

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа электроники, фотоники и молекулярной физики

Лабораторная работа Лазерный гироскоп

Работу выполнили:

Нечаева Дарья, Б04-105

Салтыкова Дарья, Б04-105

Сифат Хасиб, Б04-105

Шмаков Владимир, Б04-105

1 Теоретические сведения

1.1 Пассивный интерферометр Саньяка

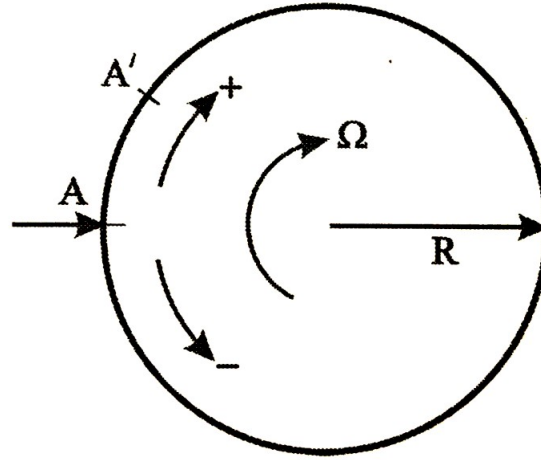


Рис. 1: Кольцевой интерферометр Саньяка

В основе работы лазерного гироскопа лежит эффект Саньяка, заключающийся в том, что во вращающемся оптическом контуре две волны, распространяющиеся из одной точки в противоположных направлениях, возвращаются в исходную точку в разные моменты времени, то есть длина оптического контура по и против направления вращения становится различной.

В неподвижном интерферометре время обхода светового контура для обеих волн одинаково и равно

$$t = \frac{2\pi R}{c},$$

где c – скорость света внутри контура.

Во вращающемся с постоянной угловой скоростью Ω [рад/с] интерферометре за время прохода волн по контуру точка их встречи A успевает переместиться в A' . В результате время прохождения волн по контуру становится различным и может быть найдено из уравнения

$$2\pi R \pm R\Omega t_{\pm} = ct_{\pm},$$

откуда

$$t_{\pm} = \frac{2\pi R}{c \mp R\Omega}.$$

Индекс «+» относится к волне, проходящей по контуру в направлении его вращения.

Разность времен обхода контура встречными волнами равна $\Delta t = t_+ - t_-$, откуда в первом приближении (учитывая, что $R\Omega \ll c$) следует $\Delta t = \frac{4\pi\Omega R^2}{c^2}$.

Отсюда легко получить выражение для разности оптических путей обхода светового контура встречными волнами:

$$\Delta L = c\Delta t = \frac{4\pi\Omega R^2}{c} = \frac{4S\Omega}{c},$$

где S – площадь, охватываемая оптическим контуром. Данное выражение, выведенное нами для идеального кольцевого светового контура, верно и для произвольной конфигурации интерферометра.

Разность хода встречных световых пучков, возникающая во вращающемся интерферометре Саньяка, может быть использована для определения скорости его вращения.

1.2 Кольцевой лазер как датчик вращения

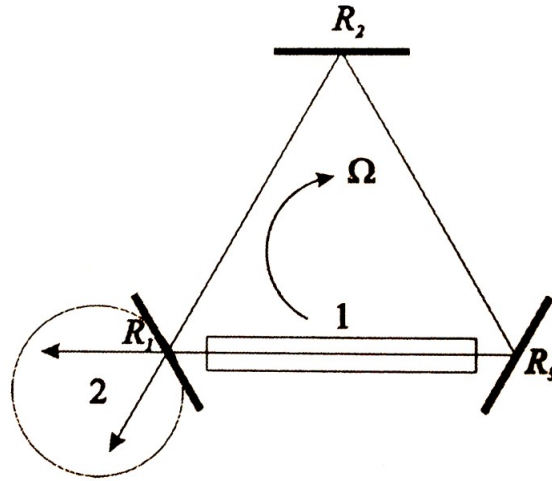


Рис. 2: Трехзеркальный лазерный гироскоп: R_1, R_2, R_3 – зеркала резонатора, 1 – активная среда, 2 – смеситель с фотодетекторами

Как следует из предыдущего выражения, пассивный интерферометр Саньяка малоприменим для практического использования, поскольку величина разности путей обхода оптического контура встречными волнами оказывается меньше длины волны используемого излучения. Например, для $S = 1 \text{ м}^2 \Omega = 2\pi \text{ рад/с}$ получаем $\Delta L = 0.08 \text{ мкм} \ll \lambda = 0.633 \text{ мкм}$. Чувствительность интерферометра можно несколько повысить, если оптический контур выполнить в виде спирали. Это используется в волоконных гироскопах, в которые световая волна заводится извне.

К кардинальному повышению чувствительности оптического гироскопа приводит помещение в интерферометр Саньяка активного элемента, т. е. превращение его в активный интерферометр – кольцевой лазер. Лазерный гироскоп состоит из резонатора, образованного как минимум тремя зеркалами, кюветы с возбужденной активной средой, смесителя и двух фотоприемников. Принцип работы лазерного гироскопа основывается на наблюдении разности частот, генерируемых в кольцевом лазере встречных волн, которая возникает из-за неравенства оптических длин резонатора для встречных волн при его вращении. Как известно, частота генерации лазера определяется из условия

$$\nu_m = m \frac{C}{L}, m = 1, 2, 3, \dots$$

Здесь L – длина резонатора. Во вращающемся лазере частоты генерации встречных волн для продольной моды « m » будут определяться соответствующими длинами оптического пути L_+ и L_- :

$$\nu_{\pm} = \frac{mc}{L \pm \Delta L/2}.$$

Получаем для разности частот генерации встречных волн следующую формулу:

$$\Delta\nu = \nu_- - \nu_+ = \frac{4S\Omega}{L\lambda}.$$

Измерение разности частот производится путем наблюдения интерференционной картины, получающейся при смещении встречных волн. Учитывая почти параллельность совмещаемых световых волн и малость разности их частот по сравнению с частотой генерации лазера, можно получить выражение для интенсивности света в точке x :

$$I = I_0(1 + \cos(\frac{2\pi \varepsilon x}{\lambda} + \Delta\omega t + \phi)).$$

Здесь ϕ – постоянный сдвиг фаз, $\varepsilon = 2n\theta$ – угол расхождения волн, n – показатель преломления призмы, θ – отклонение угла при вершине призмы от 90° , $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu$. Из формулы видно, что при вращении гироскопа интерференционная картина бежит со скоростью, пропорциональной угловой скорости его вращения. Установив два фотоприемника на расстоянии в четверть ширины полосы интерференционной линии, равной $\lambda/2n\theta$, можно подсчитать число интерференционных полос, прошедших в одном и другом направлениях, и определить направление и угол поворота лазерного гироскопа.

