PART 02

অনুশীলন Practice

স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রস্তুতির জন্য ১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান

শিখন অর্জন যাচাই

- রেখা, কোণ ও ত্রিভুজের ধারণা লাভ করব।
- কোনো বস্তুর আকার, আকৃতি, অবস্থান, বৈশিষ্ট্য প্রভৃতি থেকে জ্যামিতির ধারণা লাভ করব।
- ত্রিভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্তগুলো প্রমাণ করার দক্ষতা অর্জন করব।

শিখন সহায়ক উপকরণ

- স্কেল, পেন্সিল কম্পাস, ত্রিকোণী, কাটা কম্পাস।
- বিভিন্ন স্বীকার্য সংবলিত পোস্টার।
- পাঠ্যবইয়ের সমস্যা ও কার্যাবলি।

অধ্যায় ৬

অনুশীলনী ৬.১
স্থান, তল, রেখা ও বিন্দুর ধারণা

সাধারণ জ্যামিতিক অংশ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

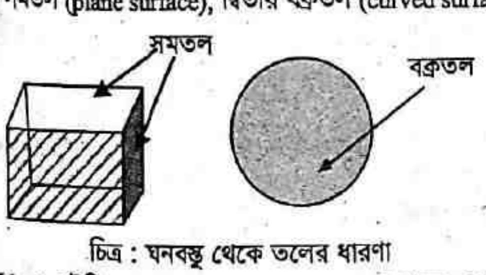
প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নাবলির সমাধান

প্রশ্ন ১ ▸ স্থান, তল, রেখা এবং বিন্দুর ধারণা দাও।

সমাধান : স্থান (Space) : আমাদের চারপাশে বিস্তৃত জগৎ সীমাহীন। এর বিভিন্ন অংশ জুড়ে রয়েছে ছোট বড় নানা রকম বস্তু। ছোট বড় বস্তু বলতে বালুকণা, আলপিন, পেন্সিল, কাগজ, বই, চেয়ার, টেবিল, ইট, বাক্স, বাড়িঘর, পাহাড়, পৃথিবী, গ্রহ-নক্ষত্র সবই বোঝানো হয়। বিভিন্ন বস্তু স্থানের যে অংশ জুড়ে থাকে সে স্থানটুকুর আকার-আকৃতি, অবস্থান, বৈশিষ্ট্য প্রভৃতি থেকেই জ্যামিতিক ধ্যান-ধারণার উদ্ভব।

তল (Surface) : ঘনবস্তুর উপরিভাগ তল নির্দেশ করে। অর্থাৎ, প্রত্যেক ঘনবস্তু এক বা একাধিক তল দ্বারা সীমাবদ্ধ থাকে। যেমন— একটি বাক্সের ছয়টি পৃষ্ঠ ছয়টি তলের অংশ। গোলকের উপরিভাগও একটি তল। তবে বাক্সের পৃষ্ঠতল ও গোলকের উপরিতল ভিন্ন প্রকারের। প্রথমটি সমতল (plane surface), দ্বিতীয় বক্রতল (curved surface)।



চিত্র : ঘনবস্তু থেকে তলের ধারণা

রেখা (Line) : দুইটি তল পরস্পরকে ছেদ করলে ছেদ থেকে একটি রেখা উৎপন্ন হয়। যেমন— বাক্সের দুইটি পৃষ্ঠতল বাক্সের একধারে এটি রেখায় মিলিত হয়। এ রেখা একটি সরলরেখা (straight line)। একটি লেবুকে একটি পাতলা ছুরি দিয়ে কাটলে ছুরির সমতল যেখানে লেবুর বক্রতলকে ছেদ করে সেখানে একটি বক্ররেখা (curved line) উৎপন্ন হয়।

বিন্দু (Point) : দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করলে বিন্দুর উৎপত্তি হয়, অর্থাৎ দুইটি রেখার ছেদস্থান বিন্দু দ্বারা নির্দিষ্ট হয়। বাক্সের দুইটি ধার-রেখা বাক্সের এক কোণায় একটি বিন্দুতে মিলিত হয়। বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ নেই শুধু অবস্থান আছে। একটি রেখার দৈর্ঘ্য ক্রমশ হ্রাস পেয়ে অবশেষে শূন্য হলে একটি বিন্দু মাত্র অবশিষ্ট থাকে। বিন্দুকে শূন্য মাত্রার সত্তা (Entity) বলে গণ্য করা হয়।

প্রশ্ন ২ ▸ ইউক্লিডের পাঁচটি স্বীকার্য বর্ণনা কর।

সমাধান : ইউক্লিডের ৫টি স্বীকার্য নিচে বর্ণনা করা হলো :

স্বীকার্য-১ : একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দু পর্যন্ত একটি সরলরেখা আঁকা যায়।

স্বীকার্য-২ : খণ্ডিত রেখাকে যথেচ্ছভাবে বাড়ানো যায়।

স্বীকার্য-৩ : যেকোনো কেন্দ্র ও যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকা যায়।

স্বীকার্য-৪ : সকল সমকোণ পরস্পর সমান।

স্বীকার্য-৫ : একটি সরলরেখা দুইটি সরলরেখাকে ছেদ করলে এবং ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণের চেয়ে কম হলে, রেখা দুইটিকে যথেচ্ছভাবে বর্ধিত করলে যেদিকে কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের চেয়ে কম, সেদিকে মিলিত হয়।

প্রশ্ন ৩ ▸ পাঁচটি আপতন স্বীকার্য বর্ণনা কর।

সমাধান : স্বীকার্য-১ : স্থান (Space) সকল বিন্দুর সেট এবং সমতল ও সরলরেখা এই সেটের উপসেট।

স্বীকার্য-২ : দুইটি ভিন্ন বিন্দুর জন্য একটি ও কেবল একটি সরলরেখা আছে, যাতে উভয় বিন্দু অবস্থিত।

