

**PART 02**



**অনুশীলন Practice**

মূল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রভুতির জন্য  
১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল  
এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান



**শিখন অর্জন যাচাই**

- বর্গ ও ঘন নির্ণয় করার সূত্রাবলি শিখতে পারব।
- উৎপাদক নির্ণয়ের কতিপয় কৌশল জানতে পারব।
- বাস্তব সংখ্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন ও প্রয়োগ করতে পারব।



**শিখন সহায়ক উপকরণ**

- বীজগাণিতিক রাশি সংবলিত পোস্টার।
- বর্গ ও ঘন নির্ণয়ের সূত্রাবলি।
- পাঠ্যবইয়ের সমস্যা ও কার্যাবলি।



**ক্যালকুলেটরের সাহায্যে তাৎক্ষণিক সমাধানের কৌশল**

□ এক চলকবিশিষ্ট ত্রিঘাত রাশির উৎপাদক নির্ণয় :

প্রথমে EQN MODE select করে নির্ণয় আকারের ( $aX^3 + bX^2 + cX + d = 0$ ) সমীকরণ select করতে হবে। পর্যায়ক্রমে প্রত্যেক পদের সহগ এবং  $=$  বাটন চাপতে হবে। এরপর প্রয়োজনমতো  $=$  বাটন চেপে মূল নির্ণয় করে উৎপাদক নির্ণয় করতে হয়।

যেমন : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ । [অনুশীলনী- ৩.৪ এর ৩ নং]

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

EQN MODE এবং  $aX^3 + bX^2 + cX + d = 0$  আকারের সমীকরণ select : MODE SETUP 5 4

এরপর : 1 = 2 = - 5 = - 6 =  
=  $\rightarrow 2$   
=  $\rightarrow -1$   
=  $\rightarrow -3$

$\therefore (x - 2), (x + 1)$  এবং  $(x + 3)$  রাশিটির উৎপাদক।

□ এক চলকবিশিষ্ট ফাংশনের চলকের বিভিন্ন মানের জন্য ফাংশনটির সংশ্লিষ্ট মান নির্ণয় :

প্রথমে ফাংশনটির ডানপক্ষের রাশিটি ইনপুট করতে হবে। এরপর CALC বাটন চেপে চলকের মান ইনপুট করে  $=$  বাটন চাপতে হবে।  
 যেমন :  $f(x) = x^2 - 4x + 4$  হলে,  $f(2)$  এর মান কত? [অনুশীলনী-৩.৫ এর বহুনির্বাচনি ১নং]

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

ফাংশনটির ডানপক্ষের রাশি ইনপুট : ALPHA X<sup>2</sup> - 4 ALPHA X + 4

এরপর : CALC 2 =  $\rightarrow 0$ ; যা  $f(2)$  এর মান।

**অধ্যায় ৩**

**অনুশীলনী ৩.১  
বর্গ সংবলিত সূত্রাবলি ও প্রয়োগ**



**সাধারণ গাণিতিক অংশ**



**পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান**

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজ করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

**পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান**

প্রশ্ন ১ ▶ সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর :

(ক)  $2a + 3b$

সমাধান :  $2a + 3b$  এর বর্গ  
 $= (2a + 3b)^2$   
 $= (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2$   
 $= 4a^2 + 12ab + 9b^2$

(খ)  $x^2 + \frac{2}{y}$

সমাধান :  $x^2 + \frac{2}{y}$  এর বর্গ  $= \left(x^2 + \frac{2}{y}\right)^2$   
 $= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{2}{y} + \left(\frac{2}{y}\right)^2$   
 $= x^4 + \frac{4x^2}{y} + \frac{4}{y^2}$

(গ)  $4y - 5x$

সমাধান :  $4y - 5x$  এর বর্গ  $= (4y - 5x)^2$   
 $= (4y)^2 - 2 \cdot 4y \cdot 5x + (5x)^2$   
 $= 16y^2 - 40xy + 25x^2$

(ঘ)  $5x^2 - y$

সমাধান :  $5x^2 - y$  এর বর্গ  $= (5x^2 - y)^2$   
 $= (5x^2)^2 - 2 \cdot 5x^2 \cdot y + y^2$   
 $= 25x^4 - 10x^2y + y^2$

(ঙ)  $3b - 5c - 2a$

সমাধান :  $3b - 5c - 2a$  এর বর্গ  $= (3b - 5c - 2a)^2$   
 $= (3b + (-5c) + (-2a))^2$   
 $= (3b)^2 + (-5c)^2 + (-2a)^2 + 2 \cdot 3b \cdot (-5c) + 2 \cdot (-5c) \cdot (-2a) + 2 \cdot (-2a) \cdot 3b$   
 $= 9b^2 + 25c^2 + 4a^2 - 30bc + 20ac - 12ab$

(চ)  $ax - by - cz$

সমাধান :  $ax - by - cz$  এর বর্গ  
 $= (ax - by - cz)^2$   
 $= \{ax + (-by) + (-cz)\}^2$   
 $= (ax)^2 + (-by)^2 + (-cz)^2 + 2 \cdot ax \cdot (-by) + 2 \cdot (-by) \cdot (-cz) + 2 \cdot (-cz) \cdot ax$   
 $= a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 - 2abxy + 2bcyz - 2acxz$

(ছ)  $2a + 3x - 2y - 5z$

সমাধান :  $2a + 3x - 2y - 5z$  এর বর্গ  
 $= (2a + 3x - 2y - 5z)^2$   
 $= \{(2a + 3x) - (2y + 5z)\}^2$   
 $= (2a + 3x)^2 - 2(2a + 3x)(2y + 5z) + (2y + 5z)^2$   
 $= (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3x + (3x)^2 - 2(4ay + 10az + 6xy + 15xz) + (2y)^2 + 2 \cdot 2y \cdot 5z + (5z)^2$   
 $= 4a^2 + 12ax + 9x^2 - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + 4y^2 + 20yz + 25z^2$   
 $= 4a^2 + 9x^2 + 4y^2 + 25z^2 + 12ax - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + 20yz$

(জ) 1007

সমাধান : 1007 এর বর্গ  $= (1007)^2$   
 $= (1000 + 7)^2 = (1000)^2 + 2 \cdot 1000 \cdot 7 + (7)^2$   
 $= 1000000 + 14000 + 49 = 1014049$

প্রশ্ন ২ ▶ সরল কর :

(ক)  $(7p + 3q - 5r)^2 - 2(7p + 3q - 5r)(8p - 4q - 5r) + (8p - 4q - 5r)^2$

সমাধান : ধরি,  $7p + 3q - 5r = a$  এবং  $8p - 4q - 5r = b$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^2 - 2ab + b^2$   
 $= (a - b)^2$   
 $= \{(7p + 3q - 5r) - (8p - 4q - 5r)\}^2$   
 $\quad \quad \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}]$   
 $= (7p + 3q - 5r - 8p + 4q + 5r)^2$   
 $= (-p + 7q)^2 = (7q - p)^2 = (7q)^2 - 2 \cdot 7q \cdot p + p^2$   
 $= 49q^2 - 14qp + p^2 = p^2 - 14qp + 49q^2$

নির্ণেয় সরলফল  $p^2 - 14qp + 49q^2$

(খ)  $(2m + 3n - p)^2 + (2m - 3n + p)^2 - 2(2m + 3n - p)(2m - 3n + p)$

সমাধান : ধরি,  $2m + 3n - p = a$  এবং  $2m - 3n + p = b$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^2 + b^2 - 2ab$   
 $= (a - b)^2$   
 $= \{(2m + 3n - p) - (2m - 3n + p)\}^2$   
 $\quad \quad \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}]$   
 $= (2m + 3n - p - 2m + 3n - p)^2 = (6n - 2p)^2$   
 $= (6n)^2 - 2 \cdot 6n \cdot 2p + (2p)^2 = 36n^2 - 24np + 4p^2$   
নির্ণেয় সরলফল  $36n^2 - 24np + 4p^2$

(গ)  $6.35 \times 6.35 + 2 \times 6.35 \times 3.65 + 3.65 \times 3.65$

সমাধান : ধরি,  $6.35 = a$  এবং  $3.65 = b$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a \times a + 2 \times a \times b + b \times b$   
 $= a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$   
 $= (6.35 + 3.65)^2$   
 $\quad \quad \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}]$   
 $= (10)^2 = 100$

নির্ণেয় সরলফল 100

(ঘ)  $\frac{2345 \times 2345 - 759 \times 759}{2345 - 759}$

সমাধান : ধরি,  $2345 = a$  এবং  $759 = b$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= \frac{a \times a - b \times b}{a - b}$   
 $= \frac{a^2 - b^2}{a - b} = \frac{(a - b)(a + b)}{a - b}$   
 $= a + b = 2345 + 759$  [a ও b এর মান বসিয়ে]  
 $= 3104$

নির্ণেয় সরলফল 3104

প্রশ্ন ৩ ▶  $a - b = 4$  এবং  $ab = 60$  হলে,  $a + b$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a - b = 4$  এবং  $ab = 60$

আমরা জানি,  $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

বা,  $(a + b)^2 = (4)^2 + 4 \cdot 60$  [মান বসিয়ে]

বা,  $(a + b)^2 = 16 + 240$

বা,  $(a + b)^2 = 256$

বা,  $a + b = \pm \sqrt{256}$  [উভয়পক্ষে বর্গমূল করে]

$\therefore a + b = \pm 16$

নির্ণেয় মান  $\pm 16$

প্রশ্ন ৪ ▶  $a + b = 9m$  এবং  $ab = 18m^2$  হলে,  $a - b$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b = 9m$  এবং  $ab = 18m^2$

আমরা জানি,  $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

বা,  $(a - b)^2 = (9m)^2 - 4 \cdot 18m^2$  [মান বসিয়ে]

বা,  $(a - b)^2 = 81m^2 - 72m^2$

বা,  $(a - b)^2 = 9m^2$

বা,  $a - b = \pm \sqrt{9m^2}$  [উভয়পক্ষে বর্গমূল করে]

$\therefore a - b = \pm 3m$

নির্ণেয় মান  $\pm 3m$

প্রশ্ন ৫ ▶  $x - \frac{1}{x} = 4$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = 4$

বামপক্ষ  $= x^4 + \frac{1}{x^4}$

$= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$

$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\right\}^2 - 2$

$= \{(4)^2 + 2\}^2 - 2$  [মান বসিয়ে]

$= (16 + 2)^2 - 2 = (18)^2 - 2 = 324 - 2 = 322 = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৬ ▶  $2x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $2x + \frac{2}{x} = 3$

বা,  $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$

বা,  $x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

প্রদত্ত রাশি  $= x^2 + \frac{1}{x^2}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 = \frac{9}{4} - 2 = \frac{9 - 8}{4} = \frac{1}{4}$

নির্ণেয় মান  $\frac{1}{4}$

প্রশ্ন ৭১  $a + \frac{1}{a} = 2$  হলে, দেখাও যে,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$ .

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + \frac{1}{a} = 2$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= a^2 + \frac{1}{a^2} \\ &= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= a^4 + \frac{1}{a^4} \\ &= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 \\ &= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} \\ &= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}\right\}^2 - 2 \\ &= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 = (4 - 2)^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \\ \therefore a^2 + \frac{1}{a^2} &= a^4 + \frac{1}{a^4} \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৮  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $8ab(a^2 + b^2) = 24$ .

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= 8ab(a^2 + b^2) \\ &= 4ab \cdot 2(a^2 + b^2) \\ &= \{(a+b)^2 - (a-b)^2\} \{(a+b)^2 + (a-b)^2\} \\ &= \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\} \{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\} \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= (7 - 5)(7 + 5) = 2 \times 12 = 24 = \text{ডানপক্ষ} \\ \therefore 8ab(a^2 + b^2) &= 24. \text{ (প্রমাণিত)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৯  $a + b + c = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 31$  হলে,  $a^2 + b^2 + c^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b + c = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 31$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) \\ &= (9)^2 - 2 \cdot 31 = 81 - 62 = 19 \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 19.

প্রশ্ন ১০  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 8$  হলে,  $(a + b + c)^2$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 8$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= (a + b + c)^2 \\ &= (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 2 \cdot 8 = 9 + 16 = 25 \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 25.

প্রশ্ন ১১  $a + b + c = 6$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 14$  হলে,  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$  কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b + c = 6$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 14$

আমরা জানি,  $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

$$\text{বা, } 14 = (6)^2 - 2(ab + bc + ca) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 14 = 36 - 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{বা, } 2(ab + bc + ca) = 36 - 14$$

$$\text{বা, } ab + bc + ca = \frac{22}{2}$$

$$\therefore ab + bc + ca = 11$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ac + a^2 \\ &= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \\ &= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca) \\ &= 2 \cdot 14 - 2 \cdot 11 = 28 - 22 = 6 \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 6.

