

PART 02 **অনুশীলন Practice**

স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রস্তুতির জন্য
১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল
এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান

শিখন অর্জন যাচাই

- সেট ও ফাংশনের ধারণা লাভ করব।
- সেট প্রকাশের পদ্ধতি সম্পর্কে জানতে পারব।
- ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় করার কৌশল শিখতে পারব।
- ছক কাগজে বিন্দু স্থাপন করার নিয়ম বুঝতে পারব।

শিখন সহায়ক উপকরণ

- ছক কাগজ, ডেনটিয়েড ছবি।
- অক্ষয় ও ফাংশন সংবলিত পোস্টার।
- পাঠ্যবইয়ের সমস্যা ও কার্যাবলি।
- ডোমেন ও রেঞ্জ সংবলিত পোস্টার।

ক্যালকুলেটরের সাহায্যে তাত্ত্বিক সমাধানের কৌশল

এক চলকবিশিষ্ট ফাংশনের নির্দিষ্ট মান নির্ণয় :

প্রথমে ফাংশনের ডানপক্ষের রাশিটি ইনপুট করতে হবে। এরপর **CALC** বাটন চেপে চলকের যে মানের জন্য ফাংশনের মান নির্ণয় করতে হবে তা ইনপুট করে **=** বাটন চাপতে হবে।

যেমন : $f(x) = x^4 + 5x - 3$ হলে, $f(-1)$, $f(2)$ এবং $f(\frac{1}{2})$ এর মান নির্ণয় কর। [অনুশীলনী-২.২ এর ১২ নং]

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

$x^4 + 5x - 3$ রাশিটি ইনপুট : **ALPHA** **()** **x^4** **4** **→** **+** **5** **ALPHA** **()** **=** **3**

এরপর : **CALC** **-** **1** **=** $\rightarrow -7$; যা $f(-1)$ এর মান

CALC **2** **=** $\rightarrow 23$; যা $f(2)$ এর মান

CALC **1** **÷** **2** **=** $\rightarrow -\frac{7}{16}$; যা $f(\frac{1}{2})$ এর মান

অনুব্রূপ : অনুশীলনী -২.২ এর ৩৪ পৃ: উদাহরণ ১৮নং, সৃজনশীল প্রশ্ন ২৩(ক) নং।

অধ্যায় ২

অনুশীলনী ২.১ সেট



সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১১ নিচের সেটগুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(ক) $\{x \in \mathbb{N} : x^2 > 9 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\{x \in \mathbb{N} : x^2 > 9 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

অর্থাৎ, যেসকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ ৯ অপেক্ষা বড় এবং ঘন ১৩০ অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

এখানে, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

$x = 1$ হলে, $x^2 = 1 < 9$ এবং $x^3 = 1 < 130$

$x = 2$ হলে, $x^2 = 4 < 9$ এবং $x^3 = 8 < 130$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 9 < 9$ এবং $x^3 = 27 < 130$

$x = 4$ হলে, $x^2 = 16 > 9$ এবং $x^3 = 64 < 130$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 25 > 9$ এবং $x^3 = 125 < 130$

$x = 6$ হলে, $x^2 = 36 > 9$ এবং $x^3 = 216 > 130$

নির্ণেয় সেট = $\{4, 5\}$.

(খ) $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 \leq 36\}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$\{x \in \mathbb{Z} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 \leq 36\}$

অর্থাৎ, যেসকল পূর্ণ সংখ্যার বর্গ ৫ অপেক্ষা বড় এবং ঘন ৩৬ এর চেয়ে ছোট অথবা সমান তাদের সেট।

এখানে, $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

$x = 0$ হলে, $x^2 = 0^2 = 0 < 5$ এবং $x^3 = 0^3 = 0 < 36$

$x = \pm 1$ হলে, $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 5$ এবং $x^3 = (\pm 1)^3 = \pm 1 < 36$

$x = \pm 2$ হলে, $x^2 = (\pm 2)^2 = 4 < 5$ এবং $x^3 = (\pm 2)^3 = \pm 8 < 36$

$x = \pm 3$ হলে, $x^2 = (\pm 3)^2 = 9 > 5$ এবং $x^3 = (\pm 3)^3 = \pm 27 < 36$

$x = -4$ হলে, $x^2 = (-4)^2 = 16 > 5$ এবং $x^3 = (-4)^3 = -64 < 36$

$x = 4$ হলে, $x^2 = (4)^2 = 16 > 5$ এবং $x^3 = (4)^3 = 64 > 36$

নির্ণেয় সেট = $\{\dots, -4, -3, 3\}$.

(গ) $\{x \in \mathbb{N} : x, 36 \text{ এর গুণনীয়ক এবং } 6 \text{ এর গুণিতক}\}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\{x \in \mathbb{N} : x, 36 \text{ এর গুণনীয়ক এবং } 6 \text{ এর গুণিতক}\}$$

এখানে, 36 এর গুণনীয়কগুলো হলো 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

6 এর গুণিতকগুলো হলো 6, 12, 18, 24, 30, 36,

\therefore 36 এর গুণনীয়ক এবং 6 এর গুণিতকগুলো হলো যথাক্রমে

6, 12, 18, 36

নির্ণেয় সেট = $\{6, 12, 18, 36\}$.

