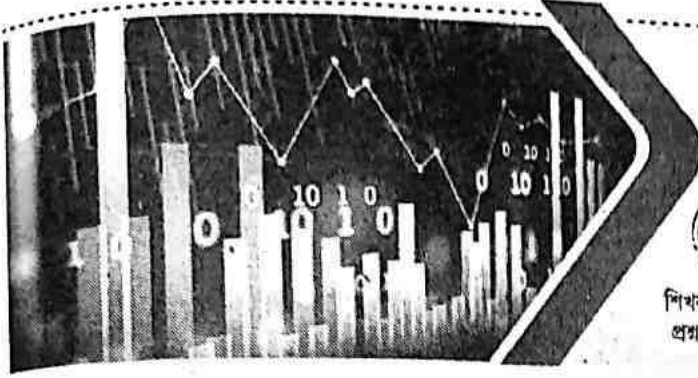


পরিসংখ্যান

Statistics



এ অধ্যায়ে অনন্য A+ সংযোজন

শিখনফল ও বোর্ড
প্রশ্নপত্র বিশ্লেষণপাঠ্যবইয়ের সূত্রসহ
প্রশ্ন ও সমাধানবোর্ড ও স্কুল
প্রশ্ন ও সমাধানসমরিত অধ্যায়ের
প্রশ্ন ও সমাধানযাচাই ও
মূল্যায়ন

আলোচ্য বিষয়াবলি

• ক্রমযোজিত গণসংখ্যা • গণসংখ্যা বহুভুজ • অজিভ রেখা • চলক • বিচ্ছিন্ন চলক • অবচ্ছিন্ন চলক • গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিভ রেখার সাহায্যে উপাত্ত ব্যাখ্যা • কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ পদ্ধতি • কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা • সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির সাহায্যে গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় • গুরুত্ব যুক্ত উপাত্তের গড় নির্ণয় • গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিভ রেখা লেখচিত্রের ব্যাখ্যা।

প্রাথমিক আলোচনা



Primary Discussion

তথ্যমালাকে শ্রেণীবদ্ধকরণ বা গণসংখ্যা নিবেশনের সাহায্যে উপস্থাপন করলে দেখা যায় যে, কেন্দ্রীয় রাশিগুলো বেশিবার থাকে বা কেন্দ্রীয় শ্রেণীগুলোর গণসংখ্যা বেশি থাকে। সুতরাং এটি ধরে নেওয়া হয় যে, নিবেশনের মধ্যক মানটি উহার কেন্দ্রীয় কোন সংখ্যা হবে বা কেন্দ্রীয় কোন শ্রেণিতে থাকবে। এজন্য তথ্যমালাকে সংক্ষেপে প্রকাশ বা উপস্থাপন করতে বা তার কোন বৈশিষ্ট্যের মধ্যক মান পরিমাপ করতে কেন্দ্রীয় কোনো সংখ্যা বা কেন্দ্রীয় কোনো শ্রেণির মধ্যবিন্দু উল্লেখ করার প্রবণতা দেখা যায়। এভাবে মধ্যক মান দ্বারা কোনো নিবেশন বা তথ্যসারিকে উপস্থাপন করার প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা (Central Tendency) বলে। কোনো তথ্যসারির মধ্যক মান বা কেন্দ্রিকতা পরিমাপ করার পদ্ধতিকে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ বলে।

ওয়েব লিংকড



তথ্য সংযোগ

শিখনফলের ধারাবাহিকতায় প্রশ্ন তৈরিতে এবং উত্তরকে তথ্যবহুল ও নির্ভুলতা নিশ্চিতকরণে বোর্ড বইয়ের পাশাপাশি নিম্নোক্ত ওয়েব লিংকের সহায়তা নেওয়া হয়েছে—

en.wikipedia.org/wiki/Statistics

[en.wikipedia.org/wiki/Cumulative frequency_analysis](http://en.wikipedia.org/wiki/Cumulative_frequency_analysis)

dictionary.reference.com/browse/indiscrete

en.wikipedia.org/wiki/Data_flow_diagram

en.wikipedia.org/wiki/Data_structure_diagram

পরিচিতি ও অবদান



অধ্যায়ের বিষয়বস্তু সংশ্লিষ্ট শীর্ষস্থানীয় গণিতবিদ



রোনাল্ড ফিশার (Ronald Fisher)