প্রশ্ন ১২  $x = 3, y = 4$  এবং  $z = 5$  হলে,

$$9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx = \text{কত?}$$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x = 3, y = 4$  এবং  $z = 5$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= 9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx \\ &= (3x)^2 + (-4y)^2 + (2z)^2 + 2 \cdot 3x \cdot (-4y) + 2 \cdot (-4y) \cdot 2z + 2 \cdot 2z \cdot 3x \\ &= (3x - 4y + 2z)^2 \\ &= (3 \times 3 - 4 \times 4 + 2 \times 5)^2 \text{ [x, y এবং z এর মান বসিয়ে]} \\ &= (9 - 16 + 10)^2 \\ &= (19 - 16)^2 = 3^2 = 9 \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 9.

প্রশ্ন ১৩  $(a + 2b)(3a + 2c)$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : ধরি,  $a + 2b = x$  এবং  $3a + 2c = y$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= xy \\ &= \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{a+2b+3a+2c}{2}\right)^2 - \left(\frac{a+2b-3a-2c}{2}\right)^2 \\ &\quad \text{[x ও y এর মান বসিয়ে]} \\ &= \left(\frac{4a+2b+2c}{2}\right)^2 - \left(\frac{2b-2a-2c}{2}\right)^2 \\ &= \left\{\frac{2(2a+b+c)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{2(b-a-c)}{2}\right\}^2 \\ &= (2a+b+c)^2 - (b-a-c)^2. \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪  $x^2 + 10x + 24$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান :  $x^2 + 10x + 24$

$$\begin{aligned} &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 - 1 \\ &= (x + 5)^2 - 1^2. \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৫  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 4$  হলে,

(ক)  $a^2 + b^2$ ; (খ)  $ab$ -এর মান কত?

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{(ক) এখানে, } a^4 + a^2b^2 + b^4 &= 8 \\ \text{বা, } (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2 &= 8 \\ \text{বা, } (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 &= 8 \\ \text{বা, } (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) &= 8 \\ \text{বা, } 4(a^2 - ab + b^2) &= 8 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ \text{বা, } a^2 - ab + b^2 &= \frac{8}{4} \\ \text{বা, } a^2 - ab + b^2 &= 2 \\ \text{এখন, } a^2 + ab + b^2 &= 4 \\ \text{এবং } a^2 - ab + b^2 &= 2 \text{ যোগ করে পাই,} \\ 2(a^2 + b^2) &= 6 \\ \text{বা, } a^2 + b^2 &= \frac{6}{2} \\ \therefore a^2 + b^2 &= 3. \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 3.

(খ) (ক) হতে প্রাপ্ত,  $a^2 + b^2 = 3$

$$\text{এবং } a^2 - ab + b^2 = 2$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 - ab = 2$$

$$\text{বা, } 3 - ab = 2$$

$$\text{বা, } -ab = 2 - 3$$

$$\text{বা, } -ab = -1$$

$$\therefore ab = 1$$

নির্ণেয় মান 1.



# অধ্যায় ৩

অনুশীলনী ৩.২

ঘন সংবলিত সূত্রাবলি ও প্রয়োগ



## সাধারণ গাণিতিক অংশ



## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সরবরাহ করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১ ▶ সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর :

(ক)  $2x^2 + 3y^2$

সমাধান :  $2x^2 + 3y^2$  এর ঘন

$$\begin{aligned} &= (2x^2 + 3y^2)^3 \\ &= (2x^2)^3 + 3(2x^2)^2 \cdot 3y^2 + 3 \cdot 2x^2 \cdot (3y^2)^2 + (3y^2)^3 \\ &= 8x^6 + 3 \cdot 4x^4 \cdot 3y^2 + 3 \cdot 2x^2 \cdot 9y^4 + 27y^6 \\ &= 8x^6 + 36x^4y^2 + 54x^2y^4 + 27y^6 \end{aligned}$$

(খ)  $7m^2 - 2n$

সমাধান :  $7m^2 - 2n$  এর ঘন

$$\begin{aligned} &= (7m^2 - 2n)^3 \\ &= (7m^2)^3 - 3(7m^2)^2 \cdot 2n + 3 \cdot 7m^2 \cdot (2n)^2 - (2n)^3 \\ &= 343m^6 - 3 \cdot 49m^4 \cdot 2n + 3 \cdot 7m^2 \cdot 4n^2 - 8n^3 \\ &= 343m^6 - 294m^4n + 84m^2n^2 - 8n^3 \end{aligned}$$

(গ)  $2a - b - 3c$

সমাধান :  $2a - b - 3c$  এর ঘন

$$\begin{aligned} &= (2a - b - 3c)^3 \\ &= \{(2a - b) - 3c\}^3 \\ &= (2a - b)^3 - 3(2a - b)^2 \cdot 3c + 3(2a - b) \cdot (3c)^2 - (3c)^3 \\ &= (2a)^3 - 3(2a)^2 \cdot b + 3 \cdot 2a \cdot b^2 - b^3 - 3 \cdot 3c \cdot \{(2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot b + b^2\} \\ &\quad + 3 \cdot (2a - b) \cdot 9c^2 - 27c^3 \\ &= 8a^3 - 3 \cdot 4a^2 \cdot b + 6ab^2 - b^3 - 9c(4a^2 - 4ab + b^2) \\ &\quad + 27c^2(2a - b) - 27c^3 \\ &= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 36a^2c + 36abc - 9b^2c \\ &\quad + 54ac^2 - 27bc^2 - 27c^3 \\ &= 8a^3 - b^3 - 27c^3 - 12a^2b - 36a^2c + 6ab^2 + 54ac^2 \\ &\quad - 9b^2c - 27bc^2 + 36abc \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২ ▶ সরল কর :

(ক)  $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$

সমাধান :  $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$

$$= (7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 3 \cdot 2x(7x + 3b)(5x + 3b)$$

ধরি,  $7x + 3b = p$

এবং  $5x + 3b = q$

বিয়োগ করে,  $2x = p - q$

∴ প্রদত্ত রাশি  $= p^3 - q^3 - 3(p - q)pq$

$$= (p - q)^3$$

$$= (2x)^3 = 8x^3$$

নির্ণেয় সরলফল  $8x^3$

(খ)  $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)(a^2 - (b + c)^2)$

সমাধান :  $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)(a^2 - (b + c)^2)$

$$= (a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 3 \cdot 2(b + c)(a + b + c)(a - b - c)$$

ধরি,  $a + b + c = x$

$a - b - c = y$

বিয়োগ করে,  $2b + 2c = x - y$

বা,  $2(b + c) = x - y$

∴ প্রদত্ত রাশি  $= x^3 - y^3 - 3(x - y)x \cdot y$

$$= x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$$

$$= (x - y)^3$$

$$= \{2(b + c)\}^3 = 8(b + c)^3$$

নির্ণেয় সরলফল  $8(b + c)^3$

(গ)  $(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$

সমাধান :  $(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$

$$= \{(m + n)^2\}^3 - \{(m - n)^2\}^3 - 3 \cdot 4mn \{(m + n)(m - n)\}^2$$

$$= \{(m + n)^2\}^3 - \{(m - n)^2\}^3 - 3 \cdot 4mn(m + n)^2(m - n)^2$$

ধরি,  $(m + n)^2 = p$

$(m - n)^2 = q$

বিয়োগ করে,  $(m + n)^2 - (m - n)^2 = p - q$

বা,  $4mn = p - q$

∴ প্রদত্ত রাশি  $= p^3 - q^3 - 3(p - q) \cdot p \cdot q$

$$= p^3 - q^3 - 3pq(p - q)$$

$$= (p - q)^3$$

$$= (4mn)^3 = 64m^3n^3$$

নির্ণেয় সরলফল  $64m^3n^3$

(ঘ)  $(x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2)$

সমাধান :  $(x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)(y^2 - yz + z^2)$

$$+ (z + x)(z^2 - zx + x^2)$$

$$= x^3 + y^3 + y^3 + z^3 + z^3 + x^3$$

$$= 2x^3 + 2y^3 + 2z^3 = 2(x^3 + y^3 + z^3)$$

নির্ণেয় সরলফল  $2(x^3 + y^3 + z^3)$

(ঙ)  $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$

সমাধান :

$$(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$$

$$= (2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 3 \cdot (4x)\{(2x + 3y - 4z)(2x - 3y + 4z)\}$$

মনে করি,  $2x + 3y - 4z = a$

এবং  $2x - 3y + 4z = b$

যোগ করে,  $4x = a + b$

∴ প্রদত্ত রাশি  $= a^3 + b^3 + 3(a + b)ab$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$= (a + b)^3 = (4x)^3 = 64x^3$$

নির্ণেয় সরলফল  $64x^3$

প্রশ্ন ৩ ▶  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$  হলে,  $a^3 - b^3$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$

প্রদত্ত রাশি  $= a^3 - b^3$

$$= (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$= (5)^3 + 3 \cdot 36 \cdot 5 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 125 + 540 = 665$$

নির্ণেয় মান 665

প্রশ্ন ৪ ▶ যদি  $a^3 - b^3 = 513$  এবং  $a - b = 3$  হয়, তবে  $ab$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a^3 - b^3 = 513$  এবং  $a - b = 3$

আমরা জানি,  $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

বা,  $(3)^3 = 513 - 3ab \cdot 3$  [মান বসিয়ে]

বা,  $27 = 513 - 9ab$

বা,  $9ab = 513 - 27$

বা,  $ab = \frac{486}{9} = 54$

নির্ণেয় মান 54.

প্রশ্ন ৫ ▶  $x = 19$  এবং  $y = -12$  হলে,  $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x = 19$  এবং  $y = -12$

প্রদত্ত রাশি  $= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$   
 $= (2x)^3 + 3(2x)^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x(3y)^2 + (3y)^3 = (2x + 3y)^3$   
 $= (2 \cdot 19 + 3(-12))^3 = (38 - 36)^3 = 2^3 = 8$

নির্ণেয় মান 8.

প্রশ্ন ৬ ▶ যদি  $a = 15$  হয়, তবে  $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = 15$

প্রদত্ত রাশি  $= 8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$   
 $= (2a)^3 + 3(2a)^2 \cdot 5 + 3 \cdot 2a(5)^2 + 5^3 + 5$   
 $= (2a + 5)^3 + 5$   
 $= (2 \times 15 + 5)^3 + 5$  [মান বসিয়ে]  
 $= (30 + 5)^3 + 5 = (35)^3 + 5 = 42875 + 5 = 42880$

নির্ণেয় মান 42880.

প্রশ্ন ৭ ▶ যদি  $a + b = m$ ,  $a^2 + b^2 = n$  এবং  $a^3 + b^3 = p^3$  হয়, তবে দেখাও যে,  $m^3 + 2p^3 = 3mn$ .

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b = m$ ,  $a^2 + b^2 = n$  এবং  $a^3 + b^3 = p^3$

বামপক্ষ  $= m^3 + 2p^3$   
 $= (a + b)^3 + 2(a^3 + b^3)$  [ $\because a + b = m$  এবং  $a^3 + b^3 = p^3$ ]  
 $= (a + b)(a + b)^2 + 2(a + b)(a^2 - ab + b^2)$   
 $= (a + b)\{(a + b)^2 + 2(a^2 - ab + b^2)\}$   
 $= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2 + 2a^2 - 2ab + 2b^2)$   
 $= (a + b)(3a^2 + 3b^2)$   
 $= 3(a + b)(a^2 + b^2) = 3mn =$  ডানপক্ষ

$\therefore m^3 + 2p^3 = 3mn$ . (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৮ ▶  $a + b = 3$  এবং  $ab = 2$  হলে,

(ক)  $a^2 - ab + b^2$  এবং (খ)  $a^3 + b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) দেওয়া আছে,  $a + b = 3$  এবং  $ab = 2$

প্রদত্ত রাশি  $= a^2 - ab + b^2$   
 $= (a^2 + b^2) - ab$   
 $= (a + b)^2 - 2ab - ab$   
 $= (a + b)^2 - 3ab$   
 $= 3^2 - 3 \times 2$  [মান বসিয়ে]  
 $= 9 - 6 = 3$

নির্ণেয় মান 3.

(খ) দেওয়া আছে,  $a + b = 3$  এবং  $ab = 2$

প্রদত্ত রাশি  $= a^3 + b^3$   
 $= (a + b)^3 - 3ab(a + b)$   
 $= (3)^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3$  [মান বসিয়ে]  
 $= 27 - 18 = 9$

নির্ণেয় মান 9.

প্রশ্ন ৯ ▶  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$  হলে,

(ক)  $a^2 + ab + b^2$

এবং (খ)  $a^3 - b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) দেওয়া আছে,  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$

প্রদত্ত রাশি  $= a^2 + ab + b^2$   
 $= (a^2 + b^2) + ab$   
 $= (a - b)^2 + 2ab + ab$   
 $= (a - b)^2 + 3ab$   
 $= 5^2 + 3 \times 36$  [মান বসিয়ে]  
 $= 25 + 108$   
 $= 133$

নির্ণেয় মান 133.

(খ) দেওয়া আছে,  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$

প্রদত্ত রাশি  $= a^3 - b^3$   
 $= (a - b)^3 + 3ab(a - b)$   
 $= 5^3 + 3 \cdot 36 \cdot 5$  [মান বসিয়ে]  
 $= 125 + 540$   
 $= 665$

নির্ণেয় মান 665.