স্বীকার্য-৩ : একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি ভিন্ন বিন্দুর জন্য একটি ও কেবল একটি সমতল আছে, যাতে বিন্দু তিনটি অবস্থিত।

স্বীকার্য-৪ : কোনো সমতলের দুইটি ভিন্ন বিন্দু দিয়ে যায় এমন সরলরেখা ঐ সমতলে অবস্থিত।

স্বীকার্য-৫ :

(ক) জগতে একাধিক সমতল বিদ্যমান।

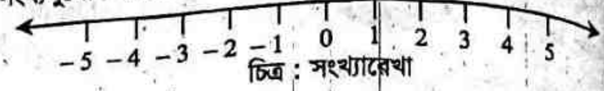
(খ) প্রত্যেক সমতলে একাধিক সরলরেখা অবস্থিত।

(গ) প্রত্যেক সরলরেখার বিন্দুসমূহ এবং বাস্তব সংখ্যাসমূহকে এমনভাবে সম্পর্কিত করা যায়, যেন রেখাটির প্রত্যেক বিন্দুর সঙ্গে একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয় এবং প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যার সঙ্গে রেখাটির একটি অনন্য বিন্দু সংশ্লিষ্ট হয়।

প্রশ্ন ৪ ▸ দূরত্ব স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।
সমাধান : দূরত্ব স্বীকার্য : জ্যামিতিতে দূরত্বের ধারণাও একটি প্রাথমিক ধারণা। এজন্য স্বীকার করে নেওয়া হয় যে,
স্বীকার্য-৬ :
(ক) প্রত্যেক বিন্দুযুগল (P, Q) একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা নির্দিষ্ট করে থাকে। সংখ্যাটিকে P বিন্দু থেকে Q বিন্দুর দূরত্ব বলা হয় এবং PQ দ্বারা সূচিত করা হয়।
(খ) P ও Q ভিন্ন বিন্দু হলে PQ সংখ্যাটি ধনাত্মক; অন্যথায়, PQ = 0.
(গ) P থেকে Q-এর দূরত্ব এবং Q থেকে P-এর দূরত্ব একই। অর্থাৎ, PQ = QP.

প্রশ্ন ৫ ▸ রুলার স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।
সমাধান : স্বীকার্য ৭ কে রুলার স্বীকার্য বলা হয়।
স্বীকার্য-৭ : কোনো সরলরেখায় অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট এবং বাস্তব সংখ্যা সেটের মধ্যে এমনভাবে এক-এক মিল স্থাপন করা যায়, যেন রেখাটির যেকোনো বিন্দু P, Q এর জন্য $PQ = |a - b|$ হয়, যেখানে মিলকরণের ফলে P ও Q এর সঙ্গে যথাক্রমে a ও b বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয়।

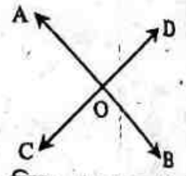
প্রশ্ন ৬ ▸ সংখ্যারেখা বর্ণনা কর।
সমাধান : সংখ্যারেখা : বাস্তব সংখ্যাকে সরলরেখার উপর বিন্দুর সাহায্যে চিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলে ঐ সরলরেখাকে সংখ্যারেখা বলে। অর্থাৎ যে রেখায় বিন্দুর সাথে সংখ্যার এক-এক মিল দেখানো যায়, তাকে সংখ্যারেখা বলে। সংখ্যারেখায় একটি মূলবিন্দু থাকে, যাকে ০(শূন্য) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। শূন্যের ডানপাশের সংখ্যাগুলো ধনাত্মক এবং বামপাশের সংখ্যাগুলো ঋণাত্মক।



চিত্র : সংখ্যারেখা

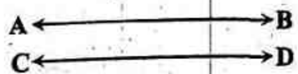
প্রশ্ন ৭ ▸ রুলার স্থাপন স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।
সমাধান : স্বীকার্য-৮ : যেকোনো সরলরেখা AB-কে এমনভাবে সংখ্যারেখায় পরিণত করা যায় যে, A এর স্থানাঙ্ক 0 এবং B এর স্থানাঙ্ক ধনাত্মক।

প্রশ্ন ৮ ▸ পরস্পরছেদী সরলরেখা ও সমান্তরাল সরলরেখার সংজ্ঞা দাও।
সমাধান : পরস্পরছেদী সরলরেখা : দুইটি ভিন্ন সরলরেখাকে পরস্পরচ্ছেদী বলা হয় যদি উভয় রেখায় অবস্থিত একটি সাধারণ বিন্দু থাকে।



চিত্র : পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখা

সমান্তরাল সরলরেখা : সমতলস্থ দুইটি ভিন্ন সরলরেখাকে সমান্তরাল বলা হয়, যদি তাদের কোনো সাধারণ বিন্দু না থাকে।



চিত্র : সমান্তরাল সরলরেখা

বহুনির্বাচনি অংশ — MCQ SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

বোর্ড ও শীর্ষস্থানীয় স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় তথ্য/ব্যাখ্যা সংবলিত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

জ্যামিতির ধারণা ▸ পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ১১১

১. নিচের কোনটি গণিতের প্রাচীনতম শাখা? [সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, টঙ্গী, গাজীপুর]
ক বীজগণিত খ ক্যালকুলাস
গ ত্রিকোণমিতি ঘ জ্যামিতি

২. গ্রিক শব্দ metron-এর অর্থ কী? [মতিঝিল মডেল হাইস্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
ক পরিসীমা খ পরিমিতি
গ পরিমাণ ঘ ধার

৩. কত সালে ইউক্লিড 'ইলিমেন্টস' বইটি লিখেন? [ধানমন্ডি গভঃ বয়েজ হাই স্কুল, ঢাকা]
ক খ্রিস্টপূর্ব ৩৫০ অব্দে খ খ্রিস্টপূর্ব ৩০০ অব্দে
গ খ্রিস্টপূর্ব ৩২০ অব্দে ঘ খ্রিস্টপূর্ব ৪০০ অব্দে