(ঘ) $\{x \in \mathbb{N} : x^3 > 25 \text{ এবং } x^4 < 264\}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\{x \in \mathbb{N} : x^3 > 25 \text{ এবং } x^4 < 264\}$$

অর্থাৎ, যেসকল স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন 25 অপেক্ষা বড় এবং 4 তম সূচক 264 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট নির্ণয় করতে হবে।

এখানে, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

$$x = 1 \text{ হলে, } x^3 = 1 < 25 \text{ এবং } x^4 = 1 < 264$$

$$x = 2 \text{ হলে, } x^3 = 8 < 25 \text{ এবং } x^4 = 16 < 264$$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^3 = 27 > 25 \text{ এবং } x^4 = 81 < 264$$

$$x = 4 \text{ হলে, } x^3 = 64 > 25 \text{ এবং } x^4 = 256 < 264$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^3 = 125 > 25 \text{ এবং } x^4 = 625 > 264$$

নির্ণেয় সেট = $\{3, 4\}$.

প্রশ্ন ২ নিচের সেটগুলোকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(ক) $\{3, 5, 7, 9, 11\}$

সমাধান : ধরি, $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$

A সেটের উপাদানসমূহ 3, 5, 7, 9, 11.

এখানে প্রত্যেকটি উপাদান বিজোড় সংখ্যা এবং এরা 1 থেকে বড় ও 13 থেকে ছোট।

$$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } 1 < x < 13\}.$$

(খ) $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

সমাধান : ধরি, $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

A সেটের উপাদানসমূহ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 36 এর গুণনীয়ক

$$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x, 36 \text{ এর গুণনীয়ক}\}.$$

(গ) $\{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40\}$

সমাধান : ধরি, $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40\}$

A সেটের উপাদানসমূহ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40;

এরা প্রত্যেকে 4 এর গুণিতক এবং এদের সর্বোচ্চ মান 40.

$$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x, 4 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 40\}.$$

(ঘ) $\{\pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

সমাধান : ধরি, $A = \{\pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

এখানে, A সেটের উপাদানসমূহ $\pm 4, \pm 5, \pm 6$; এরা পূর্ণসংখ্যার সেট।

অর্থাৎ এসব পূর্ণ সংখ্যার বর্গ এবং ঘন উক্ত সেটের অন্তর্ভুক্ত হবে।

\therefore A সেটের উপাদানসমূহের প্রত্যেকটির বর্গ এবং ঘন নির্ণয় করে পাই,

$$x = \pm 4 \text{ হলে, } x^2 = 16, x^3 = \pm 64$$

$$x = \pm 5 \text{ হলে, } x^2 = 25, x^3 = \pm 125$$

$$x = \pm 6 \text{ হলে, } x^2 = 36, x^3 = \pm 216$$

\therefore A সেটের উপাদানসমূহ হলো 16, 25, 36, 64, 125, 216

নির্ণেয় সেট = $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 \geq 16 \text{ এবং } x^3 \leq 216\}$

প্রশ্ন ৩ $A = \{2, 3, 4\}$ এবং $B = \{1, 2, a\}$ এবং $C = \{2, a, b\}$ হলে, নিচের সেটগুলো নির্ণয় কর :

(ক) $B \setminus C$, (খ) $A \cup B$, (গ) $A \cap C$,

(ঘ) $A \cup (B \cap C)$, (ঙ) $A \cap (B \cup C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, a\}$

এবং $C = \{2, a, b\}$

$$(ক) B \setminus C = \{1, 2, a\} \setminus \{2, a, b\} = \{1\}$$

$$(খ) A \cup B = \{2, 3, 4\} \cup \{1, 2, a\} = \{1, 2, 3, 4, a\}$$

$$(গ) A \cap C = \{2, 3, 4\} \cap \{2, a, b\} = \{2\}$$

$$(ঘ) (B \cap C) = \{1, 2, a\} \cap \{2, a, b\} = \{2, a\}$$

$$\therefore A \cup (B \cap C) = \{2, 3, 4\} \cup \{2, a\} = \{2, 3, 4, a\}$$

$$(ঙ) (B \cup C) = \{1, 2, a\} \cup \{2, a, b\} = \{1, 2, a, b\}$$

$$A \cap (B \cup C) = \{2, 3, 4\} \cap \{1, 2, a, b\} = \{2\}$$

প্রশ্ন ৪ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ এবং $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ হলে, নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে সত্যতা যাচাই কর :

(ক) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,

$$A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$$

$$A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A' = U - A$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{1, 3, 5\} = \{2, 4, 6, 7\}$$

$$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = (A \cup B)' = U - (A \cup B)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{7\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = A' \cap B'$$

$$= \{2, 4, 6, 7\} \cap \{1, 3, 5, 7\} = \{7\}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ (সত্যতা যাচাই করা হলো)

(খ) $(B \cap C)' = B' \cup C'$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$$B = \{2, 4, 6\}, C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{এখন, } B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{4, 6\}$$

$$\text{আবার, } B' = U - B$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$\text{এবং } C' = U - C$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{1, 2\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = (B \cap C)' = U - (B \cap C)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 6\} = \{1, 2, 3, 5, 7\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = B' \cup C' = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{1, 2\}$$

$$= \{1, 2, 3, 5, 7\}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ (সত্যতা যাচাই করা হলো)

(গ) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$

$$\text{এবং } C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{এখন, } A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = (A \cup B) \cap C$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{এখন, } A \cap C = \{1, 3, 5\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{3, 5\}$$

$$B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{4, 6\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$= \{3, 5\} \cup \{4, 6\} = \{3, 4, 5, 6\}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ (সত্যতা যাচাই করা হলো)

(ঘ) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$

এবং $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

এখন, $A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \emptyset$

বামপক্ষ $= (A \cap B) \cup C$

$= \{\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

এখন, $A \cup C = \{1, 3, 5\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$

$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$

$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

ডানপক্ষ $= (A \cup C) \cap (B \cup C)$

$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$= \{3, 4, 5, 6, 7\}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (সত্যতা যাচাই করা হলো)