При вращении кольцевого лазера с постоянной угловой скоростью Ω число полос, пробегающих мимо фотоприемников за время t , равно

$$N = \int_0^t \Delta\nu dt = \frac{4S}{\lambda L} \gamma,$$

где γ – полный угол поворота кольцевого лазера. Согласно (Формула 9), один импульс на фотоприемнике соответствует углу поворота $\lambda L/4S$ рад. Эту величину называют ценой импульса, а обратную ей величину $K = 4S/\lambda L$ – масштабным коэффициентом. Зависимость

$$\Delta\nu = f(\Omega) = K\Omega$$

называется выходной характеристикой кольцевого лазерного гироскопа. Поскольку в идеальном кольцевом лазере зависимость между частотой биений встречных волн и угловой скоростью – линейная, можно ввести величину угловой частоты биений

$$\Omega' = 2\pi\Delta\nu = 2\pi K\Omega$$

включающую в себя масштабный коэффициент K .

2 Экспериментальная установка

Схема исследуемого кольцевого четырёхзеркального лазерного гироскопа представлена на рис. 3 (справа). У этого гироскопа присутствуют несколько отличительных особенностей:

1. Активная среда заполняет весь резонатор
2. Газоразрядные промежутки имеют общий катод
3. В резонаторе возбуждаются оптические колебания не с линейной, а с круговой поляризацией
4. Два из четырёх зеркал помещены на пьезокерамические элементы, с помощью которых длина резонатора может поддерживаться постоянной.

Зеемановский непланарный гироскоп имеет непланарный четырёхзеркальный резонатор (рис. 3), в котором одно зеркало сферическое, а три других плоские. Можно считать, что оптический

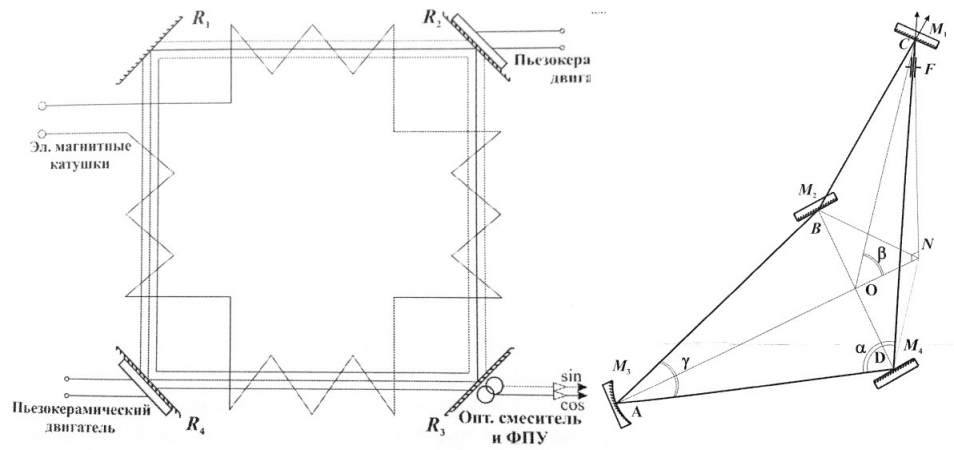


Рис. 3: слева - оптическая схема четырёхзеркального гироскопа с зеемановской подставкой, справа - оптическая система непланарного резонатора

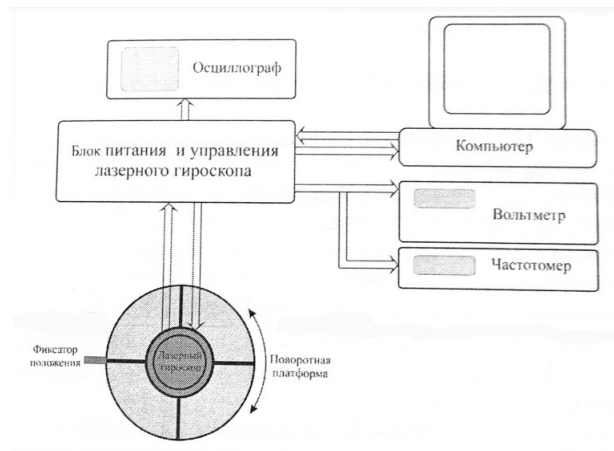


Рис. 4: Экспериментальная установка

контур симметричный, то есть все стороны плеч резонатора равны. Углы падения на зеркала и углы между плоскостями падения от одного зеркала к другому также одинаковые и определяются углом излома резонатора β .

Использование непланарного резонатора приводит к повороту при каждом отражении от зеркала поперечного распределения поля моды на угол, соответствующий углу между плоскостями падения на соседние зеркала, и в результате к расщеплению частот для мод с ортогональными поляризациями. Расщепление частоты для мод с левой и правой круговой поляризацией оказывается равным: $\Delta\nu_{rl} = \frac{c}{L} \frac{\rho}{\pi}$, где $\rho = \sum_i \phi_i$ – суммарный угол поворота поперечного распределения моды за обход резонатора, а ϕ_i – поворот распределения поля на каждом зеркале. В зеемановском двухчастотном гироскопе $\phi_i = \pi/8$, $\rho = \pi/2$, $L = 0,2$ м, что даёт сдвиг частот $\Delta\nu_{rl} = 749,48$ МГц, что есть половина интервала между продольными модами.

Благодаря круговым поляризациям волн, лазер очень чувствителен к магнитному полю, поскольку при наложении магнитного поля параллельно оптической оси резонатора контур усиления активной среды расщепляется надвое – для волн с встречным вращением вектора поляризации. Из-за эффекта затягивания частоты каждая из встречных волн затягивается к центру своего контура усиления. В результате этого можно искусственно создавать разность частот встречных волн, что позволяет имитировать вращение гироскопа.

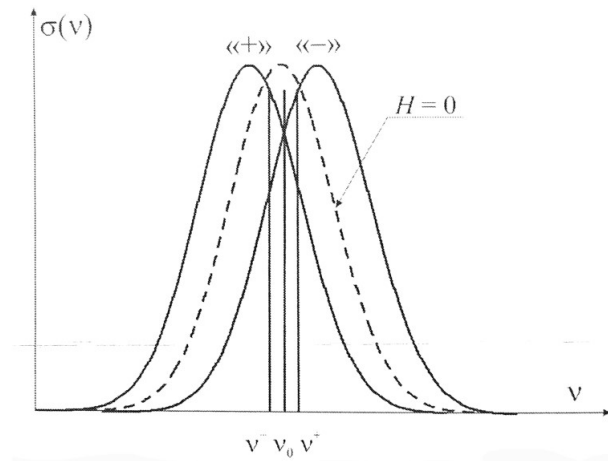


Рис. 5: Расщепление контуров усиления активной среды в магнитном поле, приводящее к расщеплению частот встречных волн

3 Ход работы

3.1 Вычисление угловой скорости вращения Земли

Проведем измерения для разных ориентаций гироскопа при левой и правой поляризациях мод.