রোনাল্ড ফিশার (১৮৯০-১৯৬২) একাধারে একজন ব্রিটিশ পরিসংখ্যানবিদ ও জীনতত্ত্ববিদ ছিলেন। পরিসংখ্যানে তাঁর অবদানের জন্য তাকে বিংশ শতাব্দির পরিসংখ্যান বিজ্ঞানের গুরুত্বপূর্ণ ব্যক্তিত্ব বলা হয়। তিনি প্রায় একাই আধুনিক পরিসংখ্যানের ভিত্তি রচনা করেন। তিনি ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ, সর্বোচ্চ সম্ভাব্যতার সূত্র ও সাংখ্যিক জীনতত্ত্বের ভিত্তি রচনা করেন। সূচক সংখ্যা নিয়ে তিনি ব্যাপক গবেষণা করেন। তিনি মূল্য সূচক সংখ্যা ও পরিমাণসূচক সংখ্যার সূত্র আবিষ্কার করেন। এছাড়া তিনি সূচক সংখ্যার তাত্ত্বিক পরীক্ষাগুলোর আবিষ্কারক।

▶ পি.সি. মহলানবিস (P. C. Mahalanobis)

পি. সি. মহলানবিস (১৮৯৩-১৯৭২) ভারতীয় উপমহাদেশের একজন শ্রেষ্ঠ পরিসংখ্যানবিদ ছিলেন। তিনিই প্রথম ইংরেজি 'statistics' শব্দের পরিভাষা দিয়েছেন পরিসংখ্যান। তিনি ১৯৩১ সালে কলকাতায় ইন্ডিয়ান স্ট্যাটিস্টিক্যাল ইনস্টিটিউট প্রতিষ্ঠা করেন। তিনি 'মহালানবিসের দূরত্ব' নামক একটি পরিসংখ্যান শাখার পত্তন ঘটান। তিনি বড় আকারের নমুনা জরিপের নকশায় গুরুত্বপূর্ণ অবদান রেখেছিলেন। তাঁর অবদানের জন্য তাঁকে ভারতের আধুনিক পরিসংখ্যানের জনক হিসেবে অভিহিত করা হয়। এছাড়া ভারত সরকার তাঁকে 'পদ্মভূষণ' উপাধি প্রদান করেন।



PART 02

অনুশীলন Practice

শিখন অর্জন যাচাই

- পরিসংখ্যান সম্পর্কে ধারণা লাভ করব।
- ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, গণসংখ্যা, বহুভুজ, অজিত রেখা, কেন্দ্রীয় প্রবণতা, গড়, মধ্যক, প্রচুরক সম্বন্ধে জানব ও শিখব।
- পাইচিত্র অঙ্কনের কৌশল শিখতে পারব।



ক্যালকুলেটরের সাহায্যে তাত্ত্বিক সমাধানের কৌশল

□ নির্দিষ্ট সংখ্যক উপাত্ত ও গণসংখ্যা হতে গড় নির্ণয় :

প্রথমে গণসংখ্যা থাকায় STAT এ Frequency ON করে নিতে হবে। এরপর STAT MODE select করে 1-VAR নিয়ে পর্যায়ক্রমে উপাত্ত ও Σ এবং গণসংখ্যা ও Σ ইনপুট করতে হবে। AC বাটন চেপে পুনরায় STAT select করতে হবে।

এরপর — উপাত্ত ও সংশ্লিষ্ট গণসংখ্যার গুণফলের সমষ্টি নির্ণয়ের জন্য sum এবং Σx select করে Σ বাটন চাপতে হবে।

— উপাত্ত সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য Var এবং n select করে Σ বাটন চাপতে হবে।