প্রশ্ন ৫ ▶ $Q = \{x, y\}$ এবং $R = \{m, n, l\}$ হলে, $P(Q)$ এবং $P(R)$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $Q = \{x, y\}$ এবং $R = \{m, n, l\}$

∴ $P(Q) = \{\{x, y\}, \{x\}, \{y\}, \emptyset\}$

∴ $P(R) = \{\{m, n, l\}, \{m, n\}, \{m, l\}, \{n, l\}, \{m\}, \{n\}, \{l\}, \emptyset\}$

প্রশ্ন ৬ ▶ $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, c\}$ এবং $C = A \cup B$ হলে, দেখাও যে, $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n , যেখানে n হচ্ছে C এর উপাদান সংখ্যা।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, c\}$

এবং $C = A \cup B = \{a, b\} \cup \{a, b, c\} = \{a, b, c\}$

∴ $P(C) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \emptyset\}$

∴ $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা ৮

এখানে, C এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

∴ $P(C)$ সেটের উপাদান সংখ্যা $= 2^3 = 8$

∴ C সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে,

$P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৭ ▶ (ক) $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$ হলে, x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$

এখন, ক্রমজোড়ের নিয়ম অনুসারে পাই,

$x - 1 = y - 2$

বা, $x - y = -2 + 1$

∴ $x - y = -1$ (1)

এবং $y + 2 = 2x + 1$

বা, $y - 2x = 1 - 2$

বা, $y - 2x = -1$

∴ $2x - y = 1$ (2) [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

(1)নং থেকে (2)নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$x - y = -1$

$2x - y = 1$

$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ -x \quad \quad = -2 \end{array}$

∴ $x = 2$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

এবার, (1)নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$x - y = -1$

বা, $2 - y = -1$

বা, $-y = -1 - 2$

বা, $-y = -3$

∴ $y = 3$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

নির্ণয় মান $x = 2$ এবং $y = 3$.

(খ) $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$ হলে, (x, y) এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$

ক্রমজোড়ের নিয়মানুসারে,

$ax - cy = 0$ (1)

এবং $a^2 - c^2 = ay - cx$

বা, $ay - cx = a^2 - c^2$ (2)

(1)নং সমীকরণকে a দ্বারা এবং (2)নং সমীকরণকে c দ্বারা গুণ করে যোগ করে পাই,

$a^2x - c^2x = a^2c - c^3$

বা, $x(a^2 - c^2) = c(a^2 - c^2)$

বা, $x = \frac{c(a^2 - c^2)}{a^2 - c^2}$

∴ $x = c$

x এর মান (1)নং এ বসিয়ে পাই,

$a \cdot c - cy = 0$

বা, $ac - cy = 0$

বা, $cy = ac$

বা, $y = \frac{ac}{c}$

বা, $y = a$

নির্ণয় মান $(x, y) = (c, a)$.

(গ) $(6x - y, 13) = (1, 3x + 2y)$ হলে, (x, y) নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $(6x - y, 13) = (1, 3x + 2y)$

ক্রমজোড়ের নিয়ম অনুসারে,

$6x - y = 1$ (1)

$3x + 2y = 13$ (2)

(1) নং সমীকরণকে ২ দ্বারা গুণ করে (2) নং সমীকরণ যোগ করি,

$12x - 2y = 2$

$3x + 2y = 13$

$\hline 15x = 15$

বা, $x = \frac{15}{15}$

∴ $x = 1$.

এখন x এর মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$3x + 2y = 13$

বা, $3 \times 1 + 2y = 13$

বা, $3 + 2y = 13$

বা, $2y = 13 - 3$

বা, $2y = 10$

বা, $y = \frac{10}{2} = 5$.

নির্ণয় মান, $(x, y) = (1, 5)$.

প্রশ্ন ৮ ▶ (ক) $P = \{a\}$, $Q = \{b, c\}$ হলে, $P \times Q$ এবং $Q \times P$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $P = \{a\}$ এবং $Q = \{b, c\}$

এখন, $P \times Q = \{a\} \times \{b, c\} = \{(a, b), (a, c)\}$

আবার, $Q \times P = \{b, c\} \times \{a\} = \{(b, a), (c, a)\}$.

(খ) $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $C = \{x, y\}$ হলে $(A \cap B) \times C$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $C = \{x, y\}$

∴ $A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\}$
 $= \{4, 5\}$

এখন, $(A \cap B) \times C = \{4, 5\} \times \{x, y\}$
 $= \{(4, x), (4, y), (5, x), (5, y)\}$.

(গ) $P = \{3, 5, 7\}$, $Q = \{5, 7\}$ এবং $R = P \setminus Q$ হলে, $(P \cup Q) \times R$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $P = \{3, 5, 7\}$, $Q = \{5, 7\}$

$$\text{এবং } R = P \setminus Q$$

$$\therefore P \cup Q = \{3, 5, 7\} \cup \{5, 7\} = \{3, 5, 7\}$$

$$\text{এখন, } R = P \setminus Q = \{3, 5, 7\} \setminus \{5, 7\} = \{3\}$$

$$\therefore (P \cup Q) \times R = \{3, 5, 7\} \times \{3\} = \{(3, 3), (5, 3), (7, 3)\}.$$

প্রশ্ন ৯৮ A ও B যথাক্রমে 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের সেট হলে, $A \cup B$ ও $A \cap B$ নির্ণয় কর।

