PART 02

অনুশীলন Practice

স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রস্তুতির জন্য ১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান

শিখন অর্জন যাচাই

- জ্যামিতিক অনুপাত, সমানুপাত ও প্রতিসমতা সম্পর্কে ধারণা লাভ করব।
- দুইটি চিত্র সর্বসম হলে সেগুলো সদৃশতা বুঝতে পারব।
- রেখা প্রতিসমতা ও ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয়ের নিয়ম শিখতে পারব।

শিখন সহায়ক উপকরণ

- অনুপাত ও সমানুপাতের ধর্ম সংবলিত পোস্টার।
- সর্বসম ও সদৃশ বস্তুর ছবি।
- গাছের পাতা, ফুল, মৌচাক, ঘরবাড়ি, টেবিল, চেয়ার ইত্যাদির ছবি।

অধ্যায় ১৪

অনুশীলনী ১৪.১
অনুপাত ও সমানুপাতের ধর্ম এবং জ্যামিতিক সমানুপাত

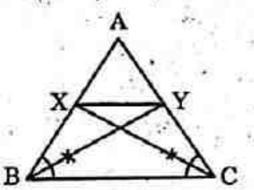
সাধারণ জ্যামিতিক অংশ — পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১ ▸ কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় বিপরীত বাহু দুইটিকে X ও Y বিন্দুতে ছেদ করে। XY, ভূমির সমান্তরাল হলে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ত্রিভুজের $\angle C$ ও $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় CX ও BY। XY, BC-এর সমান্তরাল।



প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔABC এ XY, ভূমি BC-এর সমান্তরাল রেখা হওয়ায়,

$AX : XB = AY : YC$

বা, $\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC}$ [∵ ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

বা, $\frac{AX+XB}{XB} = \frac{AY+YC}{YC}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AB}{XB} = \frac{AC}{YC}$

ধাপ ২: এখানে, $\angle CBY = \angle XBY$ [BY, $\angle CBX$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

এবং $\angle XYB = \angle CBY$ [একান্তর কোণ]

$\therefore \angle XYB = \angle XBY$

ΔXYB এ, $\angle XYB = \angle XBY$

$\therefore BX = XY$

ধাপ ৩: অনুরূপভাবে, ΔCXY-এ, $\angle CXY = \angle XCY$

$\therefore YC = XY$

ধাপ ৪: $BX = YC$ [ধাপ (১) ও (৩) হতে]

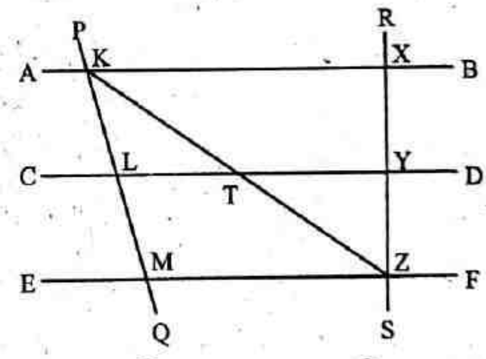
$\therefore AB = AC$

অতএব, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ২ ▸ প্রমাণ কর যে, কতকগুলো পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখাকে দুইটি সরলরেখা ছেদ করলে অনুরূপ অংশগুলো সমানুপাতিক হবে।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB, CD, EF সমান্তরাল সরলরেখাগুলো PQ ও RS রেখা দ্বারা যথাক্রমে K, L, M ও X, Y, Z বিন্দুতে ছেদ করেছে।

দেখাতে হবে, $\frac{KL}{LM} = \frac{XY}{YZ}$



অঙ্কন : K, Z যোগ করি। এতে CD রেখা T বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔKMZ-এ,

$LT \parallel MZ$.

$\therefore \frac{KL}{LM} = \frac{KT}{TZ}$ [∵ ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

ধাপ ২ : ΔKXZ-এ,

$TY \parallel KX$

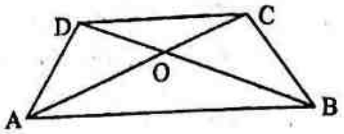
$\therefore \frac{XY}{YZ} = \frac{KT}{TZ}$ [একই কারণে]

ধাপ ৩ : সুতরাং $\frac{KL}{LM} = \frac{XY}{YZ}$. [ধাপ-১ ও ধাপ-২ ফলাফল হতে।]

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩ ▸ প্রমাণ কর যে, ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয় এদের ছেদবিন্দুতে একই অনুপাতে বিভক্ত হয়।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় AB ও CD এবং এর কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AO : OC = BO : OD.



প্রমাণ :

ধাপ ১ : ABCD ট্রাপিজিয়ামে AB ∥ CD এবং AC এদের ছেদক

$\therefore \angle CAB = \angle ACD$ [একান্তর কোণ]

বা, $\angle OAB = \angle OCD$

ধাপ ২ : আবার, ABCD ট্রাপিজিয়ামে AB ∥ CD এবং BD এদের ছেদক

$\therefore \angle DBA = \angle BDC$ [একান্তর কোণ]

বা, $\angle OBA = \angle ODC$

ধাপ ৩ : Δ AOB এবং Δ COD এ

$\angle OAB = \angle OCD$ [ধাপ ১ হতে]

$\angle OBA = \angle ODC$ [ধাপ ২ হতে]

এবং $\angle AOB = \angle COD$ [বিপ্রতীপ কোণ]

অতএব, Δ AOB এবং Δ COD সদৃশকোণী ত্রিভুজ।

অর্থাৎ $\frac{AO}{BO} = \frac{OC}{OD}$ [∵ দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে এদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক]

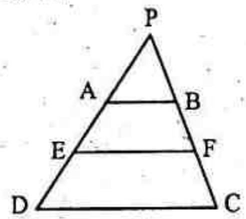
বা, $\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD}$

$\therefore$ AO : OC = BO : OD. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৪ ▸ প্রমাণ কর যে, ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহু AD ও BC। এদের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F। প্রমাণ করতে হবে যে, EF ∥ CD ∥ AB.

অঙ্কন : DA ও CB কে বর্ধিত করি যেন এরা P বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ : ধাপ ১ : Δ PCD-এ, AB ∥ CD

$\therefore \frac{PA}{AD} = \frac{PB}{BC}$

বা, $\frac{PA + AD}{AD} = \frac{PB + BC}{BC}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{PD}{AD} = \frac{PC}{BC}$

বা, $\frac{PD}{DE} = \frac{PC}{CF}$ [∵ E ও F যথাক্রমে AD ও BC-এর মধ্যবিন্দু]

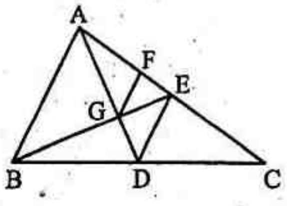
$\therefore$ EF ∥ CD

ধাপ ২: অতএব, EF, CD এবং AB-এর সমান্তরাল হবে।

সুতরাং EF ∥ CD ∥ AB. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৫ ▸ ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্তরাল রেখাংশ AC কে F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AC = 6EF।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, Δ ABC-এ, AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্যদিয়ে অঙ্কিত DE-এর সমান্তরাল রেখাংশ AC-কে F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC = 6EF.



