

**PART 02**



**অনুশীলন Practice**

**শিখন অর্জন যাচাই**

- অনুক্রম ও ধারা সম্পর্কে ধারণা লাভ করব।
- সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা চিনতে পারব।
- ধারার  $n$  তম পদ, পদসংখ্যা ও সমষ্টি নির্ণয়ের কৌশল শিখতে পারব।

কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রভুতির জন্য  
১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল  
এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান

**শিখন সহায়ক উপকরণ**

- ক্রম বা অনুক্রম সংবলিত প্রাত্যহিক জীবনে বিভিন্ন বস্তুর ছবি।
- পাঠ্যবইয়ের ২৪৯ ও ২৫৮ পৃষ্ঠার ছবি।
- পাঠ্যবইয়ের সমস্যা ও কার্যাবলি।

**ক্যালকুলেটরের সাহায্যে তাত্ত্বিক সমাধানের কৌশল**

ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় :

প্রথমে **SHIFT** **log** বাটন চাপতে হবে। এরপর **)** এবং  
প্রথম সংখ্যা ও শেষ সংখ্যা নির্দিষ্ট করে **=** বাটন চাপতে হবে।  
যেমন :  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 =$  কত?  
[অনুশীলনী-১৩.১ এর উদাহরণ ৪ নং]

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

**SHIFT** **log** **ALPHA** **)** **→** **1** **↑** **9** **9**  
**=**  $\rightarrow 4950$   
একইভাবে, ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ, ঘন বা উচ্চতর ঘাতের সমষ্টি  
নির্ণয় করা যাবে। এক্ষেত্রে সংখ্যা (X) এর ঘাত নির্দিষ্ট করতে হবে।  
যেমন :  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20^2 =$  কত?

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

**SHIFT** **log** **ALPHA** **)** **x<sup>2</sup>** **→** **1** **↑** **2**  
**0** **=**  $\rightarrow 2870$

সমান্তর ধারার  $n$ -তম পদ থেকে সমষ্টি নির্ণয় :

প্রথমে **SHIFT** **log** বাটন চাপতে হবে। এরপর  $n$  তম পদ ইনপুট করে  
প্রথম পদসংখ্যা ও শেষ পদসংখ্যা নির্দিষ্ট করে **=** বাটন চাপতে হবে।  
যেমন : কোনো ধারার  $n$  তম পদ  $2n - 4$  হলে, এর প্রথম 20টি পদের  
সমষ্টি নির্ণয় কর।

ক্যালকুলেটরে নিচের নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

**SHIFT** **log** **2** **ALPHA** **)** **-** **4** **→** **1**  
**↑** **2** **0** **=**  $\rightarrow 340$

**অধ্যায় ১৩**

**অনুশীলনী ১৩.১  
সমান্তর ধারা**



**সাধারণ গাণিতিক অংশ**



**পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান**

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

**পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর**

- ১।  $13 + 20 + 27 + 34 + \dots + 111$  ধারাটির পদ সংখ্যা কত?  
 (ক) 10 (খ) 13  
 (গ) 15 (ঘ) 20  
 ▶ তথ্য ব্যাখ্যা : সাধারণ অন্তর,  $d = 20 - 13 = 7$   
 $a + (n - 1)d = 111$   
 বা,  $13 + (n - 1) \cdot 7 = 111$   
 বা,  $13 + 7n - 7 = 111$   
 বা,  $6 + 7n = 111$   
 বা,  $7n = 111 - 6 = 105$   
 বা,  $n = \frac{105}{7}$   
 বা,  $n = 15$

- ২।  $5 + 8 + 11 + 14 + \dots + 62$  ধারাটি—  
 i. একটি সসীম ধারা  
 ii. একটি গুণোত্তর ধারা  
 iii. এর 19 তম পদ 59  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii  
 ▶ তথ্য ব্যাখ্যা : (i) ধারাটির পদ সংখ্যা নির্দিষ্ট। তাই ধারাটি একটি সসীম ধারা।  
 (ii) ধারাটির যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সমান।  
 তাই ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।  
 (iii) ধারাটির সাধারণ অন্তর,  $d = 8 - 5 = 3$   
 19 তম পদ  $= a + (19 - 1)d = 5 + 18 \times 3 = 5 + 54 = 59$   
 অতএব, i ও iii সঠিক।

উত্তরের শৃঙ্খলা/নির্ভুলতা যাচাই করে

১. (ক) ২. (খ) ৩. (গ)

■ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :  
 $7 + 13 + 19 + 25 + \dots$  একটি ধারা।

৩। ধারাটির ১৫ তম পদ কোনটি?  
 ক) ৮৫      খ) ৯১      গ) ৯৭      ঘ) ১০৪

▶ তথ্য ব্যাখ্যা : ধারাটির সাধারণ অন্তর,  $d = 13 - 7 = 6$

$$\begin{aligned} 15 \text{ তম পদ} &= a + (15 - 1)d \\ &= 7 + 14 \times 6 \\ &= 7 + 84 = 91. \end{aligned}$$

৪। ধারাটির প্রথম ২০টি পদের সমষ্টি কত?  
 ক) ১৪১      খ) ১২১০      গ) ১২৮০      ঘ) ২৫৬০

$$\begin{aligned} \text{▶ তথ্য ব্যাখ্যা : ধারাটির প্রথম ২০টি পদের সমষ্টি} &= \frac{20}{2} (2a + (20 - 1)d) \\ &= 10 \times (2 \times 7 + 19 \times 6) \\ &= 10 \times (14 + 114) \\ &= 10 \times 128 = 1280. \end{aligned}$$

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৩      ৪      ৪      ৭

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৫ ▶  $2 - 5 - 12 - 19 - \dots$  ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং ১২ তম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধারাটির ১ম পদ,  $a = 2$ , সাধারণ অন্তর,  $d = -5 - 2 = -7$   
 ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির ১২ তম পদ} &= a + (12 - 1)d \\ &= 2 + (11)(-7) = 2 - 77 = -75 \end{aligned}$$

$\therefore$  ধারাটির সাধারণ অন্তর  $-7$  এবং ১২ তম পদ  $-75$ .

প্রশ্ন ৬ ▶  $8 + 11 + 14 + 17 + \dots$  ধারাটির কোন পদ ৩৯২?

সমাধান : প্রথম পদ,  $a = 8$  এবং সাধারণ অন্তর,  $d = 11 - 8 = 3$

মনে করি,  $r$  তম পদ  $= 392$

$$\text{কিন্তু ধারাটির } r \text{ তম পদ} = a + (r - 1)d$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a + (r - 1)d = 392$$

$$\text{বা, } 8 + (r - 1) \cdot 3 = 392$$

$$\text{বা, } (r - 1) \cdot 3 = 392 - 8$$

$$\text{বা, } r - 1 = \frac{384}{3} = 128$$

$$\text{বা, } r = 128 + 1 = 129$$

$\therefore$  প্রদত্ত ধারার ১২৯ তম পদ ৩৯২.