সমাধান : 35 এর গুণনীয়কগুলো হচ্ছে 1, 5, 7, 35

$$\therefore A = \{1, 5, 7, 35\}$$

আবার, 45 এর গুণনীয়কগুলো হচ্ছে 1, 3, 5, 9, 15, 45

$$\therefore B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$\text{এখন, } A \cup B = \{1, 5, 7, 35\} \cup \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 15, 35, 45\}$$

$$\text{আবার, } A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$= \{1, 5\}.$$

প্রশ্ন ১০৮ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এবং 556 কে ভাগ করলে প্রতিশেষে 31 অবশিষ্ট থাকে, এদের সেট নির্ণয় কর।

সমাধান : যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এবং 556 কে ভাগ করলে প্রতিশেষে 31 অবশিষ্ট থাকে, সে সংখ্যাটি 31 অপেক্ষা বড় এবং সংখ্যাটি $(346 - 31) = 315$ ও $(556 - 31) = 525$ এর সাধারণ গুণনীয়ক।

মনে করি, 31 অপেক্ষা বড় 315 এর গুণনীয়কের সেট = A .

এবং 525 এর গুণনীয়কের সেট = B

$$\begin{aligned} 315 &= 1 \times 315 & 525 &= 1 \times 525 \\ &= 3 \times 105 & &= 3 \times 175 \\ &= 5 \times 63 & &= 5 \times 105 \\ &= 7 \times 45 & &= 7 \times 75 \\ &= 9 \times 35 & &= 15 \times 35 \\ &= 15 \times 21 & &= 21 \times 25 \end{aligned}$$

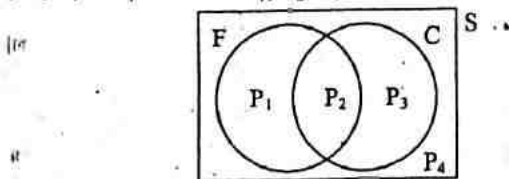
$$\therefore A = \{35, 45, 63, 105, 315\}$$

$$\text{এবং } B = \{35, 75, 105, 175, 525\}$$

$$\text{নির্ণেয় সেট, } A \cap B = \{35, 105\}.$$

প্রশ্ন ১১৮ কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুইটি খেলাই পছন্দ করে এরূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা 10। কতজন শিক্ষার্থী দুইটি খেলাই পছন্দ করে না তা ভেনচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ভেনচিত্রে আয়তাকার ক্ষেত্রটি 30 জন শিক্ষার্থীর সেট S এবং ফুটবল ও ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে তাদের সেট যথাক্রমে F ও C দ্বারা নির্দেশ করে। ফলে ভেনচিত্রটি চারটি নিম্নে সেটে বিভক্ত হয়েছে, যাদেরকে P_1, P_2, P_3, P_4 দ্বারা চিহ্নিত করা হলো।



এখানে, উভয় খেলা পছন্দ করে তাদের সেট $P_2 = F \cap C$; যার সদস্য সংখ্যা 10

শুধু ফুটবল খেলা পছন্দ করে তাদের সেট $P_1 = F \setminus P_2$; যার সদস্য সংখ্যা $20 - 10 = 10$

শুধু ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে তাদের সেট $P_3 = C \setminus P_2$; যার সদস্য সংখ্যা $15 - 10 = 5$

একটি এবং উভয় খেলা পছন্দ করে তাদের সেট, $P_4 = S \setminus (F \cup C)$; যার সদস্য সংখ্যা $= 30 - 25 = 5$

যারা উভয় খেলাই পছন্দ করে না তাদের সেট $= S \setminus (F \cup C)$

এবং যার সদস্য সংখ্যা $= 30 - 25 = 5$

নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা 5 জন।

৬ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১২ | 100 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কোনো পরীক্ষায় 65 শিক্ষার্থী বাংলায়, 48 শিক্ষার্থী বাংলা ও ইংরেজি উভয় বিষয়ে পাশ এবং 15 শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে।

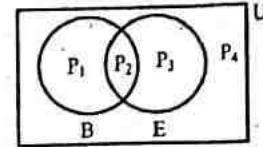
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ উপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।

খ. শুধু বাংলায় ও ইংরেজিতে পাশ করেছে তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

গ. উভয় বিষয়ে পাশ এবং উভয় বিষয়ে ফেল সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট দুইটির সংযোগ সেট নির্ণয় কর।

১২নং প্রশ্নের সমাধান

গ এখানে আয়তাকার ক্ষেত্র U দ্বারা 100 জন শিক্ষার্থীর সেট নির্দেশ করে।



B এবং E চিহ্নিত বৃত্তাকার ক্ষেত্র দুইটি দ্বারা যথাক্রমে বাংলা এবং ইংরেজি বিষয়ে পাশ শিক্ষার্থীদের সেট নির্দেশ করে।

ফলে ভেনচিত্রটি চারটি নিম্নে সেটে বিভক্ত হয়েছে, যাদেরকে P_1, P_2, P_3, P_4 দ্বারা নির্দেশ করা হলো।

এখানে,

$$P_2 = B \cap E$$

= উভয় বিষয়ে পাশ শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = 48

$$P_1 = B \setminus P_2$$

= শুধু বাংলায় পাশ শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = $65 - 48 = 17$

$$B \cup E = U \setminus P_4$$

= এক এবং উভয় বিষয়ে পাশ শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = $100 - 15 = 85$

$$P_3 = (B \cup E) - (P_1 \cup P_2)$$

= শুধু ইংরেজিতে পাশ শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = $85 - 65 = 20$

\therefore শুধু বাংলায় পাশ করেছে 17 শিক্ষার্থী

এবং শুধু ইংরেজিতে পাশ করেছে 20 শিক্ষার্থী।

উভয় বিষয়ে পাশ করে 48 শিক্ষার্থী

এবং উভয় বিষয়ে ফেল করে 15 শিক্ষার্থী

ধরি, 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট = A

এবং 15 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট = B

এখন, 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ হচ্ছে 2, 3

$$\therefore A = \{2, 3\}$$

15 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ হচ্ছে 3, 5

$$\therefore B = \{3, 5\}$$

$$\therefore A \cup B = \{2, 3\} \cup \{3, 5\}$$

$$= \{2, 3, 5\}$$

অধ্যায় ২

অনুশীলনী ২.২ অবয় ও ফাংশন এবং ডোমেন ও রেঞ্জ



সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সমাধান করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রগোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

১. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১. ৪ এর গুণনীয়ক সেট কোনটি?

