वन्नीननी ১১.১ বীজগণিতীয় অনুপাত ও সমানুপাত



সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

বিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রয়ের যথায়থ ও নির্ভূল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোতরের ধারণা সমৃন্ধকরণে সহায়তা করবে।

💇 পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রমের সমাধান 🛇

প্রস্ন ১ - দুইটি বর্গক্তেরে বাহুর দৈখ্য যথকেষে এ মিটার এবং b মিটার হলে, এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

সমাধান : বর্গক্ষেত্র দৃইটির বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a মিটার ও b মিটার

∴ তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত = a² : b².

প্রস্ন ২ > একটি বৃত্তকেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গুকেত্রের ক্ষেত্রফলের

সমান হলে, এদের পরিসীমার অনুপাত নির্ণয় কর। সমাধান: ধরি, বৃত্তের ব্যাসাধি r এবং বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a

বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল না² [ন একটি ধুব সংখ্যা]

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল a²

বৃতক্ষেত্রের পরিসীমা 2π বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা 4৪

প্রশ্নতে, $\pi r^2 = a^2$

 $\frac{r}{a} = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \left[\text{and per ocal} \right]$

বৃত্তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার অনুপাত = 2π : 4a

$$= \frac{2\pi r}{4a} = \frac{\pi r}{2a} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{r}{a}\right) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} = \frac{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\pi}}{2 \cdot \sqrt{\pi}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

 \therefore বৃত্তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার অনুপাত $\sqrt{\pi}:2$

প্রস্ত্র ০ ▶ দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং এদের ল.সা.গু. 180। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, অনুপাতের সাধারণ রাশি x

∴ সংখ্যা দুইটি 3x ও 4x

সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. (3 × 4)x বা, 12x

প্রসমতে, 12x = 180

∴ সংখ্যা দুইটি 3x = 3 × 15 = 45

अवर 4x = 4 × 15 = 60

: मश्या मुद्दि 45 धवर 60.

প্রস্ন ৪ > একদিন ভোমাদের ক্লাসে দেখা গেল জনুসন্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যার অনুপাত 1: 4, অনুপস্পিত শিক্ষার্থী সংখ্যাকে মোট শিক্ষার্থী সংখ্যার শতকরায় প্রকাশ কর।

সমাধান : মনে করি, অনুপাতে সাধারণ রাশি x

অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যা যথাক্রমে x ও 4x. মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা (x + 4x) বা 5x

∴ অনুপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যা মোট শিক্ষার্থী সংখ্যার

শতক্রা $\frac{x}{5x} \times 100$ জন = 20 জন

অনুপশ্বিত 20%.

প্রস্ন ৫ । একটি দ্রব্য ক্রয় করে 28% শ্বতিতে বিক্রয় করা হলে। বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ক্রয়মূল্য 100 টাকা।

তাহলে 28% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য (100 – 28) টাকা = 72 টাকা

বিক্রয়মূপ্য ও ক্রয়মূপ্যের অনুপাত = 72 : 100

= 18 : 25 [4 দ্বারা ভাগ করে]

নির্ণেয় অনুপাত 18 : 25.

প্রস্নু ৬ > পিতা ও পুত্রের বর্তমান ব্য়সের সমষ্টি 70 বছর। 7 বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল 5 : 2। 5 বছর পরে ডাদের ব্য়দের অনুপাত কত হবে?

সমাধান: মনে করি, পিতার বর্তমান বয়স a বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স b বছর

তাহলে প্রথমতে, a + b = 70(1)

$$\frac{a-7}{b-7} = \frac{5}{2}$$
(2)

(2) নং থেকে পাই,

$$\frac{a-7}{5} = \frac{b-7}{2} = \frac{a+b-14}{7} = \frac{70-14}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

বা, a-7=8×5=40

a = 40 + 7 = 47

এবং b - 7 = 8 × 2 = 16

বা, b=16+7

b = 235 বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত = $\frac{a+5}{b+5}$

$$= \frac{3}{23+5}$$
$$= \frac{52}{28} = \frac{13}{7}$$

: পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত 13 : 7.

প্রশ্ন 4 🕨 যদি a : b = b : c হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

 $c = b^2 + c^2$

সমাধান : দেওয়া আছে, a : b = b : c

$$\forall 1, \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

বামপক্ষ =
$$\frac{a}{c}$$

ডানপক্ষ = $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$
= $\frac{a^2 + ca}{ca + c^2} = \frac{a(a + c)}{c(a + c)} = \frac{a}{c}$
 $\therefore \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$. (প্রমাণিত)

14

প্রমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$$\frac{a^{2}h^{2}c^{2}}{a^{3}} + \frac{a^{2}h^{2}c^{2}}{b^{3}} + \frac{a^{2}h^{2}c^{2}}{c^{3}}$$

$$= \frac{a^{2}h^{2}c^{2}}{a^{3}} + \frac{a^{2}h^{2}c^{2}}{b^{3}} + \frac{a^{2}h^{2}c^{2}}{c^{3}}$$

$$= \frac{b^{2}c^{2}}{a} + \frac{a^{2}c^{2}}{b} + \frac{a^{2}b^{2}}{c}$$

$$= \frac{ac \cdot c^{2}}{a} + \frac{(ac)^{2}}{b} + \frac{a^{2} \cdot ac}{c} \quad [\because b^{2} = ac]$$

$$= c^{3} + \frac{(b^{2})^{2}}{b} + a^{3} = c^{3} + \frac{b \cdot b^{3}}{b} + a^{3}$$

$$= c^{3} + b^{3} + a^{3} = a^{3} + b^{3} + c^{3} = \text{Window}$$

$$\therefore a^{2}h^{2}c^{2}\left(\frac{1}{a^{3}} + \frac{1}{b^{3}} + \frac{1}{c^{3}}\right) = a^{3} + b^{3} + c^{3}. \quad (\text{Cialling})$$

(4)
$$\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1$$

সনাধান: দেওয়া আহে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$$at, b^2 = ac$$

क्ष्म ७ भवायान यत्र :

$$(\hat{v}) \ \frac{1 - \sqrt{1 - x}}{1 + \sqrt{1 - x}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1 - \sqrt{1 - x}}{1 + \sqrt{1 - x}} = \frac{1}{3}$$

বা, $\frac{1-\sqrt{1-x}+1+\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-x}-1-\sqrt{1-x}} = \frac{1+3}{1-3}$ [খোজন-বিয়োজন করে]

$$\boxed{4}, \ \frac{2}{-2\sqrt{1-x}} = \frac{4}{-2}$$

$$\overline{1}, \ \frac{1}{\sqrt{1-x}} = 2$$

 $\sqrt{1-x} = \frac{1}{2}$ [ব্যান্তকরণ করে]

বা, $(\sqrt{1-x})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ [উভয়পশ্চকে বর্গ করে]

$$\sqrt{1-x} = \frac{1}{4}$$

$$\overline{4}, -x = \frac{1}{4} - 1 = \frac{1 - 4}{4} = \frac{-3}{4}$$

 $\therefore x = \frac{3}{4}$ ডিভয়পক্ষকে (– 1) ঘারা পুণ করে

নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{3}{4}$

(4)
$$\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$$
, $2a > b > 0$ and $x \neq 0$.

শমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$

সুজনাং
$$\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}+a+x+\sqrt{a^2-x^2}}{a+x-\sqrt{a^2-x^2}-a-x-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\boxed{41, \quad \frac{2(a+x)}{-2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}}$$

$$\overline{d}, \quad \frac{a+x}{-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

বা, $\frac{(a+x)^2}{a^2-x^2} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$ [উভয়পক্ষকে বৰ্গ করে]

$$\boxed{4}, \quad \frac{(a+x)(a+x)}{(a+x)(a-x)} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$$

$$\boxed{41, \quad \frac{a+x}{a-x} = \frac{b^2 + 2bx + x^2}{b^2 - 2bx + x^2}}$$

$$41, \quad \frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{b^2+2bx+x^2+b^2-2bx+x^2}{b^2+2bx+x^2-b^2+2bx-x^2}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$41, \quad \frac{2a}{2x} = \frac{2(b^2 + x^2)}{4bx}$$

বা,
$$\frac{a}{x} = \frac{b^2 + x^2}{2bx}$$

বা, $a = \frac{b^2 + x^2}{2b}$ ডিভয়পক্ষকে x দারা গুণ করে]

বা,
$$x^2 + b^2 = 2ab$$

বা,
$$x^2 = 2ab - b^2$$

নির্ণেয় সমাধান, $x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$.

(4)
$$81\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$$

$$81\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$$

বা,
$$81 = \left(\frac{1+x}{1-x}\right) \times \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^3$$

বা,
$$81 = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4$$

$$\boxed{4}, \quad \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4 = 9^2$$

বা,
$$\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = 9$$
 [বর্গমূল করে]

বা,
$$\frac{1+x}{1-x}=\pm 3$$
 [বর্গমূল করে]

এখন,
$$\frac{1+x}{1-x} = 3$$
 হলে, খাবার, $\frac{1+x}{1-x} = -3$ হলে,

বা,
$$1+x=3(1-x)$$

$$\sqrt{3}$$
 3x + x = 3 − 1

$$71, 2x = 4$$

$$\sqrt{31}$$
, $x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$\sqrt{3}$$
, $x = \frac{4}{2} = 2$

িনির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{1}{2}, 2$

 $\frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ হলে, দেখাও যে

$$(4) \ \frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = k$$

$$\frac{b}{-}=k$$

বা, a = bk

বা,
$$a = dk^2 \cdot k$$
 [$\cdot \cdot \cdot b = dk^2$]

বা,
$$a = dk^3$$

বামপক =
$$\frac{a^3 + b^3}{b^3 + c^3}$$

$$= \frac{(dk^3)^3 + (dk^2)^3}{(dk^2)^3 + (dk)^3}$$

$$= \frac{d^3k^9 + d^3k^6}{d^3k^6 + d^3k^3} = \frac{d^3k^6(k^3 + 1)}{d^3k^3(k^3 + 1)} = k^3$$

ডানপক =
$$\frac{b^3 + c^3}{c^3 + d^3}$$

$$=\frac{(dk^2)^3+(dk)^3}{(dk)^3+d^3}$$

$$= \frac{d^3k^6 + d^3k^3}{d^3k^3 + d^3} = \frac{d^3k^3(k^3 + 1)}{d^3(k^3 + 1)} = k$$

$$\frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$$
 (দেখানো হলো)

(4)
$$(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

ধরি,
$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore \quad \frac{a}{b} = k$$

$$\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}} = \mathbf{k}$$

$$\therefore \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}} = \mathbf{k}$$

বা, $a = dk^{2}$ [: $b = dk^{2}$] বা, $b = dk^{2}$ [: c = dk]

বামপক = $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2)$

$$= (a^{2} + b^{2} + c^{2})(b^{2} + c^{2} + d^{2})$$

$$= \{(dk^{3})^{2} + (dk^{2})^{2} + (dk)^{2}\}\{(dk^{2})^{2} + (dk)^{2} + d^{2}\}$$

$$= (d^{2}k^{6} + d^{2}k^{4} + d^{2}k^{2})(d^{2}k^{4} + d^{2}k^{2} + d^{2})$$

$$= d^{2}k^{2}(k^{4} + k^{2} + 1) \cdot d^{2}(k^{4} + k^{2} + 1)$$

= $d^{4}k^{2}(k^{4} + k^{2} + 1)^{2}$

$$= d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)$$

ডানপক $= (ab + bc + cd)^2$

=
$$(ab + bc + cd)^2$$

= $(dk^3 \cdot dk^2 + dk^2 \cdot dk + dk \cdot d)^2$

$$= \{d^2k(k^4 + k^2 + 1)\}^2$$

$$= {d^{2}k(k^{4} + k^{2} + 1)}^{2}$$

= $d^{4}k^{2}(k^{4} + k^{2} + 1)^{2}$

:. $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$. (দেখানো হলো)

প্রস্তু ১০ $\mathbf{x} = \frac{4a\mathbf{b}}{\mathbf{a} + \mathbf{b}}$ হলে, দেখাও যে, $\frac{\mathbf{x} + 2\mathbf{a}}{\mathbf{x} - 2\mathbf{a}} + \frac{\mathbf{x} + 2\mathbf{b}}{\mathbf{x} - 2\mathbf{b}} = 2$, $\mathbf{a} \neq \mathbf{b}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$x = \frac{4ab}{a+b}$$

বা, $\frac{x}{2a} = \frac{4ab}{2a(a+b)}$ [উভয়পক্ষকে 2a দারা ভাগ করে] 4ab

$$\overline{a}, \quad \frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$$

বা,
$$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$$
 [যোজন-বিয়োজন করে]

$$\overline{d}, \quad \frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a}$$

= 4ab | ডিভয়পক্ষকে 2b বারা ভাগ করে|

$$\overline{a}, \ \frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$$

 $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} \cdot [যোজন-বিয়োজন করে]$

$$\sqrt{\frac{x+2b}{x-2b}} = \frac{3a+b}{a-b}$$

বামপক =
$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b}$$

$$= \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$$

$$=\frac{3b+a}{b-a}-\frac{3a+b}{b-a}$$

$$=\frac{3b+a-3a-b}{b-a}$$

$$=\frac{2b-2a}{b-a}$$

$$=\frac{2(b-a)}{(b-a)}$$

সূতরাং
$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$$
. (দেখানো হলো)

প্রস্তু ১১
$$x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$$
 হলে,

প্রমাণ কর যে, $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$.