N	1	2	3	4
$\Omega, ^\circ/\text{ч}$	33,822	-3,298	9,763	0,518

Среднее арифметическое значений, полученных при измерениях на ортогональных поляризациях исключает случайную ошибку измерения. Измерение при разном направлении оси чувствительности исключает постоянную ошибку измерения. Тогда итоговое значение:

$$\Omega = \frac{\frac{\Omega_1 + \Omega_3}{2} - \frac{\Omega_2 + \Omega_4}{2}}{2} = 11,85 ^\circ/\text{ч}.$$

Истинное значение на широте $55^\circ 55'46''$ (площадь перед НК):

$$\Omega_{\text{ист}} = 15 \cdot \sin(55,929^\circ) = 12,425 ^\circ/\text{ч}.$$

Неточность, составляющая $\varepsilon = 4,62\%$, может быть связана с неисправностью гироскопа (он может быть недостаточно прогрет) или ошибкой накопления данных.

Установим гироскоп с направлением оси чувствительности вертикально вверх по линии отвеса. Запустим измерение средней угловой скорости и снимем результат после появления его на экране ноутбука.

$$\Omega_1 = 18,227 ^\circ/\text{ч},$$

Теперь установим гироскоп с направлением оси чувствительности вертикально вниз по линии отвеса. Снова запустим измерение средней угловой скорости и снимем результат после появления его на экране ноутбука.

$$\Omega_2 = 6,4723 ^\circ/\text{ч},$$

Разность этих скоростей будет являться угловой скоростью вращения Земли на данной широте.

$$\Omega = 11,755 \text{ }^\circ/\text{ч},$$

В данном случае ошибка равна $\varepsilon = 5,39\%$. Значения, полученные экспериментально почти не отличаются.

3.2 Снятие выходной характеристики кольцевого лазерного гироскопа

Построим графики зависимости частоты биений от силы тока, прикладываемого к магнитным катушкам, для различных токов накачки.