- (ক) {8, 16, 24,} (খ) {1, 2, 4, 8}
(গ) {2, 4, 8} (ঘ) {1, 2}

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : কোনো সংখ্যা যে সংখ্যাগুলো দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয় সে সংখ্যাগুলো ঐ সংখ্যার গুণনীয়ক।

এখন, $8 = 1 \times 8 = 2 \times 4$

∴ ৪ সংখ্যাটি ১, ২, ৪ ও ৮ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।

∴ ৪ এর গুণনীয়কগুলো হচ্ছে ১, ২, ৪, ৮

তালিকা পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদান সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ করে দ্বিতীয় বন্ধনী { } এর মধ্যে আবদ্ধ করা হয় এবং একাধিক উপাদান থাকলে 'কমা' ব্যবহার করে উপাদানগুলোকে আলাদা করা হয়।

∴ ৪ এর গুণনীয়কের সেট = {1, 2, 4, 8}।

২. সেট C হতে সেট B এ একটি সম্পর্ক R হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) $R \subset C$ (খ) $R \subset B$
(গ) $R \subseteq C \times B$ (ঘ) $C \times B \subseteq R$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : C ও B এর কার্তেসীয় গুণজ $C \times B$

$C \times B$ সেটের অন্তর্গত ক্রমজোড়গুলোর অশূন্য উপসেট R হচ্ছে C সেট হতে B সেটের একটি অবয় বা সম্পর্ক।

এখানে, R সেট $C \times B$ সেটের একটি উপসেট।

উপসেটের চিহ্ন \subseteq ∴ সম্পর্ক $R \subseteq C \times B$ ।

৩. $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 5\}$ হলে $P(A \cap B)$ এর সদস্য সংখ্যা নিচের কোনটি?

- (ক) 1 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 8

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 5\}$

∴ $A \cap B = \{1, 2\} \cap \{2, 5\} = \{2\}$

তাহলে, $P(A \cap B) = \{\{2\}, \emptyset\}$

∴ $P(A \cap B)$ এর সদস্য সংখ্যা ২টি।

৪. নিচের কোনটি $\{x \in N : 13 < x < 17 \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে?

- (ক) \emptyset (খ) $\{0\}$
(গ) $\{\emptyset\}$ (ঘ) $\{13, 17\}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রদত্ত সেট

$\{x \in N : 13 < x < 17 \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

অর্থাৎ ১৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৭ অপেক্ষা ছোট ষাভাবিক মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট।

১ এর চেয়ে বড় যেসব সংখ্যার ১ ও সংখ্যাটি ছাড়া অন্য কোনো গুণনীয়ক নাই, সেসব সংখ্যা হচ্ছে মৌলিক সংখ্যা।

১৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৭ অপেক্ষা ছোট ষাভাবিক সংখ্যা হচ্ছে ১৫, ১৬ কিন্তু যার কোনটি মৌলিক সংখ্যা নয়।

অর্থাৎ সেটটির কোনো উপাদান বিদ্যমান নাই।

∴ তালিকা পদ্ধতিতে সেটটি হবে \emptyset ।

৫. $A \cup B = \{a, b, c\}$ হলে—

- i. $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, c\}$
ii. $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c\}$
iii. $A = \{a, b\}$, $B = \{c\}$

উপর্যুক্ত তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) ii (গ) i ও ii (ঘ) i ও iii

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $A \cup B = \{a, b, c\}$

i. $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, c\}$ হলে,
 $A \cup B = \{a, b\} \cup \{a, b, c\} = \{a, b, c\} = A \cup B$

ii. $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c\}$ হলে,
 $A \cup B = \{a, b, c\} \cup \{b, c\} = \{a, b, c\} = A \cup B$

iii. $A = \{a, b\}$, $B = \{c\}$ হলে,
 $A \cup B = \{a, b\} \cup \{c\} = \{a, b, c\} = A \cup B$

সুতরাং i, ii ও iii তিনটিই সঠিক।

৬. A ও B দুইটি সসীম সেটের জন্য

- i. $A \times B = \{(x, y) : x \in A \text{ এবং } y \in B\}$
ii. $n(A) = a$, $n(B) = b$ হলে $n(A \times B) = ab$
iii. $A \times B$ এর প্রতিটি সদস্য একটি ক্রমজোড়।

উপর্যুক্ত তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, A ও B সেটসমূহ সসীম।

i. A ও B এর গুণজ সেটের সদস্য ক্রমজোড়গুলোর প্রথম A তে এবং ২য় উপাদান B তে থাকবে।

ii. $n(A) = a$, $n(B) = b$ হলে $n(A \times B) = a \cdot b = ab$

iii. A ও B এর গুণজ সেট অর্থাৎ $A \times B$ সেটের সদস্যগুলো ক্রমজোড় হবে।

সুতরাং i, ii ও iii তিনটিই সঠিক।

৭. $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ হলে, নিচ প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

