

PART 02 অনুশীলন Practice

শিখন অর্জন যাচাই

- দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ সম্পর্কে ধারণা লাভ করব।
- দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান যোগ্যতা সম্পর্কে জানতে পারব।
- সমাধানের চারটি পদ্ধতি সম্পর্কে বিশদ ধারণা লাভ করব।

শিখন সহায়ক উপকরণ

- ছক কাগজ।
- সরল সহসমীকরণের পদ্ধতির আলোচনা সংবলিত পোস্টার।
- পাঠ্যবইয়ের সমস্যা ও কার্যাবলি।

ক্যালকুলেটরের সাহায্যে তাত্ত্বিক সমাধানের কৌশল

দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান নির্ণয় :

প্রথমে EQN MODE select করে $anX + bnY = cn$ আকার select করতে হবে। পর্যায়ক্রমে উভয় সমীকরণের প্রত্যেক পদের সহগ এবং বাটন চাপতে হবে। এরপর প্রথমবার \Rightarrow বাটন চেপে X এর মান এবং দ্বিতীয়বার \Rightarrow বাটন চেপে Y এর মান নির্ণয় করা যায়।

যেমন : সমাধান কর : $7x - 3y = 31$ এবং $9x - 5y = 41$ । [অনুশীলনী-১২.২ এর ১নং]

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

EQN MODE এবং $anX + bnY = cn$ আকার select : MODE SETUP 5 1 D Math

এরপর : 7 = - 3 = 3 1 = 9 = - 5 = 4 1 =

\Rightarrow 4; যা x এর মান X = D Math 4

\Rightarrow -1; যা y এর মান Y = D Math -1

অনুবৃপ : অনুশীলনী - ১২.২ এর উদাহরণ ২ - ৬ নং; সাধারণ প্রশ্ন ২, ৫, ৭ - ১২ নং; অনুশীলনী - ১২.৩ এর উদাহরণ ৮ - ১০ নং, সাধারণ প্রশ্ন ১ - ৮ নং; অনুশীলনী - ১২.৪ এর বহুনির্বাচনি ২, ৩ নং।

অধ্যায় ১২ অনুশীলনী ১২.১ সরল সহসমীকরণ



সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

নিচের সরল সহসমীকরণগুলো সমজস্য/অসমজস্য, পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল কিনা যুক্তিসহ উল্লেখ কর এবং এগুলোর সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর :

প্রশ্ন ১) $x - y = 4$
 $x + y = 10$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$

x -এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$ বা, 1

y -এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{1}$ বা, -1

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{4}{10}$ বা, $\frac{2}{5}$

আমরা পাই, $\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1}$

অতএব সমীকরণ জোড়টি সমজস্য ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোড়টির একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ২) $2x + y = 3$
 $4x + 2y = 6$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$

x -এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{4}$ বা, $\frac{1}{2}$

y -এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা, $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

∴ সমীকরণ জোড়টি সমজস্য ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণ জোড়টির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ৩ ▶ $x - y - 4 = 0$
 $3x - 3y - 10 = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $\begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ 3x - 3y - 10 = 0 \end{cases}$

x-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{3}$

y-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{1}{3}$ বা, $\frac{1}{3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{4}{-10}$ বা, $\frac{2}{5}$

আমরা পাই, $\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{4}{10}$

∴ সমীকরণ জোড়টি অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোড়টির কোনো সমাধান নেই।

প্রশ্ন ৪ ▶ $3x + 2y = 0$
 $6x + 4y = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 6x + 4y = 0 \end{cases}$

x-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা, $\frac{1}{2}$

y-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{4}$ বা, $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{3}{6} = \frac{2}{4}$

∴ সমীকরণ জোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণ জোড়টির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ৫ ▶ $3x + 2y = 0$
 $9x - 6y = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 9x - 6y = 0 \end{cases}$

x-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{9}$ বা, $\frac{1}{3}$

y-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-6}$ বা, $-\frac{1}{3}$

আমরা পাই, $\frac{3}{9} \neq -\frac{2}{6}$

∴ সমীকরণ জোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ৬ ▶ $5x - 2y - 16 = 0$
 $3x - \frac{6}{5}y = 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $\begin{cases} 5x - 2y - 16 = 0 \\ 3x - \frac{6}{5}y = 2 \end{cases}$

x-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{5}{3}$

y-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{2}{-\frac{6}{5}}$ বা, $\frac{5}{3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{16}{2}$ বা, 8

আমরা পাই, $\frac{5}{3} = \frac{-2}{-\frac{6}{5}} \neq \frac{16}{2}$

∴ সমীকরণ জোড়টি অসমঞ্জস, অনির্ভরশীল এবং সমীকরণ জোড়টির কোনো সমাধান নেই।

প্রশ্ন ৭ ▶ $-\frac{1}{2}x + y = -1$; $x - 2y = 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $\begin{cases} -\frac{1}{2}x + y = -1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

x-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{\frac{1}{2}}{1}$ বা, $-\frac{1}{2}$

y-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{-2}$ বা, $-\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{2}$ বা, $-\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $-\frac{1}{2} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

∴ সমীকরণ জোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণ জোড়টির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ৮ ▶ $-\frac{1}{2}x - y = 0$; $x - 2y = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $\begin{cases} -\frac{1}{2}x - y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

x-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{\frac{1}{2}}{1}$ বা, $-\frac{1}{2}$

y-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{-2}$ বা, $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $-\frac{1}{2} \neq \frac{-1}{-2}$

∴ সমীকরণ জোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ৯ ▶ $-\frac{1}{2}x + y = -1$; $x + y = 5$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $\begin{cases} -\frac{1}{2}x + y = -1 \\ x + y = 5 \end{cases}$

x-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{\frac{1}{2}}{1}$ বা, $-\frac{1}{2}$

y-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$ বা, 1

ধ্রুবকদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{5}$

আমরা পাই, $-\frac{1}{2} \neq \frac{1}{1}$

অতএব সমীকরণ জোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোড়টির একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১০ ▶ $ax - cy = 0$; $cx - ay = c^2 - a^2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $\begin{cases} ax - cy = 0 \\ cx - ay = c^2 - a^2 \end{cases}$

x-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{a}{c}$

y-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{c}{-a}$ বা, $\frac{c}{a}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{0}{c^2 - a^2}$ বা, 0

আমরা পাই, $\frac{a}{c} \neq \frac{c}{a}$

অতএব সমীকরণ জোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোড়টির একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।



সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সন্নিবেশিত করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

□ প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১-৩):

প্রশ্ন ১ ▶ $7x - 3y = 31$

$9x - 5y = 41$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$7x - 3y = 31$ (1)

$9x - 5y = 41$ (2)

(1) নং সমীকরণ হতে পাই, $7x = 31 + 3y$

বা, $x = \frac{31 + 3y}{7}$ (3)

(2) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$9 \left(\frac{31 + 3y}{7} \right) - 5y = 41$

বা, $\frac{279 + 27y}{7} - 5y = 41$

বা, $\frac{279 + 27y - 35y}{7} = 41$

বা, $279 - 8y = 287$ [বহুগুণন করে]

বা, $-8y = 287 - 279$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-8y = 8$

বা, $y = \frac{8}{-8} = -1$

y এর মান (3) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = \frac{31 + 3(-1)}{7} = \frac{31 - 3}{7} = \frac{28}{7} = 4$

∴ $x = 4$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (4, -1)$.

প্রশ্ন ২ ▶ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ (1)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ (2)

(1) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{x}{2} = \left(1 - \frac{y}{3}\right)$

বা, $x = 2 \left(\frac{3 - y}{3} \right)$ (3)

(2) নং সমীকরণে $x = \frac{2(3 - y)}{3}$ বসিয়ে পাই,

$\frac{2(3 - y)}{3} + \frac{y}{2} = 1$

বা, $\frac{12 - 4y + 9y}{18} = 1$

বা, $5y + 12 = 18$ [বহুগুণন করে]

বা, $5y = 18 - 12$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $5y = 6$

∴ $y = \frac{6}{5}$

(3) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = \frac{2}{3} \left(3 - \frac{6}{5} \right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{15 - 6}{5} \right) = \frac{2}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{6}{5}$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5} \right)$.