প্রশ্ন ৭ ▶  $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$  ধারাটির কোন পদ ৩০১?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা,  $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$

এখানে, প্রথম পদ,  $a = 4$  এবং সাধারণ অন্তর,  $d = 7 - 4 = 3$

$\therefore$  এটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির  $n$  তম পদ  $= 301$

আমরা জানি,  $n$  তম পদ  $= a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1)d = 301$$

$$\text{বা, } 4 + (n - 1) \cdot 3 = 301$$

$$\text{বা, } 3n - 3 + 4 = 301$$

$$\text{বা, } 3n + 1 = 301$$

$$\text{বা, } 3n = 301 - 1 = 300$$

$$\text{বা, } n = \frac{300}{3} = 100$$

অতএব, প্রদত্ত ধারার ১০০ তম পদ ৩০১.

প্রশ্ন ৮ ▶ কোনো সমান্তর ধারার  $m$  তম পদ  $n$  এবং  $n$  তম পদ  $m$  হলে, ধারাটির  $(m + n)$  তম পদ কত?

সমাধান : ধরি, ধারাটির প্রথম পদ  $= a$  এবং সাধারণ অন্তর  $= d$

$$\text{প্রশ্নমতে, } m \text{ তম পদ, } a + (m - 1)d = n \quad (1)$$

$$\text{এবং } n \text{ তম পদ, } a + (n - 1)d = m \quad (2)$$

(1) নং থেকে (2) নং বিয়োগ করে পাই,

$$(m - 1 - n + 1)d = n - m$$

$$\text{বা, } (m - n)d = -(m - n)$$

$$\text{বা, } d = -1 \quad (3)$$

$$\therefore (m + n) \text{ তম পদ} = a + (m + n - 1)d$$

$$= a + (m - 1)d + nd$$

$$= n + n \times (-1) \quad [(1) \text{ ও } (3) \text{ নং হতে}]$$

$$= n - n = 0$$

$\therefore (m + n) \text{ তম পদ } 0$ .

প্রশ্ন ৯ ▶  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$  ধারাটির  $n$  পদের সমষ্টি কত?

সমাধান :  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ,  $a = 1$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 3 - 1 = 2$$

$$\text{পদ সংখ্যা} = n$$

$$\therefore \text{ধারাটির } n \text{ পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n - 1)2\}$$

$$= \frac{n}{2} (2 + 2n - 2) = \frac{n}{2} \times 2n = n^2$$

$\therefore$  ধারাটির  $n$  পদের সমষ্টি  $n^2$ .

প্রশ্ন ১০ ▶  $8 + 16 + 24 + \dots$  ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, যার

$$\text{প্রথম পদ, } a = 8, \text{ সাধারণ অন্তর, } d = 16 - 8 = 8$$

$$\text{পদ সংখ্যা, } n = 9$$

$$\therefore \text{যোগফল, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{9}{2} \{2 \cdot 8 + (9 - 1)8\}$$

$$= \frac{9}{2} (16 + 8 \times 8) = \frac{9}{2} \times (16 + 64) = \frac{9}{2} \times 80 = 360$$

$\therefore$  ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি ৩৬০.

প্রশ্ন ১১ ▶  $5 + 11 + 17 + 23 + \dots + 59 =$  কত?

সমাধান :  $5 + 11 + 17 + 23 + \dots + 59$

এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ,  $a = 5$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 11 - 5 = 6$$

$$\text{শেষ পদ, } l = 59$$

মনে করি, ধারাটির  $n$  তম পদ,  $l = 59$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার  $n$  তম পদ  $= a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1)d = 59$$

$$\text{বা, } 5 + (n - 1)6 = 59$$

$$\text{বা, } (n - 1)6 = 59 - 5 = 54$$

$$\text{বা, } n - 1 = \frac{54}{6}$$

$$\text{বা, } n - 1 = 9$$

$$\text{বা, } n = 9 + 1 = 10$$

$$\therefore \text{যোগফল, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{10}{2} \{2 \cdot 5 + (10 - 1)6\}$$

$$= 5(10 + 9 \times 6)$$

$$= 5(10 + 54) = 5 \times 64 = 320$$

নির্ণেয় সমষ্টি ৩২০.

প্রশ্ন ১২ ▶  $29 + 25 + 21 + \dots - 23 =$  কত?

সমাধান :  $29 + 25 + 21 + \dots - 23$

এটি একটি সমান্তর ধারা যার,

প্রথম পদ,  $a = 29$

সাধারণ অন্তর,  $d = 25 - 29 = -4$

পদ সংখ্যা  $= n$ , শেষ পদ,  $l = -23$

কিন্তু,  $l = a + (n - 1)d$

প্রথমতে,  $a + (n - 1)d = -23$

বা,  $29 + (n - 1)(-4) = -23$

বা,  $-4(n - 1) = -23 - 29$

বা,  $-4(n - 1) = -52$

বা,  $n - 1 = \frac{-52}{-4}$

বা,  $n - 1 = 13$

বা,  $n = 13 + 1$

∴  $n = 14$

∴ যোগফল,  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$

$$= \frac{14}{2} \{2 \cdot 29 + (14 - 1)(-4)\}$$

$$[∵ n = 14, a = 29 \text{ এবং } d = -4]$$

$$= 7 \{58 + 13 \times (-4)\}$$

$$= 7(58 - 52) = 7 \times 6 = 42$$

নির্ণয় সমষ্টি 42.

প্রশ্ন ১৩ ▶ কোনো সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ  $= a$  এবং সাধারণ অন্তর  $= d$

∴ সমান্তর ধারাটির  $n$  তম পদ  $= a + (n - 1)d$

∴ ধারাটির 12 তম পদ  $= a + (12 - 1)d = a + 11d$

প্রথমতে,  $a + 11d = 77$  ..... (1)

আবার, কোনো সমান্তর ধারার  $n$  পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

∴ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি,

$$S_{23} = \frac{23}{2} \{2a + (23 - 1)d\}$$

$$= \frac{23}{2} (2a + 22d) = \frac{23 \times 2}{2} (a + 11d)$$

$$= 23 \times 77 \quad [(1) \text{ নং হতে}]$$

$$= 1771$$

∴ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি 1771.

প্রশ্ন ১৪ ▶ একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ  $-20$  হলে, এর প্রথম 31টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারাটির 1ম পদ  $= a$  এবং সাধারণ অন্তর  $= d$

∴  $n$  তম পদ  $= a + (n - 1)d$

16 তম পদ  $= a + (16 - 1)d = a + 15d$

প্রথমতে,  $a + 15d = -20$  ..... (1)

সমান্তর ধারার  $n$  পদের সমষ্টি,  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$

∴ ধারাটির 31 পদের সমষ্টি,  $S_{31} = \frac{31}{2} \{2a + (31 - 1)d\}$

$$= \frac{31}{2} (2a + 30d)$$

$$= \frac{31}{2} \cdot 2 (a + 15d)$$

$$= 31 \times (-20) \quad [(1) \text{ নং হতে মান বসিয়ে}]$$

$$= -620$$

∴ ধারাটির প্রথম 31 পদের সমষ্টি  $-620$ .