প্রমাণ :

ধাপ ১: Δ ADE-এ, DE ∥ GF

$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{AF}{FE}$

[∵ মধ্যমাদ্বয় এদের ছেদবিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয় ∴ AG : GD = 2 : 1]

বা, $\frac{2GD}{GD} = \frac{AF}{EF}$

বা, $\frac{AF}{EF} = 2$

বা, AF = 2EF

ধাপ ২ : এখানে, AE = AF + EF = 2EF + EF = 3EF [ধাপ (১) হতে]

ধাপ ৩ : আবার, AC = 2AE

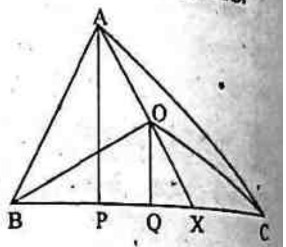
[∵ AC রেখা E বিন্দুতে BE মধ্যমা দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হয়।]

বা, AC = 2.3EF [ধাপ (২) হতে]

$\therefore$ AC = 6EF. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৬ ▸ Δ ABC এর BC বাহুস্থ যেকোনো বিন্দু X এবং AX রেখাস্থ O একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, Δ AOB : Δ AOC = BX : XC.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, Δ ABC-এর BC বাহুস্থ যেকোনো বিন্দু X এবং AX রেখাস্থ O একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ AOB : Δ AOC = BX : XC.



অঙ্কন : A এবং O হতে BC-এর উপর যথাক্রমে AP ও OQ লম্ব টানি।

প্রমাণ :

ধাপ ১: Δ ABX ও Δ ACX এর উচ্চতা AP।

$\therefore$ Δ ABX-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$. BX. AP

[∵ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা]

এবং Δ ACX-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$. CX. AP

[∵ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা]

ধাপ ২ : আবার, Δ BOX ও Δ COX-এর উচ্চতা OQ

[∵ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা]

$\therefore$ Δ BOX-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$. BX. OQ

এবং Δ COX-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$. CX. OQ

[∵ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা]

ধাপ ৩ : $\frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{\Delta ABX - \Delta BOX}{\Delta ACX - \Delta COX}$ [Δ ABX = Δ BOX + Δ AOB এবং Δ ACX = Δ COX + Δ AOC]

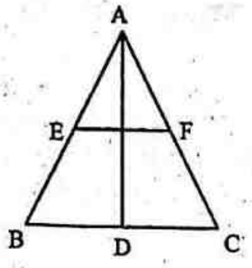
বা, $\frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{\frac{1}{2}.BX.AP - \frac{1}{2}.BX.OQ}{\frac{1}{2}.CX.AP - \frac{1}{2}.CX.OQ}$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

$= \frac{\frac{1}{2}BX\,(AP - OQ)}{\frac{1}{2}CX\,(AP - OQ)} = \frac{BX}{CX}$

$\therefore$ Δ AOB : Δ AOC = BX : XC. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৭ ▸ Δ ABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BC এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, BD : DC = BE : CF.

সমাধান : **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, Δ ABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BC এর সমান্তরাল EF রেখা AB ও AC কে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে, BD : DC = BE : CF.



প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ ABC এ, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ BD : DC = AB : AC

বা, $\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$

ধাপ ২ : BC $\parallel$ EF হওয়ায়, $\frac{AE}{BE}=\frac{AF}{CF}$ [$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল রেখাংশ অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

$\frac{AE+BE}{BE}=\frac{AF+CF}{CF}$

বা, $\frac{AB}{BE}=\frac{AC}{CF}$ [যোজন করে।]

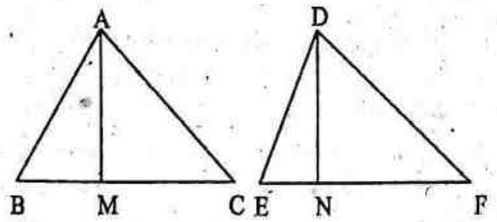
বা, $\frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CF}$

বা, $\frac{BD}{DC}=\frac{BE}{CF}$ [ধাপ-১ এর হতে।]

সুতরাং BD : DC = BE : CF. **(প্রমাণিত).**

প্রশ্ন ৮ ▸ ABC ও DEF সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের উচ্চতা AM ও DN হলে প্রমাণ কর যে, AM : DN = AB : DE.

সমাধান : **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, ABC ও DEF সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের উচ্চতা AM ও DN।



প্রমাণ করতে হবে যে, AM : DN = AB : DE.

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ ABC ও Δ DEF সদৃশ্যকোণী ত্রিভুজে $\angle ABC = \angle DEF$

এখন, Δ ABM ও Δ DEN-এ

$\angle AMB = \angle DNE$ [এক সমকোণ]

এবং $\angle ABM = \angle DEN$ [$\angle ABC = \angle DEF$]

ধাপ ২ : অতএব, $\angle BAM = \angle EDN$

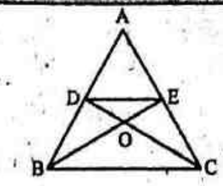
অর্থাৎ, Δ ABM ও Δ DEN সদৃশকোণী ও সদৃশ।

$\therefore$ $\frac{AM}{DN}=\frac{AB}{DE}$ [অনুরূপ বাহুর অনুপাত সমান]

সুতরাং, AM : DN = AB : DE. **(প্রমাণিত)**

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ৯ পাশের চিত্রে BC $\parallel$ DE.



ক. প্রমাণ কর Δ BOC ও Δ DOE সদৃশ।

খ. প্রমাণ কর AD : BD = AE : CE.

গ. প্রমাণ কর BO : OE = CO : OD.

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল DE রেখাংশ। AB ও AC বাহুদ্বয়কে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। BE ও CD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ BOC ও Δ DOE সদৃশ।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ BOC ও Δ DOE-এ

$\angle OBC = \angle BED$ [একান্তর কোণ]

$\angle OCB = \angle ODE$ [একান্তর কোণ]

$\angle BOC = \angle DOE$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$ Δ BOC ও Δ DOE সদৃশ। **(প্রমাণিত).**

খ এখানে, Δ ABC-এর BC বাহুর সমান্তরাল DE রেখাংশ AB ও AC বাহুদ্বয়কে অথবা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, AD : BD = AE : CE.

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ ADE এবং Δ BDE একই উচ্চতাবিশিষ্ট

$\therefore$ $\frac{\Delta ADE}{\Delta BDE}=\frac{AD}{BD}$

[একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক]

ধাপ ২ : আবার, Δ ADE এবং Δ DEC একই উচ্চতাবিশিষ্ট

$\therefore$ $\frac{\Delta ADE}{\Delta DEC}=\frac{AE}{CE}$ [একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক]

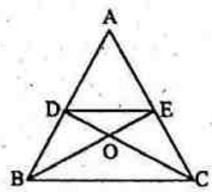
ধাপ ৩ : কিন্তু $\Delta BDE = \Delta DEC$

$\therefore$ $\frac{\Delta ADE}{\Delta BDE}=\frac{\Delta ADE}{\Delta DEC}$ [একই ভূমি ও একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত]

ধাপ ৪ : অতএব, $\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{CE}$

অর্থাৎ AD : BD = AE : CE. **(প্রমাণিত).**

গ এখানে, ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল রেখাংশ DE. $\angle B$ ও $\angle C$ এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক BE ও CD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, BO : OE = CO : OD.