— গড় নির্ণয়ের জন্য Var এবং \bar{x} select করে Σ বাটন চাপতে হবে।

যেমন : কোনো বিশ্ববিদ্যালয়ের কয়েকটি বিভাগের স্নাতক সম্মান শ্রেণিতে পাশের হার ও শিক্ষার্থীর সংখ্যা নিচের সারণিতে উপস্থাপন করা হলো। উক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের ঐ কয়টি বিভাগের স্নাতক সম্মান শ্রেণিতে পাশের গড় হার নির্ণয় কর।

বিভাগের নাম	গণিত	পরিসংখ্যান	ইংরেজি	বাংলা	প্রাণিবিদ্যা	রাষ্ট্রবিজ্ঞান
পাশের হার (%)	70	80	50	90	60	85
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	80	120	100	225	135	300

[অনুশীলনী ১৭ এর উদাহরণ ৯ নং]

স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রভুতির জন্য
১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল
এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান

শিখন সহায়ক উপকরণ

- বিভিন্ন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের ডাটা।
- কোনো এক মাসের সর্বনিম্ন তাপমাত্রার ছক।
- বাংলাদেশের বিভিন্ন জেলার জনসংখ্যার ঘনত্বের ছক ইত্যাদি।

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

STAT এ Frequency ON করা :

MODE SETUP
SHIFT \downarrow 4 1

STAT MODE select করে 1-VAR নেওয়া :

AC MODE SETUP
3 1

উপাত্ত এবং গণসংখ্যাসমূহ ইনপুট :

7 0 = 8 0 = 5 0 = 9 0
= 6 0 = 8 5 = \downarrow 8 0
= 1 2 0 = 1 0 0 = 2 2
5 = 1 3 5 = 3 0 0 =

এরপর — উপাত্ত ও সংশ্লিষ্ট গণসংখ্যার গুণফলের সমষ্টি নির্ণয়ের জন্য :

AC SHIFT 1 3 2 =

→ 74050; যা উপাত্ত ও গণসংখ্যার গুণফলসমূহের সমষ্টি

মোট গণসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য :

AC SHIFT 1 4 1 = → 960; যা মোট গণসংখ্যা

গড় নির্ণয়ের জন্য : AC SHIFT 1 4 2 =

→ 77.13541667 = 77.14 (প্রায়); যা উপাত্তসমূহের গড়



সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১। উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত করা হলে প্রতি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় তার নির্দেশক নিচের কোনটি?

- ক) শ্রেণি সীমা
- খ) শ্রেণির মধ্যবিন্দু
- গ) শ্রেণি সংখ্যা
- ঘ) শ্রেণির গণসংখ্যা

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত করা হলে প্রতি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয়, সেই সংখ্যাই সেই শ্রেণির গণসংখ্যা।

২। পরিসংখ্যানের অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে সাজালে উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয়। উপাত্তের এই প্রবণতাকে বলা হয়

- ক) প্রচুরক
- খ) কেন্দ্রীয় প্রবণতা
- গ) গড়
- ঘ) মধ্যক

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : অনুসন্ধানাধীন অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রম অনুসারে সাজালে, উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয় এবং উপাত্তসমূহ গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপন করা হলে, মাঝামাঝি একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যার প্রাচুর্য দেখা যায়। বিন্যস্ত ও অবিন্যস্ত সংখ্যার মাঝামাঝি অবস্থানের এই প্রবণতাই কেন্দ্রীয় প্রবণতা।

উত্তরের শৃঙ্খলা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১ (ক) ২ (খ)

৩। নিচের সারণিতে—

তাপমাত্রা	6°-8°	8°-10°	10°-12°
গণসংখ্যা	5	9	4

(i) শ্রেণিব্যাপ্তি 3

(ii) মধ্যক শ্রেণি 8°-10°

(iii) তাপমাত্রা অবিচ্ছিন্ন চলক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : i. অবিচ্ছিন্ন শ্রেণির ক্ষেত্রে :