প্রশ্ন ১৫ ▶  $9 + 7 + 5 + \dots$  ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের যোগফল  $-144$  হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

$9 + 7 + 5 + \dots$  ধারাটির  $n$  সংখ্যক পদের যোগফল  $-144$

প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, যার

প্রথম পদ,  $a = 9$  এবং সাধারণ অন্তর,  $d = 7 - 9 = -2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

প্রথমতে,  $\frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = -144$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 9 + (n - 1)(-2)\} = -144$$

$$\text{বা, } n(18 - 2n + 2) = -288$$

$$\text{বা, } n(20 - 2n) = -288$$

$$\text{বা, } 20n - 2n^2 = -288$$

$$\text{বা, } -2(n^2 - 10n) = -288$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n = 144$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n - 18) + 8(n - 18) = 0$$

$$\text{বা, } (n - 18)(n + 8) = 0$$

$$\text{হয়, } n - 18 = 0 \quad \text{অথবা, } n + 8 = 0$$

$$\therefore n = 18 \quad \therefore n = -8$$

কিন্তু  $n \neq -8$ , কারণ ধারার পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴  $n$  এর মান 18.

প্রশ্ন ১৬ ▶  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$  ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 2$

সাধারণ অন্তর,  $d = 4 - 2 = 2$ , পদসংখ্যা  $= n$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \cdot 2 + (n - 1)2\} = n\{2 + n - 1\} = n(n + 1) = n^2 + n$$

শর্তমতে,  $n^2 + n = 2550$

$$\text{বা, } n^2 + n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n + 51) - 50(n + 51) = 0$$

$$\text{বা, } (n + 51)(n - 50) = 0$$

$$\text{হয়, } n + 51 = 0$$

$$\text{অথবা, } n - 50 = 0$$

$$\text{বা, } n = -51$$

$$\text{বা, } n = 50$$

কিন্তু  $n \neq -51$ , কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴  $n$  এর মান 50.

প্রশ্ন ১৭ ▶ কোনো ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $n(n + 1)$  হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি,  $S_n = n(n + 1)$

$n = 1$  হলে, ধারাটির প্রথম পদ  $= 1(1 + 1) = 2 = S_1$

$n = 2$  হলে, ধারাটির প্রথম দুইটি পদের সমষ্টি  $= 2(2 + 1) = 6 = S_2$

∴ ধারাটির দ্বিতীয় পদ  $= S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$

আবার,  $n = 3$  হলে, ধারাটির প্রথম তিনটি পদের সমষ্টি  $= 3(3 + 1) = 12 = S_3$

∴ ধারাটির তৃতীয় পদ  $= S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$

.....

∴ ধারাটি  $2 + 4 + 6 + \dots$



প্রশ্ন ১৮ ▶ কোনো ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $n(n+1)$ ।  
ধারাটির ১০টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, ধারার প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি,  $S_n = n(n+1)$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি, } S_{10} = 10(10+1) \\ = 10 \times 11 = 110$$

$\therefore$  ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি ১১০।

### ▶ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, ধারাটির  $n$  পদের সমষ্টি,  $S_n = n(n+1) = n^2 + n$   
 $n = 1, 2, 3, \dots$  ইত্যাদি বসিয়ে পাই,

$$S_1 = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$S_2 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

$$S_3 = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12 \text{ ইত্যাদি}$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = S_1 = 2$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$$

সুতরাং, ধারাটি হলো  $2 + 4 + 6 + \dots$

এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 2$

সাধারণ অন্তর,  $d = 4 - 2 = 2$

ও ধারাটির পদসংখ্যা,  $n = 10$

আমরা জানি, প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি, } S_{10} = \frac{10}{2} \{2 \cdot 2 + (10-1)2\} \\ = 5(4 + 9 \cdot 2) = 5(4 + 18) \\ = 5 \times 22 = 110$$

নির্ণেয় সমষ্টি ১১০।

প্রশ্ন ১৯ ▶ একটি সমান্তর ধারার প্রথম ১২ পদের সমষ্টি ১৪৪ এবং প্রথম ২০ পদের সমষ্টি ৫৬০ হলে, এর প্রথম ৬ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ  $= a$  এবং সাধারণ অন্তর  $= d$   
আমরা জানি,

$$\text{সমান্তর ধারার প্রথম } n \text{ পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{এখন, ১২ পদের সমষ্টি, } S_{12} = \frac{12}{2} \{2a + (12-1)d\}$$

$$\text{বা, } 144 = 6(2a + 11d)$$

$$\text{বা, } 2a + 11d = \frac{144}{6}$$

$$\therefore 2a + 11d = 24 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{আবার, ২০ পদের সমষ্টি, } S_{20} = \frac{20}{2} \{2a + (20-1)d\}$$

$$\text{বা, } 560 = 10(2a + 19d)$$

$$\text{বা, } 2a + 19d = \frac{560}{10}$$

$$\therefore 2a + 19d = 56 \dots\dots\dots (2)$$

(২) নং হতে (১) নং বিয়োগ করে পাই,

$$2a + 19d - 2a - 11d = 56 - 24$$

$$\text{বা, } 8d = 32$$

$$\therefore d = 4$$

$d$  এর মান (২) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$2a + 19 \cdot 4 = 56$$

$$\text{বা, } 2a + 76 = -20$$

$$\therefore a = -10$$

$$\therefore \text{প্রথম ৬ পদের সমষ্টি} = \frac{6}{2} \{2a + (6-1)d\}$$

$$= \frac{6}{2} \{2 \times (-10) + (6-1)4\}$$

$$= 3(-20 + 5 \times 4)$$

$$= 3(-20 + 20) = 3 \times 0 = 0$$

$\therefore$  ধারাটির প্রথম ৬ পদের সমষ্টি ০।

প্রশ্ন ২০ ▶ কোনো সমান্তর ধারার প্রথম  $m$  পদের সমষ্টি  $n$  এবং প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি  $m$  হলে, এর প্রথম  $(m+n)$  পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ  $= a$   
এবং সাধারণ অন্তর  $= d$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম } m \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\}$$

$$\text{বা, } n = \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\}$$

$$\text{বা, } 2a + (m-1)d = \frac{2n}{m} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{আবার, প্রথম } n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{বা, } m = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{বা, } 2a + (n-1)d = \frac{2m}{n} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (১) নং হতে (২) নং বিয়োগ করে পাই,

$$2a + (m-1)d - 2a - (n-1)d = \frac{2n}{m} - \frac{2m}{n}$$

$$\text{বা, } (m-1-n+1)d = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn}$$

$$\text{বা, } (m-n)d = \frac{2(n^2 - m^2)}{mn} = \frac{2(n-m)(n+m)}{mn}$$

$$\text{বা, } d = \frac{-2(m-n)(n+m)}{(m-n)mn} = -2 \frac{n+m}{mn}$$

তাহলে, প্রথম  $(m+n)$  পদের সমষ্টি

$$= \frac{m+n}{2} \{2a + (m+n-1)d\} = \frac{m+n}{2} \{2a + (m-1)d + nd\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left[ \frac{2n}{m} + n \cdot \left\{ \frac{-2(m+n)}{mn} \right\} \right] \quad [(1) \text{ নং থেকে এবং } d \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ \frac{2n}{m} - \frac{2(m+n)}{m} \right\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left( \frac{2n - 2m - 2n}{m} \right) = \frac{m+n}{2} \cdot \left( \frac{-2m}{m} \right) = -(m+n)$$