প্রমাণ :

ধাপ ১: BCE ত্রিভুজের $\angle C$ এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক CO

$\therefore$ $\frac{BO}{OE}=\frac{BC}{CE}$ [ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]

ধাপ ২: আবার, BCD ত্রিভুজের $\angle B$ এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক BO[একই কারণ]

$\therefore$ $\frac{CO}{OD}=\frac{CB}{BD}=\frac{BC}{CE}$ [$\because$ ΔABC DE $\parallel$ BC, $\therefore$ BD = CE]

ধাপ ৩: $\frac{BO}{OE}=\frac{CO}{OD}$ [ধাপ (১) ও ধাপ (২)]

অর্থাৎ, BO : OE = CO : OD. **(প্রমাণিত)**

অধ্যায় ১৪
অনুশীলনী ১৪.২
সদৃশতা

সাধারণ জ্যামিতিক অংশ
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১। Δ ABC এ BC এর সমান্তরাল DE রেখা AB ও AC কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করলে—

i. ΔABC ও ΔADE পরস্পর সদৃশ

ii. $\frac{AD}{BD} = \frac{CE}{AE}$

iii. $\frac{\Delta ABC}{\Delta ADE} = \frac{BC^2}{DE^2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

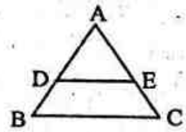
▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) চিত্রে DE ∥ BC

$\therefore \angle ADC =$ অনুরূপ $\angle ABC$

এবং $\angle AED =$ অনুরূপ $\angle ACB$

ফলে ΔABC ও ΔADE এ $\angle A = \angle A$, $\angle B = \angle D$ এবং $\angle C = \angle E$.

$\therefore \Delta ABC$ ও ΔADE পরস্পর সদৃশ।



(ii) ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

ΔABC এর BC বাহুর সমান্তরাল DE রেখা AB ও AC কে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

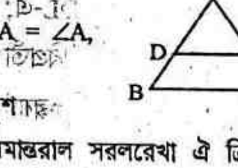
(iii) দুইটি সদৃশ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত তাদের যেকোনো দুই অনুরূপ বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাতের সমান।

ΔABC ও ΔADE দুইটি সদৃশ ত্রিভুজক্ষেত্রের মধ্যে, BC বাহুর অনুরূপ বাহু DE

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta ADE} = \frac{BC^2}{DE^2}$

সুতরাং (i) ও iii সঠিক।

■ পাশের চিত্রের তথ্যানুসারে ২ ও ৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



২। Δ ABC এর উচ্চতা ও ভূমির অনুপাত কত?

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{2}{5}$ ঘ $\frac{5}{4}$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : Δ ABC এর উচ্চতা ও ভূমির অনুপাত $= \frac{AD}{BC}$

$= \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

৩। ΔABD এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ক 6 খ 20 গ 40 ঘ 50

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2}$

$= \sqrt{5^2 - 4^2}$

$= \sqrt{25 - 16}$

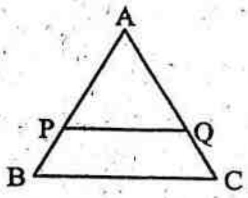
$= \sqrt{9} = 3.$

Δ ABD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BD \times AD$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$

$= 6$ বর্গ একক

৪। Δ ABC-এ PQ ∥ BC হলে নিচের কোনটি সঠিক?



ক $AP : PB = AQ : QC$ খ $AB : PQ = AC : PQ$

গ $AB : AC = PQ : BC$ ঘ $PQ : BC = BP : BQ$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল PQ রেখা AB ও AC কে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

$\therefore AP : PB = AQ : QC$

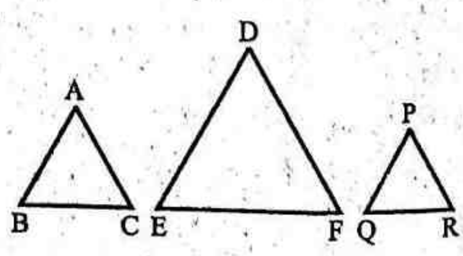
উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	খ	২	গ	৩	ক	৪	ক

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৫ ▶ প্রমাণ কর যে, দুইটি ত্রিভুজের প্রত্যেকটি যদি তৃতীয় একটি ত্রিভুজের সদৃশ হয়, তবে তারা পরস্পর সদৃশ।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, Δ ABC ও Δ DEF প্রত্যেকে Δ PQR-এর সদৃশ। প্রমাণ করতে হবে, Δ ABC ও Δ DEF পরস্পর সদৃশ।



প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔABC ও ΔPQR সদৃশ।

$\therefore \angle A = \angle P, \angle B = \angle Q$ এবং $\angle C = \angle R$

[∵ সদৃশকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে কোণগুলো পরস্পর সমান।]

ধাপ ২ : ΔDEF ও ΔPQR সদৃশ,

$\therefore \angle D = \angle P, \angle E = \angle Q$ এবং $\angle F = \angle R.$

[∵ সদৃশকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে কোণগুলো পরস্পর সমান।]

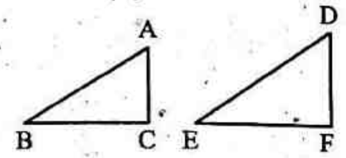
ধাপ ৩ : সুতরাং $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F.$

[ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে]

ΔABC ও ΔDEF-এর কোণ তিনটি সমান হওয়ায় এরা পরস্পর সদৃশকোণী এবং সদৃশ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৬ ▸ প্রমাণ কর যে, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের একটির একটি সূক্ষ্মকোণ অপরটির একটি সূক্ষ্মকোণের সমান হলে, ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ হবে।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC ও ΔDEF-এ $\angle C$ ও $\angle F$ সমকোণ এবং $\angle B = \angle E$। প্রমাণ করতে হবে; ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।



প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔABC ও ΔDEF-এ,

$\angle ABC = \angle DEF$ [কল্পনা]

$\angle ACB = \angle DFE$ [প্রত্যেকে এক সমকোণ]

ধাপ ২ : $\angle A + \angle B + \angle C = \angle D + \angle E + \angle F$

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি $180°$]

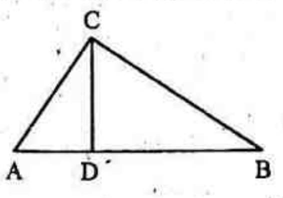
বা, $\angle A = \angle D$

$\therefore \angle BAC = \angle EDF$ [ধাপ (১) থেকে]

