

প্রশ্ন ১১ ▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^p = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^p$
 $= \left(\frac{a^{n+m+p}}{b^{n+m+p}}\right)$
 $= \frac{a^{n+m+p}}{b^{n+m+p}}$
 $= \frac{a^0}{b^0} = 1$

∴ $\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^p = 1$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২ ▶ $\frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2q}} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2q}}$
 $= \frac{a^{p+q-2r} \cdot a^{q+r-2p} \cdot a^{r+p-2q}}{a^{2r+2p+2q}}$
 $= \frac{a^{p+q-2r+q+r-2p+r+p-2q}}{a^{2r+2p+2q}}$
 $= \frac{a^0}{a^0} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$

∴ $\frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2q}} = 1$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩ ▶ $\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{ab}} \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{bc}} \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{ca}} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{ab}} \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{bc}} \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{ca}}$
 $= \left(\frac{x^{a-b} \cdot x^{b-c} \cdot x^{c-a}}{y^{a-b} \cdot y^{b-c} \cdot y^{c-a}}\right)$
 $= \frac{x^{a-b+b-c+c-a}}{y^{a-b+b-c+c-a}}$
 $= \frac{x^0}{y^0} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$

∴ $\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{ab}} \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{bc}} \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{ca}} = 1$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৪ ▶ $\left(\frac{x}{y}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{c+a} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\left(\frac{x}{y}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{c+a}$
 $= \left(\frac{x^{a+b+b+c+c+a}}{y^{a+b+b+c+c+a}}\right)$
 $= \frac{x^{2a+2b+2c}}{y^{2a+2b+2c}}$
 $= \frac{x^0}{y^0} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$

∴ $\left(\frac{x}{y}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{c+a} = 1$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ▶ $\left(\frac{x}{y}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{r+p-q} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\left(\frac{x}{y}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{r+p-q}$
 $= \left(\frac{x^{p+q-r+q+r-p+r+p-q}}{y^{p+q-r+q+r-p+r+p-q}}\right)$
 $= \frac{x^{2p+2q+2r}}{y^{2p+2q+2r}}$
 $= \frac{x^0}{y^0} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$

∴ $\left(\frac{x}{y}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{r+p-q} = 1$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৬ ▶ যদি $a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$ হয়, তবে দেখাও যে, $xyz = 1$.
 সমাধান : দেওয়া আছে,

$a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$

বা, $(b^y)^x = a$

বা, $b^{yx} = a$

বা, $(a^x)^{yz} = a$

বা, $a^{xyz} = a^1$

∴ $xyz = 1$. (দেখানো হলো)

সমাধান কর (১৭-২০) :

প্রশ্ন ১৭ ▶ $4^x = 8$

সমাধান : $4^x = 8$

বা, $(2^2)^x = 2^3$

বা, $2^{2x} = 2^3$

বা, $2x = 3$

∴ $x = \frac{3}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{3}{2}$

প্রশ্ন ১৮ ▶ $2^{2x+1} = 128$

সমাধান : $2^{2x+1} = 128$

বা, $2^{2x+1} = 2^7$

বা, $2x+1 = 7$

বা, $2x = 7-1$

বা, $2x = 6$

বা, $x = \frac{6}{2}$

∴ $x = 3$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 3$.

প্রশ্ন ১৯ ▶ $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt{3})^{2x-1}$

সমাধান : $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt{3})^{2x-1}$

বা, $\frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$

বা, $\frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$

বা, $4x-2 = 3x+3$

বা, $4x-3x = 3+2$

∴ $x = 5$

নির্ণেয় সমাধান, $x = 5$.

প্রশ্ন ২০ ▶ $2^x + 2^{1-x} = 3$

সমাধান : $2^x + 2^{1-x} = 3$

বা, $2^x + 2 \cdot 2^{-x} = 3$

বা, $2^x + \frac{2}{2^x} = 3$

বা, $P + \frac{2}{P} = 3$ [ধরি, $2^x = P$]

বা, $\frac{P^2+2}{P} = 3$

বা, $P^2+2 = 3P$

বা, $P^2-3P+2 = 0$

বা, $P^2-2P-P+2 = 0$

বা, $P(P-2)-1(P-2) = 0$

বা, $(P-2)(P-1) = 0$

হয়, $P-2 = 0$

বা, $2^x = 2$

বা, $2^x = 2^1$

∴ $x = 1$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 0, 1$.