প্রশ্ন ৩ ▶ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$ax + by = a^2 + b^2$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ (1)

$ax + by = a^2 + b^2$ (2)

(1) নং হতে পাই, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

বা, $\frac{x}{a} = 2 - \frac{y}{b}$

বা, $\frac{x}{a} = \frac{2b - y}{b}$

বা, $x = \frac{2ab - ay}{b}$ (3)

(2) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$a \left(\frac{2ab - ay}{b} \right) + by = a^2 + b^2$

বা, $2a^2b - a^2y + b^2y = (a^2 + b^2)b$

বা, $-y(a^2 - b^2) = b(a^2 + b^2 - 2a^2)$

বা, $y(b^2 - a^2) = b(b^2 - a^2)$

∴ $y = b$

y -এর মান (3) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = \frac{2ab - ab}{b} = \frac{ab}{b} = a$

∴ $x = a$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (a, b)$.

□ অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৪-৬):

প্রশ্ন ৪ ▶ $7x - 3y = 31$

$9x - 5y = 41$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$7x - 3y = 31$ (1)

$9x - 5y = 41$ (2)

সমীকরণ (1) ও (2) কে যথাক্রমে 5 ও 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$35x - 15y = 155$ (3)

$27x - 15y = 123$ (4)

সমীকরণ (3) থেকে (4) বিয়োগ করে পাই, $8x = 32$

$$\therefore x = \frac{32}{8} = 4$$

(1) নং সমীকরণে $x = 4$ বসিয়ে পাই,

$$7.4 - 3y = 31$$

$$\text{বা, } 28 - 3y = 31$$

$$\text{বা, } -3y = 31 - 28$$

$$\text{বা, } -3y = 3$$

$$\therefore y = \frac{3}{-3} = -1$$

নির্ণয় সমাধান, $(x, y) = (4, -1)$.

$$\text{প্রশ্ন ৫ ▶ } 7x - 8y = -9$$

$$5x - 4y = -3$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়

$$7x - 8y = -9 \dots\dots\dots (1)$$

$$5x - 4y = -3 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) এর উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে,

$$10x - 8y = -6 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) থেকে সমীকরণ (1) বিয়োগ করে পাই,

$$3x = 3$$

$$\text{বা, } x = 1$$

x -এর মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$7 - 8y = -9$$

$$\text{বা, } -8y = -9 - 7$$

$$\text{বা, } -8y = -16$$

$$\text{বা, } y = 2$$

নির্ণয় সমাধান, $(x, y) = (1, 2)$.

$$\text{প্রশ্ন ৬ ▶ } ax + by = c$$

$$a^2x + b^2y = c^2$$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$ax + by = c \dots\dots\dots (1)$$

$$a^2x + b^2y = c^2 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা গুণ করে পাই,

$$abx + b^2y = bc \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (2) থেকে (3) বিয়োগ করে পাই,

$$a^2x - abx = c^2 - bc$$

$$\text{বা, } x(a^2 - ab) = c^2 - bc$$

$$\text{বা, } x = \frac{c^2 - bc}{a^2 - ab} = \frac{c(c-b)}{a(a-b)}$$

সমীকরণ (1) এ $x = \frac{c(c-b)}{a(a-b)}$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{ac(c-b)}{a(a-b)} + by = c$$

$$\text{বা, } by = c - \frac{ac(c-b)}{a-b}$$

$$\text{বা, } by = \frac{ac - bc - c^2 + bc}{(a-b)}$$

$$\text{বা, } by = \frac{ac - c^2}{(a-b)}$$

$$\therefore y = \frac{c(a-c)}{b(a-b)}$$

নির্ণয় সমাধান, $(x, y) = \left(\frac{c(c-b)}{a(a-b)}, \frac{c(a-c)}{b(a-b)} \right)$

$$\text{বা, } \left(\frac{c(b-c)}{a(b-a)}, \frac{c(c-a)}{b(b-a)} \right)$$

□ আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৭-১৫) :

$$\text{প্রশ্ন ৭ ▶ } 2x + 3y + 5 = 0$$

$$4x + 7y + 6 = 0$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x + 3y + 5 = 0$

$$4x + 7y + 6 = 0$$

আড়গুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{(3 \times 6) - (5 \times 7)} = \frac{y}{(5 \times 4) - (2 \times 6)} = \frac{1}{(2 \times 7) - (3 \times 4)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{18 - 35} = \frac{y}{20 - 12} = \frac{1}{14 - 12}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-17} = \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{17}{2}$$

$$\text{এবং } y = \frac{8}{2} = 4$$

নির্ণয় সমাধান, $(x, y) = \left(-\frac{17}{2}, 4 \right)$.

$$\text{প্রশ্ন ৮ ▶ } 3x - 5y + 9 = 0$$

$$5x - 3y - 1 = 0$$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$3x - 5y + 9 = 0$$

$$5x - 3y - 1 = 0$$

আড়গুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{(-5) \times (-1) - (-3) \times (9)} = \frac{y}{9 \times 5 - (-1) \times 3} = \frac{1}{3 \times (-3) - 5 \times (-5)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{5 + 27} = \frac{y}{45 + 3} = \frac{1}{-9 + 25}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{32} = \frac{y}{48} = \frac{1}{16}$$

$$\therefore x = \frac{32}{16} = 2$$

$$\text{এবং } y = \frac{48}{16} = 3$$

নির্ণয় সমাধান, $(x, y) = (2, 3)$.

$$\text{প্রশ্ন ৯ ▶ } x + 2y = 7$$

$$2x - 3y = 0$$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$x + 2y = 7 \text{ বা, } x + 2y - 7 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$2x - 3y = 0 \text{ বা, } 2x - 3y + 0 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) এ আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 0 - (-3) \times (-7)} = \frac{y}{(-7) \times 2 - 0 \times 1} = \frac{1}{1 \times (-3) - 2 \times 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{0 - 21} = \frac{y}{-14 - 0} = \frac{1}{-3 - 4}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$$

$$\therefore x = \frac{-21}{-7} = 3$$

$$\text{এবং } y = \frac{-14}{-7} = 2$$

নির্ণয় সমাধান, $(x, y) = (3, 2)$.

প্রশ্ন ১০ ▶ $4x + 3y = -12$
 $2x = 5$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $\begin{cases} 4x + 3y = -12 \\ 2x = 5 \end{cases}$
বা, $4x + 3y + 12 = 0$
বা, $2x - 5 = 0$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{3 \times (-5) - 0 \times 12} = \frac{y}{12 \times 2 - (-5) \times 4} = \frac{1}{4 \times 0 - 2 \times 3}$$

বা, $\frac{x}{-15} = \frac{y}{24+20} = \frac{1}{-6}$

বা, $\frac{x}{-15} = \frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$

∴ $\frac{x}{-15} = \frac{1}{-6}$

বা, $x = \frac{-15}{-6}$

বা, $x = \frac{5}{2}$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = \left(\frac{5}{2}, -\frac{22}{3}\right)$

প্রশ্ন ১১ ▶ $-7x + 8y = 9$
 $5x - 4y = -3$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$-7x + 8y = 9$ বা, $-7x + 8y - 9 = 0$ (1)

$5x - 4y = -3$ বা, $5x - 4y + 3 = 0$ (2)

সমীকরণ (1) ও (2) এ আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{8 \times 3 - (-4) \times (-9)} = \frac{y}{(-9) \times 5 - 3 \times (-7)} = \frac{1}{(-7) \times (-4) - 5 \times 8}$$

বা, $\frac{x}{24-36} = \frac{y}{-45+21} = \frac{1}{28-40}$

বা, $\frac{x}{-12} = \frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$

∴ $x = \frac{-12}{-12} = 1$

এবং $y = \frac{-24}{-12} = 2$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (1, 2)$

প্রশ্ন ১২ ▶ $3x - y - 7 = 0$
 $2x + y - 3 = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $3x - y - 7 = 0 = 2x + y - 3$

বা, $3x - y - 7 = 0$

$2x + y - 3 = 0$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-1) \times (-3) - 1 \times (-7)} = \frac{y}{(-7) \times 2 - (-3) \times 3} = \frac{1}{3 \times 1 - 2 \times (-1)}$$

বা, $\frac{x}{3+7} = \frac{y}{-14+9} = \frac{1}{3+2}$

বা, $\frac{x}{10} = \frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$

∴ $\frac{x}{10} = \frac{1}{5}$

বা, $x = \frac{10}{5}$

বা, $x = 2$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (2, -1)$

আবার, $\frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$

বা, $y = \frac{-5}{5}$

বা, $y = -1$

প্রশ্ন ১৩ ▶ $ax + by = a^2 + b^2$
 $2bx - ay = ab$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$ax + by = a^2 + b^2$ বা, $ax + by - (a^2 + b^2) = 0$ (1)