১. A সেটের সঠিক প্রকাশ কোনটি?

- (ক) $\{x \in N : 6 < x < 13\}$ (খ) $\{x \in N : 6 \leq x \leq 13\}$
(গ) $\{x \in N : 6 \leq x < 13\}$ (ঘ) $\{x \in N : 6 < x \leq 13\}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সেট $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

এখানে, A সেটের সদস্যগুলো ষাভাবিক সংখ্যা যা ৬ ও ১৩ সমান এবং ১৩ এর ছোট বা সমান।

সুতরাং সেটের গঠন পদ্ধতি অনুযায়ী, $A = \{x \in N : 6 \leq x \leq 13\}$

উত্তরের শৃঙ্খলা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১	(ক)	২	(গ)	৩	(খ)	৪	(ক)	৫	(ঘ)	৬	(ঘ)	৭	(গ)
---	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	-----

৮. A সেটের মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট কোনটি?

- (ক) {6, 8, 10, 12} (খ) {7, 9, 11, 13}
(গ) {7, 11, 13} (ঘ) {9, 12}

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : 1 এর চেয়ে বড় যেসব সংখ্যার 1 ও সংখ্যাটি ছাড়া অন্য কোনো গুণনীয়ক নাই। সেসব সংখ্যা হচ্ছে মৌলিক সংখ্যা।

A সেটের উপাদান 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 এর মধ্যে 7, 11, 13 সংখ্যা তিনটির 1 ও সংখ্যাটি ছাড়া অন্য কোনো গুণনীয়ক নাই।

অর্থাৎ A সেটের উপাদানগুলোর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা হচ্ছে 7, 11, 13
∴ A সেটের মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট = {7, 11, 13}.

৯. A সেটের 3 এর গুণিতকগুলোর সেট কোনটি?

- (ক) {6, 9} (খ) {6, 11}
(গ) {9, 12} (ঘ) {6, 9, 12}

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : কোনো সংখ্যার গুণিতক হলো সংখ্যাটি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য সকল স্বাভাবিক সংখ্যা।

এখন, $3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 3 = 9, 3 \times 4 = 12, 3 \times 5 = 15, \dots$

∴ A সেটের উপাদান 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 এর মধ্যে 3 এর গুণিতকগুলো হচ্ছে 6, 9, 12।

∴ A সেটের 3 এর গুণিতকগুলোর সেট {6, 9, 12}.

উত্তরের শৃঙ্খতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৮ (গ) ৯ (ঘ)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১০ ▶ যদি $A = \{3, 4\}$, $B = \{2, 4\}$, $x \in A$ এবং $y \in B$ হয়, তবে A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x > y$ সম্পর্ক বিবেচনা করে অর্থটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{3, 4\}$ এবং $B = \{2, 4\}$

প্রথমতে, অর্থ $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } x > y\}$

এখানে, $A \times B = \{3, 4\} \times \{2, 4\}$
 $= \{(3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 4)\}$

∴ প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে, $R = \{(3, 2), (4, 2)\}$.

প্রশ্ন ১১ ▶ যদি $C = \{2, 5\}$, $D = \{4, 6, 7\}$, $x \in C$ এবং $y \in D$ হয়, তবে C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x + 1 < y$ সম্পর্কটি বিবেচনা করে তাকে তবে অর্থটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $C = \{2, 5\}$ এবং $D = \{4, 6, 7\}$

প্রথমতে, অর্থ $R = \{(x, y) : x \in C, y \in D \text{ এবং } x + 1 < y\}$

এখানে, $C \times D = \{2, 5\} \times \{4, 6, 7\}$
 $= \{(2, 4), (2, 6), (2, 7), (5, 4), (5, 6), (5, 7)\}$

প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে, $R = \{(2, 4), (2, 6), (2, 7), (5, 7)\}$

প্রশ্ন ১২ ▶ $f(x) = x^4 + 5x - 3$ হলে, $f(-1)$, $f(2)$ এবং $f\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(x) = x^4 + 5x - 3$

∴ $f(-1) = (-1)^4 + 5 \times (-1) - 3$
 $= 1 - 5 - 3 = 1 - 8 = -7$

$f(2) = (2)^4 + 5(2) - 3$
 $= 16 + 10 - 3 = 26 - 3 = 23$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + 5\left(\frac{1}{2}\right) - 3$
 $= \frac{1}{16} + \frac{5}{2} - 3 = \frac{1 + 40 - 48}{16} = \frac{1 - 8}{16} = \frac{-7}{16}$

নির্ণেয় মান $-7, 23, \frac{-7}{16}$.

প্রশ্ন ১৩ ▶ যদি $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$ হয়, তবে k এর কোন মানের জন্য $f(-2) = 0$ হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$$

$$\therefore f(-2) = (-2)^3 + k(-2)^2 - 4(-2) - 8$$

$$= -8 + 4k + 8 - 8 = 4k - 8$$

প্রশ্নানুসারে, $f(-2) = 0$

$$\text{বা, } 4k - 8 = 0$$

$$\text{বা, } 4k = 8$$

$$\text{বা, } k = \frac{8}{4} = 2$$

∴ $k = 2$ হলে, $f(-2) = 0$ হবে।

প্রশ্ন ১৪ ▶ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ হয়, তবে x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

এখন, $f(x) = 0$

$$\text{বা, } x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

$$\text{বা, } x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6 = 0$$

$$\text{বা, } x^2(x - 1) - 5x(x - 1) + 6(x - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 1 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{অথবা, } x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x - 3x + 6 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 2) - 3(x - 2) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 2 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 3 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় x এর মান 1 বা 2 বা 3.