অথবা, $P-1 = 0$

বা, $2^x = 1$ [∵ $P = 2^x$]

বা, $2^x = 2^0$

∴ $x = 0$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২১ $P = x^a$, $Q = x^b$ এবং $R = x^c$.

ক. $P^{bc} \cdot Q^{-ca}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a+b} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b+c} \div 2(RP)^{a-c}$ এর মান নির্ণয় কর।

দেখাও যে,

$$\left(\frac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2} = 1.$$

২১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P = x^a$ এবং $Q = x^b$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= P^{bc} \cdot Q^{-ca} \\ &= (x^a)^{bc} \cdot (x^b)^{-ca} \\ &= x^{abc} \cdot x^{-abc} \\ &= x^{abc-abc} \\ &= x^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 1.

খ দেওয়া আছে, $P = x^a$, $Q = x^b$ এবং $R = x^c$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= \left(\frac{P}{Q}\right)^{a+b} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b+c} \div 2(RP)^{a-c} \\ &= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \div 2(x^c \cdot x^a)^{a-c} \\ &= (x^{a-b})^{a+b} \times (x^{b-c})^{b+c} \div 2(x^{a+c})^{a-c} \\ &= x^{a^2-b^2} \times x^{b^2-c^2} \div 2x^{a^2-c^2} \\ &= x^{a^2-b^2} \times x^{b^2-c^2} \times \frac{1}{2x^{a^2-c^2}} \\ &= \frac{1}{2} x^{a^2-b^2+b^2-c^2-a^2+c^2} \\ &= \frac{1}{2} x^0 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান $\frac{1}{2}$.

গ দেওয়া আছে, $P = x^a$, $Q = x^b$ এবং $R = x^c$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \left(\frac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2} \\ &= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c^2+ca+a^2} \\ &= (x^{a-b})^{a^2+ab+b^2} \times (x^{b-c})^{b^2+bc+c^2} \times (x^{c-a})^{c^2+ca+a^2} \\ &= x^{a^3-b^3} \times x^{b^3-c^3} \times x^{c^3-a^3} \\ &= x^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3} \\ &= x^0 \\ &= 1 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \left(\frac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2} = 1. \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{প্রশ্ন ২২} \quad X = (2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}, Y = \sqrt[p]{\frac{x^p}{x^q}} \times \sqrt[q]{\frac{x^q}{x^r}} \times \sqrt[r]{\frac{x^r}{x^p}}$$

$$\text{এবং } Z = \frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}} + \frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}, \text{ যেখানে } x, p, q, r > 0.$$

ক. X এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $Y + \sqrt[4]{81} = 4$.

গ. দেখাও যে, $Y + Z = 25$.

২২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $X = (2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{2b + 3a}{ab}\right)^{-1} = \frac{ab}{3a + 2b} \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান: $\frac{ab}{3a + 2b}$.

খ দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} Y &= \sqrt[p]{\frac{x^p}{x^q}} \times \sqrt[q]{\frac{x^q}{x^r}} \times \sqrt[r]{\frac{x^r}{x^p}} \\ &= \sqrt[p]{x^{p-q}} \times \sqrt[q]{x^{q-r}} \times \sqrt[r]{x^{r-p}} \\ &= (x^{p-q})^{\frac{1}{p}} \times (x^{q-r})^{\frac{1}{q}} \times (x^{r-p})^{\frac{1}{r}} \\ &= x^{\frac{p-q}{p}} \times x^{\frac{q-r}{q}} \times x^{\frac{r-p}{r}} \\ &= x^{\frac{p-q}{p} + \frac{q-r}{q} + \frac{r-p}{r}} \\ &= x^{\frac{pq-r+q-p+q-r}{pqr}} \\ &= x^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\text{বামপক্ষ} = Y + \sqrt[4]{81}$$

$$\begin{aligned} &= 1 + \sqrt[4]{3^4} \\ &= 1 + (3^4)^{\frac{1}{4}} \\ &= 1 + 3 = 4 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore Y + \sqrt[4]{81} = 4. \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} Z &= \frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}} + \frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}} \\ &= \frac{5^{m+1}}{5^{m^2-m}} + \frac{(5^2)^{m+1}}{5^{m^2-1}} \\ &= \frac{5^{m+1}}{5^{m^2-m}} + \frac{5^{2m+2}}{5^{m^2-1}} \\ &= 5^{m+1-m^2+m} + 5^{2m+2-m^2+1} \\ &= 5^{2m-m^2+1+m^2-2m-3} \\ &= 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} \end{aligned}$$