প্রশ্ন ১০ ▶  $m + \frac{1}{m} = a$  হলে,  $m^3 + \frac{1}{m^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $m + \frac{1}{m} = a$

প্রদত্ত রাশি  $= m^3 + \frac{1}{m^3}$   
 $= \left(m + \frac{1}{m}\right)^3 - 3 \cdot m \cdot \frac{1}{m} \cdot \left(m + \frac{1}{m}\right)$   
 $= a^3 - 3a$  [মান বসিয়ে]

নির্ণেয় মান  $a^3 - 3a$ .

প্রশ্ন ১১ ▶  $x - \frac{1}{x} = p$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = p$

প্রদত্ত রাশি  $= x^3 - \frac{1}{x^3}$   
 $= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$   
 $= p^3 + 3p$  [মান বসিয়ে]

নির্ণেয় মান  $p^3 + 3p$ .

প্রশ্ন ১২ ▶ যদি  $a - \frac{1}{a} = 1$  হয়, তবে দেখাও যে,  $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$ .

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a - \frac{1}{a} = 1$

বামপক্ষ  $= a^3 - \frac{1}{a^3}$   
 $= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \cdot \left(a - \frac{1}{a}\right)$   
 $= (1)^3 + 3 \cdot 1$  [মান বসিয়ে]  
 $= 1 + 3$   
 $= 4 =$  ডানপক্ষ

$\therefore a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$  (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩ ▶ যদি  $a + b + c = 0$  হয়, তবে দেখাও যে,

(ক)  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

(খ)  $\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$ .

সমাধান :

(ক) দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$

বা,  $a + b = -c$

বা,  $(a+b)^3 = (-c)^3$  [ঘন করে]

বা,  $a^3 + b^3 + 3ab(a+b) = -c^3$

বা,  $a^3 + b^3 + 3ab(-c) = -c^3$

বা,  $a^3 + b^3 - 3abc = -c^3$

$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ . (দেখানো হলো)

(খ) দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} \\ &= \frac{(a+b+c-a)^2}{3bc} + \frac{(a+b+c-b)^2}{3ca} + \frac{(a+b+c-c)^2}{3ab} \\ &= \frac{(0-a)^2}{3bc} + \frac{(0-b)^2}{3ca} + \frac{(0-c)^2}{3ab} [\because a+b+c=0] \\ &= \frac{a^2}{3bc} + \frac{b^2}{3ca} + \frac{c^2}{3ab} \\ &= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc} \\ &= \frac{3abc}{3abc} [(ক) এর সাহায্যে] \\ &= 1 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$\therefore \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$ . (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪ ▶  $p - q = r$  হলে, দেখাও যে,  $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$ .

সমাধান : দেওয়া আছে,  $p - q = r$

বা,  $(p - q)^3 = r^3$  [ঘন করে]

বা,  $p^3 - q^3 - 3pq(p - q) = r^3$

বা,  $p^3 - q^3 - 3pqr = r^3$

$\therefore p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$ . (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৫ ▶  $2x - \frac{2}{x} = 3$  হলে, দেখাও যে,  $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$2x - \frac{2}{x} = 3$$

বামপক্ষ  $= 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$

$$= 8x^3 - \frac{8}{x^3}$$

$$= (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3$$

$$= \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} \left(2x - \frac{2}{x}\right)$$

$$= 3^3 + 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 27 + 36$$

$$= 63 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$ . (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৬ ▶  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,  $\frac{a^6 - 1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})} \text{ [ব ও হরকে } (\sqrt{6} - \sqrt{5}) \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

প্রদত্ত রাশি  $= \frac{a^6 - 1}{a^3}$

$$= a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$$= (2\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{5} = 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 46\sqrt{5}$$

নির্ণেয় মান  $46\sqrt{5}$ .

### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১৭ |  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ ; যেখানে,  $x \neq 0$ .

ক. প্রমাণ কর যে,  $x^2 - \sqrt{3}x = 1$

খ. প্রমাণ কর যে,  $23\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 5\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$ .

গ.  $\left(x^6 + \frac{1}{x^6}\right)$  এর মান নির্ণয় কর।

### ১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

বা,  $\frac{x^2 - 1}{x} = \sqrt{3}$

বা,  $x^2 - 1 = \sqrt{3}x$

$\therefore x^2 - \sqrt{3}x = 1$ . (প্রমাণিত)

খ দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

এখন,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (\sqrt{3})^2 + 2 = 3 + 2 = 5$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = 5^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

বামপক্ষ  $= 23\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 23 \times 5 = 115$

ডানপক্ষ  $= 5\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) = 5 \times 23 = 115$

$\therefore 23\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 5\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$ . (প্রমাণিত)

গ খ-হতে প্রাপ্ত,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$

প্রদত্ত রাশি  $= x^6 + \frac{1}{x^6}$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 - 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= 5^3 - 3 \cdot 5 = 125 - 15 = 110$$

নির্ণেয় মান 110.



সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর (১-৩০):

প্রশ্ন ১  $\triangleright ab(x-y) - bc(x-y)$

সমাধান:  $ab(x-y) - bc(x-y)$

$= (x-y)(ab-bc) = (x-y)b(a-c) = b(x-y)(a-c)$

প্রশ্ন ২  $\triangleright 9x^2 + 24x + 16$

সমাধান:  $9x^2 + 24x + 16$

$= 9x^2 + 12x + 12x + 16$

$= 3x(3x+4) + 4(3x+4) = (3x+4)(3x+4) = (3x+4)^2$

প্রশ্ন ৩  $\triangleright a^4 - 27a^2 + 1$

সমাধান:  $a^4 - 27a^2 + 1$

$= (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 1 + (1)^2 - 25a^2$

$= (a^2 - 1)^2 - (5a)^2$

$= (a^2 - 1 + 5a)(a^2 - 1 - 5a) = (a^2 + 5a - 1)(a^2 - 5a - 1)$

প্রশ্ন ৪  $\triangleright x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

সমাধান:  $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

$= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot y^2 + (y^2)^2 - 4x^2y^2$

$= (x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2$

$= (x^2 - y^2 + 2xy)(x^2 - y^2 - 2xy) = (x^2 + 2xy - y^2)(x^2 - 2xy - y^2)$

প্রশ্ন ৫  $\triangleright (a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$

সমাধান:  $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$

$= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy + 2abxy$

$= (ax)^2 + 2abxy + (by)^2 - (ay)^2 - 2abxy - (bx)^2$

$= \{(ax)^2 + 2 \cdot ax \cdot by + (by)^2\} - \{(ay)^2 - 2 \cdot ay \cdot bx + (bx)^2\}$

$= (ax + by)^2 - (ay - bx)^2$

$= (ax + by + ay - bx)(ax + by - ay + bx)$

প্রশ্ন ৬  $\triangleright 4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$

সমাধান:  $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$

$= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 - 4c^2$

$= (2a - 3b)^2 - (2c)^2 = (2a - 3b + 2c)(2a - 3b - 2c)$

প্রশ্ন ৭  $\triangleright a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

সমাধান:  $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

$= a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2 - y^2 + 2y - 1$

$= (a + 3)^2 - (y^2 - 2y \cdot 1 + 1^2)$

$= (a + 3)^2 - (y - 1)^2$

$= (a + 3 + y - 1)(a + 3 - y + 1) = (a + y + 2)(a - y + 4)$

প্রশ্ন ৮  $\triangleright 16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

সমাধান:  $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

$= (4x)^2 - (5y)^2 - 2z(4x - 5y)$

$= (4x + 5y)(4x - 5y) - 2z(4x - 5y)$

$= (4x - 5y)(4x + 5y - 2z)$

প্রশ্ন ৯  $\triangleright x^2 + 13x + 36$

সমাধান:  $x^2 + 13x + 36 = x^2 + 9x + 4x + 36$

$= x(x + 9) + 4(x + 9)$

$= (x + 9)(x + 4)$

প্রশ্ন ১০  $\triangleright x^4 + x^2 - 20$

সমাধান:  $x^4 + x^2 - 20$

$= x^4 + 5x^2 - 4x^2 - 20$

$= x^2(x^2 + 5) - 4(x^2 + 5) = (x^2 + 5)(x^2 - 4)$

$= (x^2 + 5)(x^2 - 2^2) = (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2)$

প্রশ্ন ১১  $\triangleright a^2 - 30a + 216$

সমাধান:  $a^2 - 30a + 216$

$= a^2 - 18a - 12a + 216 = a(a - 18) - 12(a - 18) = (a - 18)(a - 12)$

প্রশ্ন ১২  $\triangleright a^8 - a^4 - 2$

সমাধান:  $a^8 - a^4 - 2 = a^8 - 2a^4 + a^4 - 2$

$= a^4(a^4 - 2) + 1(a^4 - 2) = (a^4 - 2)(a^4 + 1)$

প্রশ্ন ১৩  $\triangleright x^2 - 37x - 650$

সমাধান:  $x^2 - 37x - 650 = x^2 - 50x + 13x - 650$

$= x(x - 50) + 13(x - 50) = (x - 50)(x + 13)$

প্রশ্ন ১৪  $\triangleright 9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$

সমাধান:  $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2 = 9x^2y^2 + 9xy^2 - 14xy^2 - 14y^2$

$= 9xy^2(x + 1) - 14y^2(x + 1)$

$= (x + 1)(9xy^2 - 14y^2) = y^2(9x - 14)(x + 1)$

প্রশ্ন ১৫  $\triangleright 4x^4 - 27x^2 - 81$

সমাধান:  $4x^4 - 27x^2 - 81 = 4x^4 - 36x^2 + 9x^2 - 81$

$= 4x^2(x^2 - 9) + 9(x^2 - 9) = (x^2 - 9)(4x^2 + 9)$

$= (x^2 - 3^2)(4x^2 + 9) = (x + 3)(x - 3)(4x^2 + 9)$

প্রশ্ন ১৬  $\triangleright ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান:  $ax^2 + (a^2 + 1)x + a = ax^2 + a^2x + x + a$

$= ax(x + a) + 1(x + a)$

$= (x + a)(ax + 1)$

প্রশ্ন ১৭  $\triangleright 3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40$

সমাধান:  $3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40$

$= 3x^2 - 22x + 40$  [  $a^2 + 2a = x$  ধরে ]

$= 3x^2 - 10x - 12x + 40$

$= x(3x - 10) - 4(3x - 10)$

$= (3x - 10)(x - 4)$

$= \{3(a^2 + 2a) - 10\}(a^2 + 2a - 4)$

$= (3a^2 + 6a - 10)(a^2 + 2a - 4)$

প্রশ্ন ১৮  $\triangleright (a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$

সমাধান:  $(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$

ধরি,  $a - 1 = p$

এবং  $a + 1 = q$

$\therefore (a - 1)(a + 1) = pq$

বা,  $a^2 - 1 = pq$

বা,  $a^2 = pq + 1$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= px^2 + (pq + 1)xy + qy^2$

$= px^2 + pqxy + xy + qy^2$

$= px(x + y) + y(x + y)$

$= (x + y)(px + y) = \{x + (a + 1)y\} \{(a - 1)x + y\}$

$= (x + ay + y)(ax - x + y)$



প্রশ্ন ১৯ ▶  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

সমাধান :  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$   
 $= x^3 + 2x^2 + x^2 + 2x + x + 2$   
 $= x^2(x+2) + x(x+2) + 1(x+2)$   
 $= (x+2)(x^2 + x + 1)$

প্রশ্ন ২০ ▶  $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

সমাধান :  $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$   
 $= a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot 2 + 3 \cdot a \cdot 2^2 - (2)^3 - 1$   
 $= (a-2)^3 - 1 = (a-2)^3 - (1)^3$   
 $= (a-2-1) \{(a-2)^2 + (a-2) \cdot 1 + (1)^2\}$   
 $= (a-3)(a^2 - 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 + a - 2 + 1)$   
 $= (a-3)(a^2 - 4a + 4 + a - 2 + 1)$   
 $= (a-3)(a^2 - 3a + 3)$

প্রশ্ন ২১ ▶  $a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$

সমাধান :  $a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$   
 $= a^3 - b^3 + (a+b)^3 - 8b^3$   
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a+b)^3 - (2b)^3$   
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a+b-2b) \{(a+b)^2 + (a+b)2b + (2b)^2\}$   
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)(a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2)$   
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)(a^2 + 4ab + 7b^2)$   
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2)$   
 $= (a-b)(2a^2 + 5ab + 8b^2)$

প্রশ্ন ২২ ▶  $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

সমাধান :  $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$   
 $= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x \cdot 1^2 + 1^3 - 64$   
 $= (2x+1)^3 - (4)^3$   
 $= (2x+1-4) \{(2x+1)^2 + (2x+1) \cdot 4 + 4^2\}$   
 $= (2x-3) \{(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 + 8x + 4 + 16\}$   
 $= (2x-3) \{4x^2 + 4x + 1 + 8x + 4 + 16\}$   
 $= (2x-3) (4x^2 + 12x + 21)$