৪. জ্যামিতি গণিত শাস্ত্রের একটি— [গুলশান মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
ক ভাষা খ প্রাচীন শাখা
গ পরিমাপের বিষয় ঘ গাণিতিক শাখা

৫. Geometry কোন দেশীয় শব্দ? [গুলশান মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
ক গ্রীক খ জার্মান
গ রোমান ঘ ইংরেজি

স্থান, তল, রেখা ও বিন্দুর ধারণা ▸ পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ১১২

৬. তলের মাত্রা কয়টি? [য. বো. '২০]
ক শূন্য খ একটি
গ দুইটি ঘ তিনটি
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : তল হচ্ছে দ্বিমাত্রিক, যার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে কিন্তু উচ্চতা নেই।

৭. নিচের কোনটি ত্রি-মাত্রিক বস্তু? [কু. বো. '১৭]
ক রশ্মি খ রেখা
গ তল ঘ গোলক
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : গোলকের তিনটি মাত্রা আছে। এর মাত্রা তিনটির ভিন্নতা বোঝা না গেলেও একে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাবিশিষ্ট খণ্ডে বিভক্ত করা যায়। তাই গোলক ত্রি-মাত্রিক বস্তু।

৮. শূন্য মাত্রার সত্তা বলা হয় কোনটিকে? [সি. বো. '১৫]
ক রেখা খ তল
গ বিন্দু ঘ রেখাংশ
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নাই, শুধু অবস্থান আছে। বিন্দুকে শূন্য মাত্রার সত্তা বলা হয়।

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	ঘ	২	গ	৩	খ	৪	খ	৫	ক	৬	গ	৭	ঘ	৮	গ

অধ্যায় ৬

অনুশীলনী ৬.২
রেখা, রশ্মি, রেখাংশ ও কোণ

সাধারণ জ্যামিতিক অংশ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নাবলির সমাধান

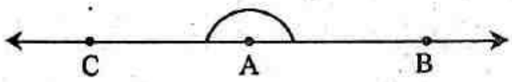
প্রশ্ন ১ ▸ কোণের অভ্যন্তর ও বহির্ভাগের সংজ্ঞা দাও।

সমাধান : চিত্রে P বিন্দু $\angle BAC$ এর অভ্যন্তরে এবং Q, R, S বিন্দু তার বহির্ভাগে অবস্থিত।

সংজ্ঞা : $\angle BAC$ এর অভ্যন্তর হলো AB এর C পাশে এবং AC এর B পাশে অবস্থিত সমতলের সকল বিন্দুর সেট। কোণটির অভ্যন্তরে বা কোনো বাহুতে অবস্থিত নয় এমন সকল বিন্দুর সেটকে তার বহির্ভাগ বলা হয়। কোণটির অভ্যন্তরে প্রত্যেক বিন্দুকে তার একটি অন্তঃস্থ বিন্দু এবং বহির্ভাগের প্রত্যেক বিন্দুকে তার একটি বহিঃস্থ বিন্দু বলে।

প্রশ্ন ২ ▸ যদি একই সরলরেখাস্থ তিনটি ভিন্ন বিন্দু হয়, তবে চিত্রের উৎপন্ন কোণের নামকরণ কর।

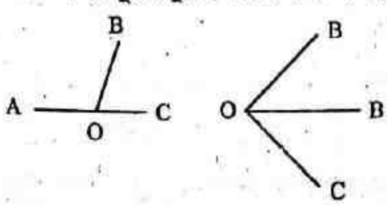
সমাধান : একই সরলরেখাস্থ তিনটি ভিন্ন বিন্দু একটি সরলকোণ উৎপন্ন করে।



চিত্রে, BC সরলরেখার উপরস্থ A, B, C তিনটি বিন্দু এবং উৎপন্ন কোণ $\angle BAC = 1$ সরলকোণ $= 180°$।

প্রশ্ন ৩ ▸ সন্নিহিত কোণের সংজ্ঞা দাও এবং এর বাহুগুলো চিহ্নিত কর।

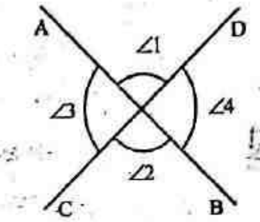
সমাধান : সন্নিহিত কোণ : যদি সমতলে দুইটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু হয় ও তাদের একটি সাধারণ রশ্মি থাকে এবং কোণদ্বয় সাধারণ রশ্মির বিপরীত পাশে অবস্থান করে, তবে ঐ কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলে। সাধারণ বাহু ব্যতীত অপর দুই বাহুকে তাদের বহিঃস্থ বাহু বলা হয়।



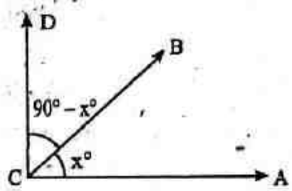
চিত্রে $\angle AOB$ ও $\angle BOC$ সন্নিহিত কোণদ্বয়ের একই শীর্ষবিন্দু O, একটি সাধারণ বাহু OB এবং কোণদ্বয়ের অভ্যন্তরের কোনো সাধারণ বিন্দু নেই। OA এবং OC কোণ দুইটির বহিঃস্থ বাহু।

প্রশ্ন ৪ ▸ চিত্রসহ সংজ্ঞা দাও : বিপ্রতীপ কোণ, পূরক কোণ, সম্পূরক কোণ, সমকোণ, সূক্ষ্মকোণ এবং স্থূলকোণ।