খ- হতে প্রাপ্ত, $Y = 1$

$$\text{বামপক্ষ} = Y + Z$$

$$\begin{aligned} &= 1 + \frac{1}{25} \\ &= 1 \times 25 = 25 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore Y + Z = 25. \text{ (দেখানো হলো)}$$

অধ্যায় ৪

অনুশীলনী ৪.২ লগারিদম

সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১.১ মান নির্ণয় কর:

(ক) $\log_3 81$

সমাধান : $\log_3 81$
 $= \log_3 3^4 = 4 \log_3 3 = 4 \times 1 = 4$ [$\because \log_a a = 1$]

(খ) $\log_5 \sqrt[3]{5}$

সমাধান : $\log_5 \sqrt[3]{5}$
 $= \log_5 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_5 5 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$ [$\because \log_a a = 1$]

(গ) $\log_4 2$

সমাধান : $\log_4 2$
 $= \log_4 (2^2)^{\frac{1}{2}} = \log_4 (4)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_4 4 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$
 $[\because \log_a a = 1]$

(ঘ) $\log_{2\sqrt{5}} 400$

সমাধান : $\log_{2\sqrt{5}} 400$
 এখানে, $400 = 16 \times 25 = 2^4 \cdot 5^2 = 2^4 (\sqrt{5})^4 = (2\sqrt{5})^4$
 $\therefore \log_{2\sqrt{5}} 400 = \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^4 = 4 \log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5} = 4$

(ঙ) $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$

সমাধান : $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$
 $= \log_5 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{2+3}{6}}$
 $= \log_5 5^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6} \log_5 5 = \frac{5}{6} \times 1 = \frac{5}{6}$

প্রশ্ন ২.১ x এর মান নির্ণয় কর:

(ক) $\log_5 x = 3$

সমাধান : $\log_5 x = 3$
 বা, $x = 5^3$
 $\therefore x = 125$

(খ) $\log_x 25 = 2$

সমাধান : $\log_x 25 = 2$
 বা, $25 = x^2$
 বা, $x^2 = 25$
 বা, $x^2 = 5^2$
 $\therefore x = 5$

(গ) $\log_x \frac{1}{16} = -2$

সমাধান : $\log_x \frac{1}{16} = -2$

বা, $\frac{1}{16} = x^{-2}$

বা, $\frac{1}{16} = \frac{1}{x^2}$

বা, $x^2 = 16$

বা, $x^2 = 4^2$
 $\therefore x = 4$

প্রশ্ন ৩.১ দেখাও যে,

(ক) $5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25 = \log_{10} 125$

সমাধান : বামপক্ষ $= 5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25$
 $= \log_{10} 5^5 - \log_{10} 5^2$
 $= \log_{10} \frac{5^5}{5^2}$
 $= \log_{10} 5^{5-2}$
 $= \log_{10} 5^3$
 $= \log_{10} 125$
 $=$ ডানপক্ষ

$\therefore 5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25 = \log_{10} 125$. (দেখানো হলো)

(খ) $\log_{10} \frac{50}{147} = \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2 \log_{10} 7$

সমাধান : বামপক্ষ $= \log_{10} \frac{50}{147}$
 $= \log_{10} \frac{5 \times 5 \times 2}{3 \times 7 \times 7}$
 $= \log_{10} \frac{2 \times 5^2}{3 \times 7^2}$
 $= \log_{10} (2 \times 5^2) - \log_{10} (3 \times 7^2)$
 $= \log_{10} 2 + \log_{10} 5^2 - (\log_{10} 3 + \log_{10} 7^2)$
 $= \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2 \log_{10} 7$
 $=$ ডানপক্ষ