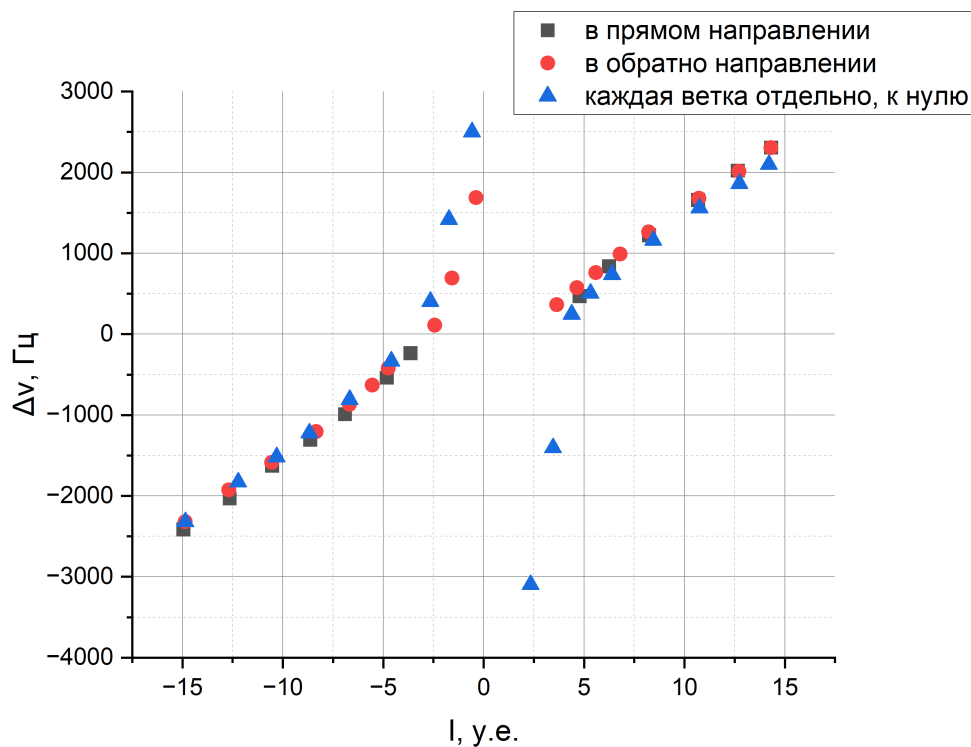


Рис. 6: Ток накачки $I_n = 1,2 \text{ мА}$. $V = 92,3 \text{ В}$

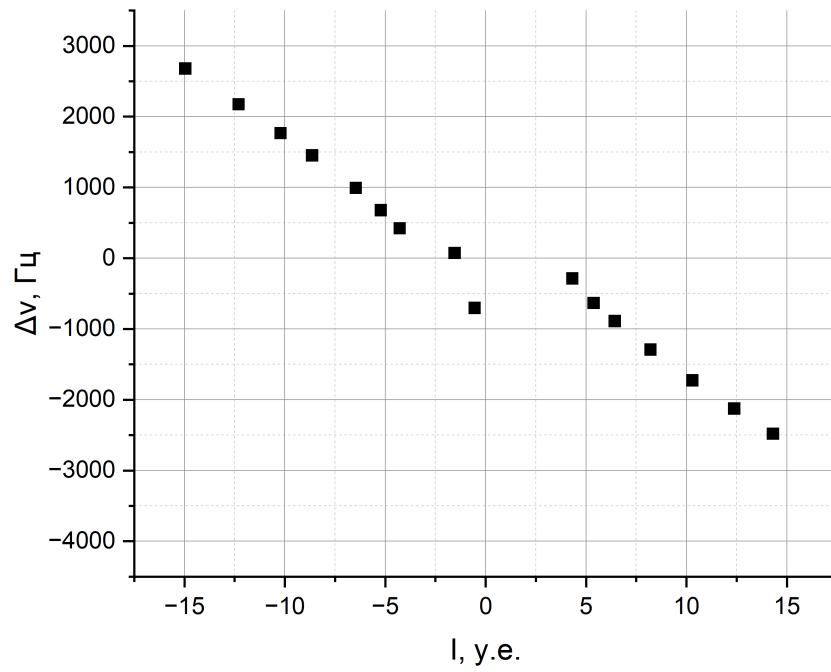


Рис. 7: Ток накачки $I_n = 1,2$ мА. Смена поляризации. $V = 113,2$ В

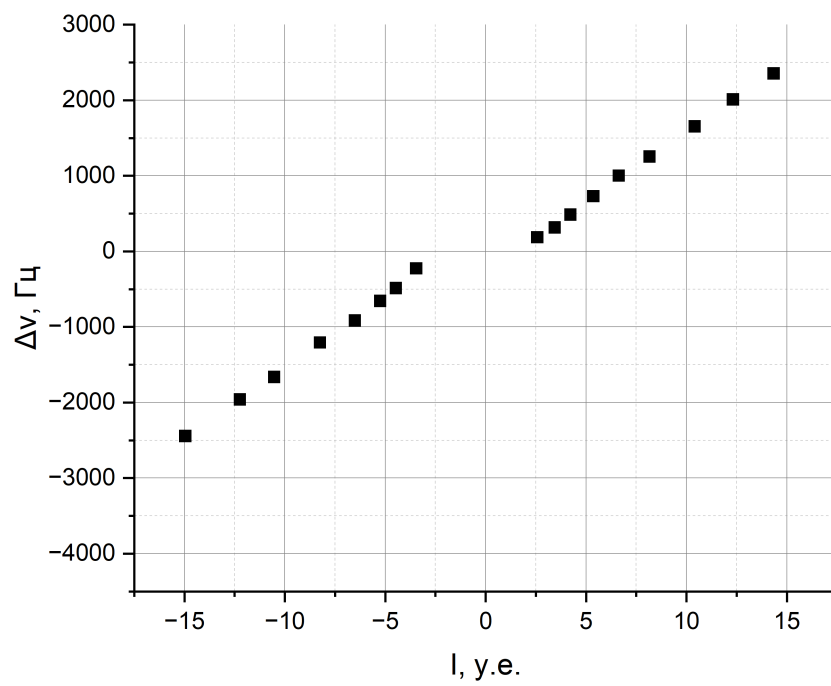


Рис. 8: Ток накачки $I_n = 1,3$ мА. $V = 88,8$ В

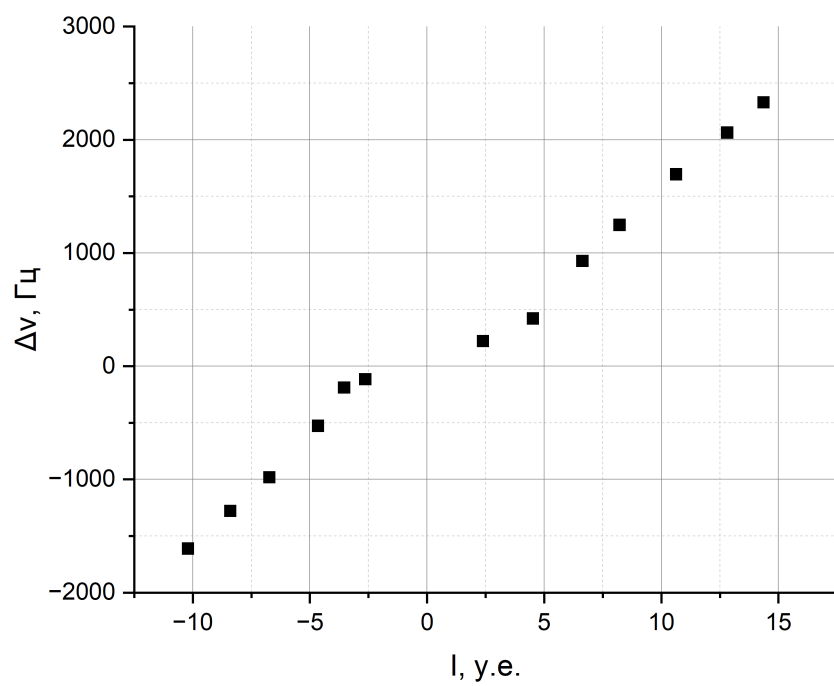


Рис. 9: Ток накачки $I_n = 1,4$ мА. $V = 88,8$ В