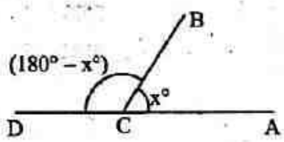
সমাধান : বিপ্রতীপ কোণ : কোনো কোণের বাহুদ্বয়ের বিপরীত রশ্মিদ্বয় যে কোণ তৈরি করে তা ঐ কোণের বিপ্রতীপ কোণ। চিত্রে $\angle 1$ এবং $\angle 2$ একযুগল বিপ্রতীপ কোণ যা $\overleftrightarrow{AB}$ এবং $\overleftrightarrow{CD}$-এর ছেদের ফলে উৎপন্ন হয়েছে। একইভাবে, চিত্রে $\angle 3$ এবং $\angle 4$ আরেক যুগল বিপ্রতীপ কোণ একই সরলরেখাদ্বয় দ্বারা উৎপন্ন।



পূরক কোণ : দুইটি কোণের পরিমাপের যোগফল 1 সমকোণ বা 90° হলে কোণ দুইটিকে পরস্পরের পূরক কোণ বলা হয়।
চিত্রে, $\angle ACB$ ও $\angle BCD$ পূরক কোণ।

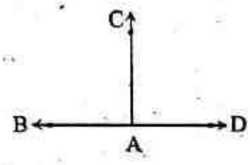


সম্পূরক কোণ : দুইটি কোণের পরিমাপের যোগফল 2 সমকোণ বা 180° হলে, কোণ দুইটিকে পরস্পরের সম্পূরক কোণ বলা হয়।



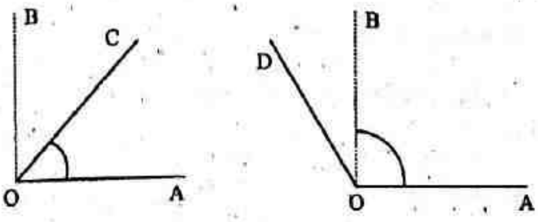
চিত্রে, $\angle ACB$ ও $\angle BCD$ সম্পূরক কোণ।

সমকোণ : একটি সরলকোণের সমদ্বিখণ্ডককে লম্ব এবং সংশ্লিষ্ট সন্নিহিত কোণের প্রত্যেকটিকে সমকোণ বলে। পাশের চিত্রে, $\angle BAD$ সরলকোণ A বিন্দুতে AC রশ্মি দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।



ফলে $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ সন্নিহিত কোণ দুইটির প্রত্যেকে সমকোণ এবং BD ও AC বাহুদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব।

সূক্ষ্মকোণ ও স্থূলকোণ : এক সমকোণ থেকে ছোট কোণকে সূক্ষ্মকোণ এবং এক সমকোণ থেকে বড় কিন্তু দুই সমকোণ থেকে ছোট কোণকে স্থূলকোণ বলা হয়। চিত্রে, $\angle AOC$ সূক্ষ্মকোণ এবং $\angle AOD$ স্থূলকোণ।



উল্লেখ্য যে, $\angle AOC < \angle AOB$ এবং $\angle AOD > \angle AOB$ দ্বারা কোণগুলোর ডিগ্রি পরিমাপের তুলনা বোঝায়।

অধ্যায় ৬

অনুশীলনী ৬.৩
ত্রিভুজ

সাধারণ জ্যামিতিক অংশ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১. নিচে তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া হলো। কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব (সংখ্যাগুলো দৈর্ঘ্যের এককে)?

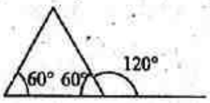
ক 5, 6, 7   খ 5, 7, 14
গ 3, 4, 7   ঘ 2, 4, 8

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি এর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।
এখানে, (ক) $5+6=11>7$ যা সম্ভব।
(খ) $5+7=12<14$ যা অসম্ভব।
(গ) $3+4=7=7$ যা অসম্ভব।
(ঘ) $2+4=6<8$ যা অসম্ভব।
সুতরাং 5, 6, 7, বাহু তিনটিই উক্ত উপপাদ্যকে সমর্থন করে।

২. সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুকে উভয়দিকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের বিয়োগফল কত?

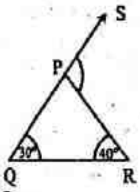
ক 0°   খ 120°
গ 180°   ঘ 240°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমবাহু ত্রিভুজের যেকোনো বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণের মান 120°.



$\therefore$ বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের বিয়োগফল $= 120° - 120° = 0°$.

৩.

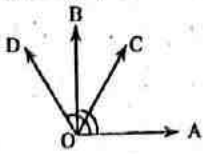


চিত্রে $\angle RPS$ এর মান কত?

ক 40°   খ 70°
গ 90°   ঘ 110°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔQPR এর বহিঃস্থ কোণ,
$\angle RPS$ = বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের যোগফল
$= \angle PQR + \angle PRQ = 30° + 40° = 70°$.

৪. পাশের চিত্রে—



i. $\angle AOC$ একটি সূক্ষ্মকোণ
ii. $\angle AOB$ একটি সমকোণ
iii. $\angle AOD$ একটি প্রবৃদ্ধ কোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i   খ ii   গ i ও ii   ঘ ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\angle AOB$ = এক সমকোণ
$\angle AOC < \angle AOB$ বা, $\angle AOC <$ এক সমকোণ।
অর্থাৎ, $\angle AOC$ সূক্ষ্মকোণ। সুতরাং i ও ii সঠিক।

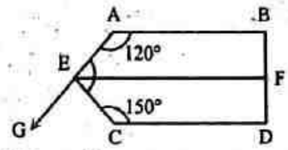
৫. একটি ত্রিভুজকে অপর একটি ত্রিভুজের উপর স্থাপন করলে যদি ত্রিভুজ দুইটি সর্বতোভাবে মিলে যায় তবে—

i. ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম
ii. ত্রিভুজ দুইটির অনুরূপ বাহু সমান
iii. অনুরূপ কোণ সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হতে হলে—
i. অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক হতে হবে ও
ii. অনুরূপ কোণগুলো সমান হতে হবে।
এরূপক্ষেত্রে একটি ত্রিভুজকে আরেকটির উপর স্থাপন করলে ত্রিভুজ দুইটি সর্বতোভাবে মিলে যায়। অতএব, i, ii ও iii সঠিক।



উপরের চিত্রে $AB \parallel EF \parallel CD$ এবং $BD \perp CD$.