অতএব, ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী ও সদৃশ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৭ ▸ প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকৌণিক শীর্ষ থেকে অতিভুজের উপর লম্ব আঁকলে যে দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তারা পরস্পর সদৃশ এবং প্রত্যেকে মূল ত্রিভুজের সদৃশ।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর C সমকৌণিক শীর্ষ হতে অতিভুজ AB এর উপর CD লম্ব। প্রমাণ করতে হবে, ΔACD ও ΔBCD পরস্পর সদৃশ এবং প্রত্যেকে ΔABC এর সহিত সদৃশ।



প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔACD ও ΔBCD-এ

$\angle CDA = \angle BDC$ [এক সমকোণ]

এখন, $\angle ACD + \angle BCD = 90°$ [∵ C সমকৌণিক শীর্ষ]

এবং $\angle ADC = \angle BCD + \angle CBD$

[∵ BCD ত্রিভুজের বহিঃস্থ $\angle ADC$, অন্তঃস্থ $\angle BCD$]

বা, $\angle BCD + \angle CBD = 90°$ [∵ $\angle ADC$ = সমকোণ]

ধাপ ২ : $\angle ACD + \angle BCD = \angle BCD + \angle CBD$ [ধাপ (১) হতে]

বা, $\angle ACD = \angle CBD$

$\therefore \angle CAD = \angle BCD$

$\therefore \Delta ACD$ ও ΔBCD সদৃশকোণী ও সদৃশ।

ধাপ ৩ : আবার, ΔACD ও ΔABC-এ

$\angle ADC = \angle ACB$ [প্রত্যেকের সমকোণ]

$\angle CAD = \angle CAB$ [ধাপ (২) থেকে]

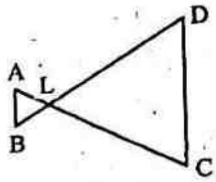
$\therefore \angle ACD = \angle ABC$

তাহলে, ΔACD ও ΔABC সদৃশ।

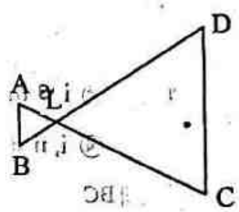
ধাপ ৪ : অনুরূপভাবে, ΔCBD ও ΔABC সদৃশ।

অর্থাৎ, ΔACD ও ΔBCD পরস্পরের সদৃশ এবং প্রত্যেকে ΔABC এর সহিত সদৃশ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৮ ▸ পাশের চিত্রে, $\angle B = \angle D$ এবং $CD = 4AB$. প্রমাণ কর যে, $BD = 5BL$.



সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $\angle B = \angle D$ এবং $CD = 4AB$। প্রমাণ করতে হবে, $BD = 5BL$.



প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔBAL ও ΔCDL-এ,

$\angle ALB = \angle CLD$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\angle ABL = \angle CDL$ [কল্পনা]

$\therefore \angle BAL = \angle LCD$

$\therefore \Delta BAL$ ও ΔCDL সদৃশকোণী এবং সদৃশ।

ধাপ ২ : অতএব, $\frac{AB}{CD} = \frac{BL}{DL}$

বা, $\frac{AB}{4AB} = \frac{BL}{DL}$ [∵ $4AB = CD$]

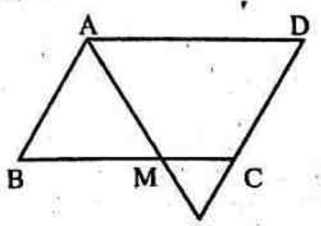
বা, $4BL = DL$

ধাপ ৩ : এখানে, $BD = BL + DL = BL + 4BL$

সুতরাং $BD = 5BL$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৯ ▸ ABCD সামান্তরিকের A শীর্ষ দিয়ে অঙ্কিত একটি রেখাংশ BC বাহুকে M বিন্দুতে এবং DC বাহুর বর্ধিতাংশকে N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $BM \times DN$ একটি ধ্রুবক।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের A শীর্ষ দিয়ে অঙ্কিত AMN রেখা BC বাহুকে M বিন্দুতে এবং DC রেখার বর্ধিতাংশকে N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে, $BM \times DN$ একটি ধ্রুবক।



প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ ABM ও Δ ADN-এ,

$\angle B = \angle D$ [সামান্তরিকের বিপরীত কোণ]

$\angle BAM = \angle DNA$

[$\because$ AB $\parallel$ DN এবং AN ছেদক তাই এদের একান্তর কোণ সমান]

$\therefore$ $\angle AMB = \angle NAD$

$\therefore$ Δ ABM ও Δ ADN সদৃশকোণী এবং সদৃশ।

ধাপ ২ : তাহলে, $\frac{AB}{BM} = \frac{DN}{AD}$

বা, $BM \times DN = AB \times AD$

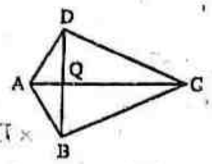
ABCD সামান্তরিকে AB ও AD দুইটি সন্নিহিত বাহু যাদের গুণফল নির্দিষ্ট।

$\therefore$ $BM \times DN$ = ধ্রুবক। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১০ ▶ পাশের চিত্রে BD $\perp$ AC

এবং DQ = BQ = 2AQ = $\frac{1}{2}$QC.

প্রমাণ কর যে, DA $\perp$ DC.

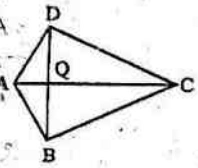


সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে,

BD $\perp$ AC

এবং DQ = BQ = 2AQ = $\frac{1}{2}$QC.

প্রমাণ করতে হবে, DA $\perp$ DC.



প্রমাণ :

ধাপ ১: এখানে,

$AC^2 = (AQ + QC)^2$ [$\because$ AC = AQ + QC]

$= AQ^2 + QC^2 + 2AQ.QC$

$= AQ^2 + QC^2 + 2\frac{1}{4} \cdot QC \cdot QC$ [$\because 2AQ = \frac{1}{2}QC$ বা, $AQ = \frac{1}{4}QC$]

$= AQ^2 + QC^2 + \frac{1}{2} \cdot QC^2$

ধাপ ২: আবার, $AD^2 + CD^2 = (AQ^2 + DQ^2) + (DQ^2 + QC^2)$

[$\because$ Δ ADQ ও Δ CDQ সমকোণী ত্রিভুজ]

$= AQ^2 + QC^2 + 2DQ^2$

$= AQ^2 + QC^2 + 2.\left(\frac{1}{2}QC\right)^2$ [$\because DQ = \frac{1}{2}QC$]

$= AQ^2 + QC^2 + \frac{1}{2} \cdot QC^2$

ধাপ ৩: এখন, Δ ACD-এ

$AC^2 = AD^2 + CD^2$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

সুতরাং $\angle D = 90°$ [$\because$ অতিভুজের বিপরীত কোণ।]

অর্থাৎ DA $\perp$ DC. (প্রমাণিত)

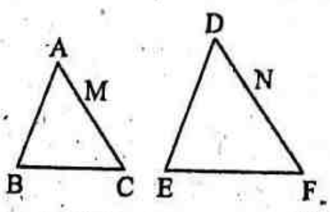
প্রশ্ন ১১ ▶ Δ ABC ও ΔDEF এর $\angle A = \angle D$. প্রমাণ কর যে,

Δ ABC : Δ DEF = AB. AC : DE.DF.