$\therefore$  ধারাটির  $(m+n)$  পদের সমষ্টি  $= -(m+n)$ ।

প্রশ্ন ২১ ▶ কোনো সমান্তর ধারায়  $p$  তম,  $q$  তম ও  $r$  তম পদ যথাক্রমে  $a, b, c$  হলে, দেখাও যে,  $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$ ।

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ  $= x$

এবং সাধারণ অন্তর  $= d$

$$\therefore \text{ধারাটির } p \text{ তম পদ} = x + (p-1)d = a \dots\dots\dots (1)$$

$$q \text{ তম পদ} = x + (q-1)d = b \dots\dots\dots (2)$$

$$r \text{ তম পদ} = x + (r-1)d = c \dots\dots\dots (3)$$

(১) নং সমীকরণ হতে (২) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$$x + (p-1)d - x - (q-1)d = a - b$$

$$\text{বা, } d(p-1-q+1) = a - b$$

$$\text{বা, } d(p-q) = a - b$$

$$\text{বা, } d = \frac{a-b}{p-q} \dots\dots\dots (4)$$

আবার, (২) নং সমীকরণ হতে (৩) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$$x + (q-1)d - x - (r-1)d = b - c$$

$$\text{বা, } (q-1-r+1)d = b - c$$

$$\text{বা, } (q-r)d = b - c$$

$$\text{বা, } d = \frac{b-c}{q-r} \dots\dots\dots (5)$$

এখন, (৪) ও (৫) হতে পাই,

$$\frac{a-b}{p-q} = \frac{b-c}{q-r}$$

$$\text{বা, } (a-b)(q-r) = (b-c)(p-q)$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } a(q-r) - b(q-r) &= b(p-q) - c(p-q) \\ \text{বা, } a(q-r) + c(p-q) - b(q-r) - b(p-q) &= 0 \\ \text{বা, } a(q-r) + c(p-q) - b(q-r+p-q) &= 0 \\ \text{বা, } a(q-r) + c(p-q) - b(p-r) &= 0 \\ \text{বা, } a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) &= 0. \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২২ ▶ দেখাও যে,  
 $1+3+5+7+\dots+125=169+171+173+\dots+209.$

সমাধান: বামপক্ষ =  $1+3+5+7+\dots+125$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার

প্রথম পদ,  $a=1$

সাধারণ অন্তর,  $d=3-1=2$

শেষ পদ,  $l=125$

পদ সংখ্যা =  $n$

কিন্তু, শেষ পদ,  $l=a+(n-1)d$

প্রথমতে,  $a+(n-1)d=125$

বা,  $1+(n-1)2=125$

বা,  $(n-1)2=125-1$

বা,  $(n-1)2=124$

বা,  $n-1=\frac{124}{2}$

বা,  $n-1=62$

বা,  $n=62+1=63$

∴ ধারাটির যোগফল,  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{63}{2} \{2 \cdot 1 + (63-1)2\}$

$= \frac{63}{2} \{2 + 62 \times 2\} = \frac{63}{2} \times 2(1+62)$

$= 63 \times 63 = 3969$

ডানপক্ষ =  $169+171+173+\dots+209$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার

প্রথম পদ,  $a=169$ , সাধারণ অন্তর,  $d=171-169=2$

পদ সংখ্যা =  $n$ , শেষ পদ,  $l=209$

কিন্তু শেষ পদ,  $l=a+(n-1)d$

শর্তমতে,  $a+(n-1)d=209$

বা,  $169+(n-1)2=209$

বা,  $(n-1)2=209-169=40$

বা,  $n-1=\frac{40}{2}=20$

বা,  $n=20+1=21$

∴ যোগফল,  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = \frac{21}{2} \{2 \cdot 169 + (21-1)2\}$

$= \frac{21}{2} \times 2(169+20) = 21 \times 189 = 3969$

∴  $1+3+5+7+\dots+125=169+171+173+\dots+209.$   
 (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২৩ ▶ এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি ঋণ কিছুসংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 1 টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি তার ঋণ শোধ করতে পারবেন?

সমাধান: প্রথম কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করেন 1 টাকা

দ্বিতীয় কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করেন  $(1+2)=3$  টাকা

তৃতীয় কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করেন  $(3+2)=5$  টাকা

∴ টাকা পরিশোধের কিস্তি একটি সমান্তর ধারা যার,

প্রথম পদ,  $a=1$ , সাধারণ অন্তর,  $d=3-1=2$

মনে করি, ঐ ব্যক্তি  $n$  সংখ্যক কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করবেন।  
 অতএব, পদসংখ্যা =  $n$

∴  $n$  পদের সমষ্টি =  $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{n}{2} \{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 2\}$

$= \frac{n}{2} \{2 + (n-1) \cdot 2\}$

$= \frac{n}{2} (2+2n-2) = \frac{n}{2} \times 2n = n^2$

শর্তমতে,  $n^2=2500$

বা,  $\sqrt{n^2}=\sqrt{2500}$  [বর্গমূল করে]

বা,  $n=50$

অতএব, 50 টি কিস্তিতে ঋণ শোধ করতে পারবেন।

### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২৪ কোনো সমান্তর ধারার দুইটি নির্দিষ্ট পদ,  $l$  তম পদ  $l^2$  এবং  $k$  তম পদ  $k^2$ ।

ক. ধারাটির প্রথম পদ  $a$  এবং সাধারণ অন্তর  $d$  ধরে উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ তৈরি কর।

খ.  $(l+k)$  তম পদ নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর ধারাটির প্রথম  $(l+k)$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $\frac{l+k}{2} (l^2+k^2+l+k)$ ।

### ২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ =  $a$  এবং সাধারণ অন্তর =  $d$

∴ ধারাটির  $l$  তম পদ =  $a+(l-1)d$  এবং  $k$  তম পদ =  $a+(k-1)d$

শর্তমতে,  $a+(l-1)d=l^2$  এবং  $a+(k-1)d=k^2$

নির্ণয়ে সমীকরণ  $a+(l-1)d=l^2$  এবং  $a+(k-1)d=k^2$

খ. ক-হতে প্রাপ্ত,  $a+(l-1)d=l^2$  .....(1)

এবং  $a+(k-1)d=k^2$  .....(2)

(1) নং হতে (2) নং বিয়োগ করে পাই,

$a+(l-1)d - a - (k-1)d = l^2 - k^2$

বা,  $(l-1-k+1)d = (l+k)(l-k)$

বা,  $(l-k)d = (l+k)(l-k)$

বা,  $d = \frac{(l+k)(l-k)}{l-k}$

বা,  $d = l+k$  .....(3)

ধারাটির  $(l+k)$  তম পদ =  $a+(l+k-1)d$

$= a+(l-1)d + kd$

$= l^2 + k(l+k)$  [(1) নং ও (2) নং হতে]