প্রশ্ন ১৫ ▶ যদি $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$ হয়, তবে $\frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-1}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{2\left(\frac{1}{x^2}\right)-1}$$

$$= \frac{\frac{2}{x^2}+1}{\frac{2}{x^2}-1} = \frac{\frac{2+x^2}{x^2}}{\frac{2-x^2}{x^2}} = \frac{2+x^2}{2-x^2} \times \frac{x^2}{x^2}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2+x^2}{2-x^2}$$

$$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-1} = \frac{\frac{2+x^2}{2-x^2}+1}{\frac{2+x^2}{2-x^2}-1} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$= \frac{4}{2x^2} = \frac{2}{x^2}$$

নির্ণেয় মান $\frac{2}{x^2}$.

এস ১৬ ▶ $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$ হলে, দেখাও যে, $g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2)$.

সমাধান : প্রদত্ত ফাংশন, $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$

বামপক্ষ = $g\left(\frac{1}{x^2}\right)$

$$= \frac{1 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^4}{\left(\frac{1}{x^2}\right)^2} = \frac{1 + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^8}}{\frac{1}{x^4}} = \frac{x^8 + x^4 + 1}{x^4}$$

$$= \frac{x^8 + x^4 + 1}{x^4} \times \frac{x^4}{1} = \frac{x^8 + x^4 + 1}{x^4}$$

$$\therefore g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2). \text{ (দেখানো হলো)}$$

এস ১৭ ▶ নিচের অর্থগুণে থেকে ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর :

(ক) $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

R রিলেশনে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ ২, ২, ২ এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ ১, ২, ৩.

\therefore ডোম $R = \{2\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{1, 2, 3\}$.

(খ) $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

S রিলেশনে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ -২, -১, ০, ১, ২ এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ ৪, ১, ০, ১, ৪

\therefore ডোম $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং রেঞ্জ $\{0, 1, 4\}$.

(গ) $F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$$

F রিলেশনে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ

$\frac{1}{2}, 1, 1, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}$ এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ ০, ১, -১, ২, -২

\therefore ডোম $F = \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}\right\}$ এবং রেঞ্জ $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

এস ১৮ ▶ নিচের অর্থগুণলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর :

(ক) $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$,

যেখানে $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$,

এবং $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $x + y = 1$

$\therefore y = 1 - x$.

এখন, $x \in A$ এর জন্য y এর বিভিন্ন মান নির্ণয় করি :

x	-2	-1	0	1	2
y	3	2	1	0	-1

কিন্তু $3 \notin A \therefore (-2, 3) \notin R$

$\therefore R = \{(-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1)\}$

ডোমেন $R = \{-1, 0, 1, 2\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{-1, 0, 1, 2\}$.

(খ) $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = 2x\}$,

যেখানে $C = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $C = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ এবং

$F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = 2x\}$

এখন, $x \in C$ এর জন্য $y = 2x$ নির্ণয় করি।

x	-1	0	1	2	3
y	-2	0	2	4	6

কিন্তু $-2, 4, 6 \notin C$

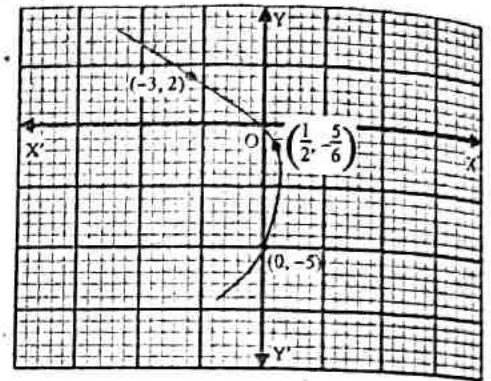
$\therefore (-1, -2), (2, 4), (3, 6) \notin F$

$\therefore F = \{(0, 0), (1, 2)\}$

ডোমেন $F = \{0, 1\}$ এবং রেঞ্জ $F = \{0, 2\}$.

এস ১৯ ▶ ছক কাগজে $(-3, 2), (0, -5), \left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুগুলো স্থাপন কর।

সমাধান : ছক কাগজের মাঝামাঝি XOX' ও YOY' অক্ষ দুইটি টানি। ছক কাগজে প্রতি ক্ষুদ্রবর্গের দুই বাহুকে একক ধরে বিন্দুগুলো চিহ্নিত করি ও মুক্ত হস্তে যোগ করি।



এস ২০ ▶ ছক কাগজে $(1, 2), (-1, 1), (11, 7)$ বিন্দু তিনটি স্থাপন করে দেখাও যে, বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

সমাধান : ছক কাগজের মাঝামাঝি XOX' ও YOY' অক্ষ দুইটি টানি।

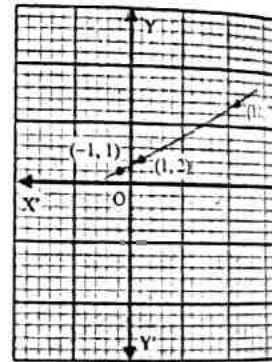
এখন ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে $(1, 2), (-1, 1)$

এবং $(11, 7)$ বিন্দু তিনটি স্থাপন করি। বিন্দু তিনটি যোগ করলে

লেখ থেকে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। সুতরাং বিন্দু

তিনটি একই সরলরেখায়

অবস্থিত। (দেখানো হলো)



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২১ | সার্বিক সেট $U = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$A = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } 2 \leq x \leq 7\}$$

$$B = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } 3 < x < 6\}$$

$$C = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x^2 > 5 \text{ এবং } x^2 < 130\}$$

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. A' এবং $C \setminus B$ নির্ণয় কর।

গ. $B \times C$ এবং $P(A \cap C)$ নির্ণয় কর।

২১নং প্রশ্নের সমাধান

এখানে, $U = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$$

এবং $A = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } 2 \leq x \leq 7\}$

২ থেকে ৭ পর্যন্ত বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো ৩, ৫,

$\therefore A = \{3, 5, 7\}$.