সমাধান :

বিশেষ নির্বাচন : দেওয়া আছে, Δ ABC ও Δ DEF-এ $\angle A = \angle D$।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ABC : Δ DEF = AB.AC : DE.DF.



অঙ্কন : B ও E হতে যথাক্রমে AC ও DF এর উপর BM ও EN লম্ব আঁকি।

প্রমাণ : ধাপ ১: Δ AMB ও Δ DNE-এ

$\angle A = \angle D$ এবং $\angle AMB = \angle DNE$

সুতরাং উহারা সদৃশ।

$\therefore$ $\frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN}$

ধাপ ২ : এখন, $\Delta ABC = \frac{1}{2}AC.BM$

[$\because$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা]

এবং $\Delta DEF = \frac{1}{2}DF.EN$

ধাপ ৩ : $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BM}{\frac{1}{2} \cdot DF \cdot EN} = \frac{AC}{DF} \cdot \frac{AB}{DE}$ [$\because \frac{BM}{EN} = \frac{AB}{DE}$]

বা, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB \cdot AC}{DE \cdot DF}$

সুতরাং Δ ABC : Δ DEF = AB. AC : DE. DF. (প্রমাণিত)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১২ Δ ABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। DA এর সমান্তরাল CE রেখাংশ বর্ধিত BA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

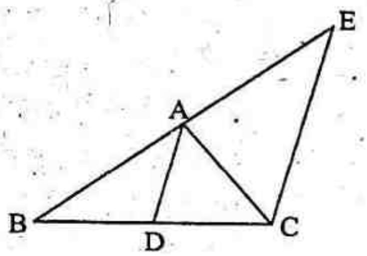
ক. তথ্য অনুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর।

খ. প্রমাণ কর যে, BD : DC = BA : AC

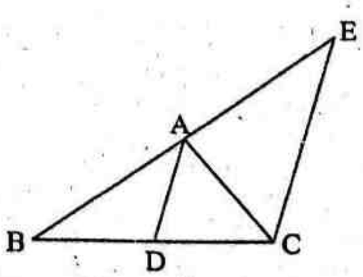
গ. BC এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করলে, প্রমাণ কর যে, BD : DC = BP : CQ.

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ মনে করি, AD রেখাংশ Δ ABC এর অন্তঃস্থ $\angle A$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, BD : DC = BA : AC.



অঙ্কন : DA রেখাংশের সমান্তরাল করে C বিন্দু দিয়ে CE রেখাংশ অঙ্কন করি যেন তা বর্ধিত BA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : ধাপ ১ : যেহেতু DA $\parallel$ CE এবং BE ও AC তাদের ছেদক [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore$ $\angle AEC = \angle BAD$ [অনুরূপ কোণ]

এবং $\angle ACE = \angle CAD$ [একান্তর কোণ]

ধাপ ২ : কিন্তু $\angle BAD = \angle CAD$ [স্বীকার]

$\therefore$ $\angle AEC = \angle ACE$ $\therefore$ AC = AE [ধাপ (২) হতে]

ধাপ ৩ : আবার যেহেতু DA ∥ CE

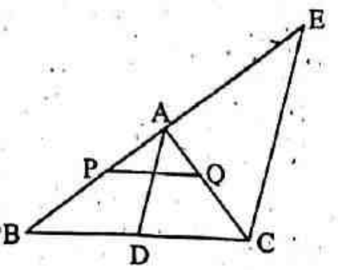
$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AE}$

কিন্তু AE = AC

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AC}$

$\therefore$ BD : DC = BA : AC. (প্রমাণিত)

গ এখানে, Δ ABC এর ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BC এর সমান্তরাল PQ রেখাংশ AB ও AC রেখাংশকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, BD : DC = BP : CQ.



প্রমাণ :

ধাপ ১ : ABC-এ ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ BD : DC = AB : AC [খ হতে প্রাপ্ত]

বা, $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

ধাপ ২ : BC ∥ PQ হওয়ায়, $\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{CQ}$ [∵ ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল রেখাংশ অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

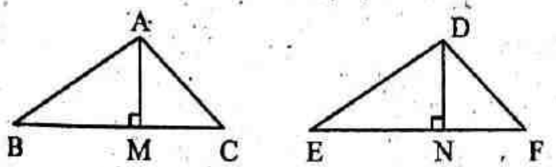
বা, $\frac{AP+BP}{BP} = \frac{AQ+CQ}{CQ}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AB}{BP} = \frac{AC}{CQ}$ বা, $\frac{AB}{AC} = \frac{BP}{CQ}$

ধাপ ৩ : $\frac{BD}{DC} = \frac{BP}{CQ}$

সুতরাং BD : DC = BP : CQ. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩ চিত্রে ABC এবং DEF দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ।



ক. ত্রিভুজ দুইটির অনুরূপ বাহু ও অনুরূপ কোণগুলোর নাম লিখ।

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$.

গ. যদি BC = 3 সে.মি., EF = 8 সে.মি., ∠B = 60°, $\frac{BC}{AB} = \frac{3}{2}$ এবং ΔABC এর ক্ষেত্রফল 3 বর্গ সে.মি. হয়, তবে Δ DEF অঙ্কন কর এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC ও DEF ত্রিভুজ দুইটির অনুরূপ বাহু যথাক্রমে—

AB এর অনুরূপ DE

AC এর অনুরূপ DF

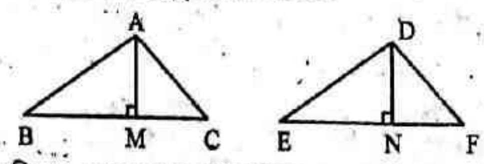
BC এর অনুরূপ EF

আবার, ∠ABC-এর অনুরূপ কোণ ∠DEF

∠BAC এর অনুরূপ কোণ ∠EDF

∠ACB এর অনুরূপ কোণ ∠DFE

খ



মনে করি, Δ ABC ও Δ DEF ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ এবং তাদের দুইটি অনুরূপ বাহু BC ও EF.

প্রমাণ করতে হবে $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$.

প্রমাণ :

ধাপ ১ : $\Delta ABC = \frac{1}{2} BC \times AM$

[∵ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা]

এবং $\Delta DEF = \frac{1}{2} EF \times DN$ [∵ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা]

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2} BC \times AM}{\frac{1}{2} EF \times DN} = \frac{BC}{EF} \times \frac{AM}{DN}$

ধাপ ২ : Δ ABM এবং Δ DEN

ত্রিভুজদ্বয়ের ∠B = ∠E [Δ ABC ও Δ DEF সদৃশ]

∠AMB = ∠DNE [প্রত্যেকেই এক সমকোণ]

Δ ABM ও Δ DEN সদৃশকোণী, তাই সদৃশ

ধাপ ৩ : $\frac{AM}{DN} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ [∵ Δ ABC ও Δ DEF সদৃশ]

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{BC}{EF} \times \frac{BC}{EF} = \frac{BC^2}{EF^2}$

ধাপ ৪ : $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ [Δ ABC ও Δ DEF ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ]

বা, $\frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$ [ধাপ (৩) থেকে]

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$. (প্রমাণিত).