$\therefore \log_{10} \frac{50}{147} = \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2 \log_{10} 7$

(দেখানো হলো)

(গ) $3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \log_{10} 360$

সমাধান : বামপক্ষ $= 3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5$
 $= \log_{10} 2^3 + \log_{10} 3^2 + \log_{10} 5$
 $= \log_{10} (2^3 \times 3^2 \times 5)$
 $= \log_{10} (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5)$
 $= \log_{10} 360$
 $=$ ডানপক্ষ

$\therefore 3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \log_{10} 360$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৪১ সরল কর :

(ক) $7 \log_{10} \frac{10}{9} - 2 \log_{10} \frac{25}{24} + 3 \log_{10} \frac{81}{80}$

সমাধান : $7 \log_{10} \frac{10}{9} - 2 \log_{10} \frac{25}{24} + 3 \log_{10} \frac{81}{80}$
 $= 7 \log_{10} \frac{2 \cdot 5}{3^2} - 2 \log_{10} \frac{5^2}{2^3 \cdot 3} + 3 \log_{10} \frac{3^4}{2^4 \cdot 5}$
 $= \log_{10} \left(\frac{2 \cdot 5}{3^2} \right)^7 - \log_{10} \left(\frac{5^2}{2^3 \cdot 3} \right)^2 + \log_{10} \left(\frac{3^4}{2^4 \cdot 5} \right)^3$
 $= \log_{10} \frac{2^7 \cdot 5^7}{3^{14}} - \log_{10} \frac{5^4}{2^6 \cdot 3^2} + \log_{10} \frac{3^{12}}{2^{12} \cdot 5^3}$
 $= \log_{10} \left(\frac{2^7 \cdot 5^7}{3^{14}} \times \frac{2^6 \cdot 3^2}{5^4} \times \frac{3^{12}}{2^{12} \cdot 5^3} \right)$
 $= \log_{10} \left(\frac{2^{13} \cdot 3^{14} \cdot 5^7}{2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^7} \right)$
 $= \log_{10} (2^{13-12} \times 5^{7-7} \times 3^{14-14})$
 $= \log_{10} (2^1 \times 5^0 \times 3^0)$
 $= \log_{10} (2 \times 1 \times 1) = \log_{10} 2$

(খ) $\log_7 (\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$

সমাধান : $\log_7 (\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$
 $= \log_7 \left(7^{\frac{1}{5}} \cdot 7^{\frac{1}{2}} \right) - \log_3 (3)^{\frac{1}{3}} + \log_4 (4)^{\frac{1}{2}}$
 $= \log_7 7^{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \log_3 3 + \frac{1}{2} \log_4 4$
 $= \log_7 7^{\frac{2+5}{10}} - \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1$
 $= \frac{7}{10} \log_7 7 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$
 $= \frac{7}{10} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{21-10+15}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$

(গ) $\log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log_e b^2 c$

সমাধান : $\log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - \log_e (b^2 c)^3$
 $= \log_e \left(\frac{a^3 b^3}{c^3} \cdot \frac{b^3 c^3}{d^3} \cdot \frac{c^3 d^3}{a^3} \cdot \frac{1}{b^6 c^3} \right)$
 $= \log_e \left(\frac{a^3 b^3}{c^3} \cdot \frac{b^3 c^3}{d^3} \cdot \frac{c^3 d^3}{a^3} \cdot \frac{1}{b^6 c^3} \right) = \log_e 1 = 0$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ৫ $x=2, y=3, z=5, w=7$

ক. $\sqrt{y^3}$ এর ৩ ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

খ. $w \log \frac{xz}{y^2} - x \log \frac{z^2}{x^2 y} + y \log \frac{y^4}{x^4 z}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, $\frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log (xz)}{\log(xy) - \log z} = \log_y \sqrt{y^3}$

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $y=3$

$\sqrt{y^3}$ এর ৩ ভিত্তিক লগ $= \log_3 \sqrt{y^3}$
 $= \log_3 \sqrt{3^3} [\because y=3]$
 $= \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$