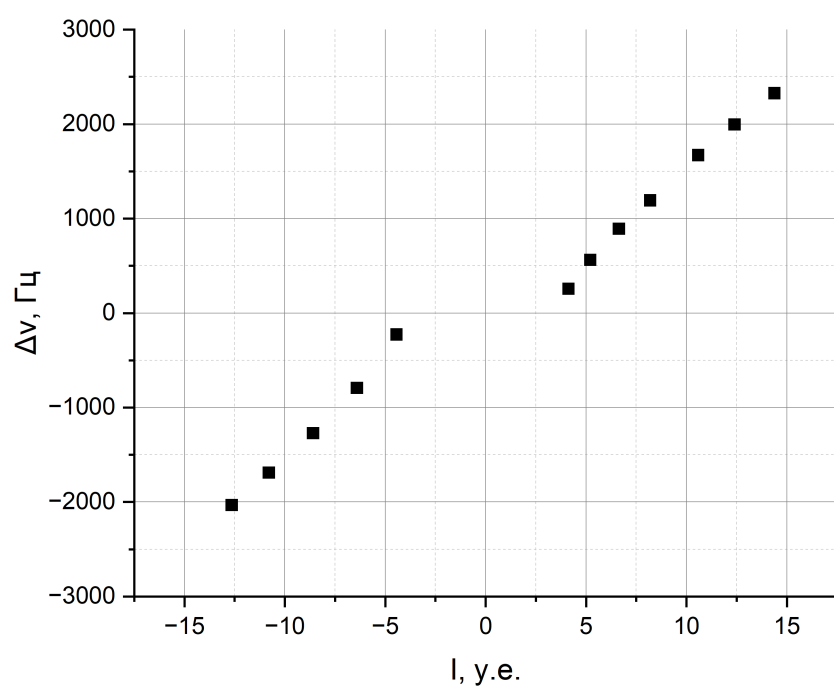


Рис. 10: Ток накачки $I_n = 1,5$ мА. $V = 88,8$ В

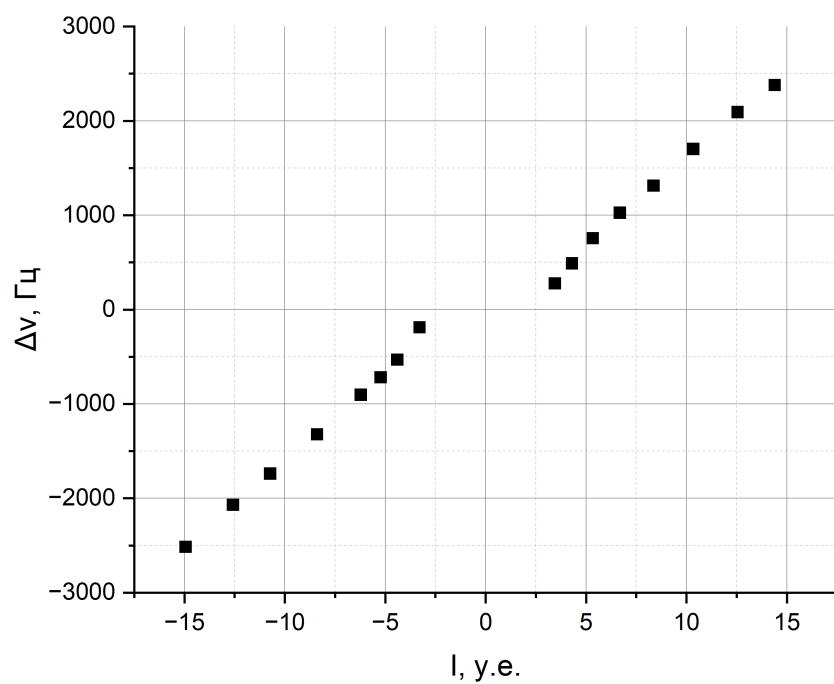


Рис. 11: Ток накачки $I_n = 1,6$ мА. $V = 88,8$ В

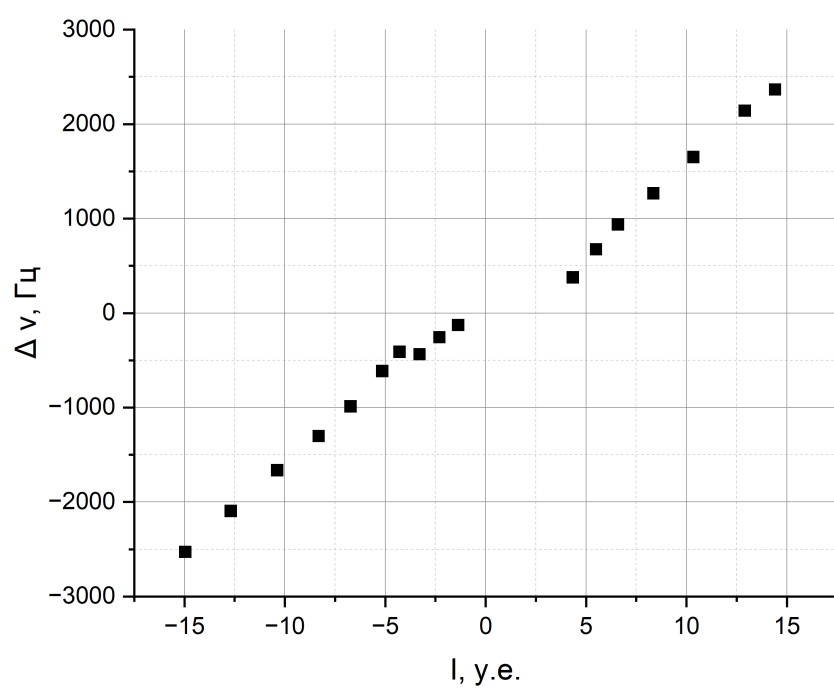


Рис. 12: Ток накачки $I_n = 1,7$ мА. $V = 88,8$ В

По экспериментальным графикам переведем условные единицы в известные. Коэффициент перевода примерно равен 160.