প্রদত্ত চিত্রের আলোকে (৬ – ৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬. $\angle AEF$ এর মান কত?

ক 30°   খ 60°
গ 240°   ঘ 270°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি,
চতুর্ভুজের চারকোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 360°
AEFB চতুর্ভুজ হতে পাই,
$\angle AEF + \angle EAB + \angle ABF + \angle BFE = 360°$
বা, $\angle AEF + 120° + 90° + 90° = 360°$
বা, $\angle AEF = 360° - 300°$
$\therefore \angle AEF = 60°$.

৭. $\angle BFE$ এর মান নিচের কোনটি?

ক 30°   খ 60°
গ 90°   ঘ 120°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : যেহেতু $BD \perp CD$ এবং $EF \parallel CD$
সুতরাং $BF \perp EF$ অর্থাৎ, $\angle BFE = 90°$.

৮. $\angle CEF + \angle CEG =$ কত?

ক 60°   খ 120°
গ 180°   ঘ 210°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে পাই, $\angle CEF + \angle CEG = \angle CEF$
$= 180° - \angle AEF$ [$\because \angle GEF$ ও $\angle AEF$ পরস্পর সম্পূরক]
$= 180° - 60° = 120°$.

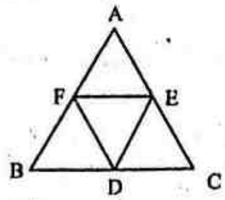
উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১	ক	২	ক	৩	খ	৪	গ	৫	ঘ	৬	খ	৭	গ	৮	খ

অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নাবলির সমাধান

প্রশ্ন ৯ ▸ প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজে D, E ও F যথাক্রমে BC, AC ও AB-এর মধ্যবিন্দু। D, E; D, F এবং E, F যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ DEF সমবাহু।



প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ BDF এবং Δ DEC-এর মধ্যে

$BD = DC$ [$\because$ D, BC-এর মধ্যবিন্দু]

$BF = CE$ [$\because$ সমান সমান বাহুর অর্ধেক]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle DBF =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ECD$ [সমবাহু ত্রিভুজে কোণগুলো সমান]

$\therefore$ $\Delta BDF \cong \Delta DEC$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং $DF = DE$

ধাপ ২. অনুরূপভাবে Δ BDF ও Δ AEF নিয়ে প্রমাণ করা যায়,

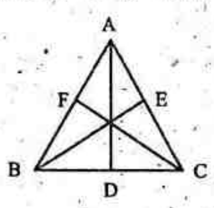
$DF = EF$ [(১) থেকে]

$\therefore$ $EF = DF = DE$

অতএব, Δ DEF সমবাহু। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ১০ ▸ প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD, BE ও CF যথাক্রমে BC, AC ও AB বাহুর উপর মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BE = CF$.



প্রমাণ :

ধাপ ১. ΔBEC এবং ΔBCF-এর মধ্যে

$EC = BF$ [সমান সমান বাহুর অর্ধেক]

$BC = BC$ [সাধারণ বাহু।]

এবং $\angle BCE = \angle CBF$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]

$\therefore$ $\Delta BEC \cong \Delta BCF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

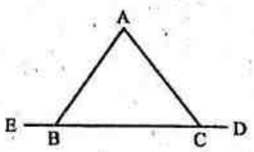
সুতরাং $BE = CF$

ধাপ ২. অনুরূপভাবে, Δ ABD ও Δ ABE নিয়ে প্রমাণ করা যায়, $AD = BE$

সুতরাং $AD = BE = CF$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ১১ ▸ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এ $\angle ABE$ এবং $\angle ACD$ দুইটি বহিঃস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABE + \angle ACD >$ দুই সমকোণ।



প্রমাণ : ধাপ ১. ΔABC-এ বহিঃস্থ

$\angle ABE > \angle ACB$ [বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $\angle ABE + \angle ACD > \angle ACB + \angle ACD$ [উভয়পক্ষে $\angle ACD$ যোগ করে]

বা, $\angle ABE + \angle ACD >$ দুই সমকোণ

[বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।]

ধাপ ২. আবার, ΔABC-এ বহিঃস্থ

$\angle ACD > \angle ABC$ [বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।]

বা, $\angle ABE + \angle ACD > \angle ABE + \angle ABC$ [উভয়পক্ষে $\angle ABE$ যোগ করে]

বা, $\angle ABE + \angle ACD >$ দুই সমকোণ

[বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা]

ধাপ ৩. $2(\angle ABE + \angle ACD) > 4$ সমকোণ [(১) ও (২) থেকে]

বা, $\angle ABE + \angle ACD > \frac{4}{2}$ সমকোণ

$\therefore$ $\angle ABE + \angle ACD > 2$ সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

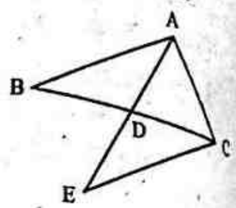
প্রশ্ন ১২ ▸ Δ ABC-এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AD$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, Δ ABC-এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D। A, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে,

$AB + AC > 2AD$.

অঙ্কন : AD কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, $AD = DE$ হয়। E, C যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ ABD এবং Δ ECD-এ

$BD = CD$ [$\because$ D, BC-এর মধ্যবিন্দু]

$AD = ED$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\angle ADB = \angle EDC$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$ $\Delta ABD \cong \Delta ECD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore$ $AB = EC$

ধাপ ২. এখন, Δ AEC-এ,

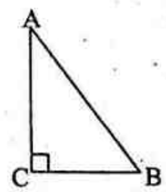
$AC + EC > AE$ [$\because$ ত্রিভুজের দুইটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB > AD + DE$ [ধাপ (১) থেকে]

বা, $AB + AC > AD + AD$

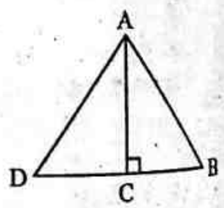
$\therefore$ $AB + AC > 2AD$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ১৩ ▸ চিত্রে দেওয়া আছে, $\angle C =$ এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$. প্রমাণ কর যে, $AB = 2BC$.



সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C =$ এক সমকোণ বা $90°$ এবং $\angle B = 2\angle A$। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = 2BC$.

অঙ্কন : BC কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $BC = CD$ হয়। A, D যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ ABC-এ $\angle C = 90°$

$\therefore$ $\angle A + \angle B = 90°$

বা, $\angle A + 2\angle A = 90°$ [$\because \angle B = 2\angle A$]

বা, $3\angle A = 90°$

বা, $\angle A = \frac{90°}{3}$

বা, $\angle A = 30°$

$\therefore$ $\angle BAC = 30°$

ধাপ ২. আবার, $\angle B = 2\angle A$

বা, $\angle B = 2 \times 30°$

বা, $\angle B = 60°$

$\therefore$ $\angle ABD = 60°$

ধাপ ৩. ΔABC ও ΔADC-এ,

$BC = CD$ [অঙ্কন অনুসারে]

$AC = AC$ [সাধারণ বাহু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ACD$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle ACB$ [প্রত্যেকে এক সমকোণ]।

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta ACD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore$ $\angle BAC = \angle DAC$

অর্থাৎ $\angle DAC = 30^\circ$ [ধাপ (১) হতে]

ধাপ ৪. $\angle BAD = \angle BAC + \angle DAC$

$= 30^\circ + 30^\circ$ [ধাপ (১) ও (৩) হতে]

$= 60^\circ$

ধাপ ৫. ΔABD-এ, $\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ$

[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $60^\circ + 60^\circ + \angle ADB = 180^\circ$ [ধাপ (২) ও (৪) হতে]

বা, $120^\circ + \angle ADB = 180^\circ$

বা, $\angle ADB = 180^\circ - 120^\circ$

$\therefore$ $\angle ADB = 60^\circ$

অর্থাৎ ΔABD এর তিনটি কোণ সমান।

অতএব, ΔABD একটি সমবাহু ত্রিভুজ

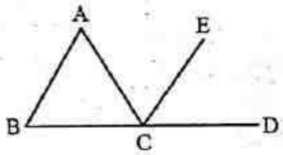
সুতরাং $AB = BD$

বা, $AB = BC + CD$ [$\because BD = BC + CD$]

বা, $AB = BC + BC$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore$ $AB = 2BC$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৪ ▸ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।



সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, Δ ABC-এর BC বাহুকে বর্ধিত করায় উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$.

অঙ্কন : C বিন্দু দিয়ে BA-এর সমান্তরাল CE অঙ্কন করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. AB ও CE সমান্তরাল এবং BCD তাদের ছেদক।

$\angle BAC = \angle ACE$ [একান্তর কোণ]

ধাপ ২. আবার, BA ও CE সমান্তরাল এবং BCD ছেদক বলে।

$\angle ABC = \angle ECD$ [অনুরূপ কোণ]

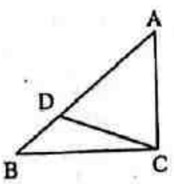
ধাপ ৩. অতএব, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD$.

[(১) ও (২) থেকে]

বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$ [$\angle ACD = \angle ACE + \angle ECD$]

$\therefore$ $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ▸ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।



সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, Δ ABC-এর AB বাহু বৃহত্তর। প্রমাণ করতে হবে যে, দুই বাহুর অন্তর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

যদি AB বৃহত্তর বাহু এবং AC ক্ষুদ্রতর বাহু হয় তবে $AB - AC < BC$ প্রমাণ করাই যথার্থ হবে।

অঙ্কন : AB বাহু হতে AC-এর সমান করে AD অংশ কেটে নেই এবং C, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. ΔACD-এ $\angle ADC = \angle ACD$ [$AD = AC$]

ধাপ ২. $\angle BDC > \angle ACD$ [উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত প্রত্যেকটি কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $\angle BDC > \angle ADC$ [ধাপ (১) থেকে]

ধাপ ৩. কিন্তু $\angle ADC > \angle BCD$

$\therefore$ $\angle BDC > \angle BCD$

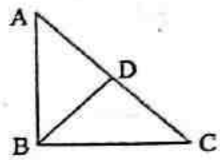
বা, $BC > BD$ [ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

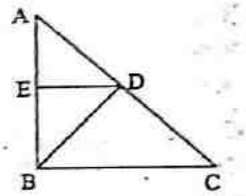
বা, $BC > AB - AD$

বা, $BC > AB - AC$

অর্থাৎ $AB - AC < BC$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৬ ▸ চিত্রে, ABC ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BD = \frac{1}{2}AC$.





সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B$ = এক সমকোণ। D অতিভুজ AC-এর মধ্যবিন্দু। B, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = \frac{1}{2}AC$.

অঙ্কন : AB-এর মধ্যবিন্দু E নেই এবং E, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. $ED \parallel BC$ [ED, AB ও AC রেখার মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা।]

যেহেতু BC, AB-এর উপর লম্ব।

অতএব, ED, AB এর উপর লম্ব।

এবং ΔAED এবং ΔBED উভয়ই সমকোণী।

ধাপ ২. এখন, ΔAED ও ΔBED-এর মধ্যে

$AE = BE$ [অঙ্কন অনুসারে]

$ED = ED$ [সাধারণ বাহু]

$\angle AED = \angle BED$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ পরস্পর সমান]

$\therefore$ $\Delta AED \cong \Delta BED$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

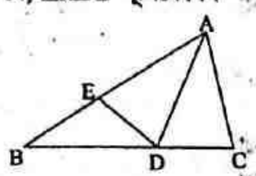
সুতরাং, $AD = BD$

ধাপ ৩. $AD = \frac{1}{2}AC$ [D, AC-এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore$ $BD = \frac{1}{2}AC$. [ধাপ (২) হতে]