খ. দেওয়া আছে,

$x=2$
 $y=3$
 $z=5$

এবং $w=7$

প্রদত্ত রাশি $= w \log \frac{xz}{y^2} - x \log \frac{z^2}{x^2 y} + y \log \frac{y^4}{x^4 z}$
 $= 7 \log \frac{2 \cdot 5}{3^2} - 2 \log \frac{5^2}{2^2 \cdot 3} + 3 \log \frac{3^4}{2^4 \cdot 5}$
 $= \log \left(\frac{2 \cdot 5}{3^2} \right)^7 - \log \left(\frac{5^2}{2^2 \cdot 3} \right)^2 + \log \left(\frac{3^4}{2^4 \cdot 5} \right)^3$
 $= \log \frac{2^7 \cdot 5^7}{3^{14}} - \log \frac{5^4}{2^4 \cdot 3^2} + \log \frac{3^{12}}{2^{12} \cdot 5^3}$
 $= \log \left(\frac{2^7 \cdot 5^7}{3^{14}} \times \frac{2^4 \cdot 3^2}{5^4} \times \frac{3^{12}}{2^{12} \cdot 5^3} \right)$
 $= \log \left(\frac{2^{11} \cdot 3^{14} \cdot 5^7}{2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^7} \right)$
 $= \log (2^{11-12} \cdot 3^{14-14} \cdot 5^{7-7})$
 $= \log (2^{-1} \cdot 3^0 \cdot 5^0)$
 $= \log (2^{-1} \cdot 1 \cdot 1) = \log 2^{-1} = -\log 2$

নির্ণেয় মান : $-\log 2$

গ. বামপক্ষ $= \frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log (xz)}{\log(xy) - \log z}$
 $= \frac{\log \sqrt{3^3} + 3 \log 2 - \frac{3}{2} \log (2 \cdot 5)}{\log (2 \cdot 3) - \log 5}$
 $= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log 2^3 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 6 - \log 5}$
 $= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log (4^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} \log 10}{\log 1.2}$
 $= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log 4^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} \log 10}{\log 1.2}$
 $= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + \frac{3}{2} \log 4 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 1.2}$
 $= \frac{\frac{3}{2} \log (3 \times 4) - \frac{3}{2} \log 10}{\log 1.2}$
 $= \frac{\frac{3}{2} \log 12 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 1.2}$
 $= \frac{\frac{3}{2} \log \frac{12}{10}}{\log 1.2} = \frac{\frac{3}{2} \log 1.2}{\log 1.2} = \frac{3}{2}$

ডানপক্ষ $= \log_y \sqrt{y^3}$
 $= \log_3 \sqrt{3^3}$
 $= \log_3 3^{\frac{3}{2}}$
 $= \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$

$\frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log (xz)}{\log(xy) - \log z} = \log_y \sqrt{y^3}$ (দেখানো হলো)