প্রশ্ন ২৩ ▶  $8a^3 + \frac{b^3}{27}$

সমাধান :  $8a^3 + \frac{b^3}{27} = (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3$   
 $= \left(2a + \frac{b}{3}\right) \left\{ (2a)^2 - 2a \cdot \frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2 \right\}$   
 $= \left(2a + \frac{b}{3}\right) \left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right)$   
 $= \frac{1}{3}(6a+b) \cdot \frac{1}{9}(36a^2 - 6ab + b^2) = \frac{1}{27}(6a+b)(36a^2 - 6ab + b^2)$

প্রশ্ন ২৪ ▶  $\frac{a^6}{27} - b^6$

সমাধান :  $\frac{a^6}{27} - b^6 = \frac{(a^2)^3}{(3)^3} - (b^2)^3$   
 $= \left(\frac{a^2}{3}\right)^3 - (b^2)^3 = \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left\{ \left(\frac{a^2}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{3} \cdot b^2 + (b^2)^2 \right\}$   
 $= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2b^2}{3} + b^4\right)$

প্রশ্ন ২৫ ▶  $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$

সমাধান :  $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$   
 $= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right)$   
 $= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right) = \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right)$

প্রশ্ন ২৬ ▶  $(3a+1)^3 - (2a-3)^3$

সমাধান :  $(3a+1)^3 - (2a-3)^3$   
 $= (3a+1-2a+3) \{(3a+1)^2 + (3a+1)(2a-3) + (2a-3)^2\}$   
 $= (a+4) \{(3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 1 + 1^2 + 6a^2 - 9a + 2a - 3 + (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3 + 3^2\}$   
 $= (a+4) (9a^2 + 6a + 1 + 6a^2 - 9a + 2a - 3 + 4a^2 - 12a + 9)$   
 $= (a+4) (19a^2 - 13a + 7)$

প্রশ্ন ২৭ ▶  $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 48$

সমাধান :  $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 48$   
 $= \{(x+2)(x+5)\} \{(x+3)(x+4)\} - 48$   
 $= (x^2 + 2x + 5x + 10)(x^2 + 3x + 4x + 12) - 48$   
 $= (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 48$

ধরি,  $x^2 + 7x + 10 = a$

∴  $x^2 + 7x + 12 = x^2 + 7x + 10 + 2 = a + 2$

∴ প্রদত্ত রাশি  $= a(a+2) - 48$

$= a^2 + 2a - 48 = a^2 + 8a - 6a - 48$

$= a(a+8) - 6(a+8) = (a+8)(a-6)$

$= (x^2 + 7x + 10 + 8)(x^2 + 7x + 10 - 6)$  [মান বসিয়ে]

$= (x^2 + 7x + 18)(x^2 + 7x + 4)$

প্রশ্ন ২৮ ▶  $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 65$

সমাধান :  $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 65$   
 $= \{(x-1)(x-7)\} \{(x-3)(x-5)\} - 65$   
 $= (x^2 - x - 7x + 7)(x^2 - 3x - 5x + 15)$   
 $= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) - 65$

ধরি,  $x^2 - 8x + 7 = a$

∴  $x^2 - 8x + 15 = x^2 - 8x + 7 + 8 = a + 8$

∴ প্রদত্ত রাশি  $= a(a+8) - 65$

$= a^2 + 8a - 65 = a^2 + 13a - 5a - 65$

$= a(a+13) - 5(a+13) = (a+13)(a-5)$

$= (x^2 - 8x + 7 + 13)(x^2 - 8x + 7 - 5)$  [মান বসিয়ে]

$= (x^2 - 8x + 20)(x^2 - 8x + 2)$

প্রশ্ন ২৯ ▶  $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

সমাধান :  $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$   
 $= 4b^2c^2 - 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$   
 $= 4b^2c^2 - (a^4 + b^4 + c^4 + 2b^2c^2 - 2c^2a^2 - 2a^2b^2)$   
 $= 4b^2c^2 - \{(-a^2)^2 + (b^2)^2 + (c^2)^2 + 2(-a^2) \cdot b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2(-a^2)\}$   
 $= (2bc)^2 - (-a^2 + b^2 + c^2)^2$   
 $= \{2bc + (-a^2 + b^2 + c^2)\} \{2bc - (-a^2 + b^2 + c^2)\}$   
 $= (2bc - a^2 + b^2 + c^2)(2bc + a^2 - b^2 - c^2)$   
 $= (b^2 + 2bc + c^2 - a^2) \{a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)\}$   
 $= \{(b+c)^2 - a^2\} \{a^2 - (b-c)^2\}$   
 $= (b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)$   
 $= (a+b+c)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)$

প্রশ্ন ৩০ ▶  $14(x+z)^2 - 29(x+z)(x+1) - 15(x+1)^2$

সমাধান :  $14(x+z)^2 - 29(x+z)(x+1) - 15(x+1)^2$   
 $= 14(x^2 + 2xz + z^2) - 29(x^2 + x + xz + z) - 15(x^2 + 2x + 1)$   
 $= 14x^2 + 28xz + 14z^2 - 29x^2 - 29x - 29xz - 29z - 15x^2 - 30x - 15$   
 $= -30x^2 - xz + 14z^2 - 59x - 29z - 15$   
 $= 20xz + 14z^2 + 6z - 30x^2 - 21xz - 9x - 50x - 35z - 15$   
 $= 2z(10x + 7z + 3) - 3x(10x + 7z + 3) - 5(10x + 7z + 3)$   
 $= (10x + 7z + 3)(2z - 3x - 5)$

প্রশ্ন ৩১ ▶ দেখাও যে,

$(x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4) = (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$

সমাধান : বামপক্ষ  $= (x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4)$

$= \{(x+1)(3x-1)\} \{(x+2)(3x-4)\}$

$= (3x^2 - x + 3x - 1)(3x^2 - 4x + 6x - 8)$

$= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$  ডানপক্ষ

∴  $(x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4)$

$= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$  (দেখানো হলো)



# অধ্যায় ৩

## অনুশীলনী ৩.৪ ভাগশেষ উপপাদ্য



### সাধারণ গাণিতিক অংশ



### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের দৃষ্টান্ত ও নির্ণয় সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বুদ্ধিনির্বাচনী প্রসঙ্গোত্তরের দক্ষতা অনুশীলনের সহায়তা করবে।

#### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

উপপাদকে বিশ্লেষণ কর :

প্রশ্ন ১ ▶  $3a^3 + 2a + 5$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি =  $3a^3 + 2a + 5$

মনে করি,  $f(a) = 3a^3 + 2a + 5$

এখানে,  $f(-1) = 3(-1)^3 + 2(-1) + 5 = -3 - 2 + 5 = -5 + 5 = 0$

∴  $a - (-1) = (a + 1)$ ,  $f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $3a^3 + 2a + 5 = 3a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 3a + 5a + 5$   
 $= 3a^2(a + 1) - 3a(a + 1) + 5(a + 1)$   
 $= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5)$

প্রশ্ন ২ ▶  $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

সমাধান : এখানে,  $x$  কে চলক এবং  $y$  কে ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা করি।

মনে করি,  $f(x) = x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

তাহলে,  $f(-y) = (-y)^3 - 7(-y)y^2 - 6y^3$   
 $= -y^3 + 7y^3 - 6y^3 = 7y^3 - 6y^3 = y^3$

∴  $x - (-y) = (x + y)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 - 7xy^2 - 6y^3 = x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 - 6xy^2 - 6y^3$   
 $= x^2(x + y) - xy(x + y) - 6y^2(x + y)$   
 $= (x + y)(x^2 - xy - 6y^2)$   
 $= (x + y)(x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2)$   
 $= (x + y)\{x(x - 3y) + 2y(x - 3y)\}$   
 $= (x + y)(x - 3y)(x + 2y)$

প্রশ্ন ৩ ▶  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি =  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

মনে করি,  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

এখানে,  $f(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5(-1) - 6$   
 $= -1 + 2 + 5 - 6 = -1 + 2 + 5 - 6 = 7 - 7 = 0$

∴  $(x + 1)$  প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = x^3 + x^2 + x^2 + x - 6x - 6$   
 $= x^2(x + 1) + x(x + 1) - 6(x + 1)$   
 $= (x + 1)(x^2 + x - 6)$   
 $= (x + 1)(x^2 - 2x + 3x - 6)$   
 $= (x + 1)\{x(x - 2) + 3(x - 2)\}$   
 $= (x + 1)(x - 2)(x + 3)$

প্রশ্ন ৪ ▶  $x^3 + 4x^2 + x - 6$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি =  $x^3 + 4x^2 + x - 6$

মনে করি,  $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

এখানে,  $f(1) = (1)^3 + 4(1)^2 + 1 - 6 = 1 + 4 + 1 - 6 = 6 - 6 = 0$

∴  $(x - 1)$  প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 + 4x^2 + x - 6 = x^3 - x^2 + 5x^2 - 5x + 6x - 6$   
 $= x^2(x - 1) + 5x(x - 1) + 6(x - 1)$   
 $= (x - 1)(x^2 + 5x + 6)$   
 $= (x - 1)(x^2 + 2x + 3x + 6)$   
 $= (x - 1)\{x(x + 2) + 3(x + 2)\}$   
 $= (x - 1)(x + 2)(x + 3)$

প্রশ্ন ৫ ▶  $a^3 + 3a + 36$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি =  $a^3 + 3a + 36$

মনে করি,  $f(a) = a^3 + 3a + 36$

এখানে,  $f(-3) = (-3)^3 + 3(-3) + 36$   
 $= -27 - 9 + 36$   
 $= -36 + 36$   
 $= 0$

∴  $a - (-3) = a + 3$

অর্থাৎ  $(a + 3)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^3 + 3a + 36 = a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 9a + 12a + 36$   
 $= a^2(a + 3) - 3a(a + 3) + 12(a + 3)$   
 $= (a + 3)(a^2 - 3a + 12)$

প্রশ্ন ৬ ▶  $a^4 - 4a + 3$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি =  $a^4 - 4a + 3$

মনে করি,  $f(a) = a^4 - 4a + 3$

এখানে,  $f(1) = (1)^4 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 4 - 4 = 0$

∴  $(a - 1)$ ,  $f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^4 - 4a + 3 = a^4 - a^3 + a^3 - a^2 + a^2 - a - 3a + 3$   
 $= a^3(a - 1) + a^2(a - 1) + a(a - 1) - 3(a - 1)$   
 $= (a - 1)(a^3 + a^2 + a - 3)$   
 $= (a - 1)(a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 3a - 3)$   
 $= (a - 1)\{a^2(a - 1) + 2a(a - 1) + 3(a - 1)\}$   
 $= (a - 1)(a - 1)(a^2 + 2a + 3)$

প্রশ্ন ৭ ▶  $a^3 - a^2 - 10a - 8$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি =  $a^3 - a^2 - 10a - 8$

মনে করি,  $f(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

এখানে,  $f(-2) = (-2)^3 - (-2)^2 - 10(-2) - 8$   
 $= -8 - 4 + 20 - 8$   
 $= -20 + 20 = 0$

∴  $(a + 2)$ ,  $f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^3 - a^2 - 10a - 8 = a^3 + 2a^2 - 3a^2 - 6a - 4a - 8$   
 $= a^2(a + 2) - 3a(a + 2) - 4(a + 2)$   
 $= (a + 2)(a^2 - 3a - 4)$   
 $= (a + 2)(a^2 + a - 4a - 4)$   
 $= (a + 2)\{a(a + 1) - 4(a + 1)\}$   
 $= (a + 2)(a + 1)(a - 4)$

প্রশ্ন ৮ ▶  $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি =  $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

মনে করি,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

এখানে,  $f(2) = (2)^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 - 4$   
 $= 8 - 12 + 8 - 4 = 16 - 16 = 0$

∴  $(x - 2)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 - 3x^2 + 4x - 4 = x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4$   
 $= x^2(x - 2) - x(x - 2) + 2(x - 2)$   
 $= (x - 2)(x^2 - x + 2)$

প্রশ্ন ৯৮ :  $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি  $= a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

মনে করি,  $f(a) = a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

এখানে,  $f(b) = b^3 - 7b^2b + 7bb^2 - b^3 = 0$

∴  $(a-b), f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3 = a^3 - a^2b - 6a^2b + 6ab^2 + ab^2 - b^3$   
 $= a^2(a-b) - 6ab(a-b) + b^2(a-b)$   
 $= (a-b)(a^2 - 6ab + b^2)$

প্রশ্ন ১০০ :  $x^3 - x - 24$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি  $= x^3 - x - 24$

মনে করি,  $f(x) = x^3 - x - 24$

এখানে,  $f(3) = (3)^3 - 3 - 24 = 27 - 3 - 24 = 27 - 27 = 0$

∴  $(x-3), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 - x - 24 = x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x + 8x - 24$   
 $= x^2(x-3) + 3x(x-3) + 8(x-3)$   
 $= (x-3)(x^2 + 3x + 8)$

প্রশ্ন ১১০ :  $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি  $= x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