শ্রেণিব্যাপ্তি = শ্রেণির সর্বোচ্চ মান - শ্রেণির সর্বনিম্ন মান
এখানে, প্রদত্ত শ্রেণিটি অবিচ্ছিন্ন।

সারণির শ্রেণিব্যাপ্তি = 8 - 6 = 2

ii. এখানে, ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, $n = 5 + 9 + 4 = 18$

বিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে মধ্যক = $\frac{n}{2} = \frac{18}{2} = 9$

∴ মধ্যক শ্রেণি = 8° - 10°.

iii. তাপমাত্রা একটি অবিচ্ছিন্ন চলক। সারণি থেকে দেখা যাচ্ছে, একটি শ্রেণির উর্ধ্বসীমা ও পরবর্তী শ্রেণির নিম্নসীমা একই। সুতরাং এটি একটি অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি এবং এই শ্রেণিতে উপস্থিত চলকটি অবিচ্ছিন্ন।
সুতরাং ii ও iii সঠিক।

৪। আয়তলেখ অঙ্কন করতে দরকার—

(i) X-অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি

(ii) Y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা

(iii) শ্রেণির মধ্যমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য X-অক্ষে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা ও Y-অক্ষে গণসংখ্যা বসানো হয়।

আবার, আয়তলেখ অঙ্কনে শ্রেণির মধ্যমান দরকার হয় না।

গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকতে শ্রেণি মধ্যমান দরকার হয়।

সুতরাং i ও ii সঠিক।

৫। উপাত্তের ক্ষেত্রে প্রচুরক—

(i) কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ

(ii) সবচেয়ে বেশি বার উপস্থাপিত মান

(iii) সবক্ষেত্রে অনন্য নাও হতে পারে

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : কোনো উপাত্তে যে সংখ্যা সর্বাধিকবার উপস্থিত হয়, সেই সংখ্যাই প্রচুরক। একটি উপাত্তের এক বা একাধিক প্রচুরক থাকতে পারে। এটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার একটি পরিমাপ।

সুতরাং i, ii ও iii সঠিক।

৬। শীতকালে বাংলাদেশের কোনো একটি অঞ্চলের 10 দিনের তাপমাত্রার (সে.) পরিসংখ্যান হলো :

10°, 9°, 8°, 6°, 11°, 12°, 7°, 13°, 14°, 5°।

এবার নিচের (৬-৮) প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

৬। উপরের সংখ্যাসূচক উপাত্তের প্রচুরক কোনটি ?

ক) 12° খ) 5° গ) 14° ঘ) প্রচুরক নেই

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে উপাত্তগুলোর মধ্যে কোনো সংখ্যা একাধিকবার নেই। সুতরাং উপাত্তের প্রচুরক নেই।

৭। উপরের সংখ্যাসূচক উপাত্তের গড় তাপমাত্রা কোনটি ?

ক) 8°

খ) 8.5°

গ) 9.5°

ঘ) 9°

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :

$$\text{গড়} = \frac{10^\circ + 9^\circ + 8^\circ + 6^\circ + 11^\circ + 12^\circ + 7^\circ + 13^\circ + 14^\circ + 5^\circ}{10}$$

$$= \frac{95^\circ}{10} = 9.5^\circ$$

৮। উপাত্তসমূহের মধ্যক কোনটি ?

ক) 9.5°

খ) 9°

গ) 8.5°

ঘ) 8°

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে

সাজিয়ে পাই, $5^\circ, 6^\circ, 7^\circ, 8^\circ, 9^\circ, 10^\circ, 11^\circ, 12^\circ, 13^\circ, 14^\circ$

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{9^\circ + 10^\circ}{2} = \frac{19^\circ}{2} = 9.5^\circ$$

৯। সারণিভুক্ত শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের সংখ্যা হলো n, মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা L, মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা F_c , মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা F_m এবং শ্রেণিব্যাপ্তি h। এই তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র?