$2bx - ay = ab$ বা, $2bx - ay - ab = 0$ (2)

সমীকরণ (1) ও (2) এ আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(b) \times (-ab) - (-a) \times \{-(a^2 + b^2)\}} = \frac{y}{-2b(a^2 + b^2) + a^2b} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$$

বা, $\frac{x}{-ab^2 - a^3 - ab^2} = \frac{y}{-2ba^2 - 2b^3 + a^2b} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)}$

বা, $\frac{x}{-a^3 - 2ab^2} = \frac{y}{-2b^3 - ba^2} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)}$

বা, $\frac{x}{-a(a^2 + 2b^2)} = \frac{y}{-b(a^2 + 2b^2)} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)}$

∴ $x = \frac{-a(a^2 + 2b^2)}{-(a^2 + 2b^2)} = a$ এবং $y = \frac{-b(a^2 + 2b^2)}{-(a^2 + 2b^2)} = b$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (a, b)$

প্রশ্ন ১৪ ▶ $y(3+x) = x(6+y)$
 $3(3+x) = 5(y-1)$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$y(3+x) = x(6+y)$

বা, $3y + xy = 6x + xy$

বা, $6x - 3y + 0 = 0$ (1)

সমীকরণ (1) ও (2) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-3) \times 14 - 0} = \frac{y}{0 - 6 \times 14} = \frac{1}{6 \times (-5) - 3 \times (-3)}$$

বা, $\frac{x}{-42} = \frac{y}{-84} = \frac{1}{-30+9}$

বা, $\frac{x}{-42} = \frac{y}{-84} = \frac{1}{-21}$

∴ $x = \frac{-42}{-21} = 2$ এবং $y = \frac{-84}{-21} = 4$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (2, 4)$

প্রশ্ন ১৫ ▶ $(x+2)(y-3) = y(x-1)$
 $5x - 11y - 8 = 0$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$(x+2)(y-3) = y(x-1)$

বা, $xy - 3x + 2y - 6 = xy - y$

বা, $xy - 3x + 2y - 6 - xy + y = 0$

বা, $-3x + 3y - 6 = 0$

বা, $x - y + 2 = 0$ [-3 দ্বারা ভাগ করে]

∴ $x - y + 2 = 0$ (1)

$5x - 11y - 8 = 0$ (2)

সমীকরণ (1) ও (2) এ আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-1) \times (-8) - 2 \times (-11)} = \frac{y}{5 \times 2 - 1 \times (-8)}$$

$= \frac{1}{1 \times (-11) - 5 \times (-1)}$

বা, $\frac{x}{8+22} = \frac{y}{10+8} = \frac{1}{-11+5}$

বা, $\frac{x}{30} = \frac{y}{18} = \frac{1}{-6}$

∴ $\frac{x}{30} = \frac{1}{-6}$

বা, $x = \frac{30}{-6} = -5$

এবং $\frac{y}{18} = \frac{1}{-6}$

বা, $y = \frac{18}{-6} = -3$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (-5, -3)$

অধ্যায় ১২

অনুশীলনী ১২.৩
লৈখিক সমীকরণ

সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

□ লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর :

প্রশ্ন ১ ▶ $3x + 4y = 14$

$4x - 3y = 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $3x + 4y = 14$ (1)

$4x - 3y = 2$ (2)

সমীকরণ (1) থেকে পাই, $3x + 4y = 14$

বা, $4y = 14 - 3x$

বা, $y = \frac{14 - 3x}{4}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|---|----|---|---------------|
| x | -2 | 2 | 4 |
| y | 5 | 2 | $\frac{1}{2}$ |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-2, 5)$, $(2, 2)$, $(4, \frac{1}{2})$ ।

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই, $4x - 3y = 2$

বা, $-3y = 2 - 4x$

বা, $3y = 4x - 2$

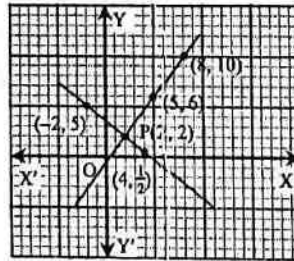
বা, $y = \frac{4x - 2}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|---|---|---|----|
| x | 2 | 5 | 8 |
| y | 2 | 6 | 10 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(2, 2)$, $(5, 6)$, $(8, 10)$ ।

মনে করি, ছক কাগজে XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O , মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন ছক কাগজে সমীকরণ (1) হতে প্রাপ্ত $(-2, 5)$,



$(2, 2)$, $(4, \frac{1}{2})$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (2) হতে প্রাপ্ত $(2, 2)$, $(5, 6)$, $(8, 10)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা। মনে করি, রেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 2)$ ।

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2)$ ।

প্রশ্ন ২ ▶ $2x - y = 1$

$5x + y = 13$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $2x - y = 1$ (1)

$5x + y = 13$ (2)

সমীকরণ (1) হতে পাই, $2x - y = 1$

বা, $-y = 1 - 2x$

বা, $y = 2x - 1$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 1 | 2 | 3 |
| y | 1 | 3 | 5 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু : $(1, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 5)$

আবার সমীকরণ (2) থেকে পাই, $5x + y = 13$

বা, $y = 13 - 5x$

সমীকরণটিতে x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

| | | | |
|---|---|---|----|
| x | 1 | 2 | 3 |
| y | 8 | 3 | -2 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু, $(1, 8)$, $(2, 3)$, $(3, -2)$

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x

অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক

কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম

বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন ছক কাগজে সমীকরণ (1) হতে

প্রাপ্ত $(1, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 5)$ বিন্দুগুলো

স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত

করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (2) হতে প্রাপ্ত $(1, 8)$, $(2, 3)$, $(3, -2)$ বিন্দুগুলো

স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি

সরলরেখা।

মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। গ্রাফ থেকে

দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 3)$ ।

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$ ।

প্রশ্ন ৩ ▶ $2x + 5y = 1$

$x + 3y = 2$

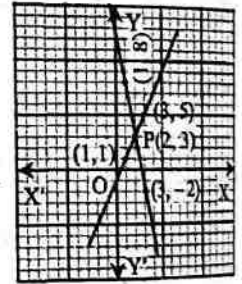
সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $2x + 5y = 1$ (1)

$x + 3y = 2$ (2)

সমীকরণ (1) থেকে পাই, $2x + 5y = 1$

বা, $5y = 1 - 2x$

বা, $y = \frac{1 - 2x}{5}$



সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|-----|----|----|----|
| x | -7 | -2 | 3 |
| y | 3 | 1 | -1 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-7, 3)$, $(-2, 1)$, $(3, -1)$

আবার সমীকরণ (2) থেকে পাই, $x + 3y = 2$

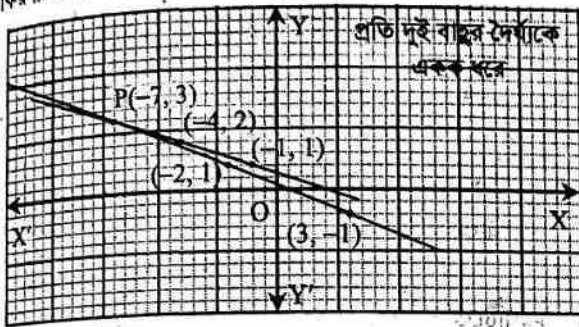
$$\text{বা, } 3y = 2 - x$$

$$\text{বা, } y = \frac{2-x}{3}$$

সমীকরণটিতে x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

| | | | |
|-----|----|----|----|
| x | -1 | -4 | -7 |
| y | 1 | 2 | 3 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-1, 1)$, $(-4, 2)$, $(-7, 3)$.



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন ছক কাগজে সমীকরণ (1) হতে প্রাপ্ত $(-7, 3)$, $(-2, 1)$, $(3, -1)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (2) হতে প্রাপ্ত $(-1, 1)$, $(-4, 2)$, $(-7, 3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রে ও লেখটি একটি সরলরেখা।

মনে করি, সরলরেখা দুটির পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-7, 3)$ ।

নির্ণয় সমাধান, $(x, y) = (-7, 3)$.