গ এখানে, BC = 3 সে. মি.

EF = 8 সে. মি., ∠B = 60° $\frac{BC}{AB} = \frac{3}{2}$.

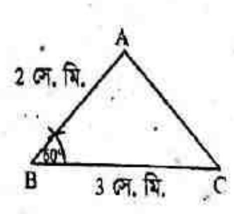
(খ) থেকে প্রাপ্ত, $\frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$

বা, $\frac{2^2}{DE^2} = \frac{3^2}{8^2}$

বা, $DE^2 = \frac{8^2 \cdot 2^2}{3^2} = \frac{64 \times 4}{9}$

বা, $DE = \frac{8 \times 2}{3} = \frac{16}{3}$.

আবার, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{BC^2}{EF^2}$ [(খ) হতে প্রাপ্ত]



বা, $\frac{3}{\Delta DEF} = \frac{3^2}{8^2}$

বা, $\Delta DEF = \frac{8^2 \times 3}{3^2} = \frac{64 \times 3}{9} = \frac{64}{3}$

নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{64}{3}$ বর্গ একক।

সাধারণ জ্যামিতিক অংশ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১. সমতলীয় জ্যামিতিতে—

i. ত্রিভুজ হলো সবচেয়ে কম সংখ্যক রেখাংশ দিয়ে গঠিত বহুভুজ
ii. চার বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজ হলো রম্বস
iii. সুষম পঞ্চভুজের বাহুগুলো সমান হলেও কোণগুলো অসমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ i ও ii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

তথ্য/ব্যাখ্যা :

(i) বহুভুজ হল কতগুলো রেখাংশ দ্বারা আবন্ধ ক্ষেত্র। কোনো আবন্ধ ক্ষেত্র তৈরি করতে কমপক্ষে তিনটি রেখাংশ প্রয়োজন। আবার, তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবন্ধ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে।

সুতরাং বলা যায়, সবচেয়ে কম সংখ্যক রেখাংশ দিয়ে গঠিত বহুভুজ হলো ত্রিভুজ।

∴ (i) নং সঠিক।

(ii) বহুভুজ কতগুলো রেখাংশ দ্বারা আবন্ধ চিত্র। বহুভুজের রেখাংশগুলোর দৈর্ঘ্য সমান ও কোণগুলো সমান হলে তাকে সুষম বহুভুজ বলা হয়।

বর্গক্ষেত্রের বাহুর সংখ্যা চারটি ও কোণের সংখ্যাও চারটি এবং বর্গক্ষেত্রের বাহু ও কোণগুলো সমান।

সুতরাং, চার বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজ হলো বর্গক্ষেত্র।

কিন্তু রম্বসের বাহুগুলো সমান হলেও কোণগুলো সমান নয়।

∴ (ii) নং সঠিক নয়।

(iii) বহুভুজ কতগুলো রেখাংশ দ্বারা আবন্ধ চিত্র। বহুভুজের রেখাংশগুলোর দৈর্ঘ্য সমান ও কোণগুলো সমান হলে তাকে সুষম বহুভুজ বলা হয়।

সুতরাং, সুষম পঞ্চভুজের সকল বাহু ও কোণগুলো সমান।

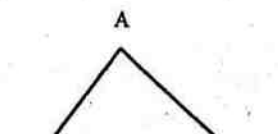
∴ (iii) নং সঠিক নয়।

সুতরাং (i) নং সঠিক।

২. বিষমবাহু ত্রিভুজের মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?

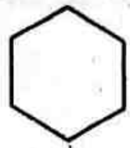
ⓚ শূন্যটি ⓛ একটি
ⓖ তিনটি ⓘ অসংখ্য

তথ্য/ব্যাখ্যা : যে ত্রিভুজের বাহুগুলো পরস্পর অসমান তাকে বিষমবাহু ত্রিভুজ বলে।



বাহু তিনটি অসমান হওয়ায় বিষমবাহু ত্রিভুজের কোণ প্রতিসাম্য রেখা নেই। কারণ একে কোনো প্রতিসাম্য রেখা দ্বারা সমান দুইভাগে ভাগ করা যায় না।

■ নিচের চিত্র হতে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



বহুভুজটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।

৩. বহুভুজটির মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?

ⓚ 3টি ⓛ 6টি
ⓖ 7টি ⓘ অসংখ্য

তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্রের বহুভুজটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. হওয়ায় বহুভুজটি সুষম ষড়ভুজ। সুষম যেকোনো বহুভুজের প্রতিসাম্য রেখা হবে এর বাহুর সংখ্যার সমান।

∴ মোট প্রতিসাম্য রেখা 6টি।

৪. বহুভুজটির—

i. ঘূর্ণন মাত্রা 4
ii. ঘূর্ণন কোণ 60°
iii. প্রতিটি কোণ সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ ii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

তথ্য/ব্যাখ্যা :

(i) বহুভুজটি রেখা প্রতিসমতা 6 বলে ঘূর্ণন প্রতিসমতাও 6 হবে।

(ii) ঘূর্ণন কোণ $= \dfrac{\text{একবার ঘূর্ণনে উৎপন্ন কোণ}}{\text{রেখা প্রতিসমতার সংখ্যা}} = \dfrac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

(iii) সুষম বহুভুজের সকল বাহু ও কোণ পরস্পর সমান।

সুতরাং (ii) ও (iii) নং সঠিক।

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	ⓚ	২	ⓚ	৩	ⓛ	৪	ⓖ

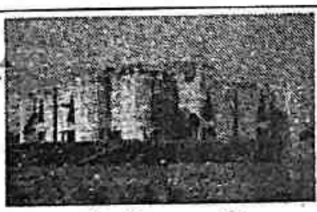
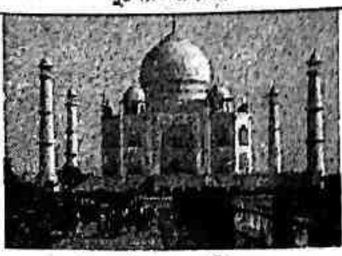
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৫ ▸ নিচের কোনটির প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে?