ক) $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{F_m}$

খ) $L + \left(\frac{n}{2} - F_m\right) \times \frac{h}{F_m}$

গ) $L - \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{F_m}$

ঘ) $L - \left(\frac{n}{2} - F_m\right) \times \frac{h}{F_m}$

উত্তরের শৃঙ্খতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
---	---	---	---	---	---	---	----

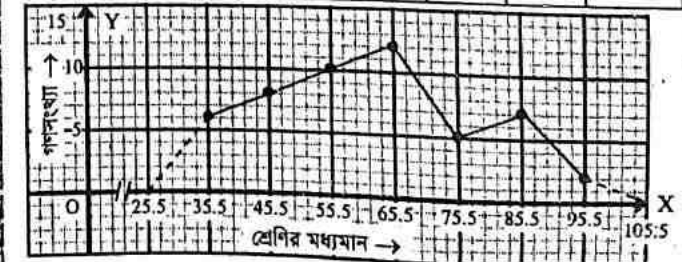
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১০ ▶ 10ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিত রেখা আঁক।

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

সমাধান : এখানে প্রদত্ত উপাত্ত বিচ্ছিন্ন। এক্ষেত্রে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু বের করে সরাসরি গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা সুবিধাজনক।

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
মধ্যবিন্দু	35.5	45.5	55.5	65.5	75.5	85.5	95.5
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

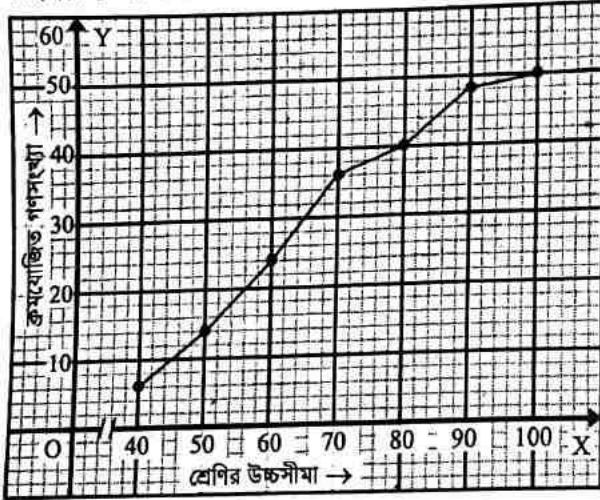


X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যার বহুভুজ আঁকা হলো।

অজিত রেখা অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	6	14	24	36	41	48	50

X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 2 ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমার একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 2 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো।



Note : ক্রমযোজিত গণসংখ্যা রেখা বা অজিত রেখার প্রথম বিন্দুটিকে X-অক্ষের সাথে সাধারণত যোগ করা হয় না (প্রথম শ্রেণির গণসংখ্যা শূন্য (0) না হলে)। কারণ উপাত্তের প্রথম শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা অজানা।

প্রশ্ন ১১ ▶ নিচে 50 জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। মধ্যক নির্ণয় কর।

ওজন (কেজি)	45	50	55	60	65	70
গণসংখ্যা	2	6	8	16	12	6

সমাধান : মধ্যক নির্ণয়ের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি হলো :

ওজন (কেজি)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45	2	2
50	6	8
55	8	16
60	16	32
65	12	44
70	6	50
মোট	$n = 50$	

এখানে, $n = 50$ যা জোড় সংখ্যা।

$$\text{মধ্যক} = \frac{\frac{50}{2} \text{তম ও } \left(\frac{50}{2} + 1\right) \text{তম পদ দুইটির মানের সমষ্টি}}{2}$$

$$= \frac{25\text{তম ও } 26\text{তম পদ দুইটির মানের সমষ্টি}}{2}$$

$$= \frac{60 + 60}{2}$$

$$= 60$$

নির্ণেয় মধ্যক 60.