সমাধান : দেওয়া আছে,
$$x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$$

$$\boxed{41, \quad \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} + \sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} - \sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}}$$

ব্যোজন বিয়োজন হরে

$$\boxed{4}, \quad \frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt[3]{m+1}}{2\sqrt[3]{m-1}}$$

$$41, \quad \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}$$

বা,
$$\frac{(x+1)^3}{(x-1)^3} = \left(\frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}\right)^3$$
 [ঘন করে]

$$\boxed{4}, \quad \frac{x^3 + 3x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 + 1^3}{x^3 - 3x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 - 1^3} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$71, \quad \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1} = \frac{m + 1 + m - 1}{m + 1 - m + 1}$$

[পুনরায় যোজন বিয়োজন করে

$$41, \quad \frac{2(x^3+3x)}{2(3x^2+1)} = \frac{2m}{2}$$

$$\frac{x^3 + 3x}{3x^2 + 1} = m$$

$$41, \quad x^3 + 3x = 3mx^2 + m$$

$$x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$$
. (21)

নি ক্ষান্য
$$\blacktriangleright$$
 বীজ্ঞাণিতিক জনুপাত ও সমানুপাত ক্ষান্য কৰে ক্ষান্য \blacktriangleright বীজ্ঞাণিতিক জনুপাত ও সমানুপাত ক্ষান্য কৰে ক্ষান্য কৰি ক্ষান্য কৰি

বা, $\frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = \frac{2a+3b+2a-3b}{2a+3b-2a+3b}$ [যোজন-বিয়োজন করে] প্রস্ন ১৩ $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে, দেখাও যে, a, b, c ক্রমিক ৰ, $\frac{b^2+2bc+c^2-b^2+c^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2+2ab+b^2-a^2-b^2}{a^2+b^2}$ [বিয়োজন করে] $\sqrt[4]{b^2+c^2} = \frac{2ab}{a^2+b^2}$ বা, $\frac{c}{b^2+c^2} = \frac{a}{a^2+b^2}$ [উভয়পক্ষকে 2b দ্বারা ভাগ করে] $4, ca^2 + b^2c = ab^2 + ac^2$ $41, \quad ca^2 + b^2c - ab^2 - ac^2 = 0$ $71, \quad ca^2 - ac^2 - ab^2 + b^2c = 0$ \overline{q} , $ac(a-c)-b^2(a-c)=0$ \overline{q} , $(a-c)(ac-b^2)=0$ q, ac $-b^2 = 0$ \overline{a} , $ac = b^2$ बा, ac=b.b $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ [bc দারা ভাগ করে]

· a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। (দেখানো হলো)

 $=\frac{y}{c+a}=\frac{z}{a+b}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\therefore x = bk + ck, y = ck + ak, z = ak + bk$ ck + ak + ak + bk - bk - ck = 2ak $\frac{ak + bk + bk + ck - ek - ak}{2bk} = \frac{2bk}{2k}$ bk + ck + ck + ak - ak - bk = 2ck = 2k∴ ১ম অংশ = ২য় অংশ = ৩য় অংশ । (প্রমাণিত) প্ৰস্তু ১ $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ সমাধান: $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c} = k \text{ (ধরি)}$ $\therefore \frac{bz-cy}{a}=k, \frac{cx-az}{b}=k, \frac{ay-bx}{c}=k$ সূতরাং bz - cy = ak(1) cx - az = bk(2)ay - bx = ck(3)(1) নং, (2) নং ও (3) নং সমীকরণকে যথাক্রমে a, b, c দারা গুণ করে $abz - acy = a^2k$ $bcx - abz = b^2k$ $acy - bcx = c^2k$ $0 = k(a^2 + b^2 + c^2)$ $\therefore k=0$ (1) নং সমীকরণে k এর মান (2) নং সমীকরণে k এর মান বসিয়ে পাই, bz - cy = 0 বসিয়ে পাই, cx - az = 0 বা, cx = az বা, bz = cy \overline{a} , $\frac{z}{c} = \frac{y}{b}$ $\therefore \frac{X}{a} = \frac{Y}{b} = \frac{Z}{c} \cdot (e^{2} \times 1)$ 완벽 3년 > $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$ এবং a+b+c≠0 হলে, প্রমাপ কর যে, a=b=c. সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$ $\frac{a+b-c-a-b}{a+b} = \frac{b+c-a-b-c}{b+c}$ $=\frac{c+a-b-c-a}{c+a}$ [বিয়োজন করে]

$$\overline{a}, \quad \frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a}$$

বা,
$$\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}$$
 [ব্যস্তকরণ করে]

বা,
$$\frac{a+b+c}{b} = \frac{a+b+c}{a} = \frac{a+b+c}{b}$$
 [যোজন করে]

বা,
$$\frac{1}{c} = \frac{1}{a} = \frac{1}{b} [(a+b+c)$$
 ছারা ভাগ করে, কারণ $(a+b+c) \neq 0$]

অৰ্থাৎ a = b = c. (প্ৰমাণিত)

প্রস্তু ১৭
$$\Rightarrow \frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$$
 এবং

 $x+y+z\neq 0$ হলে, দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাত $=\frac{1}{a+b+c}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$$

এবং x+y+z≠0

ধরি,
$$\frac{x}{xa + yb + zc} = \frac{y}{ya + zb + xc} = \frac{z}{za + xb + yc} = k$$

$$\therefore \frac{x}{xa + yb + zc} = k,$$

বা,
$$x = k(xa + yb + zc)$$
(1)

$$\frac{y}{va + zb + xc} = k$$

$$\frac{z}{za + xb + vc} = 1$$

$$z = k(za + xb + yc)$$
(3)

নং, (2) নং ও (3) নং যোগ করে পাই,

$$x + y + z = k(xa + ya + za + xb + yb + zb + xc + yc + zc)$$

$$\sqrt{1}$$
, $k(x+y+z)(a+b+c) = x+y+z$

$$4, \quad k = \frac{x + y + z}{(x + y + z)(a + b + c)}$$

$$\therefore k = \frac{1}{a+b+c}$$

অতএব, প্রতিটি অনুপাত = $\frac{1}{a+b+c}$ (দেখানো হলো)

প্রস্ল ১৮ > যদি (a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r

= (a + b - c)s, হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$.