প্রশ্ন ৪ ▶ $3x - 2y = 2$

$$5x - 3y = 5$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $3x - 2y = 2$ (1)

$$5x - 3y = 5$$
 (2)

সমীকরণ (1) থেকে পাই, $3x - 2y = 2$

$$\text{বা, } -2y = 2 - 3x$$

$$\text{বা, } 2y = 3x - 2$$

$$\text{বা, } y = \frac{3x-2}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর অনুরূপ মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|-----|---|---|---|
| x | 2 | 4 | 6 |
| y | 2 | 5 | 8 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(2, 2)$, $(4, 5)$, $(6, 8)$ ।

আবার সমীকরণ (2) থেকে পাই, $5x - 3y = 5$

$$\text{বা, } -3y = 5 - 5x$$

$$\text{বা, } 3y = 5x - 5$$

$$\text{বা, } y = \frac{5x-5}{3}$$

সমীকরণটিতে x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

| | | | |
|-----|---|----|----|
| x | 4 | 7 | 10 |
| y | 5 | 10 | 15 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(4, 5)$, $(7, 10)$, $(10, 15)$ ।

মনে করি, XOX' ও YOY'

যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ

এবং O মূলবিন্দু। ছক

কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর

ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি তিন

বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে 1

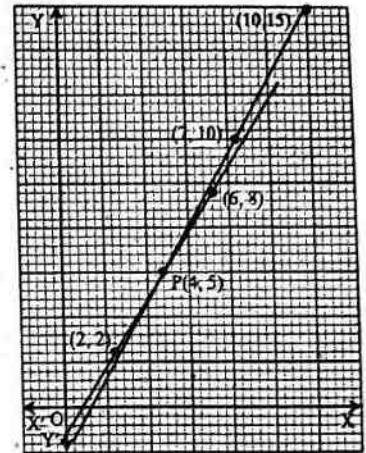
ও 2 নং হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো

স্থাপন করি ও 1 ও 2 নং

এর বিন্দুগুলো যথাক্রমে যোগ

করি। ফলে দুটি সরলরেখা

পাওয়া গেল।



মনে করি, সরলরেখা দুটি পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। লেখচিত্র থেকে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(4, 5)$.

নির্ণয় সমাধান, $(x, y) = (4, 5)$.

প্রশ্ন ৫ ▶ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$

$$2x + 3y = 13$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ (1)

$$2x + 3y = 13$$
 (2)

সমীকরণ (1) থেকে পাই, $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$

$$\text{বা, } \frac{y}{3} = 2 - \frac{x}{2}$$

$$\text{বা, } y = 6 - \frac{3x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|-----|---|---|----|
| x | 2 | 4 | 6 |
| y | 3 | 0 | -3 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(2, 3)$, $(4, 0)$, $(6, -3)$

আবার সমীকরণ (2) থেকে পাই, $2x + 3y = 13$

$$\text{বা, } 3y = 13 - 2x$$

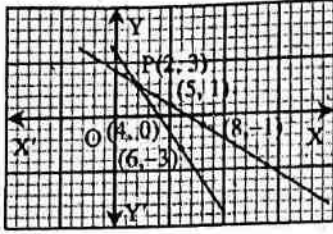
$$\text{বা, } y = \frac{13-2x}{3}$$

সমীকরণটিতে x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

| | | | |
|-----|---|---|----|
| x | 2 | 5 | 8 |
| y | 3 | 1 | -1 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(2, 3)$, $(5, 1)$, $(8, -1)$ ।

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন ছক কাগজে সমীকরণ (1) হতে প্রাপ্ত (2, 3), (4, 0), (6, -3) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।



একইভাবে সমীকরণ (2) হতে প্রাপ্ত (2, 3), (5, 1), (8, -1) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা।

মনে করি, সরলরেখা দুটির পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 3)।

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (2, 3)$ ।

প্রশ্ন ৬ ▶ $3x + y = 6$

$$5x + 3y = 12$$

সমাধান : প্রথম সমীকরণ থেকে পাই, $y = 6 - 3x$

সমীকরণটিতে x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|-----|---|---|----|
| x | 2 | 1 | 3 |
| y | 0 | 3 | -3 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (2, 0), (1, 3), (3, -3)

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই, $3y = 12 - 5x$

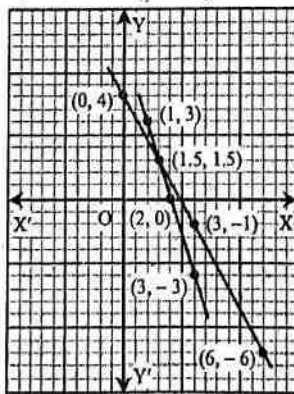
$$\therefore y = \frac{12 - 5x}{3}$$

সমীকরণটিতে x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

| | | | |
|-----|---|----|----|
| x | 0 | 3 | 6 |
| y | 4 | -1 | -6 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 4), (3, -1), (6, -6)

ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে প্রথম সমীকরণের লেখের (2, 0), (1, 3), (3, -3) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে তাদের সংযোগকারী সরলরেখাকে উভয় দিকে বর্ধিত করি। আবার একই অক্ষযুগল ও একক নিয়ে দ্বিতীয় সমীকরণের লেখের (0, 4), (3, -1), (6, -6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি।



এদের সংযোগকারী রেখাংশকে উভয় দিকে বর্ধিত করি। উল্লেখ্য, দুইটি লেখই সরলরেখা। সরলরেখা দুইটি পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। P বিন্দু উভয় সরলরেখারই সাধারণ বিন্দু বলে এই বিন্দুর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, P বিন্দুর ভূজ ও কোটি যথাক্রমে 1.5 এবং 1.5।

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (1.5, 1.5)$ ।

$$\text{প্রশ্ন ৭} \quad \begin{aligned} 3x + 2y &= 4 \\ 3x - 4y &= 1 \end{aligned}$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $3x + 2y = 4$ (1)

$$3x - 4y = 1$$
 (2)

(1) নং সমীকরণ থেকে পাই, $3x + 2y = 4$

$$\text{বা, } 2y = 4 - 3x$$

$$\therefore y = \frac{4 - 3x}{2}$$

সমীকরণটিতে x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

| | | | | |
|-----|---|---------------|-----|----|
| x | 0 | 1 | 8 | -4 |
| y | 2 | $\frac{1}{2}$ | -10 | 8 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 2), $(1, \frac{1}{2})$, (8, -10), (-4, 8)

(2) নং সমীকরণ হতে পাই, $3x - 4y = 1$

$$\text{বা, } 3x - 1 = 4y$$

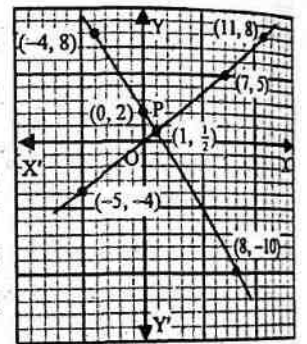
$$\therefore y = \frac{3x - 1}{4}$$

সমীকরণটিতে x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

| | | | | |
|-----|---------------|----|---|----|
| x | 1 | -5 | 7 | 11 |
| y | $\frac{1}{2}$ | -4 | 5 | 8 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(1, \frac{1}{2})$, (-5, -4), (7, 5), (11, 8)

ক্ষুদ্রতম এক বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (1) নং সমীকরণের লেখের উল্লিখিত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি। লেখটি একটি সরলরেখা। (2) নং সমীকরণের লেখের উল্লিখিত বিন্দুগুলো একই ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি। এই লেখটিও একটি সরলরেখা।



সরলরেখা দুইটি পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। যেহেতু P বিন্দু উভয় সরলরেখায় অবস্থিত, সেহেতু P বিন্দুর ভূজ ও কোটি উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, P বিন্দুর ভূজ ও কোটি যথাক্রমে 1 এবং $\frac{1}{2}$ ।

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (1, \frac{1}{2})$ ।

$$\text{প্রশ্ন ৮} \quad \begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} &= 3 \\ x + \frac{y}{6} &= 3 \end{aligned}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$$

$$x + \frac{y}{6} = 3$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ দুই $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ (1)

$$x + \frac{y}{6} = 3$$
 (2)

সমীকরণ (1) থেকে পাই, $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$

$$\text{বা, } \frac{y}{3} = 3 - \frac{x}{2}$$

$$\text{বা, } y = 9 - \frac{3x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|-----|---|---|---|
| x | 2 | 4 | 6 |
| y | 6 | 3 | 0 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু : (2, 6), (4, 3), (6, 0)

আবার সমীকরণ (2) থেকে পাই, $x + \frac{y}{6} = 3$
বা, $\frac{y}{6} = 3 - x$
বা, $y = 18 - 6x$