৬ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১২ কোনো বিদ্যালয়ের বার্ষিক পরীক্ষায় 9ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিম্নরূপ :

76, 65, 98, 79, 64, 68, 56, 73, 83, 57
55, 92, 45, 77, 87, 46, 32, 75, 89, 48
97, 88, 65, 73, 93, 58, 41, 69, 63, 39
84, 56, 45, 73, 93, 62, 67, 69, 65, 53
78, 64, 85, 53, 73, 34, 75, 82, 67, 62

ক. প্রদত্ত তথ্যটির ধরন কীরূপ? কোনো নিবেশনে একটি শ্রেণির গণসংখ্যা কী নির্দেশ করে?

খ. উপযুক্ত শ্রেণিব্যাপ্তি নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর।

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত তথ্যটি সংখ্যাসূচক তথ্য এগুলো পরিসংখ্যানের উপাত্ত। কোন নিবেশনে একটি শ্রেণির গণসংখ্যা ঐ শ্রেণিতে বিদ্যমান নির্দিষ্ট বিষয়বস্তুর সংখ্যা নির্দেশ করে।

খ. এখানে নম্বর নির্দেশক উপাত্তের সবচেয়ে ছোট সংখ্যা 32 এবং বড় সংখ্যা 98।

সুতরাং উপাত্তের পরিসর $(98 - 32) + 1 = 67$ । এখন শ্রেণি ব্যবধান যদি 10 নেওয়া হয় তবে শ্রেণি সংখ্যা হবে $\frac{67}{10} = 6.7$ বা 7।

শ্রেণি ব্যবধান 10 নিয়ে 7 শ্রেণিতে উপাত্তসমূহ বিন্যাস করলে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হবে নিম্নরূপ :

নম্বর	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
31 - 40		3
41 - 50		5
51 - 60		7
61 - 70		13
71 - 80		10
81 - 90		7
91 - 100		5

গ. খ-তে প্রাপ্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিম্নরূপ :

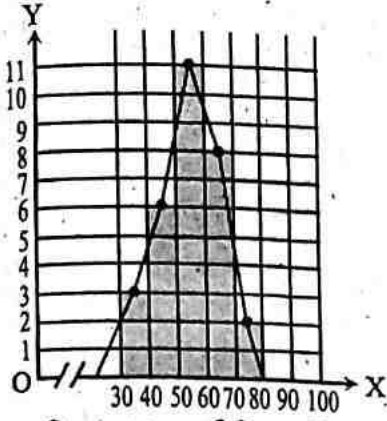
শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা \times ধাপ বিচ্যুতি ($f_i u_i$)
31 - 40	35.5	3	-3	-9
41 - 50	45.5	5	-2	-10
51 - 60	55.5	7	-1	-7
61 - 70	65.5	13	0	0
	a			
71 - 80	75.5	10	1	10
81 - 90	85.5	7	2	14
91 - 100	95.5	5	3	15
মোট		$n = 50$		13

$$\text{নির্ণেয় গাণিতিক গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 65.5 + \frac{13}{50} \times 10$$

$$= 65.5 + \frac{13}{5}$$

$$= 65.5 + 2.6 = 68.1$$



- ক. উপরের চিত্রে, প্রথম শ্রেণিটির শ্রেণি মধ্যমান ও শেষ শ্রেণিটির গণসংখ্যা কত?
খ. চিত্রে প্রদর্শিত তথ্যটিকে ছকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।
গ. উপরে প্রাপ্ত ছক থেকে নিবেশনটির মধ্যক নির্ণয় কর।

⇒ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ⇒

ক. উপরের চিত্রে, প্রথম শ্রেণিটির শ্রেণি মধ্যমান = $\frac{30+40}{2}$
= 35
এবং শেষ শ্রেণিটির গণসংখ্যা = 2।

খ. চিত্রে প্রদর্শিত তথ্যটিকে গণসংখ্যা নিবেশন সারণির মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো :

শ্রেণি ব্যবধান	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
গণসংখ্যা	3	6	11	8	2

গ. খ-হতে প্রাপ্ত সারণি হতে মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যবধান	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-40	3	3
40-50	6	9
50-60	11	20
60-70	8	28
70-80	2	30
মোট	30	