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s$$

ধরি,
$$(a+b+c)p = (b+c-a)q$$

$$= (c + a - b)r = (a + b - c)s = k$$

$$p = \frac{k}{a+b+c} q = \frac{k}{b+c-a} r = \frac{k}{c+a-b} s = \frac{k}{a+b-c}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{a+b+c}{k} \cdot \frac{1}{q} = \frac{b+c-a}{k} \cdot \frac{1}{r} = \frac{c+a-b}{k}$$

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{b + c - a}{k} + \frac{c + a - b}{k} + \frac{a + b - c}{k}$$

$$b + c - a + c + a - b + a + b$$

$$= \frac{b+c-a+c+a-b+a+b-c}{k} = \frac{a+b+c}{k}$$

সূতরাং
$$\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$$
. (প্রমাণিত)

প্রস্ন ১৯ ১ যদি
$$lx = my = nz$$
 হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$

সমাধান : মনে করি, lx = my = nz = k

বামপক = $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy}$

$$= \frac{\left(\frac{\mathbf{k}}{l}\right)^{2}}{\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{n}} + \frac{\left(\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}}\right)^{2}}{\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{k}} + \frac{\left(\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}}\right)^{2}}{\frac{\mathbf{k}}{l} \cdot \mathbf{m}} + \frac{\left(\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}}\right)^{2}}{\frac{\mathbf{k}}{l} \cdot \mathbf{m}}$$

$$= \frac{\frac{k^2}{l^2}}{\frac{k^2}{m^2}} + \frac{\frac{k^2}{m^2}}{\frac{k^2}{n^2}} + \frac{\frac{k^2}{n^2}}{\frac{k^2}{m^2}}$$

$$= \frac{k^2}{l^2} \times \frac{mn}{k^2} + \frac{k^2}{m^2} \times \frac{nl}{k^2} + \frac{k^2}{n^2} \times \frac{lm}{k^2}$$

$$=\frac{\mathbf{m}\mathbf{n}}{l^2}+\frac{\mathbf{n}l}{\mathbf{m}^2}+\frac{l\mathbf{m}}{\mathbf{n}^2}=$$
ডানপক

$$\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$$
. (দেখানো হলো)

প্রস্ম ২০ \blacktriangleright যদি $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$ হয়, তবে দেখাও ব

$$\frac{\mathbf{p}+\mathbf{q}}{\mathbf{a}}=\frac{\mathbf{p}-\mathbf{q}}{\mathbf{q}}$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ (1)

এবং
$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$$
.....(2)

(1) নং হতে পাই

$$\frac{p}{a} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\overline{q}, \quad \frac{p}{q} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

ৰা,
$$\frac{p}{q} = \left(\sqrt{\frac{a+q}{a-q}}\right)^2$$
 [(2) নং হতে]

বা,
$$\frac{\mathbf{p}}{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{a} + \mathbf{q}}{\mathbf{q}}$$

ৰা,
$$ap - pq = aq + q^2$$

$$\overline{q}, \quad ap - aq = pq + q^2$$

$$q$$
1, $a(p-q) = q(p+q)$

বা,
$$q(p+q) = a(p-q)$$

$$\therefore \frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q} \cdot ($$
েশানো হলো)

वन्नागना ১১,२ ধারাবাহিক অনুপাত ও সমানুপাতিক ভাগ



সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

নিয়া শিক্ষার্থী, পাঠ্যবছরে এ অধ্যারে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের পাপিতিক প্ররা দেওয়ো আছে। প্রতিটি প্ররের মধামথ ও নির্ভুল ক্মাধান এ অনুশ স্ক্র করা হলো। এখন ধ্রম ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সুজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রয়োত্তরের ধারণা সমৃন্দকরণে সহায়তা করনে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বর্তনির্বাচনি প্রয় ও উত্তর O

- a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক হলে নিচের কোনটি সঠিক?
 - (a) a = bc
- (4) $b^2 = ac$
- (f) ab = bc
- (5) a = b = c
- ৮৮ তথা/ব্যাখ্যা : a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে, a − b − c
- 11, b" ac.
- আরিফ ও আকিবের বয়সের অনুপাত 5 : 3; আরিফের বয়স 20 বছর হলে, কত বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত 7 : 5 হবে?
 - (ক) 5 বছর
- 6 वषद
- ৪ বছর
- ি 10 বছর
- আরিদের বয়শ ভণ্য/ব্যাখ্যা : আকিবের বয়স " 3
- বা, <u>আকিবের বয়স</u> <u>5</u>
- ৰা, আকিবের বয়স = $\frac{20 \times 3}{5}$ বছর = 12 বয়স
- মনে করি, x বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত 7:5 ছবে।
- সুজরাং, $\frac{20+x}{12+x} = \frac{7}{5}$ (
- ना, 84 + 7x = 100 + 5x
- ৰা, 2x = 16
- .: x = 8.
- একটি বর্ণের বাহুর দৈর্ঘ্য দিগুণ হলে তার ক্ষেত্রফল কতপুণ বৃশ্বি পাবে?
 - 2 प्व
- @ 3 79
- (f) 4 79
- @ 6 79
- ▶ তথা/বাাখাা : বর্ণের বাহু a একক হলে এর ক্ষেত্রফল = a² বর্গ একক a এর দ্বিপুণ = 2a একক
- ∴ পরিবর্তিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (2a)² = 4a²
 - = 4 × a2 = 4 × পূর্বের ক্ষেত্রফল
- ∴ ক্ষেত্রফল বৃশ্বি পাবে = 4a² a²
 - = 3a2 = 3 x পূর্বের ক্ষেত্রফল

সূতরাং ক্ষেত্রফল 3 গুণ বৃন্ধি পাবে।

- - 35:49
- 35:35
- @ 25:49
- ® 49:25
- ▶ ভব্য/ব্যাখ্যা : x:y = 7 : 5
- y:z=5:7
- .. x:y:z=7:5:7
- $\therefore x: z=7:7=(7\times5):(7\times5)=35:35.$

b, a, c ক্রমিক সমানুপাতিক হলে

- i. $a^2 = bc$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (i e ii
- @ i G iii
- Gi, ii en
- >> তথ্য/ব্যাখ্যা : b, a, c ক্রমিক সমানুপাঠী ছলে.
- i) $\frac{b}{a} = \frac{a}{c}$ বা, $a^2 = bc$: (i) সঠিক
- ii) a = c (i) কে ব্যস্তকরণ করে :: (ii) সঠিক ন্য
- iii) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{a^2+ab}{a^2-ab} = \frac{bc+ab}{bc-ab} = \frac{b(c+a)}{b(c-a)} = \frac{c+a}{c-a}$: (iii) সূতরাং। ও 🏭 সঠিক।
- x: y=2:1 49 (y: z=2:1 40)
 - i. x, y, z ক্রমিক সমানুপাতিক
 - ii. z:x=1:4
 - iii. $y^2 + zx = 4yz$
 - নিচের কোনটি সঠিক?
 - (Bigi (Bigiii
- @ ii B iii @ i, ii 6 ii

$$y: z = 2: 1 \, \exists 1, \frac{y}{z} = \frac{2}{1} : \frac{x}{y} = \frac{y}{z}$$