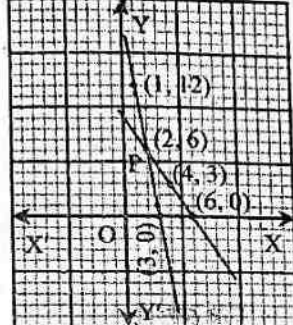
সমীকরণটিতে x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

| | | | |
|-----|----|---|---|
| x | 1 | 2 | 3 |
| y | 12 | 6 | 0 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু, (1, 12), (2, 6), (3, 0)।

মনে করি, XOX' ও YOY'

যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন ছক কাগজে সমীকরণ (1) হতে প্রাপ্ত (2, 6), (4, 3), (6, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি।



লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (2) হতে প্রাপ্ত (1, 12), (2, 6), (3, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা।

মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। চিত্রে দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 6)।

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 6)$ ।

প্রশ্ন ৯ ▶ $3x + 2 = x - 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $3x + 2 = x - 2$

ধরি, $y = 3x + 2 = x - 2$

∴ $y = 3x + 2$ (1)

এবং $y = x - 2$ (2)

এখন সমীকরণ (1) এ x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|-----|---|----|-----|
| x | 2 | -2 | -4 |
| y | 8 | -4 | -10 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু, (2, 8), (-2, -4), (-4, -10)

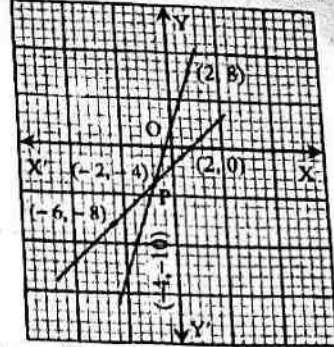
আবার, সমীকরণ (2) এ x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

| | | | |
|-----|---|----|----|
| x | 2 | -2 | -6 |
| y | 0 | -4 | -8 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু,

(2, 0), (-2, -4), (-6, -8)

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।



এখন ছক কাগজে সমীকরণ (1) থেকে প্রাপ্ত (2, 8), (-2, -4), (-6, -8) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি। তাহলে, লেখটি হবে একটি সরলরেখা। একইভাবে, সমীকরণ (2) থেকে প্রাপ্ত (2, 0), (-2, -4), (-6, -8) বিন্দুগুলো স্থাপন করে এগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা। মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। চিত্রে দেখা যায়, ছেদবিন্দুটির স্থানাঙ্ক (-2, -4)।

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (-2, -4)$ ।

প্রশ্ন ১০ ▶ $3x - 7 = 3 - 2x$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $3x - 7 = 3 - 2x$

ধরি, $y = 3x - 7 = 3 - 2x$

∴ $y = 3x - 7$ (1)

এবং $y = 3 - 2x$ (2)

এখন সমীকরণ (1) এ x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|-----|----|----|----|
| x | 0 | 1 | 2 |
| y | -7 | -4 | -1 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু, (0, -7), (1, -4), (2, -1)

আবার, সমীকরণ (2) এ x -এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও পাশের ছকটি তৈরি করি :

| | | | |
|-----|---|----|----|
| x | 0 | 2 | 4 |
| y | 3 | -1 | -5 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু, (0, 3), (2, -1), (4, -5)

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন ছক কাগজে সমীকরণ (1) থেকে

প্রাপ্ত (0, -7), (1, -4), (2, -1)

বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের

পরস্পর সংযুক্ত করি। তাহলে লেখটি

হবে একটি সরলরেখা। একইভাবে

সমীকরণ (2) থেকে প্রাপ্ত (0, 3),

(2, -1), (4, -5) বিন্দুগুলোকে স্থাপন

করি ও তাদের সংযুক্ত করি।

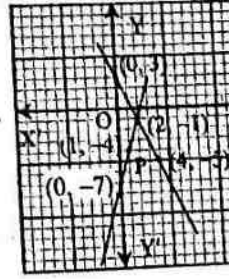
তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা। মনে করি সরলরেখাদ্বয়

পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। চিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক

(2, -1)

ছেদ বিন্দুর ভূজ 2, যা প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান।

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, -1)$ ।





সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংক্ষেপে করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

সঠিক উত্তরটির বৃত্ত (●) ভরাট কর :

১. নিচের কোন শর্তে $ax + by + c = 0$ ও $px + qy + r = 0$ সমীকরণজোড়টি সমজ্ঞান ও পরস্পর অনির্ভরশীল হবে?

- (ক) $\frac{a}{p} \neq \frac{b}{q}$ (খ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r}$
(গ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} \neq \frac{c}{r}$ (ঘ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q}$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : যদি $\frac{a}{p} \neq \frac{b}{q}$ হয়, তবে সমীকরণ জোড়টি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল। এক্ষেত্রে অনন্য সমাধান হবে।

যেমন : $\begin{cases} x - y = 6 \\ x + y = 12 \end{cases}$ সমীকরণজোড়টি,

সমজ্ঞান ও পরস্পর অনির্ভরশীল কারণ $\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1}$ ।

আবার সমীকরণ জোড়টির সমাধান $(x, y) = (9, 3)$ যা অনন্য।

২. $x + y = 4$, $x - y = 2$ হলে, (x, y) এর মান নিচের কোনটি?

- (ক) (2, 4) (খ) (4, 2)
(গ) (3, 1) (ঘ) (1, 3)

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $x + y = 4$

বা, $y = 4 - x$

তখন, $x - 4 + x = 2$

বা, $2x = 2 + 4$

বা, $2x = 6$

বা, $x = \frac{6}{2}$

∴ $x = 3$

৩. $x + y = 6$ ও $2x = 4$ হলে, y এর মান কত?

- (ক) 2 (খ) 4
(গ) 6 (ঘ) 8

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $2x = 4$

বা, $x = \frac{4}{2}$

বা, $x = 2$

∴ y এর মান 4

তাহলে, $2 + y = 6$

বা, $y = 6 - 2$

বা, $y = 4$

৪. নিচের কোনটির জন্য নিম্নের ছকটি সঠিক?

| | | | |
|---|----|---|---|
| x | 0 | 2 | 4 |
| y | -4 | 0 | 4 |

- (ক) $y = x - 4$ (খ) $y = 8 - x$ (গ) $y = 4 - 2x$ (ঘ) $y = 2x - 4$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $y = 2x - 4$

উপরোক্ত সমীকরণে x এর মান, 0, 2, 4 বসিয়ে পাই,

$x = 0$ হলে, $y = -4$ ∴ $(x, y) = (0, -4)$

$x = 2$ হলে, $y = 2 \times 2 - 4$

বা, $y = 0$ ∴ $(x, y) = (2, 0)$

$x = 4$ হলে, $y = 2 \times 4 - 4 = 8 - 4 = 4$ ∴ $(x, y) = (4, 4)$

উত্তরের শূন্যতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৫. $2x - y = 8$ এবং $x - 2y = 4$ হলে, $x + y =$ কত?

- (ক) 0 (খ) 4
(গ) 8 (ঘ) 12

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $2x - y = 8$

বা, $y = 2x - 8$ (1)

আবার, $x - 2y = 4$

বা, $x - 2(2x - 8) = 4$

বা, $x - 4x + 16 = 4$ বা, $-3x = 4 - 16$ বা, $-3x = -12$

∴ $x = 4$

x এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই, $y = 2 \times 4 - 8 = 8 - 8 = 0$

∴ $x + y = 4 + 0 = 4$

৬. $x - y - 4 = 0$ ও $3x - 3y - 10 = 0$ সমীকরণদ্বয়-

i. পরস্পর নির্ভরশীল

ii. পরস্পর সমজ্ঞান

iii. এর কোনো সমাধান নেই

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) ii (খ) iii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $x - y - 4 = 0$ বা, $x - y = 4$ (1)

এবং $3x - 3y - 10 = 0$ বা, $x - y = \frac{10}{3}$ (2)

(1) ও (2) নং সমীকরণ হতে পাই, $\frac{1}{1} = \frac{-1}{-1} \neq \frac{4}{\frac{10}{3}}$ বা, $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} \neq \frac{6}{5}$

∴ সমীকরণদ্বয় অনির্ভরশীল, অসমজ্ঞান এবং এর কোনো সমাধান নেই।

◆ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৭-৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

আয়তাকার একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 2 মিটার বেশি এবং মেঝের পরিসীমা 20 মিটার। ঘরটির মেঝে মোজাইক করতে প্রতি বর্গমিটারে 900 টাকা খরচ হয়।

৭. ঘরটির মেঝের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

- (ক) 10 (খ) 8
(গ) 6 (ঘ) 4

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, আয়তাকার ঘরের প্রস্থ x মিটার

তাহলে, ,, ,, দৈর্ঘ্য $(x + 2)$,,

শর্তমতে, $2(x + x + 2) = 20$

বা, $4x + 4 = 20$ বা, $4x = 20 - 4$ বা, $x = \frac{16}{4}$ বা, $x = 4$

তাহলে দৈর্ঘ্য $= x + 2 = 4 + 2 = 6$

৮. ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

- (ক) 24 (খ) 32
(গ) 48 (ঘ) 80

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ঘরের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ $= 6 \times 4 = 24$

৯. ঘরটির মেঝে মোজাইক করতে মোট কত খরচ হবে?