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৭ ▸ ΔABC-এ $AB > AC$ এবং $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।



সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, Δ ABC-এর $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।

অঙ্কন : AB বাহু হতে AC-এর সমান AE অংশ কাটি এবং D, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ AED ও Δ ACD-এ, AE = AC [অঙ্কন অনুসারে]

AD = AD [সাধারণ বাহু]

$\angle DAE = \angle CAD$ [$\because$ AD, $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\therefore \Delta AED \cong \Delta ACD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $\angle ADE = \angle ADC$

সুতরাং $\angle ADB > \angle ADE$ [$\because$ $\angle ADE$, $\angle ADB$-এর একটি অংশ]

অর্থাৎ $\angle ADB > \angle ADC$ [$\because \angle ADC = \angle ADE$]

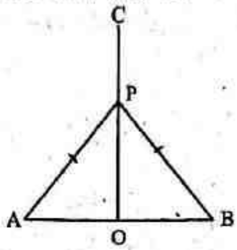
$\therefore$ $\angle ADB$ স্থূলকোণ। [$\because$ $\angle ADB$ ও $\angle ADC$-এর সমষ্টি এক সরলকোণ।]

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৮ ▸ প্রমাণ কর যে, কোনো রেখাংশের লম্বদ্বিখণ্ডকের উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দু উক্ত রেখাংশের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB একটি রেখাংশ। 'O' এর মধ্যবিন্দু। $OC \perp AB$। প্রমাণ করতে হবে যে, OC-এর উপর যেকোনো বিন্দু A ও B হতে সমদূরবর্তী। অর্থাৎ AP = PB প্রমাণ করাই যথেষ্ট।

অঙ্কন : ধরি, P, OC-এর উপর একটি বিন্দু। A, P; B, P যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ APO এবং Δ BPO-এ,

OA = OB [কল্পনা]

OP = OP [সাধারণ বাহু]

$\angle AOP = \angle POB$ [$\therefore CO \perp AB$]

$\therefore$ $\Delta APO \cong \Delta POB$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore$ AP = BP. (প্রমাণিত)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১৯ ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। BC বাহুর মধ্যবিন্দু D।

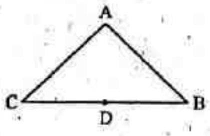
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ. দেখাও যে, AB + AC > 2AD.

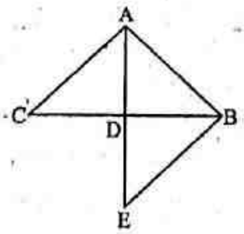
গ. প্রমাণ কর যে, $AD = \frac{1}{2}BC$.

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু D।



খ এখানে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু D। A ও D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > 2AD.



অঙ্কন : AD কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, DE = AD হয়। B ও E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ ADC এবং Δ BDE এ,

AD = DE [অঙ্কনানুসারে]

CD = BD [$\because$ D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$\angle ADC = \angle BDE$ [$\therefore$ বিপ্রতীপ কোণ।]

$\therefore$ $\Delta ADC \cong \Delta BDE$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, AC = BE

ধাপ ২. এখন, Δ ABE-এ, AB + BE > AE

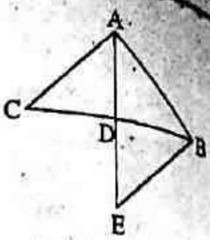
[ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।]

বা, AB + AC > AD + DE [$\because$ BE = AC এবং AE = AD + DE]

বা, AB + AC > AD + AD [$\because$ DE = AD]

$\therefore$ AB + AC > 2AD. (প্রমাণিত)

গ এখানে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু D। A ও D যোগ কর। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = \frac{1}{2}BC$.



অঙ্কন : AD কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন DE = AD হয়, B, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. $\Delta ADC \cong \Delta BDE$ [খ নং ধাপ (১) থেকে]

অতএব, AC = BE

এবং $\angle ACD = \angle EBD$ অর্থাৎ $\angle ACB = \angle EBC$

কিন্তু কোণদ্বয় পরস্পর একান্তর।

ধাপ ২. সুতরাং BE ও AC এর সমান্তরাল এবং AB এদের ছেদক।

$\angle BAC$ = এক সমকোণ

$\angle ABE$ = এক সমকোণ

ধাপ ৩. এখন, Δ BAC ও Δ ABE-এ

AC = BE, AB = AB [সাধারণ বাহু]

এবং $\angle BAC = \angle ABE$ [প্রত্যেকে এক সমকোণ]

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta ABE$

$\therefore$ AE = BC

বা, AD + DE = BC

বা, AD + AD = BC

বা, 2AD = BC

সুতরাং $AD = \frac{1}{2}BC$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২০ Δ ABC এর D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

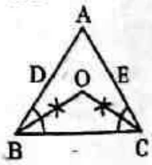
ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. প্রমাণ কর যে, DE ∥ BC এবং $DE = \frac{1}{2}BC$.

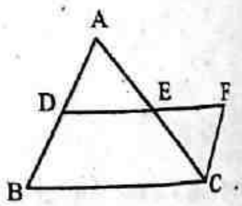
গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$.

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, Δ ABC এর D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু। $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় OB ও OC পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।



খ এখানে, ABC ত্রিভুজের D এবং E যথাক্রমে AB এবং AC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, DE ∥ BC এবং $DE = \frac{1}{2}BC$.