- ∴ x, y, z ব্রুমিক সমানুপাতিক
- ii) $x: y=2: 1=(2\times 2): (1\times 2)=4:2$
- $y: z=2:1=(2\times1):(1\times1)=2:1$
- $\therefore x:y:z=4:2:1 \therefore z:x=1:4$
- iii) $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$
- বা, y2 = 2x डाइल, y2 + 2x = 2x + 2x
 - $=2zx=2z\times 2y [::x=2y]$
 - $= 2z \times 2xy = 4yz$
- ∴ i, ii, iii সঠিক।

$$9. \qquad \frac{a}{x} = \frac{m^2 + n^2}{2mn} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}}} = \sqrt[3]{9}$$

- ▶ তথা/ব্যাখা : ^a
- বা, $\frac{a+x}{a-x} = \frac{m^2 + n^2 + 2mn}{m^2 + n^2 2mn}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

একটি ত্রিভূজের পরিসীমা 36 সে. মি. এবং বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3:4:5

হলে, নিচের ৮ ও ৯নং প্রমের উত্তর দাও :

ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে. মি.?

🔑 তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, বাহুত্রয় 3x, 4x ও 5x ∴ 3x+4x+5x=36 বা, x=3

় বৃহত্তম বাহু = (3 × 5) = 15 সে.মি.।

্ত্রিভূজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে. মি.?

③ 6

🕨 তথ্য/ব্যাখ্যা : ত্রিভুজটির অপর বাহুহয় (3 × 3) বা, 9 সে.মি. এবং (4 × 3) বা 12 সে.মি.

এখানে, 92 + (12)2 = 81 + 144 = 225 = (15)2

় ব্রিভূজটি সমকোণী। ব্রিভূজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 9 \times 12$ = 54 বগ সে.মি.।

উভরের শৃষ্পতা/নির্ভূপতা যাচাই করো

📵 পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান 🔾

প্রস্ন ১০) 1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন 7 ডেসিগ্রাম। কাঠের ওজন সম্বায়তন পানির ওজনের শতকরা কত ভাগ?

সমাধান : 1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন 7 ডেসিগ্রাম $=\frac{7}{10}$ গ্রাম আমরা জানি, 1 ঘন সে.মি. পানির ওজন = 1 গ্রাম

: কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের শতকরা

=
$$\left(\frac{\text{কাঠের ওজন}}{\text{পানির ওজন}} \times 100\right)$$
ভাগ
= $\left(\frac{7}{10} \times 100\right)$ ভাগ = $\left(\frac{7}{10} \times 100\right)$ ভাগ
= 70 ভাগ

কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের 70%।

৪ম ১১ ১ ক, খ, গ, ঘ এর মধ্যে 300 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও যেন, ক এর অংশ : খ এর অংশ = 2 : 3, খ এর অংশ : গ এর সংশ = 1 : 2 এবং গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = 3 : 2 হয়। সমাধান: ক:খ=2:3

খ: গ=1:2=3:6 [3 দ্বারা গুণ করে]

গ: ঘ=3:2=6:4 [2 দ্বারা গুণ করে]

.: ক: খ: গ: ঘ=2:3:6:4

জনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 2 + 3 + 6 + 4 = 15

 $\vec{\Phi}$ পায় = $(300 \, \text{এর} \, \frac{2}{15})$ টাকা = 40 টাকা

 $= \sqrt{300} \text{ এর } \frac{3}{15}$ টাকা = 60 টাকা

 19 পায় = $(300 \text{ এর } \frac{6}{15})$ টাকা = 120 টাকা

 \vec{u} পায় = $(300 \text{ এর } \frac{4}{15})$ টাকা = 80 টাকা

ं क 40 টাকা, খ 60 টাকা, গ 120 টাকা এবং ঘ 80 টাকা পায়।

প্রস্ন ১২ ▶ তিন জন জেলে 690টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের অনুপাত $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ এবং $\frac{5}{6}$ হলে, কে কয়টি মাছ পেল?

সমাধান : তিনজনের অংশের অনুপাত = $\frac{2}{3}$: $\frac{4}{5}$: $\frac{5}{6}$

$$=\frac{2\times30}{3}:\frac{4\times30}{5}:\frac{5\times30}{6}$$

[30 দারা পুণ করে]

= 20:24:25

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = (20 + 24 + 25) = 69

১ম জেলে পায় = $(690 \, \text{এর} \, \frac{20}{69})$ টি

= 200 To

 $\therefore \quad \text{হয় জেলে পায়} = \left(690 \,\text{এর} \, \frac{24}{69}\right) \text{ট}$

৩য় জেলে পায় = $(690 \, \text{এর} \, \frac{25}{69})$ টি

১ম জেলে 200 টি, ২য় জেলে 240 টি এবং ৩য় জেলে 250 টি মাছ পেল।

প্রস্ন ১৩) একটি ত্রিভূচ্ছের পরিশীমা 45 সে.মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 5 : 7 হলে, প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ নির্ণয় কর। সমাধান: দেওয়া আছে, ত্রিভুজের পরিসীমা = 45 সে.মি. এবং বাহু তিনটির অনুপাত = 3 : 5 : 7 ধরি, বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3x সে.মি., 5x সে.মি. এবং 7x সে.মি.।

প্রমাতে, 3x + 5x + 7x = 45

বা, $x = \frac{45}{15} = 3$

তাহলে, ১ম বাহুটির দৈর্ঘ্য = 3x সে.মি. = 3 × 3 (7.14.

= 9 সে.মি.

২য় বাহুটির দৈর্ঘ্য = 5x সে.মি. =5×3 (A.A.

= 15 সে.মি.

৩য় বাহুটির দৈর্ঘ্য = 7x স্.মি.

=7×3 (对.和.

= 21 সে.মি.