অধ্যায় ৪

অনুশীলনী ৪.৩ সংখ্যার বৈজ্ঞানিক বা আদর্শ রূপ



সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

- কোন শর্তে $a^0 = 1$?
 (ক) $a = 0$ (খ) $a \neq 0$
 (গ) $a > 0$ (ঘ) $a \neq 1$
 ▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ০ ছাড়া যেকোনো সংখ্যার ঘাত ০ হলে, তার মান ১ হয়।
 0 এর ঘাত ০ হলে, তার মান অনির্ণেয়।
 $\therefore a \neq 0$ শর্তে $a^0 = 1$.
- $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$ এর মান নিচের কোনটি?
 (ক) $\sqrt[3]{5}$ (খ) $(\sqrt[3]{5})^3$
 (গ) $(\sqrt{5})^3$ (ঘ) $\sqrt[3]{25}$
 ▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} = (5^{\frac{1}{3}})^2 = (5^{\frac{1}{3}})^2 = \sqrt[3]{25}$.
- $\log_a a = 1$ সঠিক কোন শর্তে?
 (ক) $a > 0$ (খ) $a \neq 1$
 (গ) $a > 0, a \neq 1$ (ঘ) $a \neq 0, a > 1$
 ▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : লগের ভিত্তি কখনো ঋণাত্মক হয় না।
 $\log_a a = 1$ হবে যদি $a > 0$ এবং $a \neq 1$ হয়।
- $\log_x 4 = 2$ হলে, x এর মান কত?
 (ক) ২ (খ) ± 2
 (গ) ৪ (ঘ) ১০
 ▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\log_x 4 = 2$ বা, $x^2 = 4$.
 $\therefore x = \sqrt{4} = 2$
 \therefore লগের ভিত্তি কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না।
- একটি সংখ্যাকে $a \times 10^n$ আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি?
 (ক) $1 < a < 10$ (খ) $1 \leq a \leq 10$
 (গ) $1 \leq a < 10$ (ঘ) $1 < a \leq 10$
 ▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : যেকোনো সংখ্যাকে $a \times 10^n$ আকারে প্রকাশ করতে হলে $1 \leq a < 10$ হতে হবে।
- $a > 0, b > 0$ এবং $a \neq 1, b \neq 1$ হলে—
 i. $\log_a b \times \log_b a = 1$
 ii. $\log_a M^r = r \log_a M$
 iii. $\log_a (\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}) = \frac{5}{6}$
 উপরের কোন তথ্যগুলো সঠিক?
 (ক) i (খ) ii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii
 ▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : i. $\log_a b \times \log_b a = \log_a a = 1$
 \therefore i নং সত্য
 ii. $\log_a M^r = r \log_a M$
 \therefore ii নং সত্য নয়
 iii. $\log_a (\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}) = \log_a (a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}})$
 $= \log_a a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = \log_a a^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6} \log_a a = \frac{5}{6} \cdot 1 = \frac{5}{6}$
 \therefore iii নং সত্য
 \therefore i ও iii নং সত্য

- ০.০০৩৫ এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?
 (ক) ৩ (খ) ১
 (গ) ২ (ঘ) ৩
 ▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : কোনো সংখ্যার বৈজ্ঞানিক রূপ $N = a \times 10^n$ যেখানে $N > 0, 1 \leq a < 10$ এবং $n \in \mathbb{Z}$; এর ক্ষেত্রে n হচ্ছে সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক।
 $0.0035 = \frac{0.0035 \times 1000}{1000}$
 $= \frac{3.5}{10^3}$
 $= 3.5 \times 10^{-3}$
 $\therefore 0.0035$ এর সাধারণ লগের পূর্ণক $= -3$
 $= \bar{3}$.
- ০.০২২৫ সংখ্যাটি বিবেচনা করে নিচের (৮-১০) প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
 ৮. সংখ্যাটির a^n আকার নিচের কোনটি?
 (ক) $(2.5)^2$ (খ) $(.015)^2$
 (গ) $(1.5)^2$ (ঘ) $(.15)^2$
 ▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $0.0225 = .15 \times .15$
 $= (.15)^2$
- সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক আকার নিচের কোনটি?
 (ক) 225×10^{-4} (খ) 22.5×10^{-3}
 (গ) 2.25×10^{-2} (ঘ) 225×10^{-1}
 ▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : কোনো সংখ্যা N এর বৈজ্ঞানিক আকার :
 $N = a \times 10^n$ যেখানে $N > 0, 1 \leq a < 10$ এবং $n \in \mathbb{Z}$
 $0.0225 = \frac{0.0225 \times 100}{100}$
 $= \frac{2.25}{10^2}$
 $= 2.25 \times 10^{-2}$.
- সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত?
 (ক) $\bar{2}$ (খ) $\bar{1}$
 (গ) ০ (ঘ) ২
 ▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : কোনো সংখ্যার পূর্ণ অংশ না থাকলে দশমিক বিন্দু ও এর পরের প্রথম সার্থক অঙ্কের যতগুলো ০ (শূন্য) থাকে, সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে শূন্যের সংখ্যার চেয়ে ১ বেশি এবং তা হবে ঋণাত্মক। অর্থাৎ শূন্যের সংখ্যা k হলে, সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে $-(k+1)$ ।
 এখানে, ০.০২২৫ সংখ্যাটির দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী ১ম সার্থক অঙ্ক ২ এর মাঝে ১টি ০ আছে।
 \therefore সংখ্যাটির পূর্ণক $= -(1+1)$
 $= -2 = \bar{2}$

উত্তরের শৃঙ্খলা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১	৬	২	৭	৩	৮	৪	৯	৫	১০
৬	৭	৯	৪	৮	৫	৯	৮	১০	৫

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনের গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১১ ▶ বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর :

- (ক) 6530 (খ) 60.831
(গ) 0.000245 (ঘ) 37500000
(ঙ) 0.00000014

সমাধান :

- (ক) 6530
 $= 6.530 \times 1000$
 $= 6.53 \times 10^3$
 (খ) 60.831
 $= 6.0831 \times 10$
 $= 6.0831 \times 10^1$
 (গ) 0.000245
 $= \frac{245}{1000000}$
 $= \frac{2.45 \times 100}{10^6}$
 $= 2.45 \times 10^2 \times 10^{-6}$
 $= 2.45 \times 10^{-4}$
 (ঘ) 37500000
 $= 3.75 \times 10000000$
 $= 3.75 \times 10^7$
 (ঙ) 0.00000014
 $= \frac{14}{100000000}$
 $= 1.4 \times 10 \times 10^{-8}$
 $= 1.4 \times 10^{-7}$

প্রশ্ন ১২ ▶ সাধারণ দশমিক রূপে প্রকাশ কর :

- (ক) 10^5 (খ) 10^{-5}
(গ) 2.53×10^4 (ঘ) 9.813×10^{-3}
(ঙ) 3.12×10^{-5}

সমাধান :

- (ক) 10^5
 $= 100000$
 (খ) 10^{-5}
 $= \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000}$
 $= 0.00001$
 (গ) 2.53×10^4
 $= 2.53 \times 10000$
 $= 25300$
 (ঘ) 9.813×10^{-3}
 $= \frac{9.813}{10^3} = \frac{9.813}{1000}$
 $= 0.009813$
 (ঙ) 3.12×10^{-5}
 $= \frac{3.12}{10^5} = \frac{3.12}{100000}$
 $= 0.0000312$

প্রশ্ন ১৩ ▶ নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক বের কর (ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে) :

- (ক) 4820 (খ) 72.245
(গ) 1.734 (ঘ) 0.045
(ঙ) 0.000036

সমাধান :

- (ক) 4820
 $= 4.820 \times 1000$
 $= 4.82 \times 10^3$
 \therefore সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 3.

বিকল্প পদ্ধতি : সংখ্যাটির দশমিকের বামে, অর্থাৎ পূর্ণ অংশে চারটি অঙ্ক আছে।

\therefore সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $= 4 - 1 = 3$
 \therefore 4820 সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 3.

- (খ) 72.245
 $= 7.2245 \times 10^1$
 \therefore সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 1.

বিকল্প পদ্ধতি : সংখ্যাটির দশমিকের বামে, অর্থাৎ পূর্ণ অংশে দুইটি অঙ্ক আছে।

\therefore সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $= 2 - 1 = 1$
 \therefore 72.245 সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 1.

- (গ) 1.734
 $= 1.734 \times 10^0$
 \therefore সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 0.

- (ঘ) 0.045
 $= \frac{45}{1000}$
 $= 4.5 \times 10 \times 10^{-3}$
 $= 4.5 \times 10^{-2}$
 \therefore সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 2.

- (ঙ) 0.000036
 $= \frac{36}{1000000} = \frac{36}{10^6}$
 $= 3.6 \times 10 \times 10^{-6}$
 $= 3.6 \times 10^{-5}$
 \therefore সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 5.

প্রশ্ন ১৪ ▶ ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর :

- (ক) 27 (খ) 63.147 (গ) 1.405
(ঘ) 0.0456 (ঙ) 0.000673

সমাধান :

- (ক) ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,
 $\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{27} \boxed{=} 1.43136$
 \therefore log 27 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক 0.43136.

- (খ) ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,
 $\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{63.147} \boxed{=} 1.80035$
 \therefore log 63.147 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক 0.80035.

(গ) ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{1.405} = 0.147676$$

∴ log 1.405 এর পূর্ণক 0 এবং অংশক 0.147676.