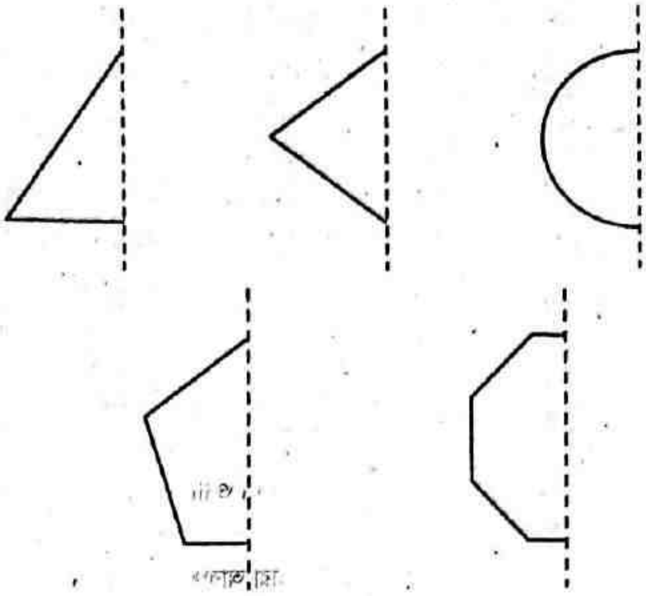
(ক) বাড়ির চিত্র (খ) মসজিদের চিত্র (গ) মন্দিরের চিত্র (ঘ) গীর্জার চিত্র (ঙ) প্যাগোডার চিত্র (চ) পার্লামেন্ট ভবনের চিত্র (ছ) মুখোশের চিত্র (জ) তাজমহলের চিত্র।

সমাধান :

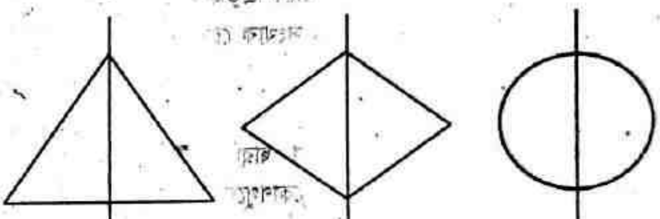
(ক)	 বাড়ির চিত্র	প্রতিসাম্য রেখা নেই

(খ)	 মসজিদের চিত্র	প্রতিসাম্য রেখা আছে
(গ)	 মন্দিরের চিত্র	প্রতিসাম্য রেখা আছে
(ঘ)	 গীর্জার চিত্র	প্রতিসাম্য রেখা আছে
(ঙ)	 প্যাগোডার চিত্র	প্রতিসাম্য রেখা আছে
(চ)	 পার্লামেন্ট ভবনের চিত্র	প্রতিসাম্য রেখা আছে
(ছ)	 মুখোশের চিত্র	প্রতিসাম্য রেখা আছে
(জ)	 তাজমহলের চিত্র	প্রতিসাম্য রেখা আছে

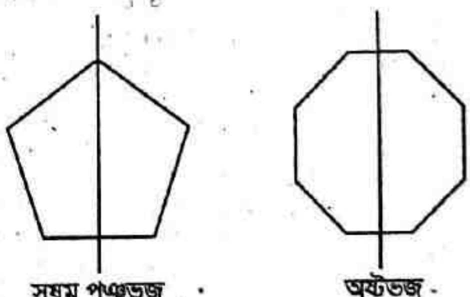
প্রশ্ন ৬ ▶ প্রতিসাম্য রেখা দেওয়া আছে (ড্যাশযুক্ত রেখা), জ্যামিতিক চিত্র সম্পূর্ণ কর এবং শনাক্ত কর :



সমাধান : প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রগুলো সম্পূর্ণ করে শনাক্ত করা হল :

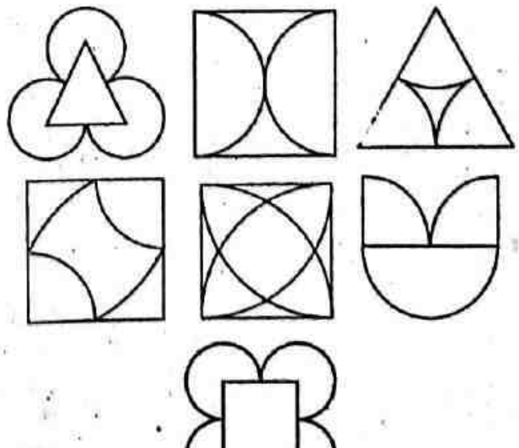


সুষম ত্রিভুজ　　রম্বস　　উপবৃত্ত

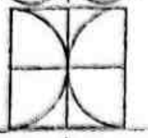
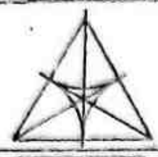
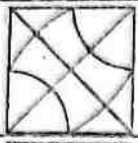
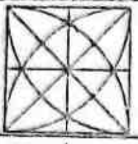
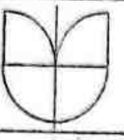
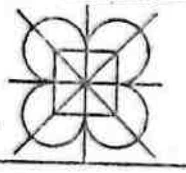


সুষম পঞ্চভুজ　　অষ্টভুজ

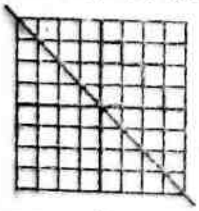
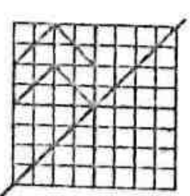
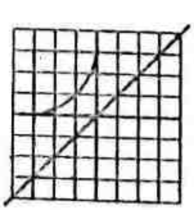
প্রশ্ন ৭ ▶ নিচের জ্যামিতিক চিত্রে প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ কর :



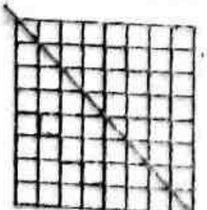
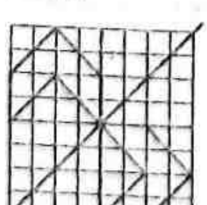
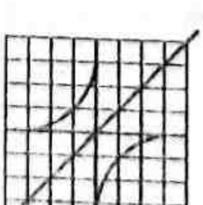
সমাধান :

	প্রদর্শিত চিত্রটিতে তিনটি প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ করে।
	প্রদর্শিত চিত্রটিতে দুইটি প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ করে।
	প্রদর্শিত চিত্রটিতে তিনটি প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ করে।
	প্রদর্শিত চিত্রটিতে দুইটি প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ করে।
	প্রদর্শিত চিত্রটিতে চারটি প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ করে।
	প্রদর্শিত চিত্রটিতে ১টি প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ করে।
	প্রদর্শিত চিত্রটিতে ৪টি প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ করে।

প্রশ্ন ৮ ▸ নিচের অসম্পূর্ণ জ্যামিতিক চিত্র সম্পূর্ণ কর যেন আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম হয় :

সমাধান : নিচে প্রদত্ত অসম্পূর্ণ জ্যামিতিক চিত্র সম্পূর্ণ করা হল যেন আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম হয় :

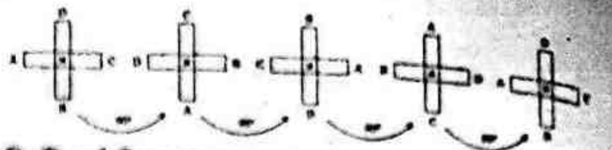
প্রশ্ন ৯ ▸ চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় কর :

(ক)  (খ)  (গ) 

(ঘ)  (ঙ)  (চ)