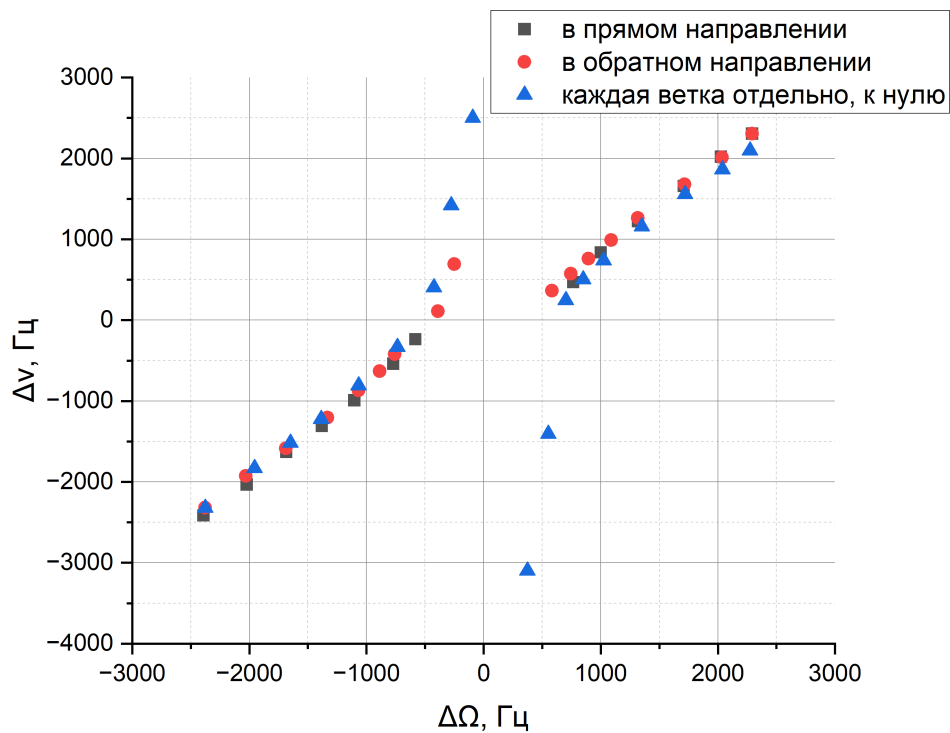


Рис. 13: Ток накачки $I_n = 1,2$ мА. $V = 92,3$ В

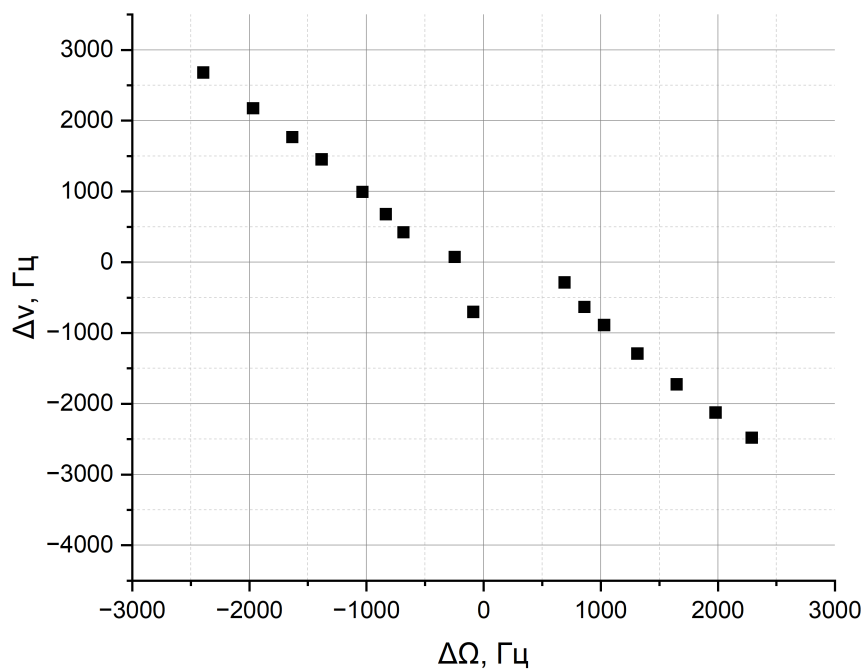


Рис. 14: Ток накачки $I_n = 1,2$ мА. Смена поляризации. $V = 113,2$ В

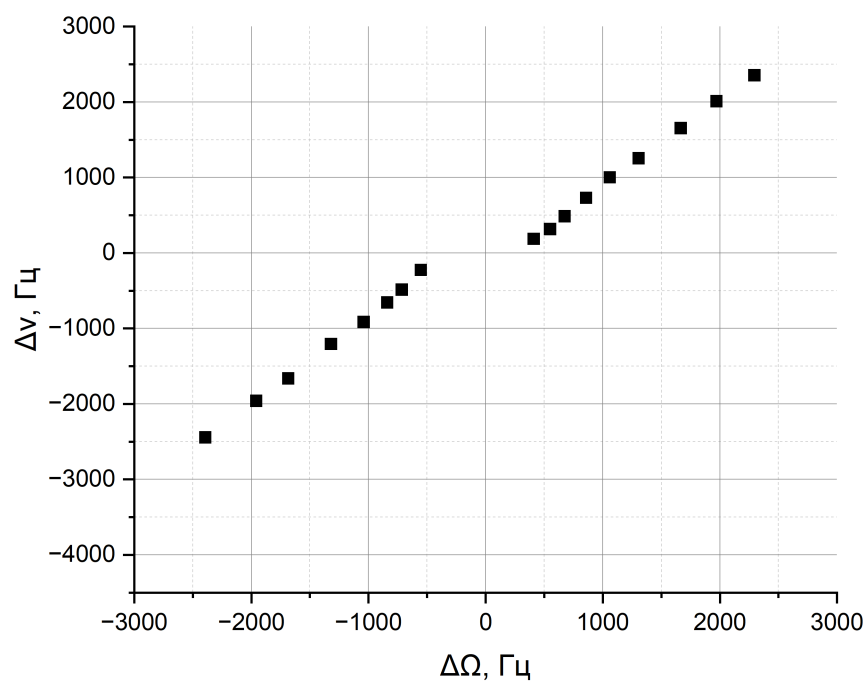


Рис. 15: Ток накачки $I_H = 1,3$ мА. $V = 88,8$ В

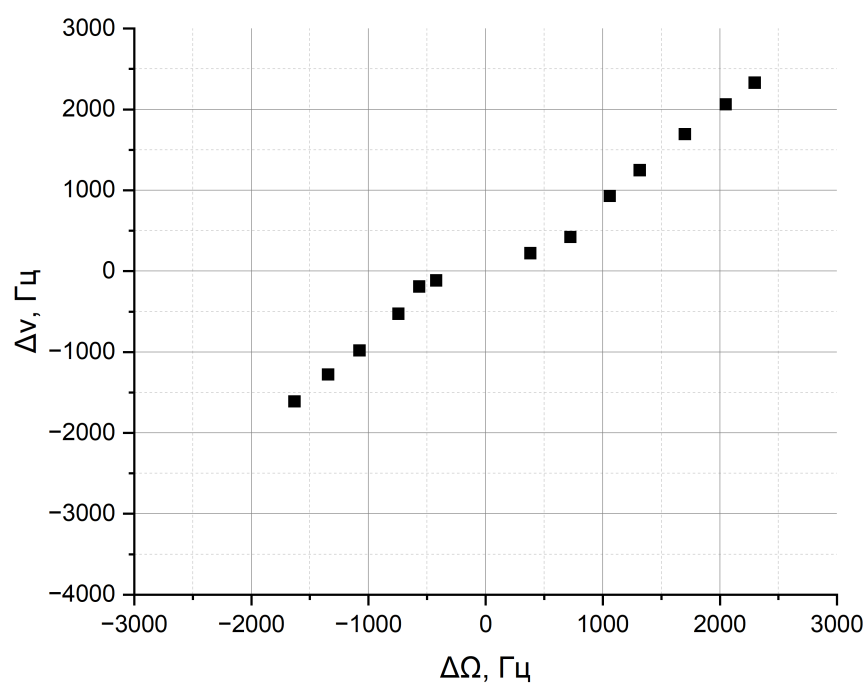


Рис. 16: Ток накачки $I_H = 1,4$ мА. $V = 88,8$ В

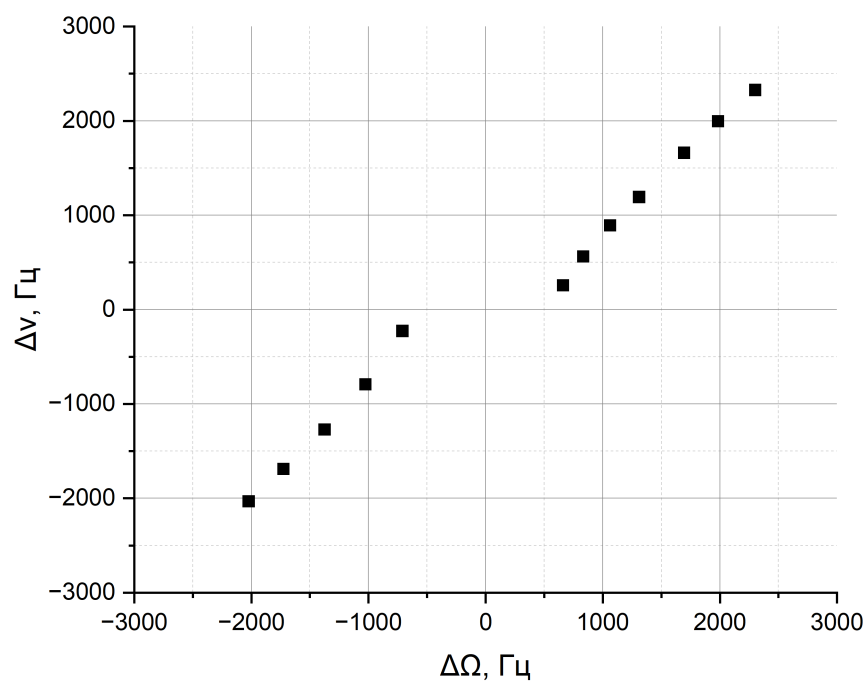


Рис. 17: Ток накачки $I_H = 1,5$ мА. $V = 88,8$ В

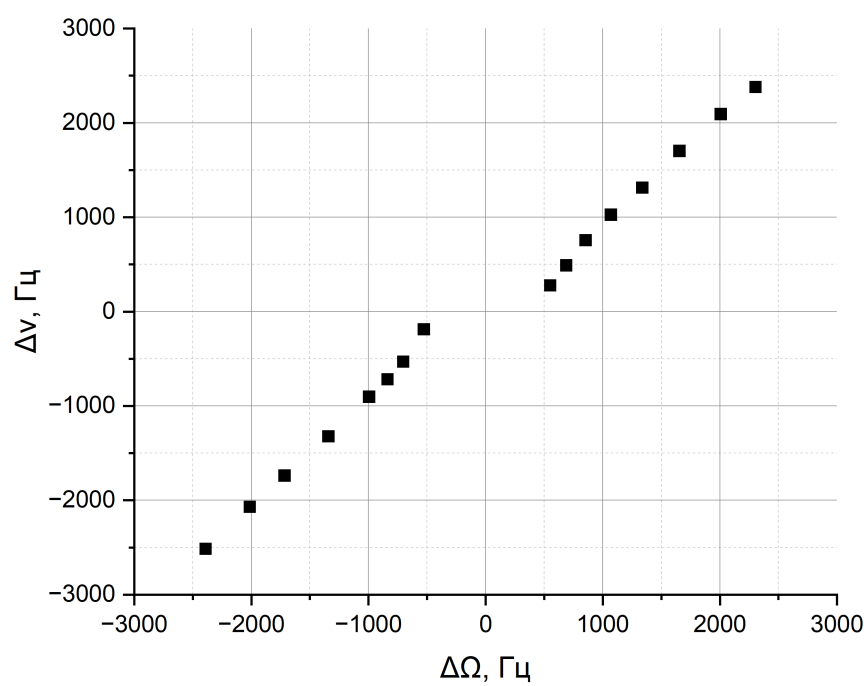


Рис. 18: Ток накачки $I_H = 1,6$ мА. $V = 88,8$ В

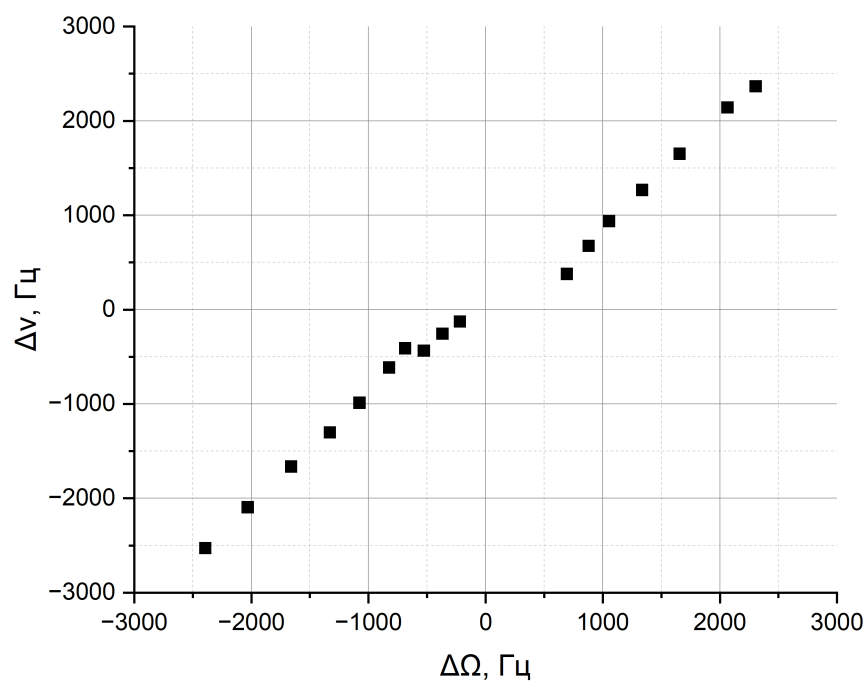


Рис. 19: Ток накачки $I_H = 1,7$ мА. $V = 88,8$ В

Построим зависимость области захвата от тока накачки.

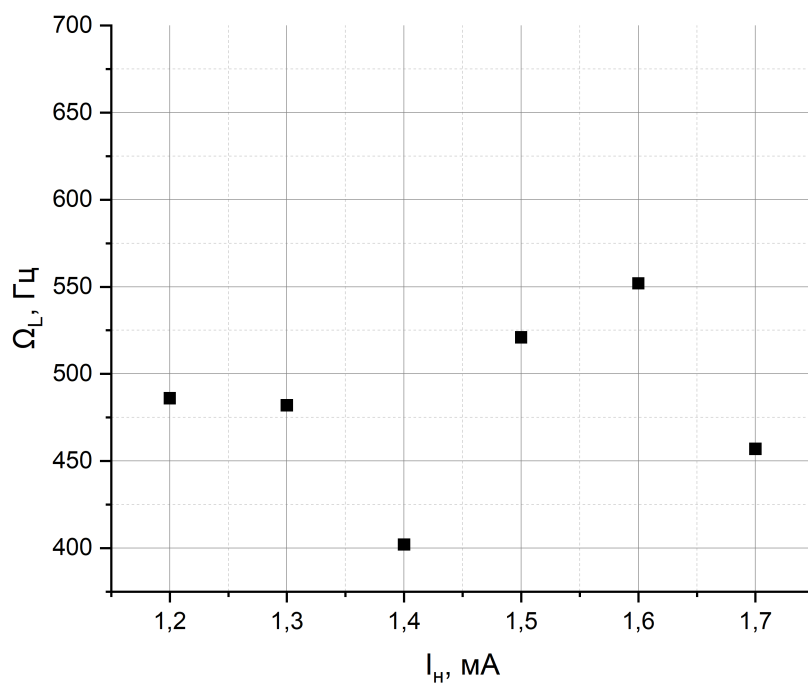


Рис. 20: Зависимость области захвата от тока накачки

4 Вывод

В ходе работы был изучен принцип работы датчика вращения на основе кольцевого гелий-неонового лазера, измерены его характеристики, а также с его помощью измерена скорость вращения Земли.

Как видим, полученные выходные частотные характеристики на разных поляризациях симметричны относительно центра координат, что согласуется с теорией.

Для скорости вращения Земли получены результаты:

$$\Omega_1 = 11,85^\circ/\text{ч}, \Omega_2 = 11,755^\circ/\text{ч},$$

что расходится с истинным значением для нашей широты ($12,425^\circ/\text{ч}$) на $\varepsilon_1 = 4,62\%$ и $\varepsilon_2 = 5,39\%$ соответственно. Погрешность лазерного гироскопа по порядку величины составляет $\approx 10^{-4}$, что значительно меньше полученной нами ошибки. Вероятно, неточность связана с какой-либо неисправностью гироскопа. Возможно, необходимо было выбрать другую пару ортогональных мод и подстраивать ее точнее.

5 Задачи

1. В чем недостатки пассивного интерферометра Саньяка? Какова должна быть площадь интерферометра Саньяка, чтобы можно было измерить угловую скорость вращения земли? Длина волны кольцевого лазера 633 нм, разрешение интерферометра по разности фаз $\pi/4$.

Величина разности путей обхода оптического контура встречными волнами оказывается меньше длины волны испускаемого излучения.