মনে করি,  $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

এখানে,  $f(-3) = (-3)^3 + 6(-3)^2 + 11(-3) + 6$   
 $= -27 + 54 - 33 + 6$   
 $= -60 + 60 = 0$

∴  $(x+3), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = x^3 + 3x^2 + 3x^2 + 9x + 2x + 6$   
 $= x^2(x+3) + 3x(x+3) + 2(x+3)$   
 $= (x+3)(x^2 + 3x + 2)$   
 $= (x+3)(x^2 + 2x + x + 2)$   
 $= (x+3)\{x(x+2) + 1(x+2)\}$   
 $= (x+3)(x+2)(x+1)$   
 $= (x+1)(x+2)(x+3)$

প্রশ্ন ১২০ :  $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি  $= 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

মনে করি,  $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

এখানে,  $f(2) = 2 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2 - 2$   
 $= 2 \cdot 16 - 3 \cdot 8 - 6 - 2$   
 $= 32 - 24 - 6 - 2$   
 $= 32 - 32 = 0$

∴  $(x-2), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2 = 2x^4 - 4x^3 + x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + x - 2$   
 $= 2x^3(x-2) + x^2(x-2) + 2x(x-2) + 1(x-2)$   
 $= (x-2)(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$   
 $= (x-2)(x^2(2x+1) + 1(2x+1))$   
 $= (x-2)(2x+1)(x^2+1)$

প্রশ্ন ১৩০ :  $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি  $= 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

মনে করি,  $f(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

এখানে,  $f(-1) = 4(-1)^4 + 12(-1)^3 + 7(-1)^2 - 3(-1) - 2$   
 $= 4 - 12 + 7 + 3 - 2$   
 $= 14 - 14 = 0$

∴  $(x+1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

$= 4x^4 + 4x^3 + 8x^3 + 8x^2 - x^2 - x - 2x - 2$   
 $= 4x^3(x+1) + 8x^2(x+1) - x(x+1) - 2(x+1)$   
 $= (x+1)(4x^3 + 8x^2 - x - 2)$   
 $= (x+1)\{4x^2(x+2) - 1(x+2)\}$   
 $= (x+1)(x+2)(4x^2 - 1)$   
 $= (x+1)(x+2)\{(2x)^2 - 1^2\}$   
 $= (x+1)(x+2)(2x+1)(2x-1)$

প্রশ্ন ১৪০ :  $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি  $= x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

মনে করি,  $f(x) = x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

এখানে,  $f(1) = (1)^6 - (1)^5 + (1)^4 - (1)^3 + (1)^2 - 1$   
 $= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$   
 $= 3 - 3 = 0$

∴  $(x-1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x = x^5(x-1) + x^3(x-1) + x(x-1)$   
 $= (x-1)(x^5 + x^3 + x)$   
 $= (x-1) \cdot x(x^4 + x^2 + 1)$   
 $= x(x-1)(x^4 + x^2 + 1)$   
 $= x(x-1)\{(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + (1)^2 - x^2\}$   
 $= x(x-1)\{(x^2+1)^2 - (x)^2\}$   
 $= x(x-1)(x^2+1+x)(x^2+1-x)$   
 $= x(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

প্রশ্ন ১৫০ :  $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি  $= 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

মনে করি,  $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

এখানে,  $f\left(\frac{1}{4}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 5 \cdot \frac{1}{4} - 1$   
 $= \frac{4}{64} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{16} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1$   
 $= \frac{1 - 5 + 20 - 16}{16} = \frac{21 - 21}{16} = \frac{0}{16} = 0$

∴  $x - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(4x - 1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

অর্থাৎ  $(4x-1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1 = 4x^3 - x^2 - 4x^2 + x + 4x - 1$   
 $= x^2(4x-1) - x(4x-1) + 1(4x-1)$   
 $= (4x-1)(x^2 - x + 1)$

প্রশ্ন ১৬০ :  $18x^3 + 15x^2 - x - 2$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি  $= 18x^3 + 15x^2 - x - 2$

মনে করি,  $f(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$

এখানে,  $f\left(\frac{1}{3}\right) = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 15 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} - 2$   
 $= \frac{18}{27} + \frac{15}{9} - \frac{1}{3} - 2 = \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{3} - 2$   
 $= \frac{2 + 5 - 1 - 6}{3} = \frac{7 - 7}{3} = \frac{0}{3} = 0$

∴  $x - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}(3x - 1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

অর্থাৎ  $(3x-1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $18x^3 + 15x^2 - x - 2 = 18x^3 - 6x^2 + 21x^2 - 7x + 6x - 2$   
 $= 6x^2(3x-1) + 7x(3x-1) + 2(3x-1)$   
 $= (3x-1)(6x^2 + 7x + 2) = (3x-1)(6x^2 + 3x + 4x + 2)$   
 $= (3x-1)\{3x(2x+1) + 2(2x+1)\} = (3x-1)(3x+2)(2x+1)$

# অধ্যায় ৩

## বাস্তব সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন ও প্রয়োগ



### সাধারণ গাণিতিক অংশ



### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

#### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১.  $f(x) = x^2 - 4x + 4$  হলে,  $f(2)$  এর মান নিচের কোনটি?  
 ক) 4  
 গ) 1  
 ঘ) 2  
 ঙ) 0

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে,  $f(x) = x^2 - 4x + 4$   
 $\therefore f(2) = (2)^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 4 - 8 + 4 = 8 - 8 = 0$ .

২.  $\frac{1}{2}\{(a+b)^2 - (a-b)^2\}$  এর মান নিচের কোনটি?  
 ক)  $2(a^2 + b^2)$   
 গ)  $2ab$   
 ঘ)  $a^2 + b^2$   
 ঙ)  $4ab$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :  $\frac{1}{2}\{(a+b)^2 - (a-b)^2\}$   
 $= \frac{1}{2} \cdot 4ab = 2ab$  [  $\because 4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$  ] =  $2ab$ .

৩.  $x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^3 + \frac{8}{x^3}$  এর মান কত?  
 ক) 1  
 গ) 9  
 ঘ) 8  
 ঙ) 16

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :  $x^3 + \frac{8}{x^3} = (x + \frac{2}{x})^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{2}{x} (x + \frac{2}{x})$   
 $= (3)^3 - 6 \cdot 3 = 27 - 18 = 9$ .

- $p^4 + p^2 + 1$  এর উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি?  
 ক)  $(p^2 - p + 1)(p^2 + p - 1)$   
 গ)  $(p^2 + p + 1)(p^2 + p + 1)$   
 ঘ)  $(p^2 - p - 1)(p^2 + p + 1)$   
 ঙ)  $(p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :  $p^4 + p^2 + 1 = (p^2)^2 + 2 \cdot p^2 \cdot 1 + (1)^2 - p^2$   
 $= (p^2 + 1)^2 - p^2$   
 $= (p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$ .

যদি  $x = 2 - \sqrt{3}$  হয়, তবে  $x^2$  এর মান কত?

- ক) 1  
 গ)  $2 + \sqrt{3}$   
 ঘ)  $7 - 4\sqrt{3}$   
 ঙ)  $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :  $x^2 = (2 - \sqrt{3})^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$   
 $= 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$ .

$f(x) = x^2 - 5x + 6$  এবং  $f(x) = 0$  হলে,  $x =$  কত?

- ক) 2, 3  
 গ) -2, 3  
 ঘ) -5, 1  
 ঙ) 1, -5

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : যেহেতু  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  এবং  $f(x) = 0$

$\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$   
 বা,  $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$   
 বা,  $x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$   
 বা,  $(x - 3)(x - 2) = 0$

হয়,  $x - 3 = 0$  অথবা,  $x - 2 = 0$   
 $\therefore x = 3$  বা,  $x = 2$

$\therefore x = 2, 3$ .

$9x^2 + 16y^2$ -এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ রাশি হবে?

- ক)  $6xy$   
 গ)  $24xy$   
 ঘ)  $12xy$   
 ঙ)  $144xy$

#### অনুশীলনী ৩.৫

#### বাস্তব সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন ও প্রয়োগ

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :  $9x^2 + 16y^2 = (3x)^2 + (4y)^2$   
 $= (3x)^2 + (4y)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 4y - 24xy$   
 সুতরা,  $9x^2 + 16y^2$ -এর সাথে  $24xy$  যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ রাশি হবে।

■  $x^4 - x^2 + 1 = 0$  হলে, নিচের চ-১০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৮.  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?  
 ক) 4  
 গ) 1  
 ঘ) 2  
 ঙ) 0

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :  $x^4 - x^2 + 1 = 0$

বা,  $\frac{x^4}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 0$

বা,  $x^2 - 1 + \frac{1}{x^2} = 0$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$ .

৯.  $(x + \frac{1}{x})^2$  এর মান কত?  
 ক) 4  
 গ) 2  
 ঘ) 3  
 ঙ) 0

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

বা,  $(x + \frac{1}{x})^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 1$

বা,  $(x + \frac{1}{x})^2 - 2 = 1$

বা,  $(x + \frac{1}{x})^2 = 1 + 2$

$\therefore (x + \frac{1}{x})^2 = 3$ .

১০.  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান কত?  
 ক) 3  
 গ) 1  
 ঘ) 2  
 ঙ) 0

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে,  $(x + \frac{1}{x})^2 = 3$  বা,  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} (x + \frac{1}{x})$   
 $= (\sqrt{3})^3 - 3 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$ .

১১.  $a^2 + b^2 = 9$  এবং  $ab = 3$  হলে

- i.  $(a - b)^2 = 3$   
 ii.  $(a + b)^2 = 15$   
 iii.  $a^2 + b^2 + a^2b^2 = 18$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii  
 গ) i ও iii  
 ঘ) ii ও iii  
 ঙ) i, ii ও iii

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :

i.  $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 9 - 2 \times 3 = 9 - 6 = 3$

ii.  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 9 + 2 \times 3 = 9 + 6 = 15$

iii.  $a^2 + b^2 + a^2b^2 = 9 + (ab)^2 = 9 + 3^2 = 9 + 9 = 18$

সুতরাং i, ii ও iii তিনটিই সঠিক।

#### উত্তরের শূন্যতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

ঘ	২	গ	৩	গ	৪	ঘ	৫	ঘ	৬	ক	৭	গ	৮	গ	৯	ঘ	১০	ঘ	১১	ঘ
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	----	---



১২.  $3a^5 - 6a^4 + 3a + 14$  একটি বীজগাণিতিক রাশি হলে—

- রাশিটির চলক  $a$
  - রাশিটির মাত্রা ৫
  - $a^4$  এর সহগ ৬
- নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii    খ) i ও iii    গ) ii ও iii    ঘ) i, ii ও iii

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : i. বীজগাণিতিক রাশিতে অজ্ঞাত রাশি বা অক্ষর প্রতীক হচ্ছে ঐ রাশির চলক। প্রদত্ত  $3a^5 - 6a^4 + 3a + 14$  রাশিটিতে অক্ষর প্রতীক হচ্ছে  $a$ । ∴ রাশিটির চলক  $a$ ।

ii. কোনো বীজগাণিতিক রাশির চলকের সর্বোচ্চ ঘাত হচ্ছে ঐ রাশির মাত্রা। প্রদত্ত রাশিটিতে চলক  $a$  এর সর্বোচ্চ ঘাত ৫। ∴ রাশিটির মাত্রা ৫

iii. বীজগাণিতিক রাশিতে কোনো পদের চলকের সাথে যে ধুব সংখ্যা গুল আকারে থাকে তা হচ্ছে ঐ চলকের সহগ।

এখানে,  $3a^5 - 6a^4 + 3a + 14 = 3a^5 + (-6)a^4 + 3a + 14$

∴ প্রদত্ত রাশিটিতে  $a^4$  এর সহগ - ৬।

সুতরাং i ও ii সঠিক।

১৩.  $p^3 - \frac{1}{64}$  এর উৎপাদক—

- $p - \frac{1}{4}$
- $p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{8}$
- $p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{16}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii    খ) i ও iii    গ) ii ও iii    ঘ) i, ii ও iii

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :  $p^3 - \frac{1}{64} = p^3 - \left(\frac{1}{4}\right)^3$   
 $= \left(p - \frac{1}{4}\right) \left(p^2 + p \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2}\right) = \left(p - \frac{1}{4}\right) \left(p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{16}\right)$

i.  $\left(p - \frac{1}{4}\right) \cdot p^3 - \frac{1}{64}$  এর একটি উৎপাদক

ii.  $p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{16} \cdot p^3 - \frac{1}{64}$  এর উৎপাদক নয়।

iii.  $p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{16} \cdot p^3 - \frac{1}{64}$  এর উৎপাদক

সুতরাং, i ও iii সঠিক।

উত্তরের শৃঙ্খতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১২ ক ১৩ ঘ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১৪ ▶ ক একটি কাজ  $p$  দিনে করে এবং খ  $2p$  দিনে করে। তারা একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকি কাজটুকু খ  $r$  দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?