$= l^2 + lk + k^2$

নির্ণয়ে  $(l+k)$  তম পদ  $l^2 + lk + k^2$ ।

গ. ক-হতে প্রাপ্ত,  $a+(l-1)d=l^2$  .....(4)

এবং  $a+(k-1)d=k^2$  .....(5)

খ-হতে প্রাপ্ত,  $d=l+k$  .....(6)

ধারাটির প্রথম  $(l+k)$  সংখ্যক পদের সমষ্টি

$= \frac{l+k}{2} \{2a + (l+k-1)d\}$

$= \frac{l+k}{2} \{a+(l-1)d + a+(k-1)d + d\}$

$= \frac{l+k}{2} (l^2+k^2+l+k)$  [(4), (5) ও (6) নং হতে]

∴ ধারাটির প্রথম  $(l+k)$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $\frac{l+k}{2} (l^2+k^2+l+k)$   
 (প্রমাণিত)

## অধ্যায় ১৩

অনুশীলনী ১৩.২  
গুণোত্তর ধারা

## সাধারণ গাণিতিক অংশ



## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সন্ধান করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১। a, b, c ও d সমান্তর ধারার চারটি ক্রমিক পদ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক)  $b = \frac{c+d}{2}$

খ)  $a = \frac{b+c}{2}$

গ)  $c = \frac{b+d}{2}$

ঘ)  $d = \frac{a+c}{2}$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : মনে করি,  $x \in \mathbb{N}$  এর জন্য ক্রমিক পদ চারটি  $a=x, b=x+1, c=x+2, d=x+3$

তাহলে,  $\frac{b+d}{2} = \frac{(x+1)+(x+3)}{2} = \frac{2x+4}{2} = x+2 = c$

∴  $c = \frac{b+d}{2}$

২।  $n \in \mathbb{N}$  এর জন্য—

i.  $\sum i = \frac{n^2+n}{2}$

ii.  $\sum i^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$  iii.  $\sum i^3 = \frac{n^2(n^2+2n+1)}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii    খ) i ও iii    গ) ii ও iii    ঘ) i, ii ও iii

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :  $n \in \mathbb{N}$  এর জন্য

(i) n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল,  $\sum n = \frac{1}{2}n(n+1) = \frac{n^2+n}{2}$

(ii) n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের যোগফল,

$\sum n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

(iii) n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের যোগফল,

$\sum n^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2 = \frac{n^2(n^2+2n+1)}{4}$

সুতরাং i ও iii সঠিক।

৩। নিচের ধারাটির ভিত্তিতে ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$

৩। ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?

ক) 2

খ) 4

গ)  $\log 2$

ঘ)  $2 \log 2$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে,  $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$

$= \log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots$

$= \log 2 + 2 \log 2 + 3 \log 2 + \dots$

ধারাটি সমান্তর ধারা যার ১ম পদ,  $a = \log 2$

∴ সাধারণ অন্তর,  $d = 2 \log 2 - \log 2 = \log 2$

৪। ধারাটির সপ্তম পদ কোনটি?

ক)  $\log 32$

খ)  $\log 64$

গ)  $\log 128$

ঘ)  $\log 256$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির সপ্তম পদ  $= a + (7-1)d$

$= \log 2 + 6 \times \log 2 = 7 \log 2 = \log 2^7 = \log 128$

উত্তরের শূন্যতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১ | গ | ২ | খ | ৩ | গ | ৪ | ঘ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৫ ▶  $64 + 32 + 16 + 8 + \dots$  ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 64$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

∴ অষ্টম পদ  $= ar^{8-1}$  [ $\because$  n তম পদ  $= ar^{n-1}$ ]

$= 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 2^6 \cdot \frac{1}{2^7} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

∴ ধারাটির অষ্টম পদ  $\frac{1}{2}$ ।

প্রশ্ন ৬ ▶  $3 + 9 + 27 + \dots$  ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার, ১ম পদ,  $a = 3$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{9}{3} = 3 > 1$  এবং পদ সংখ্যা  $n = 14$

∴ ১ম ১৪টি পদের সমষ্টি,  $S_{14} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{3(3^{14} - 1)}{3 - 1} = \frac{3}{2}(3^{14} - 1)$

∴ ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি  $\frac{3}{2}(3^{14} - 1)$ ।

প্রশ্ন ৭ ▶  $128 + 64 + 32 + \dots$  ধারাটির কোন পদ  $\frac{1}{2}$ ?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার,

প্রথম পদ,  $a = 128$  এবং সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ  $\frac{1}{2}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ,  $ar^{n-1}$

তাহলে,  $ar^{n-1} = \frac{1}{2}$

বা,  $128 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}$

বা,  $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$

বা,  $n-1 = 8$

বা,  $n = 8 + 1 = 9$

∴ ধারাটির ৯ম পদ  $\frac{1}{2}$ ।

প্রশ্ন ৮ ▶ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$  এবং দশম পদ  $\frac{8\sqrt{3}}{81}$

হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ  $= a$  এবং সাধারণ অনুপাত  $= r$

∴ পঞ্চম পদ,  $ar^{5-1} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$  [ $\because$  n তম পদ  $= ar^{n-1}$ ]

বা,  $ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$  ..... (1)

এবং দশম পদ,  $ar^{10-1} = \frac{8\sqrt{3}}{81}$  বা,  $ar^9 = \frac{8\sqrt{3}}{81}$  ..... (2)



সমীক্ষণ (২) কে (১) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{a^3}{a^2} = \frac{8\sqrt{2}}{81} + \frac{2\sqrt{3}}{9} = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2})^4 \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{(\sqrt{2})^5}{(\sqrt{3})^5} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$$

$$r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{তৃতীয় পদ} = ar^{3-1} = ar^2 = \frac{ar^4}{r^2}$$

$$= \frac{\frac{2\sqrt{3}}{9}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2} [\because ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \text{ এবং } r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}]$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{ধারাটির তৃতীয় পদ } \frac{1}{\sqrt{3}}$$

প্রশ্ন ৯১  $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - \dots$  ধারাটির কোন পদ  $8\sqrt{2}$ ?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত } r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}$$

মনে করি, ধারাটির  $n$  তম পদ  $8\sqrt{2}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার  $n$  তম পদ  $= ar^{n-1}$

$$\text{প্রস্তুত, } ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 16$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$$

$$\text{বা, } n-1 = 8$$

$$\text{বা, } n = 8+1 = 9$$

$$\therefore \text{ধারাটির ৯ম পদ } 8\sqrt{2}$$

প্রশ্ন ৯০  $5 + x + y + 135$  গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে,  $x$  এবং  $y$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :  $5 + x + y + 135$

ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 5$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{x}{5} = \frac{y}{x} \dots \dots \dots (i)$$

$$\therefore \text{ধারাটির চতুর্থ পদ} = ar^{4-1} = ar^3 = 5 \left(\frac{x}{5}\right)^3 = \frac{5 \cdot x^3}{5^3}$$

$$\text{প্রস্তুত, } \frac{5 \cdot x^3}{5^3} = 135$$

$$\text{বা, } x^3 = \frac{5^3 \times 135}{5} = 5^3 \cdot 3^3$$

$$\text{বা, } x^3 = (3 \times 5)^3$$

$$\therefore x = 3 \times 5 = 15$$

সমীক্ষণ (i) এ  $x$  এর মান বসিয়ে পাই,  $\frac{15}{5} = \frac{y}{15}$

$$\text{বা, } y = \frac{15 \times 15}{5} = 45$$

$$\therefore \text{নির্ণয় মান : } x = 15 \text{ এবং } y = 45$$

প্রশ্ন ৯১  $3 + x + y + z + 243$  গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে,  $x, y$  এবং  $z$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ,  $a = 3$

মনে করি, সাধারণ অনুপাত  $= r$

$$\text{তাহলে, ২য় পদ, } ar = x [\because n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}]$$

$$\text{৩য় পদ, } ar^2 = y$$

$$\text{৪র্থ পদ, } ar^3 = z$$

$$\text{৫ম পদ, } ar^4 = 243$$

$$\text{এখন, } ar^4 = 243$$

$$\text{বা, } 3r^4 = 243$$

$$\text{বা, } r^4 = 81$$

$$\text{বা, } r^4 = 3^4$$

$$\therefore r = 3$$

$$\text{২য় পদ, } x = 3 \times 3$$

$$= 9$$

$$\text{৩য় পদ, } y = 3 \times 3^2$$

$$= 3 \times 9$$

$$= 27$$

$$\text{৪র্থ পদ, } z = 3 \times 3^3$$

$$= 3 \times 27$$

$$= 81$$

$$\text{নির্ণয় মান : } x = 9,$$

$$y = 27 \text{ এবং } z = 81.$$

শিক্ষার্থীদের দৃষ্টি আকর্ষণ : পাঠ্যবইয়ের নিয়ম ও উত্তরকে বিবেচনায় রেখে উপর্যুক্ত সমাধানটি করা হয়েছে। সাধারণত বর্গমূল করার ক্ষেত্রে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক উভয় মানকে বিবেচনা করা হয়। ঋণাত্মক মান বিবেচনা করলে পূর্বের সমাধানের শেষে নিচের অংশটুকু করতে হবে।

$r$  এর মান ধনাত্মক ও ঋণাত্মকের ক্ষেত্রে,  
 $r^4 = 81$   
 বা,  $r^4 = (\pm 3)^4$   
 $\therefore r = \pm 3$   
 $r = 3$  হলে,  $x = 9, y = 27$  এবং  $z = 81$ .  
 আবার,  $r = -3$  হলে,  
 ২য় পদ,  $x = 3 \times (-3) = -9$   
 ৩য় পদ,  $y = 3 \times (-3)^2 = 3 \times 9 = 27$   
 ৪র্থ পদ,  $z = 3 \times (-3)^3 = 3 \times (-27) = -81$ .  
 $\therefore x = -9, y = 27$  এবং  $z = -81$ .

প্রশ্ন ৯২  $2 - 4 + 8 - 16 + \dots$  ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান :  $2 - 4 + 8 - 16 + \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা, যার ১ম পদ,  $a = 2$ .

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-4}{2} = -2 < 1$$

$$\text{পদ সংখ্যা, } n = 7$$

$$\therefore \text{প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি, } S_7 = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$= \frac{2\{1-(-2)^7\}}{1-(-2)} = \frac{2\{1+128\}}{1+2} = \frac{2 \times 129}{3} = 86$$

$$\therefore \text{প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি } 86.$$

প্রশ্ন ৯৩  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$  ধারাটির  $(2n+1)$  সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা, যার প্রথম পদ,  $a = 1$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-1}{1} = -1 < 1$$

$$\therefore \text{ধারাটি } (2n+1) \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{a(1-r^{2n+1})}{1-r} = \frac{1\{1-(-1)^{2n+1}\}}{1-(-1)}$$

$$= \frac{1\{1-(-1)\}}{1-(-1)} = \frac{1(1+1)}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\therefore \text{ধারাটির } (2n+1) \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } 1.$$

প্রশ্ন ৯৪  $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$  ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি,  $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$  ১০টি পদ

$$= \log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \log 2^4 + \dots 10 \text{টি পদ}$$

$$= \log 2 + 2 \log 2 + 3 \log 2 + 4 \log 2 + \dots 10 \text{টি পদ}$$

$$= (1 + 2 + 3 + \dots + 10) \log 2$$

$$= \frac{10(10+1)}{2} \log 2 [\because 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}]$$

$$= 5 \times 11 \log 2 = 55 \log 2$$

$$\therefore \text{প্রথম দশটি পদের সমষ্টি } 55 \log 2.$$

প্রশ্ন ১৫ ▶  $\log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots$  ধারাটির প্রথম বারটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি =  $\log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots$  12টি পদ  
 $= \log 2 + \log 2^4 + \log 2^9 + \dots$  12টি পদ  
 $= \log 2 + 4 \log 2 + 9 \log 2 + \dots$  12টি পদ  
 $= (1 + 4 + 9 + \dots + 12^2) \log 2$   
 $= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2) \log 2$

এখানে,  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

অতএব, প্রথম 12টি পদের সমষ্টি,  $S_{12} = \frac{12(12+1)(2 \times 12+1)}{6}$   
 $= \frac{12 \times 13 \times 25}{6} = 650$

∴ প্রদত্ত ধারার প্রথম বারটি পদের সমষ্টি 650 log 2.

প্রশ্ন ১৬ ▶  $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$  ধারাটির  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে,  $n$  এর মান কত?

সমাধান :  $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$

এখানে, প্রথম পদ,  $a = 2$  এবং সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{4}{2} = 2 > 1$

∴  $n$  পদের সমষ্টি,  $S_n = a \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} = 254$

বা,  $2 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 254$

বা,  $\frac{2^n - 1}{1} = \frac{254}{2}$

বা,  $2^n - 1 = 127$

বা,  $2^n = 127 + 1$

বা,  $2^n = 128$

বা,  $2^n = 2^7$

∴  $n = 7$

প্রশ্ন ১৭ ▶  $2 - 2 + 2 - 2 + \dots$  ধারাটির  $(2n+2)$  সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারার 1ম পদ,  $a = 2$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{-2}{2} = -\frac{2}{2} = -1$

পদ সংখ্যা,  $m = 2n + 2$

সুতরাং এটি একটি গুণোত্তর ধারা যেখানে,  $r < 1$

∴ সমষ্টি,  $S = \frac{a(1-r^m)}{1-r}$   
 $= \frac{2\{1 - (-1)^{2n+2}\}}{1 - (-1)}$  [মান বসিয়ে]  
 $= \frac{2(1-1)}{1+1}$  [∵  $(2n+2)$  একটি জোড় স্বাভাবিক যেকোনো সংখ্যা]  
 $= \frac{2 \times 0}{2} = 0$

∴ ধারাটির  $(2n+2)$  পদের সমষ্টি 0 (শূন্য)।

প্রশ্ন ১৮ ▶ প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় কর এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি,

প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি =  $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

প্রশ্নমতে,  $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 441$

বা,  $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = (21)^2$

বা,  $\frac{n(n+1)}{2} = 21$  [উভয়পক্ষে বর্গমূল করে]

বা,  $n(n+1) = 42$

বা,  $n^2 + n - 42 = 0$

বা,  $n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$

বা,  $n(n+7) - 6(n+7) = 0$

বা,  $(n+7)(n-6) = 0$

হয়  $n+7 = 0$

∴  $n = -7$

অথবা,  $n-6 = 0$

∴  $n = 6$

[ $n = -7$  গ্রহণযোগ্য নয় কেননা পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

∴ ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি,  $S = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{6 \times 7}{2} = 21$

∴  $n = 6$  এবং সমষ্টি,  $S = 21$ .