∴ বাহুগুলোর পরিমাণ 9 সে.মি., 15 সে.মি. এবং 21 সে.মি.।

প্রস্ম ১৪ > দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 7 এবং এদের গ.সা.গু. 4 হলে, সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, x: y = 5:7

মনে করি, x = 5a

 $\therefore y = 7a$

এবং 🛛 ४ ও y এর গ.সা.গু. = a

কিন্তু দেওয়া আছে, x ও y এর গ.সা.গু. = 4

আবার, 5a ও 7a এর ল. সা. গু. = 35a = (35 × 4) = 140

x ও y এর ল.সা.গু. = 140

সুংখ্যা দুইটির ল. সা. গু. 140.



প্রস্ত্র ১৫ । ক্রিকেট খেলার সাকিব, মৃশকিক্র ও মাশরাফী 171 রান করলো। সাকিব ও মৃশক্ষিক্রের এবং মুশক্ষিক্র ও মাশরাফীর রানের অনুপাত 3: 2 হলে কে কত রান করেছে?

সমাধান: সাকিব: মৃশফিকুর = 3:2=9:6[3 ছারা পুণ করে] মুশফিকুর: মাশরাফী = 3:2=6:4[2 ছারা পুণ করে]

· সাকিব: म्गिफिक्त: मागताकी = 9: 6: 4

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 9 + 6 + 4 = 19

সাকিব করেছে = $\left(171 \text{ এর } \frac{9}{19}\right)$ = 81 রান

∴ মুশফিকুর করেছে = $\left(171 \text{ এর } \frac{6}{19}\right)$ = 54 রান

. মাশরাফি করেছে = (171 এর 4/19) = 36 রান

সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফীর রান যথাক্রমে ৪1, 54 এবং 36।

প্রমু ৯৬ । একটি অফিসে 2 জন কর্মকর্তা, 7 জন অফিস সহকারী এবং 3 জন অফিস সহায়ক আছে। একজন অফিস সহায়ক 1 টাকা পেলে একজন অফিস সহকারী পায় 2 টাকা, একজন কর্মকর্তা পায় 4 টাকা। তাদের সকলের মোট বেতন 150,000 টাকা হলে, কে কত বেতন পায়? সমাধান: 1 জন অফিস সহায়ক পায় 1 টাকা

. .. 3 " " " 1 × 3 " = 3 টাকা

1 জন অফিস সহকারী পায় 2 টাকা

- 7 জন " " 2×7"=14 টাকা

1 জন কৰ্মকৰ্তা পায় 4 টাকা

· 2 জন " " 4 × 2 " = 8 টাকা

অফিস সহায়ক, অফিস সহকারী ও কর্মকর্তাদের মোট টাকার
 অনুপাত = 3: 14: 8

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 3 + 14 + 8 = 25

3 জন অফিস সহায়ক পায় = $\left(150,000 \text{ এর } \frac{3}{25}\right)$ = 18000 টাকা

প্রত্যেক অফিস সহায়ক পায় $\frac{18000}{3}$ বা 6000 টাকা

7 জন অফিস সহকারী পায় = $\left(150,000 \text{ এর } \frac{14}{25}\right)$ টাকা

প্রত্যেক অফিস সহকারী পায় $\frac{84000}{7}$ বা 12000 টাকা

∴ 2 জন কর্মকর্তা পায় = $\left(150,000 \text{ এর } \frac{8}{25}\right)$ = 48000 টাকা

প্রত্যেক কর্মকর্তা পায় $\frac{48000}{2}$ বা 24000 টাকা

কর্মকর্তা পায় 24000 টাকা, অফিস সহকারী পায় 12000 টাকা, অফিস সহায়ক পায় 6000 টাকা।

প্রস্ত্র ১৭ ৮ যদি কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ 20% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান: মনে করি, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x একক

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x² বর্গ একক

20% বৃদ্ধিতে বৰ্গক্ষেত্ৰের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\left(x+x$ এর $\frac{20}{100}\right)$ একক = $\left(x+\frac{20x}{100}\right)$ একক = $\left(\frac{100x+20x}{100}\right)$ একক

 $=\frac{120x}{100}$ একক = 1.2x একক

20% বৃশ্বির পরে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (1.2x)² বর্গ একর = 1.44 x² বর্গ একর

বৰ্গক্ষেত্ৰের ক্ষেত্ৰফল বৃদ্ধি পায় $(1.44x^2 - x^2)$ বৰ্গ একক $= 0.44x^2$ বৰ্গ একক

ক্ষেত্ৰফল x² বৰ্গ এককে বৃশ্বি পায় 0.44x² বৰ্গ একক
" 1 " " " <u>0.44x²</u> বৰ্গ একক

" 100 " " " " <u>0.44x² × 100</u> বৰ্গ একৰ = 44 বৰ্গ একৰ

ক্ষেত্ৰফল বৃদ্ধি পায় 44%.

প্রস্ন ১৮ ৷ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃশ্বি এবং প্রশ্ব 10% হাস পেলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রকল শতকরা কত বৃশ্বি বা হাস পাবে। সমাধান: আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মি.

এবং আয়তক্ষেত্রের প্রম্থ = y মি. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মি.

লৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পাওয়ায় মোট দৈর্ঘ্য = $\left(\mathbf{x}+\mathbf{x}$ এর $\frac{10}{100}\right)$ মি. = $\left(\mathbf{x}+\frac{\mathbf{x}}{10}\right)$ মি. = $\left(\frac{10\mathbf{x}+\mathbf{x}}{10}\right)$ মি. = $\frac{11\mathbf{x}}{10}$ মি.

আবার,

প্রস্থ 10% হ্রাস এর পর অবশিষ্ট প্রস্থ = $\left(y-y$ এর $\frac{10}{100}\right)$ মি, $= \left(y-\frac{10y}{100}\right)$ মি. $= \left(y-\frac{y}{10}\right)$ মি. $= \left(y-\frac{y}{10}\right)$ মি. $= \frac{9y}{10}$ মি.

হ্রাস বা বৃদ্ধি করার পর নতুন সৃষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \left(\frac{11x}{10} \times \frac{9y}{10}\right) \operatorname{drifh}.$$
$$= \frac{99xy}{100} \operatorname{drifh}.$$

ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় = $xy - \frac{99xy}{100}$ বর্গ মি.

$$=\frac{100xy-99xy}{100}$$
 বৰ্গ মি. $=\frac{xy}{100}$ বৰ্গ মি.

ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায় = $\left(\frac{xy}{100} \times \frac{1}{xy} \times 100\right)$ = 1

ক্ষেত্ৰফল 1% হ্রাস পাবে।

প্রস্ন ১৯ ১ একটি মাঠের জমিতে সেচের সুযোগ আসার আগের ও পরের ফলনের অনুপাত 4 : 7. ঐ মাঠে বে জমিতে আগে 304 কুইন্টাল ধান ফলতো, সেচ পাওয়ার পরে তার ফলন কত হবে? সমাধান : মনে করি, সেচের পরে x কুইন্টাল ধান ফলে

প্রথমতে, 304 : x = 4 : 7

 $\sqrt{304} = \frac{4}{7}$

বা, 4x = 304 × 7

 $\boxed{4}, \quad x = \frac{304 \times 7}{4} = \frac{2128}{4} = 532$

' সেচ পাওয়ার পরে ফলন হবে 532 কুইন্টাল।

র্থায়) বাজগাণাতক অনুপাত ও সমানুপাত গ্রান ও ধান থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত 3 : 2 এবং গম ও

ত্রিক উৎপন্ন সৃত্তির অনুপাত 4 : 3 হলে, সমান পরিফাল র বিশ্ব স্থির অনুপাত 4:3 হলে, সমান পরিমাণের ধান ও ন কেন্দ্র করি, উৎপন্ন চালের প্রিক্তির কর। করি করি, উৎপন্ন চালের প্রিক্তি নর বিশ্ব মনে করি,উৎপন্ন চালের পরিমান x প্রবং উৎপন্ন সচ্চিত্র করিমান x

এবং উৎপন্ন সুজির পরিমাণ y

धन व गरमद्र त्करण, 1 X = 3:2 वा, 3x = 2 $\sqrt{3}, x = \frac{2}{3}$

গম ও সুজির ক্ষেত্রে,
প্রশ্নমতে, 1: y = 4:3
বা,
$$\frac{1}{y} = \frac{4}{3}$$

বা, 4y = 3
∴ y = $\frac{3}{4}$

_{চূৰ ও সুজির} অনুপাত = x : y $\frac{2 \times 12}{3}$: $\frac{3 \times 12}{4}$ [12 দারা পূপ করে] = 8:.9

্চান ও সুজির অনুপাত 8:9.

প্রার্থ ভাষার ক্ষেত্রফল 432 বর্গমিটার। ঐ জ্ঞমির দৈর্ঘ্য ও প্রমুখ্য অপর একটি জমির দৈর্ঘ্য ও প্রমেথর অনুপাত যথাক্রমে গ্রাম বাবং 2: 5 হলে, অপর জমির ক্ষেত্রফল কত?

3: । মনে করি, দৈর্ঘ্যের অনুপাতের সাধারণ রাশি x এবং প্রস্থের অনুপাতের সাধারণ রাশি v

মু কেত্রে, দৈর্ঘ্য 3x মিটার এবং প্রস্থ 2y মিটার স ক্রেরে ক্ষেত্রফল = 3x . 2y বর্গমিটার = 6xy বর্গমিটার ্যু ক্ষত্রে, দৈর্ঘ্য 4x মিটার এবং প্রস্থ 5y মিটার

্য ক্তের ক্তেফল = 4x . 5y বর্গমিটার = 20xy বর্গমিটার

প্রমতে, 6xy=432

 $\sqrt{3}$, $xy = \frac{432}{6} = 72$

থ্য ক্লেত্রের ক্লেত্রফল = (20 × 72) বর্গমিটার = 1440 বর্গমিটার

্র অপর জমির ক্ষেত্রফল 1440 বর্গমিটার।

প্র ২২) ছেমি ও সিমি একই ব্যাংক থেকে একই দিনে 10% সরল দূনাহায় আলাদা আলাদা পরিমাণ অর্থ ঋণ নেয়। জেমি 2 বছর পর দূনাকা-আসলে যত টাকা শোধ করে 3 বছর পর সিমি মুনাফা-আসলে ^{ছত টাকা শোধ করে।} তাদের ঋণের অনুপাত নির্ণয় কর।

নমাধান : মনে করি, জেমির ঋণের পরিমাণ x টাকা এবং সিমির ঋণের পরিমাণ y টাকা

10% হার সরল মুনাফায়,

x টাকার 2 বছরের মুনাফা = $\left(x \times 2 \times \frac{10}{100}\right) = \frac{x}{5}$ টাকা

ে জেমি শোধ করে $\left(x + \frac{x}{5}\right)$ টাকা $= \frac{5x + x}{5} = \frac{6x}{5}$ টাকা ^{থাবার}, 10% হার সরল মুনাফায়,

y টাকার 3 বছরের মুনাফা = $\left(y \times 3 \times \frac{10}{100}\right)$ টাকা = $\frac{3y}{10}$ টাকা

 \cdot ি শিমি শোধ করে $\left(y + \frac{3y}{10}\right)$ টাকা $= \left(\frac{10y + 3y}{10}\right)$ টাকা $= \frac{13y}{10}$ টাকা

 $\frac{\text{CHACE}}{5}, \frac{6x}{5} = \frac{13y}{10}$

x: y=13:12

জর্মির ঋণের পরিমাণ : সিমির ঋণের পরিমাণ = 13 : 12.

াঠ্যবহরের অনুশীলনীর স্থনশীল প্রায় ও স্যাধান 🗢

এক ১৩ একটি ত্রিভুজের বাহুগুপোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং

ক. ত্রিভূজটি অঙ্কন কর এবং কোণভেদে ত্রিভূজটি কী ধরনের

🕑 খ. বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রন্থ ধরে অভিকত আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিট বর্ণের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. উক্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% এবং প্রম্থ 20% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃন্ধি পাবে?

👄 ২৩নং প্রশ্নের সমাধান 🧲

তি দেওয়া আছে,

বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিদীমা 30 সে. মি.। ধরি, বাহুগুলো 5x, 12x ও 13x

প্রশামতে, 5x + 12x + 13x = 30

বা, 30x = 30

$$\sqrt{30}$$
 $x = \frac{30}{30} = 1$

অতএব, বাহুগুলো হলো 5, 12 ও 13.

ত্রিভুজ অঙ্কন : চিত্র হতে পাই যে, $(AB)^2 + (BC)^2 = (12)^2 + (5)^2$ = 144 + 25= 169 $=(13)^2$ $=(AC)^2$

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী প্রদত্ত ত্রিভূজটি সমকোণী ত্রিভূজ। অর্থাৎ কোন ভেদে ত্ৰিভুজটি সমকোণী ত্ৰিভুজ।

ত্বিত্তর বাহু বা দৈর্ঘ্য = 13 সে. মি. [(ক) হতে প্রাপ্ত]

শুদ্রতর বাহু বা প্রম্থ = 5 সে. মি.

[(ক) হতে প্রাপ্ত]

চিত্ৰে, Δ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার, ∠B = 90°

Œ Œ 2

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$41, \quad AC^2 = (5)^2 + (13)^2$$

$$41, \quad AC^2 = 25 + 169 = 194$$

বা, AC =
$$\sqrt{194}$$
 = 13.928

অতএব, আয়তক্ষেত্রের কর্ণ, AC = 13.928 সে. মি. দেওয়া আছে, কর্ণ, AC = বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য

: বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (AC)² = (13.928)²

= 194 বর্গ সে. মি.