- (ক) 72000 (খ) 43200
(গ) 28800 (ঘ) 21600

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : প্রতি বর্গমিটারে খরচ 900 টাকা

24 ,, ,, $(900 \times 24) = 21600$ টাকা



শর্তানুযায়ী, $11x + 40 + 10x + (x + 4) = 110$

$$\text{বা, } 11x + 40 + 10x + x + 4 = 110$$

$$\text{বা, } 22x = 110 - 40 - 4$$

$$\text{বা, } 22x = 110 - 44$$

$$\text{বা, } 22x = 66$$

$$\text{বা, } x = \frac{66}{22} = 3$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10 \times 3 + (3 + 4)$$

$$= 30 + 7 = 37$$

নির্ণেয় সংখ্যাটি ৩৭ অথবা ৩৭।

প্রশ্ন ১৪: মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। ৫ বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির তিনগুণ হবে। মাতার বর্তমান বয়স কত?

সমাধান: মনে করি, দুই কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি x বছর

$$\therefore \text{মাতার বর্তমান বয়স} = 4x \text{ বছর}$$

$$\therefore ৫ \text{ বছর পরে মাতার বয়স হবে } (4x + 5) \text{ বছর।}$$

$$\text{এবং } ৫ \text{ বছর পরে দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি হবে } (x + 2 \times 5) \\ = (x + 10) \text{ বছর।}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } (4x + 5) = 2(x + 10)$$

$$\text{বা, } 4x + 5 = 2x + 20$$

$$\text{বা, } 4x - 2x = 20 - 5$$

$$\text{বা, } 2x = 15$$

$$\text{বা, } x = \frac{15}{2}$$

$$\therefore \text{মাতার বর্তমান বয়স} = 4x = 4 \times \frac{15}{2} = 30 \text{ বছর।}$$

$$\therefore \text{মাতার বর্তমান বয়স } 30 \text{ বছর।}$$

প্রশ্ন ১৫: একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫ মিটার কম ও প্রস্থ ৩ মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল ৯ বর্গমিটার কম হবে। আবার দৈর্ঘ্য ৩ মিটার বেশি ও প্রস্থ ২ মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল ৬৭ বর্গমিটার বেশি হবে। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, দৈর্ঘ্য = x মি.

$$\text{এবং প্রস্থ} = y \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{শর্তানুযায়ী, } (x - 5)(y + 3) = xy - 9$$

$$\text{বা, } xy + 3x - 5y - 15 = xy - 9$$

$$\text{বা, } 3x - 5y = 6 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{আবার, } (x + 3)(y + 2) = xy + 67$$

$$\text{বা, } xy + 2x + 3y + 6 = xy + 67$$

$$\text{বা, } 2x + 3y = 61 \dots\dots\dots (2)$$

(1) কে ৩ দ্বারা (2) কে ৫ দ্বারা গুণ করে পাই,

$$9x - 15y = 18$$

$$10x + 15y = 305$$

$$\text{যোগ করে, } 19x = 323$$

$$\text{বা, } x = \frac{323}{19}$$

$$\therefore x = 17 \text{ মি.}$$

$$(2) \text{ থেকে পাই, } 3y = 61 - 2x$$

$$\text{বা, } 3y = 61 - 2 \times 17 \text{ [x এর মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 3y = 61 - 34$$

$$\therefore y = \frac{27}{3} = 9 \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য } 17 \text{ মি. ও প্রস্থ } 9 \text{ মি.}$$

প্রশ্ন ১৬: একটি নৌকা দাঁড় বেয়ে প্রোতের অনুকূলে ঘণ্টায় ১৫ কি.মি. এবং প্রোতের প্রতিকূলে যায় ঘণ্টায় ৫ কি. মি.। নৌকার বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, ঘণ্টায় নৌকার বেগ x কি. মি.

$$\text{এবং ঘণ্টায় প্রোতের বেগ } y \text{ কি. মি.}$$

$$\text{তাহলে, ঘণ্টায় প্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ} = (x + y) \text{ কি.মি.}$$

$$\text{ঘণ্টায় প্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ} = (x - y) \text{ কি.মি.}$$

$$\text{প্রথম শর্তানুসারে, } x + y = 15 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{দ্বিতীয় শর্তানুসারে, } x - y = 5 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) থেকে (2) বিয়োগ করে পাই,

$$x + y - x + y = 15 - 5$$

$$\text{বা, } 2y = 10$$

$$\therefore y = \frac{10}{2} = 5$$

y -এর মান (1)নং এ বসিয়ে পাই,

$$x + 5 = 15$$

$$\text{বা, } x = 15 - 5 \therefore x = 10$$

$$\therefore \text{নৌকার বেগ ঘণ্টায় } 10 \text{ কি. মি.।}$$

প্রশ্ন ১৭: একজন গার্মেন্টস শ্রমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন। প্রতিবছর শেষে একটি নির্দিষ্ট বেতনবৃদ্ধি পান। তার মাসিক বেতন ৪ বছর পর ৪৫০০ টাকা ও ৮ বছর পরে ৫০০০ টাকা হয়। তাঁর চাকরি শুরুর বেতন ও বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, ঐ শ্রমিক x টাকা বেতনে চাকরি শুরু করেন এবং তার বার্ষিক বেতন বৃদ্ধি y টাকা।

$$\text{প্রথম শর্তানুসারে } x + 4y = 4500 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{দ্বিতীয় শর্তানুসারে } x + 8y = 5000 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) থেকে (1) বিয়োগ করে পাই,

$$8y - 4y = 5000 - 4500$$

$$\text{বা, } 4y = 500$$

$$\text{বা, } y = \frac{500}{4} = 125$$

সমীকরণ (1) এ $y = 125$ বসিয়ে পাই,

$$x + 4 \times 125 = 4500$$

$$\text{বা, } x + 500 = 4500$$

$$\text{বা, } x = 4500 - 500 \text{ বা, } x = 4000$$

$$\therefore \text{ঐ শ্রমিকের চাকরি শুরুর বেতন } 4000 \text{ টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধি } 125 \text{ টাকা।}$$



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১৮: একটি সরল সমীকরণজোড় $x + y = 10$

$$3x - 2y = 0$$



ক. দেখাও যে, সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস। এর কয়টি সমাধান আছে



খ. সমীকরণজোড়টি সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর।



গ. সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয় x -অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোড় $x + y = 10$ এবং $3x - 2y = 0$

$$x \text{ এর সহগদ্বয়ের অনুপাত } \frac{1}{3}$$

$$y \text{ " " " " } \frac{1}{-2}$$

$$\text{আমরা পাই, } \frac{1}{3} \neq \frac{1}{-2}$$

সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস এবং পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টি

১২কটি মাত্র (অনন্য) সমাধান রয়েছে।

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $x + y = 10$ (1)
 $3x - 2y = 0$ (2)

সমীকরণ (1) এর উভয়পক্ষে 2 দ্বারা গুণ করে (2) নং সমীকরণের সাথে যোগ করে পাই,

$$2x + 2y = 20$$

$$3x - 2y = 0$$

(যোগ করে) $5x = 20$

বা, $x = \frac{20}{5} = 4$

x-এর মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $4 + y = 10$
 বা, $y = 10 - 4$
 $\therefore y = 6$

সমীকরণজোড়টির সমাধান $(x, y) = (4, 6)$

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $x + y = 10$ (1)
 $3x - 2y = 0$ (2)