এখানে $n = 30$

এবং $\frac{n}{2} = \frac{30}{2}$

বা, 15।

অতএব, মধ্যক 15তম পদের মান। 15তম পদের অবস্থান হবে (50-60) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (50-60)।

∴ মধ্যক = $L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times h$
এখানে, $L = 50$
 $F_c = 9$
 $f_m = 11$
 $h = 10$
= $50 + (15 - 9) \times \frac{10}{11}$
= $50 + 6 \times \frac{10}{11}$
= $50 + \frac{60}{11}$
= $50 + 5.4545$
= 55.4545
নির্ণেয় মধ্যক 55.4545.

প্রশ্ন ১৪ কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি)

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6



ক. মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ।

খ. প্রদত্ত তথ্য থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ. উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর।

⇒ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ⇒

ক. মধ্যক = $L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times h$

যেখানে, L = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা

n = গণসংখ্যা

F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা

f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা

এবং h = শ্রেণিব্যাপ্তি।

খ. এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 আছে (60-64) শ্রেণিতে।

অতএব, (60-64) শ্রেণিতে প্রচুরক আছে।

প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$
= $60 + \frac{10}{10 + 8} \times 5$
= $60 + \frac{10}{18} \times 5$
= $60 + 2.778$
= 62.778

এখানে, $L = 60$

$f_1 = 20 - 10 = 10$

$f_2 = 20 - 12 = 8$

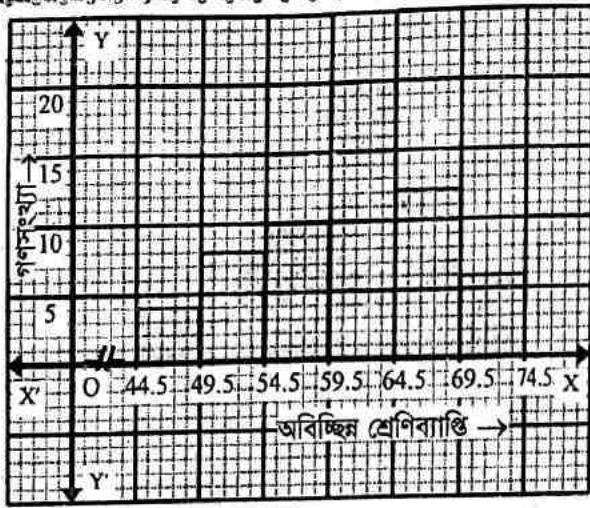
এবং $h = 5$

নির্ণেয় প্রচুরক 62.778.

গ. প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণিতে উপাত্তের শ্রেণিব্যাপ্তি বিচ্ছিন্ন। শ্রেণিব্যাপ্তি অবিচ্ছিন্ন করে সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
45-49	44.5-49.5	4
50-54	49.5-54.5	8
55-59	54.5-59.5	10
60-64	59.5-64.5	20
65-69	64.5-69.5	12
70-74	69.5-74.5	6

ছক কাগজের প্রতি ঘরকে। একক ধরে X-অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি এবং Y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ আঁকা হলো। X-অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তি 44.5 থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু হতে 44.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে -/- ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৫ তাপমাত্রা পরিবর্তনশীল। বাংলাদেশে সাধারণত জানুয়ারি মাসের ১ম সপ্তাহে তাপমাত্রা কম এবং জুন মাসের ৪র্থ সপ্তাহে তাপমাত্রা বেশি থাকে। ৫২ সপ্তাহের তাপমাত্রা জিহী সেলসিয়াস এককে নিম্নরূপ :
35, 30, 27, 42, 20, 19, 27, 36, 39, 14, 15, 38, 37, 40, 40, 12, 10, 9, 7, 20, 21, 24, 33, 30, 29, 21, 19, 31, 28, 26, 32, 30, 22, 23, 24, 41, 26, 23, 25, 22, 17, 19, 21, 23, 8, 13, 23, 24, 20, 32, 11, 17.