প্রশ্ন ১৯ ▶ প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225 হলে,  $n$  এর মান কত? ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি কত?

সমাধান : আমরা জানি,

প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি =  $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

প্রশ্নমতে,  $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 225 = (15)^2$

বা,  $\frac{n(n+1)}{2} = 15$

বা,  $n^2 + n = 30$

বা,  $n^2 + n - 30 = 0$

বা,  $n^2 + 6n - 5n - 30 = 0$

বা,  $n(n+6) - 5(n+6) = 0$

বা,  $(n+6)(n-5) = 0$

হয়,  $n+6 = 0$

বা,  $n = -6$

অথবা,  $n-5 = 0$

বা,  $n = 5$

সুতরাং  $n = 5$  [কেননা পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

আবার, আমরা জানি,

স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি =  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$n = 5$  হলে সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি =  $\frac{5(5+1)(2 \cdot 5+1)}{6}$   
 $= \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} = 55$

∴  $n = 5$  এবং বর্গের সমষ্টি 55.

প্রশ্ন ২০ ▶ দেখাও যে,

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + 10)^2$

সমাধান : বামপক্ষ =  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3$

আমরা জানি, প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

∴  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2 = \left\{ \frac{10 \times 11}{2} \right\}^2$   
 $= (55)^2 = 3025$

ডানপক্ষ =  $(1 + 2 + 3 + \dots + 10)^2$

আমরা জানি, প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি

$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

∴  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 = \frac{10(10+1)}{2} = 5 \times 11 = 55$

সুতরাং  $(1 + 2 + 3 + \dots + 10)^2 = (55)^2 = 3025$

অতএব,  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + 10)^2$   
 (দেখানো হলো)



প্রশ্ন ২১ ▶  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 210$  হলে  $n$  এর মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে,  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 210$

$$\frac{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2}{2} = 210 \quad \left[ \because 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \right]$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 210$$

$$n^2 + n = 420$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$n^2 + 21n - 20n - 420 = 0$$

$$n(n+21) - 20(n+21) = 0$$

$$(n+21)(n-20) = 0$$

$$n+21 = 0 \quad \text{অথবা, } n-20 = 0$$

$$n = -21 \quad \therefore n = 20$$

কিন্তু  $n \neq -21$  [কারণ পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

সুতরাং  $n$  এর মান 20.

প্রশ্ন ২২ ▶ 1 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি লৌহ দণ্ডকে 10টি টুকরায় বিভক্ত করা হলো যাতে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য গুণোত্তর ধারা গঠন করে। যদি বৃহত্তম টুকরাটি ক্ষুদ্রতম টুকরার 10 গুণ হয়, তবে ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্যের মান আসন্ন মিলিমিটারে নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রথম পদ  $a$  এবং সাধারণ অনুপাত  $r$  হলে,

$$\text{গুণোত্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = a \cdot r^{n-1}$$

$$\therefore \text{গুণোত্তর ধারার } 10 \text{ তম পদ} = a \cdot r^{10-1} = ar^9$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 10a = a \cdot r^9$$

$$r^9 = 10$$

$$\therefore r = 10^{\frac{1}{9}}$$

$$\text{আবার, গুণোত্তর ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 100 \quad [\because 1 \text{ মি.} = 100 \text{ সে.মি.}]$$

$$\text{বা, } a \times \frac{\left(10^{\frac{1}{9}}\right)^{10} - 1}{10^{\frac{1}{9}} - 1} = 100$$

$$\text{বা, } a \times \frac{12.915 - 1}{1.2915 - 1} = 100$$

$$\text{বা, } a = \frac{100 \times 0.2915}{11.915} = 2.447 \text{ সে.মি.}$$

$$= 2.447 \text{ মি.মি. (প্রায়)} \quad [\because 1 \text{ সে. মি.} = 10 \text{ মি.মি.}]$$

$\therefore$  ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্য 2.447 মি.মি. (প্রায়)।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২৩ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ  $a$ , সাধারণ অনুপাত  $r$ , ধারাটির চতুর্থ পদ  $-2$  এবং নবম পদ  $8\sqrt{2}$ .

ক. উপরোক্ত তথ্যগুলোকে নিম্নলিখিত দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয় কর।

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক উপরোক্ত তথ্যগুলোকে নিম্নলিখিত দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো,

ধারাটির চতুর্থ পদ,  $ar^{4-1} = -2$  [ $\because n$  তম পদ  $= ar^{n-1}$ ]

$$\text{বা, } ar^3 = -2 \quad \dots \dots \dots (i)$$

এবং ধারাটির নবম পদ,  $ar^{9-1} = 8\sqrt{2}$

$$\text{বা, } ar^8 = 8\sqrt{2} \quad \dots \dots \dots (ii)$$

খ. ধারাটির 12 তম পদ  $= ar^{12-1}$ .

ক-হতে প্রাপ্ত সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$$

$$\text{বা, } r^5 = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } r^5 = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = (-\sqrt{2})^5$$

$$\text{বা, } r = -\sqrt{2}$$

ক-হতে প্রাপ্ত (i) নম্বর সমীকরণে  $r$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$a \cdot (-\sqrt{2})^3 = -2$$

$$\text{বা, } a = \frac{-\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{-\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{অতএব, } 12 \text{ তম পদ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (-\sqrt{2})^{11} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{2})^{11} \\ = -(\sqrt{2})^{10} = -32$$

নির্ণেয় 12 তম পদ  $-32$ .

খ-হতে প্রাপ্ত, প্রথম পদ  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = -\sqrt{2}$ .

$$\therefore \text{ধারাটির দ্বিতীয় পদ} = ar^{2-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2}) = -1$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = ar^{3-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^2 = \frac{1 \times 2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\text{চতুর্থ পদ} = ar^{4-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^3 = -2 \quad \dots \dots \dots$$

$$\text{নির্ণেয় ধারাটি, } \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - 2 + \dots \dots \dots$$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}; \text{ যখন } r < 1$$

সুতরাং ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \{1 - (-\sqrt{2})^7\}}{1 - (-\sqrt{2})} = \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{(1 + 8\sqrt{2})(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} \quad \text{[লব ও হরকে } (\sqrt{2} - 1) \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + 8.2 - 1 - 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(2 - 1)} = \frac{15 - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{15\sqrt{2} - 7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \quad \text{[লব ও হরকে } \sqrt{2} \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= \frac{1}{2}(15\sqrt{2} - 14)$$

$$\therefore 7 \text{ টি পদের সমষ্টি } \frac{1}{2}(15\sqrt{2} - 14).$$

**প্রশ্ন ২৪** কোন ধারার  $n$  তম পদ  $2n - 4$ .

- ক. ধারাটি নির্ণয় কর।  
 খ. ধারাটির 10-তম পদ এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।  
 গ. প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং সূত্র প্রয়োগ করে ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**২৪নং প্রশ্নের সমাধান**