সমাধান :

খ  $2p$  দিনে করে ১টি কাজ

∴ খ ১ " "  $\frac{1}{2p}$  "

∴ খ  $r$  " "  $\frac{r}{2p}$  "

∴ ক ও খ একত্রে কাজ করে  $\left(1 - \frac{r}{2p}\right)$  অংশ  $= \frac{2p-r}{2p}$  অংশ

আবার, ক  $p$  দিনে করে ১টি কাজ

∴ ক ১ " "  $\frac{1}{p}$  "

∴ ক ও খ একত্রে ১ দিনে করে  $\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2p}\right)$  অংশ কাজ  
 $= \frac{2+1}{2p}$  " "  
 $= \frac{3}{2p}$  " "

এখন, ক ও খ একত্রে  $\frac{3}{2p}$  অংশ কাজ করে ১ দিনে

∴ ক ও খ " ১ " " "  $1 \times \frac{2p}{3}$  "

∴ ক ও খ  $\frac{2p-r}{2p}$  " " "  $1 \times \frac{2p}{3} \times \frac{2p-r}{2p} = \frac{2p-r}{3}$  "

∴ মোট সময় লেগেছিল  $= \left(\frac{2p-r}{3} + r\right)$  দিন  
 $= \frac{2p-r+3r}{3} = \frac{2p+2r}{3} = \frac{2(p+r)}{3}$  দিন

∴ কাজটি  $\frac{2}{3}(p+r)$  দিনে শেষ হয়েছিল।

প্রশ্ন ১৫ ▶ দৈনিক ৬ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ১০ জন লোক একটি কাজ ৭ দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘণ্টা পরিশ্রম করে ১৪ জনে ৬ দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

সমাধান : মনে করি, দৈনিক  $x$  ঘণ্টা পরিশ্রম করে ১৪ জনে ৬ দিনে কাজটি করতে পারবে।

লোকের সংখ্যা	কার্যদিবস	কর্ম ঘণ্টা
১০	৭	৬
১৪	৬	$x$

১ম ক্ষেত্রে,

দৈনিক ১ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ১ জনে ১ দিনে করে  $\frac{1}{10 \times 7 \times 6}$  অংশ কাজ

২য় ক্ষেত্রে,

দৈনিক ১ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ১ জনে ১ দিনে করে  $\frac{1}{14 \times 6 \times x}$  অংশ কাজ করে

সুতরাং  $\frac{1}{10 \times 7 \times 6} = \frac{1}{14 \times 6 \times x}$

বা,  $14 \times 6 \times x = 10 \times 7 \times 6$

বা,  $x = \frac{10 \times 7 \times 6}{14 \times 6}$

∴  $x = 5$

∴ দৈনিক ৫ ঘণ্টা পরিশ্রম করে কাজটি করতে পারবে।

প্রশ্ন ১৬ ▶ মিতা একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে। রিতা সে কাজ ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?

সমাধান : মনে করি, তারা একত্রে  $d$  দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

নাম	কাজ সম্পন্ন করার দিন	১ দিনে সম্পন্ন কাজ	$d$ দিনে সম্পন্ন কাজ
মিতা	১০	$\frac{1}{10}$	$\frac{d}{10}$
রিতা	১৫	$\frac{1}{15}$	$\frac{d}{15}$

প্রথমতে,  $\frac{d}{10} + \frac{d}{15} = 1$

বা,  $\frac{3d+2d}{30} = 1$

বা,  $\frac{5d}{30} = 1$

বা,  $d = \frac{30}{5}$

∴  $d = 6$

অতএব, তারা একত্রে ৬ দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

প্রশ্ন ১৭ ▶ বনভোজনে যাওয়ার জন্য ৫৭০০ টাকায় একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো যে, প্রতিজন যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। ৫ জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া ৩ টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল?

সমাধান : মনে করি, আগ্রহী যাত্রী সংখ্যা  $x$  এবং জনপ্রতি বাস ভাড়া  $q$  টাকা হলে,

	যাত্রী সংখ্যা	জন প্রতি ভাড়া	মোট ভাড়া
আগ্রহী	$x$	$q$	$qx$
প্রকৃত	$x - 5$	$q + 3$	$(q + 3)(x - 5)$

$$\text{প্রশ্নমতে, } qx = (q + 3)(x - 5) = 5700$$

$$qx = (q + 3)(x - 5) \text{ থেকে পাই,}$$

$$qx = qx - 5q + 3x - 15$$

$$\text{বা, } 5q = 3(x - 5)$$

$$\text{বা, } q = \frac{3}{5}(x - 5)$$

$$\text{ফলে, } qx = 5700 \text{ থেকে পাই, } \frac{3}{5}(x - 5)x = 5700$$

$$\text{বা, } (x - 5)x = 5700 \times \frac{5}{3} = 9500$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 100x + 95x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 100) + 95(x - 100) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 100)(x + 95) = 0$$

$$\text{যেহেতু যাত্রী সংখ্যা } x \text{ ধনাত্মক, সুতরাং } x + 95 \neq 0.$$

$$\text{অতএব, } x - 100 = 0 \text{ অর্থাৎ } x = 100$$

$$\therefore \text{ প্রকৃত যাত্রী সংখ্যা } = (x - 5) = 100 - 5 = 95 \text{ জন।}$$

$$\therefore \text{ বাসে যাত্রী গিয়েছিল ৯৫ জন।}$$

প্রশ্ন ১৮ ▶ একজন মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে  $p$  ঘণ্টায়  $d$  কি. মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার  $q$  ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান : মনে করি, নৌকার বেগ ঘণ্টায়  $b$  কি. মি. এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায়  $c$  কি. মি.। তাহলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ ঘণ্টায়  $(b + c)$  কি. মি.

এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ ঘণ্টায়  $(b - c)$  কি. মি.।

যেহেতু অতিক্রান্ত দূরত্ব = বেগ  $\times$  সময়,

$$\text{সুতরাং } d = (b - c)p$$

$$\text{এবং } d = (b + c)q$$

$$\text{তাহলে, } b + c = \frac{d}{q} \dots\dots\dots (1)$$

$$b - c = \frac{d}{p} \dots\dots\dots (2)$$

(1) নং ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$2b = \frac{d}{q} + \frac{d}{p} = d \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right)$$

$$\text{বা, } b = \frac{d}{2} \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right)$$

(1) নং থেকে (2) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$$2c = \frac{d}{q} - \frac{d}{p} = d \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

$$\text{বা, } c = \frac{d}{2} \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

$$\therefore \text{ স্রোতের বেগ ঘণ্টায় } \frac{d}{2} \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right) \text{ কি. মি.}$$

$$\text{এবং নৌকার বেগ ঘণ্টায় } \frac{d}{2} \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right) \text{ কি. মি.।}$$

প্রশ্ন ১৯ ▶ একজন মাঝির দাঁড় বেগে ১৫ কি.মি. যেতে এবং সেখান থেকে ফিরে আসতে ৪ ঘণ্টা সময় লাগে। সে স্রোতের অনুকূলে যতক্ষণে ৫ কি.মি. যায়, স্রোতের প্রতিকূলে ততক্ষণে ৩ কি.মি. যায়। দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দাঁড়ের বেগ  $x$  কি.মি. / ঘণ্টা

এবং স্রোতের বেগ  $y$  কি.মি. / ঘণ্টা

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে দাঁড়ের কার্যকরী বেগ যথাক্রমে  $(x + y)$  ও  $(x - y)$  কি. মি./ঘণ্টা।

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{15}{x + y} + \frac{15}{x - y} = 4 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{এবং } \frac{5}{x + y} = \frac{3}{x - y} \text{ [যেহেতু সময় = দূরত্ব / বেগ]}$$

$$\text{বা, } 5x - 5y = 3x + 3y$$

$$\text{বা, } 5x - 3x = 5y + 3y$$

$$\text{বা, } 2x = 8y$$

$$\therefore x = 4y \dots\dots\dots (2)$$

$x$ -এর মান (1)নং সমীকরণে বসাই,

$$\frac{15}{4y + y} + \frac{15}{4y - y} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{15}{5y} + \frac{15}{3y} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3}{y} + \frac{5}{y} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3 + 5}{y} = 4$$

$$\text{বা, } 4y = 8$$

$$\therefore y = 2$$

$$y \text{ এর মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, } x = 4 \times 2 = 8$$

$$\text{সুতরাং দাঁড়ের বেগ ৪ কি.মি./ঘণ্টা এবং স্রোতের বেগ ২ কি.মি./ঘণ্টা।}$$

প্রশ্ন ২০ ▶ একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি  $t_1$  মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা  $t_2$  মিনিটে খালি হয়। নল দুইটি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? (এখানে  $t_2 > t_1$ )

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে  $p$  লিটার পানি প্রবেশ করে ও দ্বিতীয় নল দ্বারা প্রতি মিনিটে  $q$  লিটার পানি বের হয় এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট  $v$  লিটার পানি ধরে।

আরও মনে করি, নল দুইটি একত্রে খোলা থাকলে খালি চৌবাচ্চাটি  $m$  মিনিটে পূর্ণ হয়।

১ম নল দ্বারা  $t_1$  মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\therefore v = pt_1 \dots\dots\dots (1)$$

২য় নল দ্বারা  $t_2$  মিনিটে পূর্ণ চৌবাচ্চা খালি হয়।

$$\therefore 0 = v - qt_2$$

$$\text{বা, } v = qt_2 \dots\dots\dots (2)$$

দুইটি নল দ্বারা  $m$  মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\therefore v = pm - qm$$

$$\text{বা, } v = (p - q)m \dots\dots\dots (3)$$

$$(1) \text{ নং থেকে, } p = \frac{v}{t_1} \text{ এবং } (2) \text{ নং থেকে, } q = \frac{v}{t_2}$$

$$\therefore (3) \text{ নং থেকে, } v = \left( \frac{v}{t_1} - \frac{v}{t_2} \right) m$$

$$\text{বা, } 1 = \left( \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) m = \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} m$$

$$\therefore m = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$$

$$\text{নির্ণেয় সময় } \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} \text{ মিনিট।}$$

প্রশ্ন ২১ ▶ একটি নল দ্বারা 12 মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা 1 মিনিটে তা থেকে 15 লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি 48 মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল দ্বারা 1 মিনিটে  $x$  লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট  $y$  লিটার পানি ধরে।

প্রথমতে, প্রথম নল দ্বারা 12 মিনিটে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়

$$\therefore y = 12x \dots\dots\dots (1)$$

আবার, দুইটি নল দ্বারা 48 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়

$$\therefore y = 48x - 48 \times 15 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) থেকে পাই,  $x = \frac{y}{12}$

$x$  এর মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$y = 48 \times \frac{y}{12} - 48 \times 15 = 4y - 48 \times 15$$

$$\text{বা, } 3y = 48 \times 15$$

$$\text{বা, } y = \frac{720}{3}$$

$$\therefore y = 240$$

সুতরাং, চৌবাচ্চাটিতে মোট 240 লিটার পানি ধরে।

প্রশ্ন ২২ ▶ ক, খ ও গ এর মধ্যে 260 টাকা এরূপে ভাগ করে দাও যেন ক এর অংশের 2 গুণ, খ এর অংশের 3 গুণ এবং গ এর অংশের 4 গুণ পরস্পর সমান হয়।

সমাধান : মনে করি, ক পায়  $x$  টাকা

খ পায়  $y$  টাকা

এবং গ পায়  $z$  টাকা

$$\text{প্রথমতে, } 2x = 3y = 4z$$

$$\text{এখন, } 3y = 2x$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}x$$

$$\text{এবং } 4z = 2x$$

$$\therefore z = \frac{1}{2}x$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } x + y + z = 260$$

$$\text{বা, } x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = 260 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \frac{6x + 4x + 3x}{6} = 260$$

$$\text{বা, } 13x = 1560$$

$$\therefore x = 120$$

$$\text{এখন, } y = \frac{2}{3} \times 120 = 80$$

$$\text{এবং } z = \frac{1}{2} \times 120 = 60$$

সুতরাং ক পায় 120 টাকা, খ পায় 80 টাকা এবং গ পায় 60 টাকা।

প্রশ্ন ২৩ ▶ একটি দ্রব্য  $x\%$  ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায়,  $3x\%$  লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে  $18x$  টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

সমাধান : আমরা জানি,  $S = C(1 \pm r)$

$$x\% \text{ ক্ষতিতে, } S = C\left(1 - \frac{x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{C(100 - x)}{100} \text{ টাকা}$$

যেখানে,

$C$  = ক্রয়মূল্য

$S$  = বিক্রয়মূল্য

$r$  = লাভ/ক্ষতির হার

$$3x\% \text{ লাভে, } S = C\left(1 + \frac{3x}{100}\right) \text{ টাকা} = \frac{C(100 + 3x)}{100} \text{ টাকা}$$