- ক. শ্রেণিব্যাপ্তি ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর।
খ. প্রদত্ত উপাত্তসমূহকে সারণি আকারে প্রকাশ করে সারণি থেকে তাপমাত্রার গড় নির্ণয় কর।
গ. উপরে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে আয়তলেখ অঙ্কনের মাধ্যমে প্রচুরক নির্ণয় কর।

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, তাপমাত্রা নির্দেশক উপাত্তের সবচেয়ে ছোট সংখ্যা 7 এবং বড় সংখ্যা 42.

$$\therefore \text{পরিসর} = (42 - 7) + 1 \\ = 35 + 1 \\ = 36$$

$$\text{শ্রেণি ব্যাপ্তি ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{36}{5} \\ = 7.2 \text{ বা } 8$$

নির্ণেয় শ্রেণি সংখ্যা ৮.

খ শ্রেণি ব্যাপ্তি ৫ নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

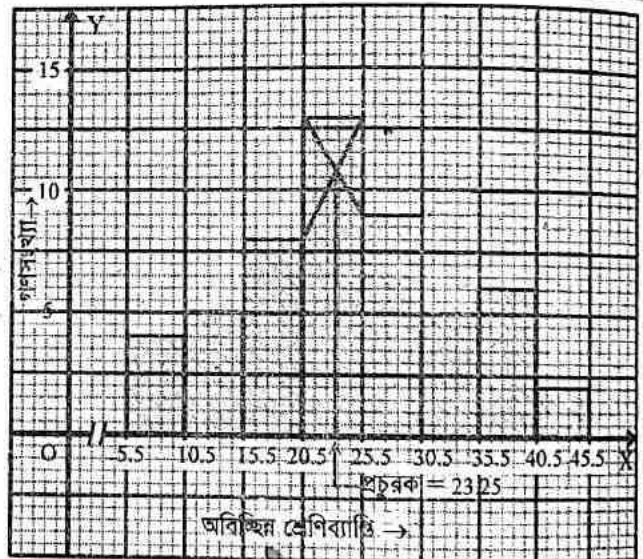
শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	ট্যালি	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
6 - 10	8		4	32
11 - 15	13		5	65
16 - 20	18		8	144
21 - 25	23		13	299
26 - 30	28		9	252
31 - 35	33		5	165
36 - 40	38		6	228
41 - 45	43		2	86
মোট			$n = 52$	$\sum f_i x_i = 1271$

$$\text{গড়, } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} \\ = \frac{1271}{52} \\ = 24.44$$

নির্ণেয় গড় 24.44.

গ খ-এর সারণির শ্রেণিব্যাপ্তি বিচ্ছিন্ন। শ্রেণিব্যাপ্তি অবিচ্ছিন্ন করে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
6 - 10	5.5 - 10.5	4
11 - 15	10.5 - 15.5	5
16 - 20	15.5 - 20.5	8
21 - 25	20.5 - 25.5	13
26 - 30	25.5 - 30.5	9
31 - 35	30.5 - 35.5	5
36 - 40	35.5 - 40.5	6
41 - 45	40.5 - 45.5	2



ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গ = 1 একক ধরে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গ = 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হলো। আয়তলেখ হতে দেখা যায় যে, গণসংখ্যার প্রাচুর্য (20.5 - 25.5) শ্রেণিতে। অর্থাৎ প্রচুরক (20.5 - 25.5) শ্রেণিতে বিদ্যমান। প্রচুরক নির্ধারণ করার জন্য প্রচুরক শ্রেণির আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুদ্বয় থেকে দুইটি আড়াআড়ি রেখাংশ আগের ও পরের আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুর সাথে সংযোগ করি। এদের ছেদবিন্দু থেকে সংশ্লিষ্ট ভূমির উপর লম্ব আঁকি। অঙ্কিত লম্ব X-অক্ষের যেখানে মিলিত হয় তার ব্যাপ্তি 23.25 (প্রায়) যা প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক।

নির্ণেয় প্রচুরক 23.25 (প্রায়)।