ক দেওয়া আছে, ধারাটির  $n$  তম পদ  $2n - 4$

$\therefore n = 1, 2, 3, \dots$  বসিয়ে পাই,

$$1\text{ম পদ } 2.1 - 4 = -2$$

$$2\text{য় পদ } 2.2 - 4 = 0$$

$$3\text{য় পদ } 2.3 - 4 = 2$$

$$8\text{র্থ পদ } 2.4 - 4 = 4$$

নির্ণেয় ধারা :  $-2 + 0 + 2 + 4 + \dots$

খ দেওয়া আছে,  $n$  তম পদ  $= 2n - 4$

$\therefore$  ধারাটির 10 তম পদ  $= 2.10 - 4 = 16$

ক-হতে প্রাপ্ত ধারাটির, প্রথম পদ  $a = -2$

সাধারণ অন্তর,  $d = 0 - (-2) = 2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

সুতরাং ধারাটির 20টি পদের সমষ্টি,

$$S_{20} = \frac{20}{2} \{2(-2) + (20-1)(2)\}$$

$$= 10 \{-4 + 19 \times 2\} = 10 \{-4 + 38\} = 10 \times 34 = 340$$

$\therefore$  ধারাটির 10 তম পদ 16 এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি 340.

গ ক-হতে প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম পদ  $a = -2$

সাধারণ অন্তর  $d = 0 - (-2) = 2$

প্রাপ্ত ধারার প্রথম পদকে প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত  $[r=2]$  ধরে যে গুণোত্তর ধারা পাওয়া যাবে তার পদগুলো নিম্নরূপ:

$\therefore$  গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ,  $ar^{1-1} = (-2). 2^0 = -2$

দ্বিতীয় পদ,  $ar^{2-1} = -2 \times 2 = -4$

তৃতীয় পদ,  $ar^{3-1} = -2 \times 2^2 = -8$

চতুর্থ পদ,  $ar^{4-1} = -2 \times 2^3 = -16$

নির্ণেয় ধারা :  $-2 - 4 - 8 - 16 \dots n$  পর্যন্ত।

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \text{ যখন } r > 1$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি, } S_8 = \frac{-2(2^8 - 1)}{2 - 1}$$

$$= -2(256 - 1)$$

$$= -2 \times 255 = -510$$

নির্ণেয় ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি -510.

**প্রশ্ন ২৫** দুপুর 1 টা 15 মিনিটে 1 জন এস.এস.সি পরীক্ষার ফলাফল জানতে পারল। 1 টা 20 মিনিটে জানল 8 জন, 1 টা 25 মিনিটে জানল 27 জন। এভাবে ফলাফল ছড়িয়ে পড়ল।

- ক. উদ্দীপকের আলোকে প্যাটার্ন দুইটি লিখ।  
 খ. ঠিক 2 টা 10 মিনিটে কত জন এবং 2 টা 10 মিনিট পর্যন্ত মোট কত জন ফলাফল জানতে পারবে?  
 গ. কয়টার সময় 6175225 জন ফলাফল জানতে পারবে?

**২৫নং প্রশ্নের সমাধান**

ক এখানে, 1টা 15 মিনিটে ফলাফল জানতে পারবে 1 জন বা  $1^3$  জন  
 1টা 20 মিনিটে " " " 8 জন বা  $2^3$  জন  
 1টা 25 মিনিটে " " " 27 জন বা  $3^3$  জন  
 এখানে, সময় একটি সমান্তর ধারা গঠন করে যার প্রথম পদ,  $a = 1:15$   
 সাধারণ অন্তর,  $d = 1:20 - 1:15 = 0:5$

$\therefore$  ধারাটি হলো :  $1:15 + 1:20 + 1:25 + \dots$   
 অপরদিকে, ফলাফল প্রাপ্ত লোকসংখ্যার বর্ধমান সংখ্যক ধারা সমষ্টিরূপে প্রকাশ পায়। অর্থাৎ  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots$

খ 1 টা 15 মিনিটে ফলাফল জানতে পারে 1 বা  $1^3$  জন

|         |   |   |   |      |   |        |
|---------|---|---|---|------|---|--------|
| 1 টা 20 | " | " | " | 8    | " | $2^3$  |
| 1 টা 25 | " | " | " | 27   | " | $3^3$  |
| 1 টা 30 | " | " | " | 64   | " | $4^3$  |
| 1 টা 35 | " | " | " | 125  | " | $5^3$  |
| 1 টা 40 | " | " | " | 216  | " | $6^3$  |
| 1 টা 45 | " | " | " | 343  | " | $7^3$  |
| 1 টা 50 | " | " | " | 512  | " | $8^3$  |
| 1 টা 55 | " | " | " | 729  | " | $9^3$  |
| 2 টা 00 | " | " | " | 1000 | " | $10^3$ |
| 2 টা 05 | " | " | " | 1331 | " | $11^3$ |
| 2 টা 10 | " | " | " | 1728 | " | $12^3$ |

$\therefore$  2 টা 10 মিনিটে মোট 1728 জন ফলাফল জানতে পারবে। একে 1 টা 15 মিনিট হতে 2 টা 10 মিনিট পর্যন্ত মোট ফলাফল জানতে পারবে  $(1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 + 10^3 + 11^3 + 12^3)$  জন  
 এখানে,  $n = 12$

$\therefore$  আমরা জানি,  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি

$$= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$= \left\{ \frac{12(12+1)}{2} \right\}^2 \quad [\because n=12]$$

$$= (6 \times 13)^2 = 6084$$

$\therefore$  2 টা 10 মিনিট পর্যন্ত মোট ফলাফল জানতে পারবে 6084 জন।

গ ফলাফল প্রাপ্ত লোকসংখ্যার ধারা

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$$

এখানে,  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 6175225$

$$\text{বা, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 6175225$$

$$\text{বা, } \frac{n(n+1)}{2} = 2485$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 4970$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 4970 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 71n - 70n - 4970 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+71) - 70(n+71) = 0$$

$$\text{বা, } (n+71)(n-70) = 0$$

$$\text{হয়, } n+71 = 0$$

$$\therefore n \neq -71$$

$$\therefore n = 70$$

ক' হতে পাই,  $1:15 + 1:20 + 1:25 + \dots$

এখানে, প্রথম পদ,  $a = 1:15$  বা 75 মিনিট

সাধারণ অন্তর,  $d = 1:20 - 1:15 = 5$  মিনিট

পদসংখ্যা,  $n = 70$

$$\therefore 70\text{তম পদ} = a + (70-1)d$$

$$= 75 + 69 \times 5 = 75 + 345 = 420$$

সুতরাং  $(420 \div 60)$  বা 7 টার সময় 6175225 জন ফলাফল জানতে পারবে।