প্রশ্নানুসারে,

$$\frac{C(100 + 3x)}{100} - \frac{C(100 - x)}{100} = 18x$$

$$\text{বা, } C\left(\frac{100 + 3x - 100 + x}{100}\right) = 18x$$

$$\text{বা, } C \times \frac{4x}{100} = 18x$$

$$\text{বা, } C = \frac{18x \times 100}{4x} = 450$$

দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 450 টাকা।

প্রশ্ন ২৪ ▶ একটি কলম 11 টাকায় বিক্রয় করলে 10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, কলমটির ক্রয়মূল্য  $x$  টাকা

$$\therefore 10\% \text{ লাভে কলমটির বিক্রয়মূল্য} = x + x \text{ এর } 10\%$$

$$= \left(x + x \times \frac{10}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \left(x + \frac{10x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রথমতে, } x + \frac{10x}{100} = 11$$

$$\text{বা, } x\left(1 + \frac{10}{100}\right) = 11$$

$$\text{বা, } x\left(1 + \frac{1}{10}\right) = 11$$

$$\text{বা, } x \times \frac{11}{10} = 11$$

$$\text{বা, } 11x = 110$$

$$\text{বা, } x = \frac{110}{11}$$

$$\therefore x = 10$$

$\therefore$  কলমটির ক্রয়মূল্য 10 টাকা।

প্রশ্ন ২৫ ▶ একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করায় যত ক্ষতি হলো, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো, খাতাটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, খাতাটির ক্রয়মূল্য  $x$  টাকা

$$\therefore \text{খাতাটি 36 টাকায় বিক্রয় করলে ক্ষতি হয় } (x - 36) \text{ টাকা}$$

$$\text{আবার, খাতাটি 72 টাকায় বিক্রয় করলে লাভ হয় } (72 - x) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রথমতে, } 2(x - 36) = 72 - x$$

$$\text{বা, } 2x - 72 = 72 - x$$

$$\text{বা, } 2x + x = 72 + 72$$

$$\text{বা, } 3x = 144$$

$$\text{বা, } x = \frac{144}{3} = 48$$

$\therefore$  খাতাটির ক্রয়মূল্য 48 টাকা।

প্রশ্ন ২৬ ▶ মুনাফার একই হারে 300 টাকার 4 বছরের সরল মুনাফা ও 400 টাকার 5 বছরের সরল মুনাফা একত্রে 128 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : আমরা জানি,  $I = Pnr$

$$P = 300 \text{ টাকা, } n = 4 \text{ বছর এবং মুনাফার হার } r\% \text{ হলে,}$$

$$I_1 = \frac{300 \times 4r}{100} \text{ টাকা} = 12r \text{ টাকা}$$

$$\text{আবার, } P = 400 \text{ টাকা এবং } n = 5 \text{ বছর হলে,}$$

$$I_2 = \frac{400 \times 5r}{100} \text{ টাকা} = 20r \text{ টাকা}$$



প্রশ্নানুসারে,  $12r + 20r = 128$

বা,  $32r = 128$

বা,  $r = \frac{128}{32} = 4$

নির্ণেয় মুনাফার হার 4%।

প্রশ্ন ২৭ ▶ 4% হার মুনাফায় কোনো টাকার 2 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 1 টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $n = 2$ ,  $r = \frac{4}{100}$ ,  $P = ?$ ,  $I = ?$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,  
আমরা জানি,

$$I = Pnr = P \times \frac{4}{100} \times 2 = \frac{2P}{25}$$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে,

দেওয়া আছে,  $r = \frac{4}{100}$

$n = 2$

$C = ?$

আমরা জানি,

$$C = P(1+r)^n = P\left(1 + \frac{4}{100}\right)^2$$

$$= P\left(1 + \frac{1}{25}\right)^2$$

$$C = P\left(\frac{25+1}{25}\right)^2 = P\left(\frac{26}{25}\right)^2 = \frac{676P}{625}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = \frac{676P}{625} - P$$

$$= \frac{676P - 625P}{625}$$

$$= \frac{51P}{625}$$

প্রশ্নানুসারে,  $\frac{51P}{625} - \frac{2P}{25} = 1$

বা,  $\frac{51P - 50P}{625} = 1$

$\therefore P = 625$  [625 দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]

$\therefore$  মূলধন 625 টাকা।

প্রশ্ন ২৮ ▶ কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : আমরা জানি,  $A = P(1 + nr)$

$n = 3$  বছর হলে,  $A = 460$  টাকা

$$\therefore 460 = P\left(1 + 3 \times \frac{r}{100}\right) = \frac{P(100 + 3r)}{100} \dots\dots\dots (1)$$

আবার,  $n = 5$  বছর হলে,  $A = 600$  টাকা

$$\therefore 600 = P\left(1 + 5 \times \frac{r}{100}\right) = \frac{P(100 + 5r)}{100} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) কে (1) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{600}{460} = \frac{P(100 + 5r)}{100} \times \frac{100}{P(100 + 3r)}$$

বা,  $\frac{30}{23} = \frac{100 + 5r}{100 + 3r}$

বা,  $2300 + 115r = 3000 + 90r$

বা,  $25r = 700$

$\therefore r = 28$

নির্ণেয় মুনাফার হার 28%।

প্রশ্ন ২৯ ▶ শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার সরল মুনাফায় কত টাকা 13 বছরে সবৃদ্ধিমূল 990 টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি,  $S = P(1 + nr)$

এখানে,  $P$  (টাকা) = মূলধন,  $n$  (বছর) = 13

$$\therefore r = \frac{5}{100} \text{ টাকা}$$

দেওয়া আছে,  $S$  (টাকা) = 990

প্রশ্নমতে,  $990 = P\left(1 + 13 \times \frac{5}{100}\right)$

বা,  $990 = P(1 + 0.65)$

বা,  $990 = P \times 1.65$

বা,  $P = \frac{990}{1.65} = 600$  টাকা

নির্ণেয় মূলধন 600 টাকা।

প্রশ্ন ৩০ ▶ শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার মুনাফায় কত টাকা 12 বছরে সবৃদ্ধিমূল 1280 টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি,  $S = P(1 + nr)$

এখানে,  $P$  = মূলধন,  $n = 12$  বছর

$$\therefore r = \frac{5}{100} \text{ টাকা}$$

দেওয়া আছে, সবৃদ্ধিমূল,  $S = 1280$  টাকা

প্রশ্নমতে,  $1280 = P\left(1 + 12 \times \frac{5}{100}\right)$

বা,  $1280 = P\left(1 + \frac{3}{5}\right)$

বা,  $1280 = P\left(\frac{5+3}{5}\right)$

বা,  $1280 = P \times \frac{8}{5}$

বা,  $P = \frac{1280 \times 5}{8} = 800$  টাকা

নির্ণেয় মূলধন 800 টাকা।

প্রশ্ন ৩১ ▶ 5% হার মুনাফায় 8000 টাকার 3 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $P = 8000$ ,  $r = \frac{5}{100}$ ,  $n = 3$  বছর,  $I = ?$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,

আমরা জানি,  $I = Pnr = 8000 \times \frac{5}{100} \times 3 = 1200$  টাকা

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে,

দেওয়া আছে,  $P = 8000$   $r = \frac{5}{100}$

$n = 3$   $C = ?$

আমরা জানি,  $C = P(1 + r)^n$

$$= 8000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 8000\left(1 + \frac{1}{20}\right)^3$$

$$= 8000 \times \frac{(20+1)^3}{(20)^3} = 8000 \times \frac{(21)^3}{8000} = 9261 \text{ টাকা}$$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা-আসল = 9261 টাকা

" মুনাফা = (9261 - 8000) টাকা

= 1261 টাকা

$\therefore$  চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য = (1261 - 1200) টাকা  
= 61 টাকা

প্রশ্ন ৩২। মিষ্টির উপর মূল্য সংযোজন কর (VAT)  $x\%$ । একজন বিক্রেতা ভ্যাটসহ  $P$  টাকার মিষ্টি বিক্রয় করলে তাকে কত ভ্যাট দিতে হবে?  $x = 15$ ,  $P = 2300$  হলে, ভ্যাটের পরিমাণ কত?

সমাধান : আমরা জানি,  $S = C(1 + r)$

$$x\% \text{ ভ্যাটসহ বিক্রয়মূল্য } C\left(1 + \frac{x}{100}\right) = \frac{C(100 + x)}{100}$$

$$\text{প্রথমতে, } \frac{C(100 + x)}{100} = P$$

$$\text{বা, } C(100 + x) = 100P$$

$$\therefore C = \frac{100P}{100 + x}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ভ্যাটের পরিমাণ} &= P - C \text{ টাকা} \\ &= P - \frac{100P}{100 + x} \\ &= \frac{100P + Px - 100P}{100 + x} = \frac{Px}{100 + x} \end{aligned}$$

দেওয়া আছে,  $x = 15$  এবং  $P = 2300$ .

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং ভ্যাটের পরিমাণ} &= \frac{2300 \times 15}{100 + 15} \\ &= \frac{2300 \times 15}{115} = 300 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

সুতরাং ভ্যাট দিতে হবে  $\frac{Px}{100 + x}$  টাকা এবং ভ্যাটের পরিমাণ 300 টাকা।

### ৬। পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সুজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ৩৩। কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 3.

ক. সংখ্যাটিকে  $x$  চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ.  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে,  $x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$ .

### ৩৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি  $x$

$\therefore x$  এর গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যা  $\frac{1}{x}$

$$\text{প্রথমতে, } x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{নির্ণেয় সমীকরণ } x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{ক-হতে প্রাপ্ত, } x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \\ &= 3^2 - 4 \cdot 1 = 9 - 4 = 5 \end{aligned}$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = x^3 - \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{5})^3 + 3 \cdot \sqrt{5}$$

$$= 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

নির্ণেয় মান  $8\sqrt{5}$ .

$$\text{ক-হতে প্রাপ্ত, } x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \cdot 3 = 27 - 9 = 18 \end{aligned}$$

$$\text{এবং } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

$$\text{এখন, } \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 18 \times 7$$

$$\text{বা, } x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5} = 126$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 126$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + 3 = 126$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 126 - 3$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 123. \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৩৪। কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যার 100 গুণ চাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায় প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে 500 টাকা বেড়ে গেল।

ক. সমিতির সদস্য সংখ্যা  $x$  এবং মোট চাঁদার পরিমাণ  $A$  হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ. মোট চাঁদার  $\frac{1}{4}$  অংশ 5% হারে এবং অবশিষ্ট টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হলো। মোট মুনাফা নির্ণয় কর।

### ৩৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সমিতির সদস্য সংখ্যা  $x$

$\therefore$  জন প্রতি দেয়া চাঁদার পরিমাণ  $= 100x$

সুতরাং মোট চাঁদার পরিমাণ,  $A = x \times 100x$

$$\therefore A = 100x^2$$

এটাই নির্ণেয় সম্পর্ক।

খ চাঁদা দেয় এমন সদস্য সংখ্যা ছিল  $(x - 4)$  জন

এবং প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ হলো  $(100x + 500)$  টাকা

সুতরাং মোট চাঁদা হলো  $(x - 4)(100x + 500)$  টাকা

প্রমানুসারে,  $100x^2 = (x - 4)(100x + 500)$

$$\text{বা, } 100x^2 = 100x^2 + 500x - 400x - 2000$$

$$\text{বা, } 100x^2 - 100x^2 = 100x - 2000$$

$$\text{বা, } 100x - 2000 = 0$$

$$\text{বা, } 100x = 2000$$

$$\text{বা, } x = \frac{2000}{100} = 20 = 20$$

$\therefore$  সমিতির সদস্য সংখ্যা 20 জন।

মোট চাঁদার পরিমাণ,  $A = 100 \times (20)^2$  টাকা  $= 40000$  টাকা।

গ আমরা জানি, সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,  $I_1 = P_1 \times r_1$

এখানে,  $P_1 = \left(40000 \text{ এর } \frac{1}{4}\right)$  টাকা  $= 10000$  টাকা

$$n = 2 \text{ বছর}$$

$$r_1 = \frac{5}{100}$$

$$\therefore I_1 = 10000 \times 2 \times \frac{5}{100} = 1000 \text{ টাকা}$$

আবার,  $I_2 = P_2 n r_2$

এখানে,  $P_2 = (40000 - 10000)$  টাকা = 30000 টাকা

$n = 2$  বছর

$r_2 = \frac{4}{100}$

$\therefore I_2 = 30000 \times 2 \times \frac{4}{100} = 2400$  টাকা

$\therefore$  মোট মুনাফা,  $I = I_1 + I_2 = 1000 + 2400 = 3400$

$\therefore$  মোট মুনাফা 3400 টাকা।

**প্রশ্ন ৩৫** বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকায় ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 10 জন যাত্রী না আসায় মাথাপিছু ভাড়া 8 (আট) টাকা বৃদ্ধি পেল।

ক. মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার শতকরা কত তা নির্ণয় কর।

খ. বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া নির্ণয় কর।

গ. বাস ভাড়ার সমপরিমাণ টাকার 5% হার মুনাফায় 13 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