অঙ্কন : D ও E যোগ করে বর্ধিত করি যেন EF = DE হয়।

প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ ADE ও Δ CEF এর মধ্যে

AE = EC [দেওয়া আছে]

DE = EF [অঙ্কনানুসারে]

$\angle AED = \angle CEF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\Delta ADE \cong \Delta CEF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore$ $\angle ADE = \angle EFC$ এবং

$\angle DAE = \angle ECF$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ AD ∥ CF বা, AB ∥ CF

আবার, $BD = AD = CF$ এবং $BD \parallel CF$

সুতরাং BDFC একটি সামান্তরিক

$\therefore$ $DF \parallel BC$ বা $DE \parallel BC$

ধাপ ২. আবার, $DF = BC$

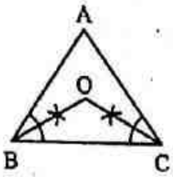
বা, $DE + EF = BC$

বা, $DE + DE = BC$ [ধাপ (১) থেকে]

বা, $2DE = BC$ বা, $DE = \frac{1}{2}BC$

সুতরাং $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2}BC$. (প্রমাণিত)

গ এখানে, Δ ABC-এর $\angle B$ ও $\angle C$-এর সমদ্বিখণ্ডক OB এবং OC পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$.



প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ ABC-এ,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান]

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = \frac{180°}{2}$

বা, $\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90° - \frac{1}{2}\angle A$

ধাপ ২. $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle B$ [OB, $\angle B$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

এবং $\angle OCB = \frac{1}{2}\angle C$ [OC, $\angle C$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

ধাপ ৩. এখন, Δ BOC-এ

$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান।]

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180°$ [ধাপ (২) থেকে]

বা, $\angle BOC + 90° - \frac{1}{2}\angle A = 180°$ [ধাপ (১) থেকে]

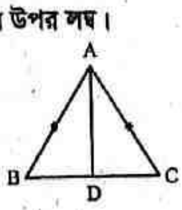
বা, $\angle BOC = 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore$ $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$. (দেখানো হলো)

অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নাবলির সমাধান

প্রশ্ন ২১ ▸ প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শিরঃকোণের সমদ্বিখণ্ডক ভূমিকেও সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং ভূমির উপর লম্ব।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। শিরঃকোণ $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD। প্রমাণ করতে হবে যে, ভূমি BC কে AD সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং $AD \perp BC$।



প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ ABD ও Δ ACD-এ

$AB = AC$ [$\because \Delta$ ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ]

$AD = AD$ [সাধারণ বাহু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAD =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CAD$

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $BD = CD$

এবং $\angle ADB = \angle ADC$

ধাপ ২. যেহেতু $BD = CD$

$\therefore$ BC কে AD সমদ্বিখণ্ডিত করে

ধাপ ৩. যেহেতু $\angle ADB$ ও $\angle ADC$ কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাপ সমান।

$\therefore$ $\angle ADB = \angle ADC = 1$ সমকোণ

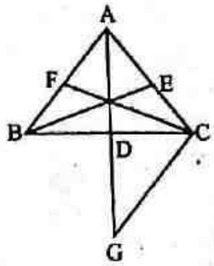
অতএব, $AD \perp BC$

সুতরাং ভূমি BC কে AD সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং $AD \perp BC$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২২ ▸ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, Δ ABC এর AD, BE, CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$.

অঙ্কন : AD কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $AD = DG$ হয়। C, G যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ ABD ও Δ CDG-এ

$BD = CD$ [$\because$ D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$AD = DG$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CDG$ [বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore$ $\Delta ABD \cong \Delta CDG$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore$ $AB = CG$

ধাপ ২. Δ ACG-এ

$AC + CG > AG$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB > AD + DG$

বা, $AB + AC > AD + AD$ [$\because DG = AD$]

$\therefore$ $AB + AC > 2AD$

একইভাবে, $AB + BC > 2BE$

এবং $BC + AC > 2CF$

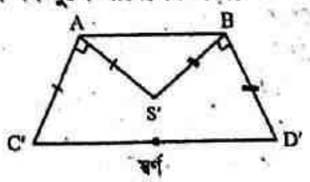
ধাপ ৩. $2(AB + BC + AC) > 2(AD + BE + CF)$ [ধাপ (২) হতে]

বা, $AB + BC + AC > AD + BE + CF$

$\therefore$ $AD + BE + CF < AB + BC + AC$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২৩ ▸ এক পরিশ্রমী পিতা তার একমাত্র পুত্রকে ডেকে বললেন যে তিনি তার উপার্জিত অর্থ দিয়ে স্বর্ণ ক্রয় করে পার্শ্ববর্তী বনে লুকিয়ে রেখেছেন। স্বর্ণের অবস্থান সম্পর্কে পুত্র জিজ্ঞাসা করাতে তিনি জানালেন যে বনে একই রকম দেখতে দুইটি বৃক্ষ A ও B এবং একটি পাথর S রয়েছে। S থেকে A তে পৌঁছে সমদূরত্ব লম্বালম্বিভাবে গিয়ে সে C বিন্দু পাবে। এবার আবার S থেকে B তে এসে একইভাবে লম্বালম্বি সমদূরত্ব অতিক্রম করে D বিন্দু পাবে। এবার CD রেখার মধ্যবিন্দুতে স্বর্ণ পাওয়া যাবে। পুত্র বৃক্ষ A ও B পেলেও দুর্ভাগ্যজনকভাবে S পেল না। সে কী স্বর্ণ খুঁজে পাবে? কিভাবে?

সমাধান : খুঁজে পাবে। A বিন্দুকে কেন্দ্র করে AB এর অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে A এর যে পাশে B বিন্দু আছে সে পাশে একটি বৃত্তচাপ আঁকবে।



আবার B কে কেন্দ্র করে AB এর অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে এর যে পাশে A বিন্দু আছে সে পাশে একটি বৃত্তচাপ আঁকবে। এই বৃত্তচাপ আগের চাপটিকে S' বিন্দুতে ছেদ করবে।

এখন A বিন্দুতে $AC' \perp AS'$ এবং B বিন্দুতে $BD' \perp BS'$ অঙ্কন করলে যেখানে $AS' = AC'$ এবং $BS' = BD'$। C' ও D' যোগ করবে। তাহলে C'D' এর মধ্যবিন্দুতে স্বর্ণ খুঁজে পাবে।