Разность оптических путей в интерферометре Саньяка:

$$\Delta L = \frac{4S\Omega}{c}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L$$

Угловая скорость вращения Земли: $\Omega = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600}$ рад/с.

$$S = \frac{\lambda c}{32\Omega} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 633 \cdot 10^{-9} \cdot 24 \cdot 3600}{32 \cdot 2\pi} \approx 82 \cdot 10^3 \text{ м}^2$$

2. Выведите выражение $I = I_0(1 + \cos(\frac{2\pi\epsilon x}{\lambda} + \Delta\omega t + \phi))$.

Как известно из принципа суперпозиции, амплитуды электромагнитных волн складываются по правилу треугольника

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \cos\Delta\varphi$$

Так как квадрат напряженности пропорционален интенсивности, получаем:

$$I_1 \approx I_2, I \approx I_0(1 + \cos\Delta\varphi) \text{ где } \Delta\varphi - \text{разность фаз.}$$

В данную разность фаз входят постоянный сдвиг фаз ϕ , угол расхождения волн $2n\theta$ (связан с прохождением луча призмы), набег фазы $2\pi\Delta\nu t$, связанный с разностью частот волн $\Delta\nu$

3. Почему настройка на максимум кривой усиления производится по амплитуде сигнала биений и максимуму частоты биений?

Биения можно представить в виде суммы двух волн одинаковой амплитуды:

$$x(t) = x_0(\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t) = 2x_0 \cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t \cdot \cos\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t = A(t) \cdot \cos\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t,$$

где $A(t)$ - амплитуда биений.

$$A(t) = 2x_0 \cdot \cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t.$$

Ее максимальная частота будет являться разностью между частотами встречных волн.

В случае зеемановского резонатора каждая волна затягивается к центру своего контура усиления (встречные волны поляризованы ортогонально). Зная разность частот вычислим частоту вращения гироскопа:

$$\Delta\nu = \nu_- - \nu_+ = \frac{4S\Omega}{L\lambda}.$$

4. Какой из эффектов, определяющих погрешности лазерного гироскопа представляет наибольшую проблему?