### ৩৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার

$$\frac{8 \times 100}{10} \times \frac{1}{100} = 80\%$$

$\therefore$  মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার 80%।

খ. মনে করি,

অগ্রহী যাত্রীসংখ্যা  $x$  জন

এবং মাথাপিছু বাস ভাড়া  $q$  টাকা

$\therefore$  মোট ভাড়া =  $qx$  টাকা

প্রকৃতপক্ষে বাসে যাত্রী যায় =  $(x - 10)$  জন

এবং মাথাপিছু বাস ভাড়া =  $(q + 8)$  টাকা

$\therefore$  মোট ভাড়া =  $(q + 8)(x - 10)$  টাকা

শর্তমতে,  $qx = (q + 8)(x - 10)$  ..... (1)

এবং  $qx = 2400$  ..... (2)

(1)নং সমীকরণ হতে পাই,

$qx = qx - 10q + 8x - 80$

বা,  $qx + 8x - qx = 10q + 80$

বা,  $8x = 10(q + 8)$

বা,  $x = \frac{10(q + 8)}{8}$

বা,  $x = \frac{5(q + 8)}{4}$

(2)নং সমীকরণে  $x = \frac{5(q + 8)}{4}$  বসিয়ে পাই,

$q \cdot \frac{5(q + 8)}{4} = 2400$

বা,  $q^2 + 8q = \frac{2400 \times 4}{5}$

বা,  $q^2 + 8q = 1920$

বা,  $q^2 + 8q - 1920 = 0$

বা,  $q^2 - 40q + 48q - 1920 = 0$

বা,  $q(q - 40) + 48(q - 40) = 0$

বা,  $(q - 40)(q + 48) = 0$

হয়,  $q - 40 = 0$

বা,  $q = 40$

অথবা,  $q + 48 = 0$

বা,  $q = -48$ ; যা গ্রহণযোগ্য নয়

$\therefore$  বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া =  $(40 + 8)$  টাকা = 48 টাকা

$\therefore$  বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া 48 টাকা।

গ. এখানে, মূলধন,  $P = 2400$  টাকা

সময়,  $n = 13$  বছর

মুনাফার হার,  $r = 5\% = \frac{5}{100}$  টাকা

সরল মুনাফা,  $I = Pnr = 2400 \times 13 \times \frac{5}{100}$  টাকা = 1560 টাকা

চক্রবৃদ্ধি মূলধন,  $C = P(1 + r)^n$

$= 2400 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{13}$  টাকা

$= 2400 \times \left(\frac{105}{100}\right)^{13}$  টাকা

$= 2400 \times \left(\frac{105}{100}\right)^{13}$  টাকা

$= 4525.56$  টাকা (প্রায়)

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা =  $C - P$

$= (4525.56 - 2400)$  টাকা

$= 2125.56$  টাকা

$\therefore$  সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য

$= (2125.56 - 1560)$  টাকা

$= 565.56$  টাকা (প্রায়)

$\therefore$  সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 565.56 টাকা (প্রায়)।

### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

**প্রশ্ন ৩৬** ▶ দাঁড় বেয়ে একটি খালের A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে যেয়ে ফিরে আসতে হবে। দাঁড়ের বেগ ধ্রুব হলে স্রোত থাকলে সময় বেশি লাগবে না স্রোত না থাকলে সময় বেশি লাগবে?

সমাধান : ধরি, দাঁড়ের বেগ =  $u$

স্রোতের বেগ =  $v$

AB দূরত্ব =  $d$

স্রোত না থাকলে সময় =  $t_1$

এবং স্রোত থাকলে সময় =  $t_2$

স্রোত না থাকলে দূরত্ব = বেগ  $\times$  সময়

বা,  $2d = u \times t_1$

$\therefore t_1 = \frac{2d}{u}$

স্রোত থাকলে,  $\Delta ACE$  হতে পাই,

$u^2 = v^2 + w^2$

বা,  $w^2 = u^2 - v^2$

বা,  $w = \sqrt{u^2 - v^2}$

দূরত্ব = বেগ  $\times$  সময়

বা,  $2d = w \times t_2$

বা,  $2d = \sqrt{u^2 - v^2} \cdot t_2$

$\therefore t_2 = \frac{2d}{\sqrt{u^2 - v^2}}$

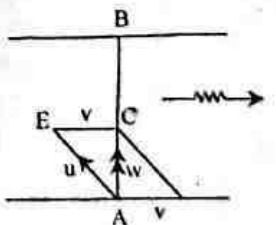
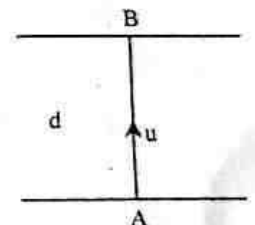
এখন,  $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{2d}{u}}{\frac{2d}{\sqrt{u^2 - v^2}}}$

বা,  $\frac{t_1}{t_2} = \frac{2d}{u} \times \frac{\sqrt{u^2 - v^2}}{2d}$

বা,  $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{u^2 - v^2}}{u} < 1$

$\therefore t_1 < t_2$

অতএব, স্রোত থাকলে সময় বেশি লাগবে।





প্রশ্ন ৩৭ ১ একটি মাঠে ধূব হারে ঘাস বৃদ্ধি পায়। ১৭ টি গরু ৩০ দিনে সব ঘাস খেয়ে ফেলতে পারে। তবে ১৭টি গরুর লাগে ২৪ দিন। একদল গরু ৬ দিন ঘাস খাওয়ার পর ৪টি গরু বিক্রয় করা হলে ঘাস খাওয়া শেষ করতে আরও ২ দিন লাগলো। দলটিতে শুরুতে কতগুলো গরু ছিল?

সমাধান : ধরি, প্রারম্ভিক ঘাসের পরিমাণ A

প্রতিদিন প্রতিটি গরু ঘাস খায় x অংশ

প্রতিদিন ঘাস বৃদ্ধির হার a

দলটিতে শুরুর গরু সংখ্যা y

∴ প্রথম শর্তানুসারে,

$$17 \times 30 \times x = A + 30a$$

$$\text{বা, } 510x = A + 30a \quad (1)$$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$$19 \times 24 \times x = A + 24a$$

$$\text{বা, } 456x = A + 24a \quad (2)$$

(1)নং হতে (2)নং বিয়োগ করে পাই,

$$510x - 456x = A + 30a - A - 24a$$

$$\text{বা, } 54x = 6a$$

$$\text{বা, } a = \frac{54x}{6}$$

$$\therefore a = 9x$$

a এর মান (1)নং এ বসিয়ে পাই,

$$510x = A + 30 \times 9x$$

$$\text{বা, } 510x = A + 270x$$

$$\text{বা, } A = 510x - 270x$$

$$\therefore A = 240x$$

তৃতীয় শর্তানুসারে,

$$6xy + (y - 4)x \times 2 = A + (6 + 2) \times a$$

$$\text{বা, } x(6y + 2y - 8) = 240x + 8 \times 9x [\because A = 240x \text{ এবং } a = 9x]$$

$$\text{বা, } x(8y - 8) = 240x + 72x$$

$$\text{বা, } x(8y - 8) = 312x$$

$$\text{বা, } 8y - 8 = 312$$

$$\text{বা, } 8y = 312 + 8$$

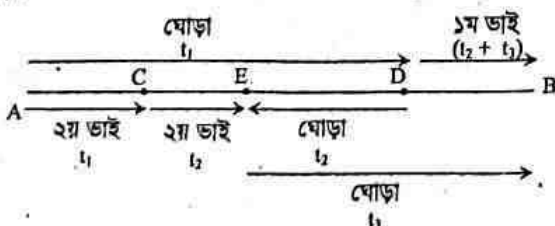
$$\text{বা, } y = \frac{320}{8}$$

$$\therefore y = 40$$

অতএব, দলটিতে শুরুতে ৪০টি গরু ছিল।

প্রশ্ন ৩৮ ১ দুই ভাইয়ের একটি প্রশিক্ষিত ঘোড়া ছিল যা যেকোনো নির্দেশই পালন করতে পারে। দুই ভাই একই সময়ে বাসা থেকে রওয়ানা হয়ে ২০ মাইল দূরে একটি বৈশাখী মেলায় যেতে চায়। ঘোড়া যেকোনো মুহূর্তে মাত্র একজন ভাইকে বহন করতে পারে। ভাইদের বেগ ঘণ্টায় ৪ মাইল এবং ঘোড়ার বেগ ঘণ্টায় (মানুষসহ কিংবা ছাড়া) ১০ মাইল হলে, সর্বনিম্ন কত সময়ে তারা মেলায় পৌছতে পারবে? প্রত্যেক ভাই কতটা পথ হাঁটবে?

সমাধান :



ধরি, দুই ভাইয়ের যাত্রা বিন্দু A এবং গন্তব্য বিন্দু B। ঘোড়া ১ম ভাইকে A থেকে D-তে রাখে  $t_1$  সময়ে। এই সময়ে ২য় ভাই A থেকে C তে পৌছে। ঘোড়া D থেকে E তে ফিরে আসতে আসতে ২য় ভাই C থেকে E তে পৌছে এবং সময় লাগে  $= t_2$ । এবার ঘোড়া E থেকে B তে

পৌছতে সময় নেয়  $= t_3$ । ১ম ভাই যতক্ষণে D থেকে B তে যাবে তার সময়  $= t_2 + t_3$  (ঘোড়ার DE ও EB দূরত্ব অতিক্রমণের সময়)।

বর্ণনা অনুসারে,  $AD = 10t_1$ ,  $AC = 4t_1$

$$CE = 4t_2, DE = 10t_2$$

$$EB = 10t_3, DB = 4(t_2 + t_3)$$

এখন,  $AD + DB = 20$

$$\text{বা, } 10t_1 + 4t_2 + 4t_3 = 20 \quad (1)$$

$$AC + CE + EB = 20$$

$$\text{বা, } 4t_1 + 4t_2 + 10t_3 = 20 \quad (2)$$

$$AC + CE + ED + DB = 20$$

$$\text{বা, } 4t_1 + 4t_2 + 10t_2 + 4(t_2 + t_3) = 20$$

$$\text{বা, } 4t_1 + 18t_2 + 4t_3 = 20 \quad (3)$$

সমীকরণ (1) হতে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই,

$$6t_1 - 6t_3 = 0$$

$$\text{বা, } 6t_1 = 6t_3$$

$$\text{বা, } t_1 = t_3 \quad (4)$$

সমীকরণ (i) নং এ  $t_3 = t_1$  বসিয়ে পাই,  $10t_1 + 4t_2 + 4t_1 = 20$

$$\text{বা, } 14t_1 + 4t_2 = 20$$

$$\text{বা, } 7t_1 + 2t_2 = 10 \quad (5)$$

সমীকরণ (3) নং এ  $t_3 = t_1$  বসিয়ে পাই,  $4t_1 + 18t_2 + 4t_1 = 20$

$$\text{বা, } 8t_1 + 18t_2 = 20$$

$$\text{বা, } 4t_1 + 9t_2 = 10 \quad (6)$$

(5) নং কে 4 এবং (6) নং কে 7 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$28t_1 + 8t_2 = 40 \quad (7)$$

$$28t_1 + 63t_2 = 70 \quad (8)$$

(8) নং হতে (7) নং বিয়োগ করে পাই,

$$55t_2 = 30$$

$$\text{বা, } t_2 = \frac{30}{55}$$

$$\therefore t_2 = \frac{6}{11} \text{ ঘণ্টা}$$

সমীকরণ (5)-এ  $t_2$ -এর মান বসিয়ে পাই,

$$7t_1 = 10 - \frac{2 \times 6}{11} = \frac{110 - 12}{11} = \frac{98}{11}$$

$$\therefore t_1 = \frac{14}{11} \text{ ঘণ্টা}$$

সমীকরণ (4) হতে পাই,  $t_3 = \frac{14}{11}$  ঘণ্টা

নির্ণেয় সর্বনিম্ন সময়  $= t_1 + t_2 + t_3$

$$= \left( \frac{14}{11} + \frac{6}{11} + \frac{14}{11} \right) = \frac{34}{11} = 3 \frac{1}{11} \text{ ঘণ্টা}$$

১ম ভাই হাঁটবে  $= DB$

$$= 4(t_2 + t_3) \text{ মাইল}$$

$$= 4 \left( \frac{6}{11} + \frac{14}{11} \right) \text{ মাইল}$$

$$= 4 \times \frac{20}{11} \text{ মাইল} = \frac{80}{11} \text{ মাইল} = 7 \frac{3}{11} \text{ মাইল}$$

২য় ভাই হাঁটবে  $= AC + CE$

$$= (4t_1 + 4t_2) \text{ মাইল}$$

$$= \left( 4 \times \frac{14}{11} + 4 \times \frac{6}{11} \right) \text{ মাইল}$$

$$= \frac{56}{11} + \frac{24}{11} = \frac{56 + 24}{11} = \frac{80}{11} = 7 \frac{3}{11} \text{ মাইল}$$

অতএব, সর্বনিম্ন  $3 \frac{1}{11}$  ঘণ্টা সময়ে তারা মেলায় পৌছতে পারবে। ১ম

ভাই  $7 \frac{3}{11}$  মাইল ও ২য় ভাই  $7 \frac{3}{11}$  মাইল হাঁটবে।