২) ক-হতে প্রাপ্ত, $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$

এবং $A = \{3, 5, 7\}$

এখানে, $B = \{x : x \in N \text{ এবং } 3 < x < 6\}$

৩ অপেক্ষা বড় এবং ৬ অপেক্ষা ছোট বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হল ৫

$\therefore B = \{5\}$

এবং $C = \{x : x \in N : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

অর্থাৎ যে সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ ৫ অপেক্ষা বড় এবং ঘন ১৩০ অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

এখানে, $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 > 5$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 130$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 > 5$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 130$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 5$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 130$

$x = 7$ হলে, $x^2 = 7^2 = 49 > 5$ এবং $x^3 = 7^3 = 343 > 130$

অর্থাৎ $C = \{3, 5\}$

$\therefore A' = U \setminus A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\} \setminus \{3, 5, 7\}$
 $= \{1, 9, 11, 13, \dots\}$

এবং $C \setminus B = \{3, 5\} \setminus \{5\} = \{3\}$.

গ) (ক) হতে প্রাপ্ত, $A = \{3, 5, 7\}$

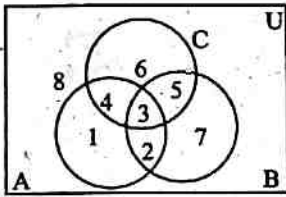
(খ) হতে প্রাপ্ত, $B = \{5\}$ এবং $C = \{3, 5\}$

$\therefore B \times C = \{5\} \times \{3, 5\} = \{(5, 3), (5, 5)\}$

$A \cap C = \{3, 5, 7\} \cap \{3, 5\} = \{3, 5\}$

$\therefore P(A \cap C) = \{\{3, 5\}, \{3\}, \{5\}, \emptyset\}$.

২২নং প্রশ্নের সমাধান:

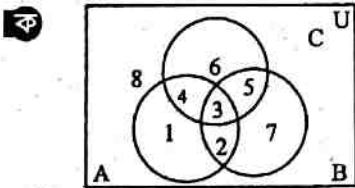


ক. B সেটকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. উদ্দীপক ব্যবহার করে $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ সম্পর্কটির সত্যতা যাচাই কর।

গ. $S = (B \cup C)^c \times A$ হলে, ডোম S নির্ণয় কর।

২২নং প্রশ্নের সমাধান:



ডেনচিত্র হতে, B সেটের উপাদানসমূহ ২, ৩, ৫, ৭ যা মৌলিক সংখ্যা এবং ২ থেকে ৭ এর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore B = \{2, 3, 5, 7\} = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 2 \leq x \leq 7\}$

২) ডেনচিত্র হতে, $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$

$C = \{3, 4, 5, 6\}$

এখন, $B \cap C = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5, 6\}$
 $= \{3, 5\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 3, 5, 7\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

$A \cup C = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5, 6\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

বামপক্ষ = $A \cup (B \cap C)$

$= \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 5\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ডানপক্ষ = $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$\therefore A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ সম্পর্কটি সঠিক।

গ) ডেনচিত্র হতে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$

$C = \{3, 4, 5, 6\}$

এখন, $B \cup C = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{3, 4, 5, 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$(B \cup C)^c = U \setminus (B \cup C)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \setminus \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{1, 8\}$

$S = (B \cup C)^c \times A = \{1, 8\} \times \{1, 2, 3, 4\}$

$= \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (8, 1), (8, 2), (8, 3), (8, 4)\}$

\therefore ডোম $S = \{1, 8\}$.

২৩নং প্রশ্নের সমাধান:

ক. $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $\frac{f(x)+2}{f(x)-1}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, $f(y) = x$.

২৩নং প্রশ্নের সমাধান:

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{4x-7}{2x-4}$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{4\left(-\frac{1}{2}\right)-7}{2\left(-\frac{1}{2}\right)-4} = \frac{-2-7}{-1-4} = \frac{-9}{-5} = \frac{9}{5}$$

নির্ণেয় মান : $\frac{9}{5}$.

খ. দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{4x-7}{2x-4}$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{f(x)+2}{f(x)-1} &= \frac{\frac{4x-7}{2x-4}+2}{\frac{4x-7}{2x-4}-1} = \frac{\frac{4x-7+4x-8}{2x-4}}{\frac{4x-7-2x+4}{2x-4}} = \frac{8x-15}{2x-3} \\ &= \frac{8x-15}{2x-4} \times \frac{2x-4}{2x-3} = \frac{8x-15}{2x-3} \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান : $\frac{8x-15}{2x-3}$.

গ. দেওয়া আছে, $y = f(x) = \frac{4x-7}{2x-4}$

অর্থাৎ $y = \frac{4x-7}{2x-4}$

এবং $f(x) = \frac{4x-7}{2x-4}$

$$\begin{aligned} \text{বা, } f(y) &= \frac{4y-7}{2y-4} = \frac{4\left(\frac{4x-7}{2x-4}\right)-7}{2\left(\frac{4x-7}{2x-4}\right)-4} = \frac{\frac{16x-28-14x+28}{2x-4}}{\frac{8x-14-8x+16}{2x-4}} \\ &= \frac{2x}{2x-4} = \frac{2x}{2x-4} \times \frac{2x-4}{2} = x \end{aligned}$$

$\therefore f(y) = x$. (দেখানো হলো)