🗿 আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 13 সে. মি. আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 5 সে. মি.

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (13 × 5) বর্গ সে. মি.

= 65 বৰ্গ সে. মি.

10% বৃষ্ণিতে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = (13 + 13 এর 10%) সে. মি. = $\left(13+13\times\frac{10}{100}\right)$ সে, মি.

= 14.3 সে. মি.

20% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = (5+5 এর 20%) সে. মি. $= \left(5+5 \times \frac{20}{100}\right) = 6 \text{ সে. মি.}$

দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বৃন্ধি করার পর নতুন সৃষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (14.3 x 6) বর্গ সে. মি. = 85.8 বর্গ সে. মি.

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = (85.8-65) বর্গ সে. মি. = 20.8 বর্গ সে. মি. ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পায় = $\frac{20.8}{65} \times 100 = 32$ সূতরাং ক্ষেত্রফল 32% বৃদ্ধি পাবে।

্রান্ত হ্ ৪ একদিন কোনো ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত 1 : 4।

ক. অনুপস্থিত শিক্ষার্থীদেরকে মোট শিক্ষার্থীর শতকরায় প্রকাশ কর।

খ. 5 জন শিক্ষার্থী বেশি উপস্থিত হলে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত হতো 1:9। মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

গ. মোট শিক্ষার্থীর মধ্যে ছাত্র সংখ্যা ছাত্রী সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 জন কম। ছাত্র ও ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর।

🍣 ২৪নং প্রশ্নের সমাধান 😂

ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত = 1 : 4. ধরি, অনুশস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর সংখ্যা x ও 4x

∴ মোট শিক্ষার্থী = (x + 4x) = 5x

অতএব, অনুপস্থিত শিক্ষার্থী মোট শিক্ষার্থীর শতকরা $\left(\frac{x}{5x} \times 100\right)$ % = 20%

মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা 20%।

- 5 জন শিক্ষার্থী বেশি উপস্থিত হলে,
 জনুপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যা = x 5
 উপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যা = 4x + 5
- (x-5): (4x+5)=1:9
- বা, $\frac{x-5}{4x+5} = \frac{1}{9}$
- বা, 9x 45 = 4x + 5
- $\sqrt{31}$, 9x 4x = 5 + 45
- 5x = 50
- বা, $x = \frac{50}{5} = 10$

অতএব, মোট শিক্ষার্থী = 5 × 10 = 50 জন। নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা 50 জন।

🕡 ধরি, ছাত্রীসংখ্যা = S

∴ ছাত্রসংখ্যা = 2S – 10

অতএব, 2S – 10 + S = 50 [(খ) হতে প্রাপ্ত]

বা, 3S = 50 + 10

বা, : 3S = 60

 $\overline{4}, \quad S = \frac{60}{3} = 20.$

: ছাত্রীসংখ্যা, S = 20 জন ছাত্রসংখ্যা = 2 × 20 – 10 = 30 জন অতএব, ছাত্র ও ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত = 30 : 20 = 3 : 2 নির্ণেয় অনুপাত 3 : 2 মূলধন নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করে এবং এক বছর শোষে 265% টাকা লাভ হয়। উক্ত ব্যবসায় মূলধনে আশিকের অংশ : মিজানের অংশ : অনিকার অংশ = 4 : 5 এন অনিকার অংশ : অহনার অংশ = 5 : 6।

ক. মূলধনের সরল অনুপাত নির্ণয় কর।
বা উক্ত ব্যবসায় প্রত্যেকের মূলধন নির্ণয় কর।

প. বছর শেষে লভ্যাংশের 60% উক্ত ব্যবসায় বিনিয়োগ করা হলে অবশিষ্ট লভ্যাংশ মূলধনের সরল অনুপাতে বিভক্ত হলে অহন হ আশিকের লভ্যাংশের মধ্যে কে কত টাকা বেশি লাভ পারে।

\Rightarrow २०१नः श्रामंत्र नमाधान 😄

ক্ত আশিকের অংশ : মিজানের অংশ = 2 : 3

 $= 2 \times 4 : 3 \times 4 = 8 : 12$

মিজানের অংশ: অনিকার অংশ = 4:5

 $= 4 \times 3 : 5 \times 3 = 12 : 15$

অনিকার অংশ: অহনার অংশ = 5:6

 $= 5 \times 3 : 6 \times 3 = 15 : 18$

আশিকের অংশ : মিজানের অংশ : অনিকার অংশ : অহনার জ্প = 8 : 12 : 15 : 18

মূলধনের সরল অনুপাত = 8 : 12 : 15 : 18.

📵 'ক' হতে প্রাপ্ত,

মূলধনের অনুপাত = 8 : 12 : 15 : 18 অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = 8 + 12 + 15 + 18=53

 \therefore আশিকের মূলধন = $\left(132500 \text{ এর } \frac{8}{53}\right)$ টাকা

= 20000 টাকা

মিজানের মূলধন = $\left(132500 \text{ এর } \frac{12}{53}\right)$ টাকা

= 30000 টাকা

অনিকার মূলধন $= \left(132500 \text{ এর } \frac{15}{53}\right)$ টাকা

= 37500 টাকা

অহনার মূলধন $= (132500 \text{ এর } \frac{18}{53})$ টাকা

= 45000 টাকা

সূতরাং আশিকের মূলধন 20000 টাকা, মিজানের মূলধন 30000 টাক, অনিকার মূলধন 37500 টাকা এবং অহনার মূলধন 45000 টাকা।

ত্রি উক্ত ব্যবসায়, এক বছর শেষে লাভ হয় 26500 টাকা। লভাাংশের 60% উক্ত ব্যবসায় বিনিয়োগ করা হয় এবং অবশিট ^{লভাগে} (100 – 60)% অর্থাৎ 40% মূলধন সরল অনুপাতে বিভক্ত হয়।

এখন, 26500 এর 40% = 26500 এর $\frac{40}{100}$

= 10600 টাকা প্রত্যেকের মধ্যে বিভৱ হবে।

 \therefore অহনা পাবে = $\left(10600 \text{ এর } \frac{18}{53}\right)$ টাকা

= 3600 টাকা

এবং আশিক পাবে = $\left(10600 \text{ এর} \frac{8}{53}\right)$

= 1600 টাকা

∴ অহনা লাভ বেশি পাবে = (3600 – 1600) টাকা

= 2000 টাকা

.. অহনা লাভ 2000 টাকা বেশি পাবে।