(ঘ) ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{0.0456} = -1.34104$$

$$= -2 + 0.65896$$

$$= 2.65896$$

∴ log 0.0456 এর পূর্ণক -2 এবং অংশক 0.65896

অংশকটি সর্বদা অঋণাত্মক হয়। এখানে পূর্ণকের '২' চিহ্নটি সংখ্যাটির ওপরে দেখানো হয়েছে।

(ঙ) ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{0.000673} = -3.17198$$

$$= -4 + 0.82802$$

$$= 4.82802$$

∴ log 0.000673 এর পূর্ণক -4 এবং অংশক 0.82802

অংশকটি সর্বদা অঋণাত্মক হয়। এখানে পূর্ণকের '২' চিহ্নটি সংখ্যাটির ওপরে দেখানো হয়েছে।

প্রশ্ন ১৫ ▶ গুণফলের/ভাগফলের সাধারণ লগ (আসন্ন পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) নির্ণয় কর :

(ক) 5.34×8.7

(খ) 0.79×0.56

(গ) $22.2642 + 3.42$

(ঘ) $0.19926 + 32.4$

সমাধান :

(ক) $5.34 \times 8.7 = 46.458$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{46.458} = 1.66706$$

$$\therefore \log (5.34 \times 8.7) = 1.66706$$

(খ) $0.79 \times 0.56 = 0.4424$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{0.4424} = -0.35418 = -1 + 0.64582$$

$$= 1.64582$$

$$\therefore \log (0.79 \times 0.56) = 1.64582$$

(গ) $22.2642 + 3.42 = 6.51$

$$\text{ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে, } \boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{6.51} = 0.81358$$

$$\therefore \log (22.2642 + 3.42) = 0.81358$$

(ঘ) $0.19926 + 32.4 = 0.00615$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{0.00615} = -2.21112$$

$$= -3 + 0.78888$$

$$= 3.78888$$

$$\therefore \log (0.19926 + 32.4) = 3.78888$$

প্রশ্ন ১৬ ▶ যদি $\log 2 = 0.30103$, $\log 3 = 0.47712$ এবং $\log 7 = 0.85410$ হয়, তবে নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর :

(ক) $\log 9$

(খ) $\log 28$

(গ) $\log 42$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\log 2 = 0.30103$,

$$\log 3 = 0.47712,$$

$$\text{এবং } \log 7 = 0.85410$$

(ক) $\log 9$

$$= \log 3^2$$

$$= 2 \log 3$$

$$= 2 \times 0.47712$$

$$= 0.95424$$

(খ) $\log 28$

$$= \log (4 \times 7)$$

$$= \log (2^2 \times 7)$$

$$= \log 2^2 + \log 7$$

$$= 2 \log 2 + \log 7$$

$$= 2 \times 0.30103 + 0.85410$$

$$= 1.45616$$

(গ) $\log 42$

$$= \log (2 \times 3 \times 7)$$

$$= \log 2 + \log 3 + \log 7$$

$$= 0.30103 + 0.47712 + 0.85410$$

$$= 1.63225$$

১৭ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১৭ ▶ দেওয়া আছে, $x = 1000$ এবং $y = 0.0625$.

ক. x কে $a^n b^m$ আকারে প্রকাশ কর, যেখানে a ও b মৌলিক সংখ্যা।

খ. x ও y এর গুণফলকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর।

গ. xy এর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, $x = 1000 = 8 \times 125 = 2^3 \times 5^3$

∴ $x = 1000$ কে $a^n b^m$ আকারে প্রকাশিত রূপ $2^3 5^3$,

যেখানে $a = 2$ ও $b = 5$ মৌলিক সংখ্যা।

[Note : $a = 2$, $b = 5$ উভয়ই মৌলিক সংখ্যা।]

খ. এখানে, $x = 1000$

$$\text{এবং } y = 0.0625$$

$$\therefore x \text{ এবং } y \text{ এর গুণফল} = 1000 \times 0.0625 = 62.5$$

$$\text{এখন, } 62.5 = 6.25 \times 10 = 6.25 \times 10^1$$

$$\therefore x \text{ ও } y \text{ গুণফলের বৈজ্ঞানিক আকার } 6.25 \times 10^1$$

গ. খ-হতে প্রাপ্ত, $xy = 62.5$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{62.5} = 1.79588$$

$$\therefore \log 62.5 \text{ পূর্ণক } 1$$

$$\text{এবং অংশক } 0.79588$$

$$62.5 \text{ এর সাধারণ লগের পূর্ণক } 1 \text{ এবং অংশক } 0.79588$$