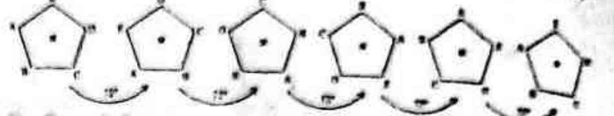
সমাধান :

(ক)



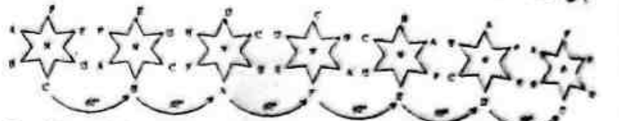
চিত্রটি ঘূর্ণনবিন্দু হবে তার কেন্দ্র। এর ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন প্রতিসম কোণ 90°। সুতরাং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 4।

(খ)



চিত্রটি ঘূর্ণনবিন্দু হবে তার কেন্দ্র। এর ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন প্রতিসম কোণ 72°। সুতরাং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 5।

(গ)

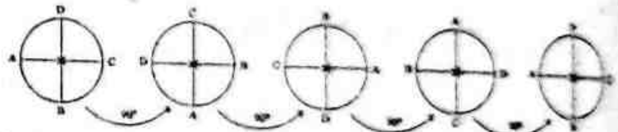


চিত্রটি ঘূর্ণনবিন্দু হবে তার কেন্দ্র। এর ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন প্রতিসম কোণ 60°। সুতরাং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 6।

(ঘ)

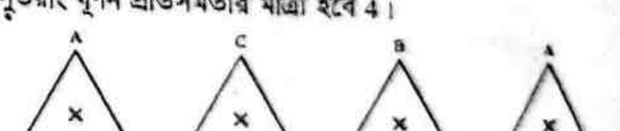
চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন প্রতিসম কোণ 120°। সুতরাং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা হবে 3।

(ঙ)



চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন প্রতিসম কোণ 90°। সুতরাং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা হবে 4।

(চ)



চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন প্রতিসম কোণ 120°। সুতরাং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা হবে 3।

প্রশ্ন ১০ ▸ ইংরেজি বর্ণমালার যে সকল বর্ণের :

(ক) অনুভূমিক আয়না

(খ) উল্লম্ব আয়না

(গ) অনুভূমিক ও উল্লম্ব উভয় আয়না

সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে সেগুলো আঁক।

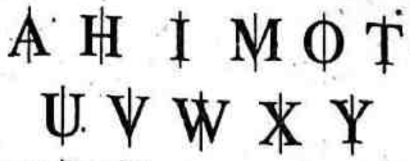
সমাধান :

(ক) অনুভূমিক আয়নার সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে সেই বর্ণগুলো হল—

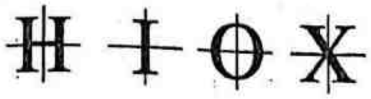
B C D E K

H I O X

(খ) উলম্ব আয়নার সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে সেই বর্ণগুলো হল :



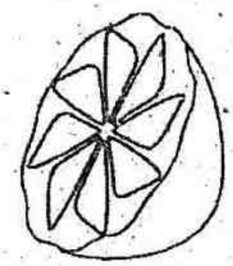
(গ) অনুভূমিক ও উলম্ব উভয় আয়নার সাপেক্ষে প্রতিসমতা রয়েছে সেই বর্ণগুলো হল :



প্রশ্ন ১১ ▸ প্রতিসমতা নেই এমন তিনটি চিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান : প্রতিসমতা নেই এমন তিনটি চিত্র অঙ্কন করা হলো :

প্রশ্ন ১২ ▸ একটি লেবু আড়াআড়ি কেটে চিত্রের ন্যায় আকার পাওয়া গেল। সমতলীয় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় কর।



সমাধান : চিত্র হতে দেখা যায় যে, আড়াআড়িভাবে কাটার ফলে লেবুটির ৪টি একই রকম চিহ্নিত অংশ রয়েছে।

অতএব লেবুটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা $= 8$

এবং ঘূর্ণন কোণ $= \frac{360°}{8} = 45°$

লেবুটি প্রত্যেক 45° কোণ ঘুরার পর চিত্রের কোণ ভিন্নতা লক্ষ করা যাবে না। অর্থাৎ একই রকম হবে।

প্রশ্ন ১৩ ▸ শূন্যস্থান পূরণ কর :

চিত্র	ঘূর্ণন কেন্দ্র	ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা	ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ
বর্গ	কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু	4	90°
আয়ত	কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু	2	180°
রম্বস	কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু	2	180°
সমবাহু ত্রিভুজ	মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু	3	120°
অর্ধবৃত্ত	বৃত্তের কেন্দ্র	1	360°
সুষম পঞ্চভুজ	ভরকেন্দ্রে	5	72°

প্রশ্ন ১৪ ▸ যে সকল চতুর্ভুজের রেখা প্রতিসমতা ও 1 এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে, তাদের তালিকা কর।

সমাধান : যে সকল চতুর্ভুজের রেখা প্রতিসমতা ও 1 এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে, তাদের তালিকা :

চিত্র	রেখা প্রতিসমতা	ঘূর্ণন প্রতিসমতা	ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ
বর্গ	4	4	90°
আয়ত	4	2	180°
রম্বস	4	2	180°

প্রশ্ন ১৫ ▸ 1 এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে এরূপ চিত্রের ঘূর্ণন কোণ 18° হতে পারে কি ? তোমার উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও।

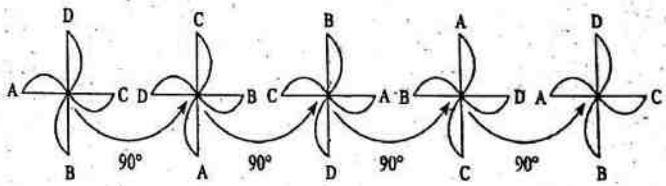
সমাধান : হ্যাঁ। 1 এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে এরূপ চিত্রের ঘূর্ণন কোণ 18° হতে পারে।

কারণ, আমরা জানি, একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে চার পাখা বিশিষ্ট কোণ একটি ফ্যানের ঘূর্ণন কোণ হবে 360°। এখন ফ্যানটি 90° কোণে ঘূর্ণনের ফলে তা দেখতে হুবহু পূর্বের ন্যায় হয়।

অতএব, প্রতিসমতার মাত্রা $= \frac{360°}{90°}$

$= 4$

যুক্তি :



দেওয়া আছে,

ঘূর্ণন কোণ $= 18°$

অতএব প্রতিসমতার মাত্রা $= \frac{360°}{18°}$

$= 20$

অর্থাৎ কোন চিত্রের প্রতিসমতার মাত্রা যদি 20 হয় তবে তার ঘূর্ণন কোণ 18° হতে পারে। সুতরাং 1 এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে এরূপ চিত্রের ঘূর্ণন কোণ 18° হতে পারে।

নিচের চিত্রে 18° কোণের ঘূর্ণন প্রতিসমতা দেখানো হলো :