t_f = 0,1 hora$ usando os seguintes tamanhos de passos

(a) $\Delta x = 0,05$ e $\Delta t = 0,01$

(b) $\Delta x = 0,05$ e $\Delta t = 0,05$.

Compare com a solução exata deste problema dada por

$$T = T_s + 2(T_i - T_s)\sum_{m=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \alpha t} \frac{1-(-1)^m}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)$$