সমীকরণ (1) থেকে পাই, $x + y = 10$
 বা, $y = 10 - x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি পূরণ করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 2 | 4 | 6 |
| y | 8 | 6 | 4 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (2, 8), (4, 6), (6, 4)।

সমীকরণ (2) থেকে পাই, $3x - 2y = 0$

বা, $-2y = -3x$

বা, $2y = 3x$

$\therefore y = \frac{3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি পূরণ করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 0 | 2 | 4 |
| y | 0 | 3 | 6 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 0), (2, 3), (4, 6)।

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ এবং y অক্ষ

এবং O মূলবিন্দু। ছক

কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর

সুদৃঢ় বর্গের প্রতিবাহুর

দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন

ছক কাগজে সমীকরণ (1)

হতে প্রাপ্ত (2, 8), (4, 6), (6, 4)

বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি

সরলরেখা। একইভাবে সমীকরণ (2) থেকে প্রাপ্ত (0, 0), (2, 3),

(4, 6) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি

এক্ষেত্রে লেখটি একটি সরলরেখা। সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত

সরলরেখা দুই x এর সাথে একটি ত্রিভুজ গঠন করে।

লেখটিতে সরলরেখা দুটি X অক্ষের সাথে POC ত্রিভুজ গঠন করে।

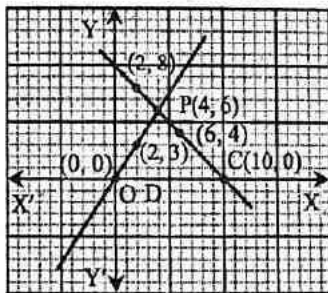
যদি শীর্ষবিন্দু P(4, 6), O(0, 0), C(10, 0)।

এখানে, ত্রিভুজের উচ্চতা PD = 6 একক, এবং ভূমি, OC = 10 একক।

\therefore ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি \times উচ্চতা

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 30 \text{ বর্গ একক।}$$



কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 1 হয়।

ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণজোড় গঠন কর।

খ. সমীকরণজোড়টি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটি কত?

গ. সমীকরণজোড়টির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$

তাহলে, ১ম শর্তমতে, $\frac{x+7}{y} = 2$

আবার, ২য় শর্তমতে, $\frac{x}{y-2} = 1$

নির্ণেয় সমীকরণ জোড় $\frac{x+7}{y} = 2$

এবং $\frac{x}{y-2} = 1$

খ দেওয়া আছে, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$

নির্ণেয় সমীকরণজোড় $\frac{x+7}{y} = 2$ (1)

এবং $\frac{x}{y-2} = 1$ (2)

(1) নং সমীকরণ হতে পাই, $\frac{x+7}{y} = 2$

বা, $x+7 = 2y$

বা, $x - 2y + 7 = 0$ (3)

সমীকরণ (2) হতে পাই, $\frac{x}{y-2} = 1$

বা, $x = y - 2$

বা, $x - y + 2 = 0$ (4)

সমীকরণ (3) ও সমীকরণ (4) হতে আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{1 \times (-1) - 1 \times (-2)}$$

বা, $\frac{x}{-4+7} = \frac{y}{7-2} = \frac{1}{-1+2}$

বা, $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = 1$

$\therefore \frac{x}{3} = 1$

আবার, $\frac{y}{5} = 1$

বা, $x = 3$

বা, $y = 5$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (3, 5)$

এবং ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$

গ নির্ণেয় সমীকরণ জোড় $\frac{x+7}{y} = 2$ (1)

$\frac{x}{y-2} = 1$ (2)

সমীকরণ (1) থেকে পাই, $\frac{x+7}{y} = 2$

বা, $x+7 = 2y$

বা, $y = \frac{x+7}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি পূরণ করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 1 | 3 | 5 |
| y | 4 | 5 | 6 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, 4), (3, 5), (5, 6)।

আবার সমীকরণ (2) থেকে পাই, $\frac{x}{y-2} = 1$

$$\text{বা, } x = y - 2 \text{ বা, } y = x + 2$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি পূরণ করি :

| | | | |
|-----|----|---|---|
| x | -2 | 3 | 7 |
| y | 0 | 5 | 9 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-2, 0), (3, 5), (7, 9)।

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে

x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর

ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে

একক ধরি। এখন ছক কাগজে সমীকরণ

(1) হতে প্রাপ্ত (1, 4), (3, 5), (5, 6)

বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের

পরস্পর সংযুক্ত করি।

লেখটি একটি সরলরেখা। একইভাবে সমীকরণ (2) থেকে প্রাপ্ত (-2, 0),

(3, 5), (7, 9) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর যোগ করি।

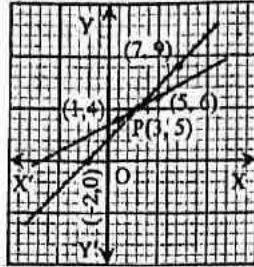
এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা। সমীকরণদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে

ছেদ করে। চিত্র থেকে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 5)।

নির্ণয় সমাধান $(x, y) = (3, 5)$

(খ) হতে প্রাপ্ত (x, y) এর মান এবং (গ) হতে প্রাপ্ত (x, y) এর মান সমান।

$\therefore (x, y) = (3, 5)$ মানটি সত্য।



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ২০ ▶ দুইটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা 17 এবং এদের কর্ণের সংখ্যা 53 হলে প্রত্যেক বহুভুজের বাহুর সংখ্যা কত?

সমাধান : ধরি, দুইটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা যথাক্রমে x এবং y

\therefore দুইটি বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা যথাক্রমে $\frac{1}{2}x(x-3)$ এবং $\frac{1}{2}y(y-3)$

প্রথম শর্তমতে, $x + y = 17$

$$\text{বা, } y = 17 - x \dots\dots\dots (1)$$

দ্বিতীয় শর্তমতে, $\frac{1}{2}x(x-3) + \frac{1}{2}y(y-3) = 53 \dots\dots\dots (2)$

(2) নং হতে পাই, $x(x-3) + y(y-3) = 106$

$$\text{বা, } x^2 - 3x + y^2 - 3y = 106$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x + (17-x)^2 - 3(17-x) = 106 \quad [y = 17 - x \text{ বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x + (17)^2 - 2 \cdot 17 \cdot x + x^2 - 51 + 3x = 106$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x + 289 - 34x + x^2 - 51 + 3x = 106$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 34x + 238 - 106 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 34x + 132 = 0$$

$$\text{বা, } 2(x^2 - 17x + 66) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 17x + 66 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 11x - 6x + 66 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-11) - 6(x-11) = 0$$

$$\text{বা, } (x-11)(x-6) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 11 = 0$$

$$\text{বা, } x = 11$$

(1) নং সমীকরণে x -এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = 11 \text{ হলে, } y = 17 - 11 = 6$$

$$x = 6 \text{ হলে, } y = 17 - 6 = 11$$

\therefore বহুভুজদ্বয়ের বাহুর সংখ্যা 11টি ও 6টি।

$$\text{অথবা, } x - 6 = 0$$

$$\text{বা, } x = 6$$



প্রশ্ন ২১ ▶ শিল্পক বললেন একটি কাজ একা অথবা ছাত্র-ছাত্রীরা করতে পারবে। ছাত্রদের $\frac{2}{3}$ এবং ছাত্রীদের $\frac{3}{5}$ অংশ জুটি বেঁধে কাজ করলো। শ্রেণির কত ভাগ ছাত্র-ছাত্রী একা কাজটি করলো?