Как известно, основных эффектов, представляющих погрешности для лазерного гироскопа, всего три: сдвиг нуля, изменение масштабного коэффициента и влияние синхронизации встречных волн. Из этих эффектов наиболее заметным и трудноустраняемым можно назвать влияние синхронизации встречных волн (захват частоты). Поскольку этот процесс нелинеен, его труднее

исключить из получаемых зависимостей, тем более, что при вращении гироскопа со скоростью, меньшей пороговой, происходит захват частоты и измерение угловой скорости становится затруднительно.

5. Почему нельзя измерить угловую скорость по разности фаз встречных волн внутри зоны захвата?

При вращении лазерного гироскопа со скоростью, меньшей некоторого критического значения, называемого порогом захвата, частоты противоположно направленных бегущих волн в лазерном гироскопе синхронизируются, а частота биений становится равной нулю. При вращении лазерного гироскопа со скоростью меньше пороговой измерение угловой скорости становится затруднительным.

6. В чем физическая сущность эффекта Зеемана?

Эффект Зеемана – эффект расщепления спектральной линии на несколько компонентов в присутствии статического магнитного поля. Эффект обусловлен тем, что в присутствии магнитного поля B электрон, обладающий магнитным моментом $\vec{\mu}$, приобретает дополнительную энергию $\Delta E = \mu B$. Приобретенная энергия приводит к снятию вырождения атомных состояний по полному квантовому числу m_j и расщеплению атомных спектральных линий.

$$\Delta\nu_z = \frac{gB}{h} H = \frac{ge}{4\pi m_e} H$$

7. Вычислите масштабный коэффициент для кольцевого гелий-неонового лазера с длиной резонатора 20 см и площадью контура 25 см² и сравните результат с экспериментальным значением.

$$K = \frac{4S}{\lambda},$$

$$K = \frac{4 \cdot 25}{0.633 \cdot 20} \approx 78989 \text{ рад}^{-1}$$

8. Оцените зону захвата для гироскопа с параметрами, указанными в вопросе 7. Коэффициент рассеяния зеркал $R_s = 0,3\%$. Амплитуды встречных волн считать одинаковыми. Возможно ли измерить угловую скорость вращения Земли при помощи такого гироскопа, не используя частотные подставки?

Мощность, рассеянная в направлении встречного луча:

$$R \approx R_s \frac{\lambda}{2\pi\omega_0}$$

$\omega_0 = 0,53$ мм - радиус перетяжки.

$$\Omega \approx \frac{c}{L} \frac{\lambda}{2\pi\omega_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,2} \frac{0,003 \cdot 633 \cdot 10^{-9}}{2\pi 0,53 \cdot 10^{-3}} = 534 \text{ Гц}$$

9. Каким образом при помещении активной среды зеемановского лазерного гироскопа в магнитное поле происходит расщепление частот встречных волн?

В расщеплении частот встречных волн играют роль сразу два эффекта: эффект Зеемана и затягивание частоты генерации

10. В чем отличия механического гироскопа от лазерного и от интерферометра Саньяка?

Механический гироскоп по принципу работы фундаментально отличается от лазерного. Его работа основана на законе сохранения момента импульса, за счет которого он сохраняет свое направление при поворотах тела на котором он установлен. Лазерный гироскоп и интерферометр Саньяка для своей работы используют эффект Саньяка, который заключается в появлении

фазового сдвига встречных волн при распространении во вращающемся кольцевом контуре. В отличие от механического гироскопа, такие устройства не сохраняют своего положения в пространстве и измеряют не угол, а угловую скорость, которая определяется по частоте сдвига интерференционной картинки, попадающей на оптические датчики. В основе работы лазерного гироскопа лежит постулат о постоянстве скорости света.

11. Каковы аналоги явления захвата частоты в механике и электричестве?

В механике широко известно явление синхронизации, когда два или несколько независимых осцилляторов колеблющихся с разными параметрами (фаза, частота), при наличии связи между ними, со временем, начинают синхронизироваться (примером может послужить синхронизация метрономов на общей подвижной платформе). В радиотехнике также присутствует аналогичный эффект. В качестве примера можно привести синхронизацию электронных часов внешним воздействием высокостабильного генератора, в результате которой обеспечивается высокая точность времени в системе транспорта. Синхронизация мощных генераторов периодических колебаний с помощью слабого воздействия от внешнего высокостабильного генератора позволяет существенно улучшить их характеристики, такие как стабильность частоты, флуктуации амплитуды и фазы и другие

12. В чем сущность явления затягивания частоты в лазере?

Явление затягивания частоты к центру контура связано аномальной дисперсией активной среды. Показатель преломления вещества зависит от длины волны. Для частот меньших центральной, показатель преломления уменьшается, за счет чего резонансные частоты соответствующих мод растут и сдвигаются к центру линии. Для мод с частотами большими центральной, показатель преломления становится больше, резонансные частоты меньше. Т.е. все частоты сдвигаются ближе к центру.

13. Рассчитайте разность хода встречных волн для вращающегося со скоростью Земли лазерного гироскопа с параметрами, указанными в вопросе 7.

$$\Delta L = \frac{4SW}{c}$$

$$\Delta L = \frac{4 \cdot 25 \cdot \frac{0,01\pi}{180}}{3 \cdot 10^{10} \cdot 3600} = 1,6 \cdot 10^{16} \text{ м} = 0,16 \text{ фм}$$

14. Определите величину частотной подставки, создаваемой эффектом Зеемана, если ширина контура усиления $\Delta\nu_0 = 1,5$ ГГц, продольное магнитное поле $H = 7,5$ Э, пропускание выходного зеркала $T = 0,05\%$, периметр резонатора $L = 20$ см, $G_0/k \approx 2$.

$$\Delta\nu \approx 2 \frac{G_0}{k} \frac{\Delta\nu_z \Delta\nu_r}{\Delta\nu_0}$$

$$\Delta\nu_r = \frac{\gamma c}{2\pi L} = \frac{0,05\% \cdot 3 \cdot 10^8}{2\pi \cdot 0,2} = 1,19 \cdot 10^7 \text{ Гц}$$

$$\Delta\nu_z = \frac{g\mu_B}{h} H = \frac{1,3 \cdot 927,4 \cdot 10^{-26}}{6,63 \cdot 10^{-34}} \cdot 7,5 \cdot 10^{-4} = 1,36 \cdot 10^7 \text{ Гц}$$

$$\Delta\nu \approx 4,3 \cdot 10^3 \text{ Гц}$$

15. Рассчитать, как изменится чувствительность (величина масштабного коэффициента) лазерного гироскопа в том случае, если в нем использовать волоконный кольцевой резонатор в виде волокна намотанного на катушку, в котором в начале был один виток, а потом N витков?

$$K = \frac{4S}{\lambda L},$$

$$S = 2\pi RL, S_N = 2\pi RNL$$

Длина также увеличится в N раз

Чувствительность не изменится