সমাধান : ধরি, মোট ছাত্র সংখ্যা x জন

এবং মোট ছাত্রী সংখ্যা y জন

$$\therefore \text{জুটি বেঁধে কাজ করলো ছাত্রদের} = \left(x \times \frac{2}{3}\right) \text{ জন} = \frac{2x}{3} \text{ জন}$$

$$\text{জুটি বেঁধে কাজ করলো ছাত্রীদের} = \left(y \times \frac{3}{5}\right) \text{ জন} = \frac{3y}{5} \text{ জন}$$

$$\text{একা কাজ করলো ছাত্রদের} = \left(x - \frac{2x}{3}\right) \text{ জন}$$

$$= \frac{3x - 2x}{3} \text{ জন}$$

$$= \frac{x}{3} \text{ জন}$$

$$\text{একা কাজ করলো ছাত্রীদের} = \left(y - \frac{3y}{5}\right) \text{ জন}$$

$$= \frac{5y - 3y}{5} \text{ জন}$$

$$= \frac{2y}{5} \text{ জন}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{2x}{3} = \frac{3y}{5}$$

$$\text{বা, } 9y = 10x$$

$$\therefore y = \frac{10x}{9}$$

$$\text{একা কাজটি করলো ছাত্র-ছাত্রীদের} = \frac{\frac{x}{3} + \frac{2y}{5}}{x+y} \text{ অংশ}$$

$$= \frac{\frac{x}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{10x}{9}}{x + \frac{10x}{9}} \text{ অংশ}$$

$$= \frac{\frac{x}{3} + \frac{4x}{9}}{x + \frac{10x}{9}} \text{ অংশ}$$

$$= \frac{\frac{3x + 4x}{9}}{\frac{9x + 10x}{9}} \text{ অংশ}$$

$$= \frac{7x}{19x} \text{ অংশ}$$

$$= \frac{7x}{9} \times \frac{9}{19x} \text{ অংশ} = \frac{7}{19} \text{ অংশ}$$

\therefore শ্রেণির $\frac{7}{19}$ ভাগ ছাত্র-ছাত্রী একা কাজটি করলো।

প্রশ্ন ২২ ▶ 100 ও 200 মিটার দীর্ঘ দুইটি ট্রেন সমবেগে সামনা সামনি অতিক্রম করতে 5 সেকেন্ড সময় লাগে কিন্তু একই দিকে চলেলে অতিক্রম করতে 15 সেকেন্ড সময় লাগে। ট্রেন দুইটির বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, 1ম ও ২য় ট্রেনের বেগ যথাক্রমে x ও y (যেখানে $x > y$)

1ম শর্তমতে,

$$5(x+y) = 100 + 200$$

$$\text{বা, } x+y = \frac{300}{5}$$

$$\therefore x+y = 60 \dots\dots\dots (1)$$

২য় সূত্রমতে,

$$15(x - y) = 100 + 200$$

$$\text{বা, } x - y = \frac{300}{15}$$

$$x - y = 20 \dots\dots\dots (2)$$

∴ (1) নং ও (2) নং যোগ করে পাই,

$$x + y + x - y = 60 + 20$$

$$\text{বা, } 2x = 80$$

$$\text{বা, } x = \frac{80}{2}$$

$$\therefore x = 40$$

x এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$40 + y = 60$$

$$\text{বা, } y = 60 - 40$$

$$\therefore y = 20$$

অতএব, ট্রেন দুইটির বেগ 40 মি./সে. এবং 20 মি./সে.।

প্রশ্ন ২৩ ▶ কমপক্ষে কতগুলো ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা নিলে তার গুণফল অবশ্যই 5040 দ্বারা বিভাজ্য হবে?

সমাধান : ধরি,

ক্রমিক পূর্ণসংখ্যাগুলোর মধ্যে বৃহত্তম সংখ্যা n

$$\therefore \frac{n}{5040} = 1$$

$$\text{বা, } n = 5040$$

$$\text{বা, } n = 7$$

$$\therefore n = 7$$

$$\text{এখন, } 5040 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \text{ যা 7 টি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যার গুণফল}$$

∴ কমপক্ষে 7 টি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা নিলে তার গুণফল অবশ্যই 5040 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

বিকল্প পদ্ধতি :

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 5040} \\ 2 \overline{) 2520} \\ 2 \overline{) 1260} \\ 2 \overline{) 630} \\ 3 \overline{) 315} \\ 3 \overline{) 105} \\ 5 \overline{) 35} \\ 7 \end{array}$$

$$\therefore 5040 = 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 3) \times 7$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \text{ যা 7 টি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যার গুণফল}$$

∴ কমপক্ষে 7 টি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা নিলে তার গুণফল অবশ্যই 5040 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

প্রশ্ন ২৪ ▶ ঘড়ির ঘণ্টা এবং মিনিটের কাঁটা পরস্পরের সঙ্গে 30 ডিগ্রি কোণ করে কতবার? সময়গুলো নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, x টা y মিনিটে ঘড়ির ঘণ্টা এবং মিনিটের কাঁটা পরস্পরের সঙ্গে 30 ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে।

এখানে, x (সুবিধার্থে) x = 0, 1, 2,, 11 যেখানে 0 প্রকৃতপক্ষে 12 বোঝায়। পূর্ণসংখ্যা হলেও y কিন্তু পূর্ণসংখ্যা নাও হতে পারে।

$$\text{এখন, } \frac{11y - 60x}{2} = 30$$

$$\text{বা, } |11y - 60x| = 60$$

$$\text{বা, } 11y - 60x = \pm 60$$

$$\text{বা, } 11y = 60x \pm 60$$

$$\text{বা, } 11y = 60(x \pm 1)$$

$$\text{বা, } y = \frac{60}{11}(x \pm 1)$$

x এর সম্ভাব্য মানগুলো বসিয়ে পাই,

$$x = 0 \text{ হলে, } y = \frac{60}{11} \text{ বা, } 5\frac{5}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 12 টা } 5\frac{5}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = -\frac{60}{11} \text{ বা, } -5\frac{5}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 11 টা } 54\frac{6}{11} \text{ মিনিট}$$

$$x = 1 \text{ হলে, } y = \frac{120}{11} \text{ বা } 10\frac{10}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 1 টা } 10\frac{10}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = 0 \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 1 টা}$$

$$x = 2 \text{ হলে, } y = \frac{180}{11} \text{ বা } 16\frac{4}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 2 টা } 16\frac{4}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = \frac{60}{11} \text{ বা } 5\frac{5}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 2 টা } 5\frac{5}{11} \text{ মিনিট}$$

$$x = 3 \text{ হলে, } y = \frac{240}{11} \text{ বা } 21\frac{9}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 3 টা } 21\frac{9}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = \frac{120}{11} \text{ বা } 10\frac{10}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 3 টা } 10\frac{10}{11} \text{ মিনিট}$$

$$x = 4 \text{ হলে, } y = \frac{300}{11} \text{ বা } 27\frac{3}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 4 টা } 27\frac{3}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = \frac{180}{11} \text{ বা } 16\frac{4}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 4 টা } 16\frac{4}{11} \text{ মিনিট}$$

$$x = 5 \text{ হলে, } y = \frac{360}{11} \text{ বা } 32\frac{8}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 5 টা } 32\frac{8}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = \frac{240}{11} \text{ বা } 21\frac{9}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 5 টা } 21\frac{9}{11} \text{ মিনিট}$$

$$x = 6 \text{ হলে, } y = \frac{420}{11} \text{ বা } 38\frac{2}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 6 টা } 38\frac{2}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = \frac{300}{11} \text{ বা } 27\frac{3}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 6 টা } 27\frac{3}{11} \text{ মিনিট}$$

$$x = 7 \text{ হলে, } y = \frac{480}{11} \text{ বা } 43\frac{7}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 7 টা } 43\frac{7}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = \frac{360}{11} \text{ বা } 32\frac{8}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 7 টা } 32\frac{8}{11} \text{ মিনিট}$$

$$x = 8 \text{ হলে, } y = \frac{540}{11} \text{ বা } 49\frac{1}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 8 টা } 49\frac{1}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = \frac{420}{11} \text{ বা } 38\frac{2}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 8 টা } 38\frac{2}{11} \text{ মিনিট}$$

$$x = 9 \text{ হলে, } y = \frac{600}{11} \text{ বা } 54\frac{6}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 9 টা } 54\frac{6}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = \frac{480}{11} \text{ বা } 43\frac{7}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 9 টা } 43\frac{7}{11} \text{ মিনিট}$$

$$x = 10 \text{ হলে, } y = \frac{660}{11} \text{ বা } 60 \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 11 টা}$$

$$\text{এবং } y = \frac{540}{11} \text{ বা } 49\frac{1}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 10 টা } 49\frac{1}{11} \text{ মিনিট}$$

$$x = 11 \text{ হলে, } y = \frac{720}{11} \text{ বা } 65\frac{5}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 12 টা } 65\frac{5}{11} \text{ মিনিট}$$

$$\text{এবং } y = \frac{600}{11} \text{ বা } 54\frac{6}{11} \text{ মিনিট অর্থাৎ এক্ষেত্রে সময় 11 টা } 54\frac{6}{11} \text{ মিনিট}$$

১ম ও ২৩ তম সময় একই এবং ২য় ও ২৪ তম সময় একই হওয়ায় ঘড়ির ঘণ্টা ও মিনিটের কাঁটা পরস্পরের সঙ্গে (24 - 2) বার বা 22 বার 30 ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে।