

**Fakultät für Physik und Astronomie
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg**

Bachelorarbeit in Physik
eingereicht von

Patrick Fahner

geboren in Mannheim (Deutschland)

August 2013

About ...

This Bachelor Thesis has been carried out by XYZ at the
ABC Institute in Heidelberg
under the supervision of
Prof. Max Mustermann

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Das LHCb-Experiment	9
2.1	Aufgaben und Ziele des Experimentes	9
2.2	Der LHCb-Detektor	9
2.2.1	VeLo	9
2.2.2	Spurrekonstruktion	9
2.2.3	RICH-Detektoren	9
2.2.4	Kalorimeter	9
2.2.5	Myonkammern	9
3	CP-Verletzung in B-Meson-Systemen	11
3.1	B-Mesonen und der Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$	11
3.1.1	Das Standardmodell der Teilchenphysik	11
3.1.2	B-Mesonen und ihre Mischung	12
3.1.3	Der Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$	12
3.2	Diskrete Symmetrietransformationen	13
3.2.1	Scheinbare \mathcal{CP} -Invarianz	14
3.3	\mathcal{CP} -Verletzung in der Mischung	14
3.4	Direkte \mathcal{CP} -Verletzung	16
3.5	\mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz	16
3.6	CKM-Formalismus	17
4	Datenselektion	19
4.1	Verwendeter Datensatz	19
4.2	Schnitte	19
4.2.1	Trigger	19
4.2.2	Stripping	19
4.2.3	Zusätzliche Schnitte	19
4.2.4	Geister-Wahrscheinlichkeit	19
4.2.5	Bester Kandidat	19
5	Analyse / Fit	21
5.1	Fitmethode SFit	21
5.2	Bestimmung der sWeights - Massenfit	21
5.3	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (p.d.f.)	21
5.3.1	Fehlerbehaftetes Tagging	21

5.3.2	Kalibration des Taggings	21
5.3.3	Zeitauflösung	21
5.3.4	Endgültige p.d.f.	21
5.4	Fitergebnis	21
6	Abschätzung systematischer Fehler	23
6.1	Fitmethode	23
6.2	Kalibration des Taggings	24
6.3	Einfluss der zeitlichen Akzeptanz	27
6.3.1	Bestimmung einer Akzeptanzfunktion	27
6.3.2	Bestimmung des Einflusses	29
6.4	Gleichförmigkeit der Massenverteilung	29
6.5	Zeitauflösung	29
7	Zusammenfassung	31
	Glossary	35

1 Einleitung

2 Das LHCb-Experiment

2.1 Aufgaben und Ziele des Experimentes

2.2 Der LHCb-Detektor

2.2.1 VeLo

2.2.2 Spurrekonstruktion

2.2.3 RICH-Detektoren

2.2.4 Kalorimeter

2.2.5 Myonkammern

3 CP-Verletzung in B-Meson-Systemen

3.1 B-Mesonen und der Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$

3.1.1 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Im Standardmodell der Teilchenphysik gibt es 17 elementare Bausteine der Materie (siehe Abb. 3.1): 12 Fermionen, davon 6 Quarks (u, d, c, s, t, b), die sich im engeren Sinne zur Materie hadronisieren oder Mesonen bilden, und 6 Leptonen (e, μ , τ sowie die jeweiligen Neutrinos ν_e , ν_μ , ν_τ). Von diesen 12 Fermionen existieren jeweils noch Antiteilchen (gleiche Eigenschaften, aber entgegengesetzte Masse). Das Standardmodell enthält weiterhin 4 Eichbosonen (Photon, Gluon, Z- und W^\pm -Boson), die die 3 der 4 elementaren Kräfte übertragen: die elektromagnetische, starke und schwache Wechselwirkung. Das für die Gravitation postulierte Graviton konnte bislang nicht nachgewiesen werden. Ergänzt wird das Standardmodell, durch das Higgs-Boson, welches als Teil des Higgs-Mechanismus den Elementarteilchen seine Masse verleiht und Gegenstand aktueller Forschung ist. Mit hoher Wahrscheinlichkeit gelang jüngst der Nachweis des Higgs am CERN [3].

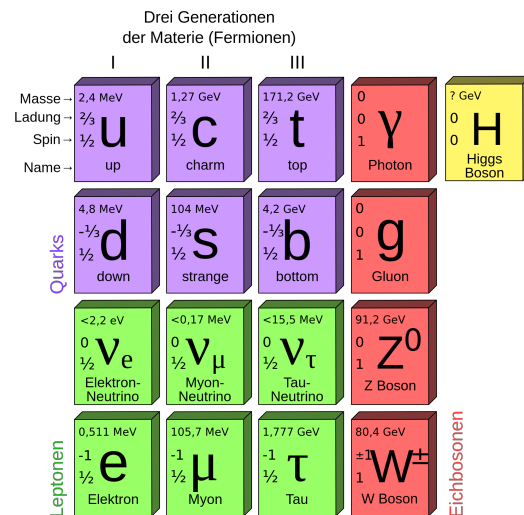


Abbildung 3.1: Das Standardmodell der Teilchenphysik [2]

3.1.2 B-Mesonen und ihre Mischung

Mesonen sind Paare aus Quarks und Antiquarks beliebigen Flavours. B-Mesonen insbesondere bestehen aus einem Anti-b-Quark (\bar{b}) mit einem u-, d-, c- oder s-Quark beziehungsweise aus der Kombination der jeweiligen Antiteilchen (Anti-B-Mesonen).

Die in dieser Arbeit betrachteten B_d^0 -Mesonen haben demnach die Quarkzusammensetzung $|B_d^0\rangle = |\bar{b}d\rangle$ und sind elektrisch neutral. Solch neutrale Mesonen besitzen die Eigenschaft, dass sie sich in ihre Antiteilchen wandeln können und umgekehrt. Es findet folglich eine Oszillation zwischen B_d^0 und \bar{B}_d^0 statt, die man auch Mischung nennt. Abbildung 3.2 zeigt zwei mögliche Feynmangraphen für diesen Prozess. Innerhalb der Schleifen kann die Energieerhaltung kurzzeitig verletzt werden, sodass auch kurzerhand die deutlich schweren top-Quarks entstehen können. Zu diesem Mischungsprozess leisten sie sogar einen dominanten Beitrag. Präzise Messungen der B_d^0 -Mischung erlauben Aussagen bspw. über die top-Masse und grenzen damit das Standardmodell ein, gleichzeitig erhofft man sich, durch noch präzisere Messungen Hinweise auf „neue Physik“ zu finden, die sich dann in kleinsten Korrekturen innerhalb der Schleife bemerkbar machen würden.

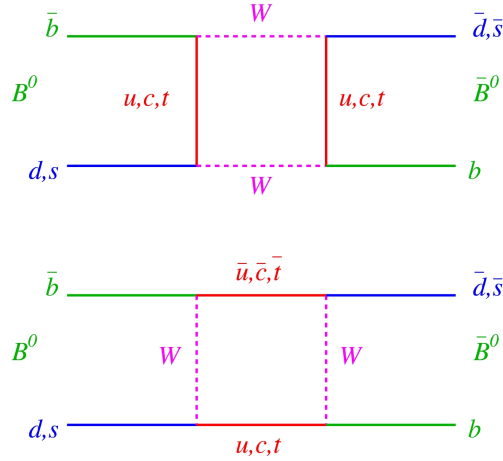


Abbildung 3.2: Feynmangraphen zur Mischung von B_d^0 - und \bar{B}_d^0 -Mesonen

3.1.3 Der Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$

In dieser Arbeit wird der Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$ betrachtet. Abbildung 3.3 zeigt entsprechende Feynmangraphen. Jener Kanal ist auch als „goldener“ Zerfallskanal für die Messung der \mathcal{CP} -Verletzung bekannt. Hintergrund ist, dass der Endzustand $|J/\Psi K_s^0\rangle$ ein \mathcal{CP} -Eigenzustand ist ($\mathcal{CP} |J/\Psi K_s^0\rangle = -|J/\Psi K_s^0\rangle$). Die Teilchen J/Ψ und K_s^0 haben die Flavoureigenzustände $|J/\Psi\rangle = |c\bar{c}\rangle$ sowie $|K_s^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|d\bar{s}\rangle - |s\bar{d}\rangle)$. Diese Teilchen sind ebenfalls nicht stabil und zerfallen unter anderem weiter gemäß $J/\Psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ und

$K_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$, was zur Rekonstruktion der B_d^0 -Mesonen im Detektor genutzt wird.

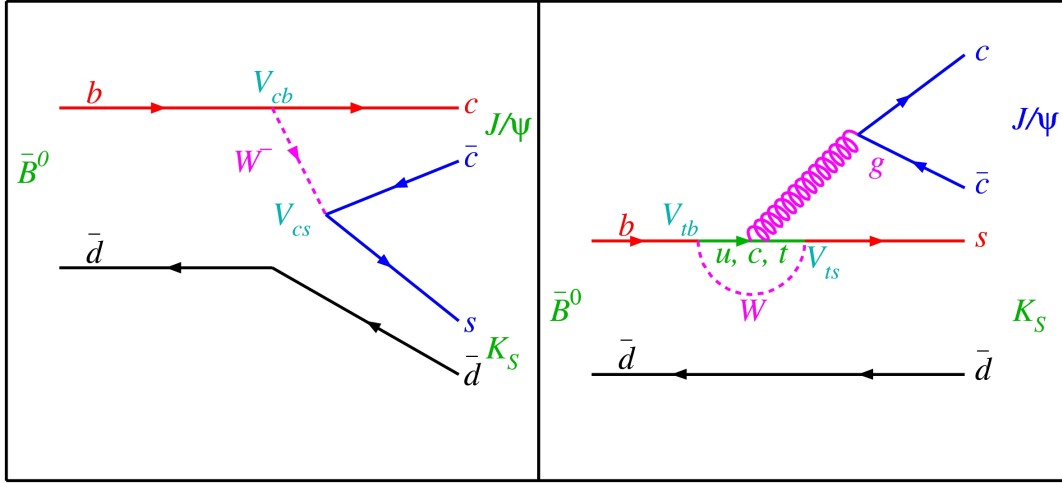


Abbildung 3.3: Feynmangraph zum Zerfall $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_s^0$. Links: Baumdiagramm, rechts: Pinguindiagramm

3.2 Diskrete Symmetrietransformationen

Symmetrien sind in der Physik von zentraler Bedeutung. Gemäß dem Noether-Theorem existiert in der klassischen Physik zu jeder kontinuierlichen Symmetrie eine Erhaltungsgröße. In quantenmechanischen Systemen können wir drei diskrete Symmetrietransformationen betrachten:

1. **Parität \mathcal{P} :**

Bei der Paritätsoperation wird das Vorzeichen der kartesischen Ortskoordinaten umgekehrt. Dies entspricht einer Punktspiegelung.

2. **Ladungskonjugation \mathcal{C} :**

Jedes Teilchen wird durch sein Antiteilchen ersetzt.

3. **Zeitumkehr \mathcal{T} :**

Das Vorzeichen auf der Zeitachse wird umgekehrt. Da in der vorliegenden Arbeit allerdings nur die CP-Verletzung gemessen werden soll, wird die Zeitumkehr im folgenden vernachlässigt.

Entgegen der klassischen Intuition konnte Wu 1956 nachweisen, dass die Parität im β -Zerfall und damit in der schwachen Wechselwirkung nicht erhalten ist. Weitere Experimente zeigen, dass die schwache Wechselwirkung die Parität maximal verletzt: Neutrinos, die nur schwach wechselwirken können, sind stets „linkshändig“ (Spin und Impuls antiparallel), Antineutrinos dagegen immer „rechtshändig“ (Spin und Impuls parallel).

3 CP-Verletzung in B-Meson-Systemen

Da der Spin im Gegensatz zum Impuls invariant unter \mathcal{P} -Transformation ist, würde diese Operation aus einem linkshändigen Neutrino ein rechtshändiges machen, was in der Natur nicht realisiert ist.

Damit ist offensichtlich, dass die schwache Wechselwirkung auch die Ladungskonjugation verletzt: Wendet man die \mathcal{C} -Transformation auf ein linkshändiges Neutrino an, so erhält man ein linkshändiges Antineutrino. Dieses existiert aber wie bereits erwähnt nicht. Analog gilt die Überlegung auch für Antineutrinos.

3.2.1 Scheinbare \mathcal{CP} -Invarianz

Wendet man nun aber die Transformationen \mathcal{P} und \mathcal{C} direkt hintereinander an, so ergibt sich zunächst kein Widerspruch zur Natur (siehe Abb. 3.4). Aus einem linkshändigen Neutrino wird ein rechtshändiges Antineutrino. Im Jahre 1964 wurde dann allerdings im Zerfall neutraler K-Mesonen erstmals \mathcal{CP} -Verletzung nachgewiesen. [4]

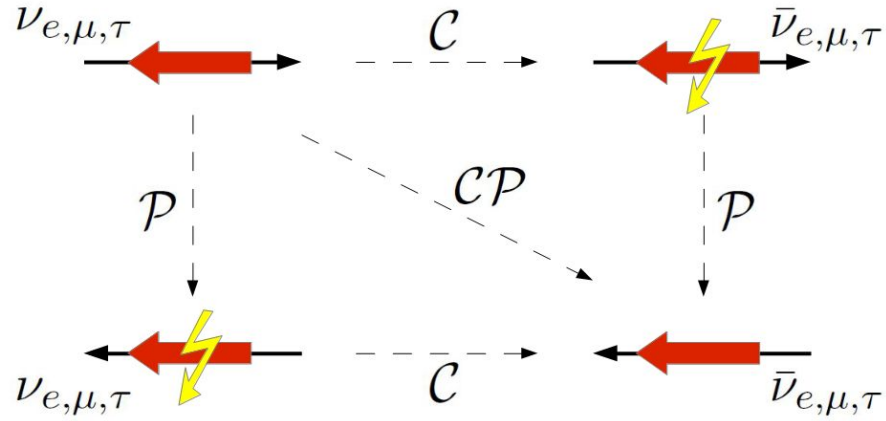


Abbildung 3.4: Scheinbare \mathcal{CP} -Invarianz: Während eine reine \mathcal{P} - oder \mathcal{C} -Transformation zu in der Natur nicht realisierten Zuständen führt, scheint es bei der kombinierten \mathcal{CP} -Transformation keinen Widerspruch zu geben (dünne Pfeile: Impulsausrichtung, dicke Pfeile: Spinausrichtung).

3.3 \mathcal{CP} -Verletzung in der Mischung

Die Flavoureigenzustände $|B^0\rangle = |\bar{b}d\rangle$ und $|\overline{B^0}\rangle = |b\bar{d}\rangle$ entsprechen nicht den Masseneigenzuständen. Wir definieren daher die normierten Zustände

$$|B_h\rangle = p|B^0\rangle - q|\overline{B^0}\rangle \quad (3.1)$$

$$|B_l\rangle = p|B^0\rangle + q|\overline{B^0}\rangle \quad (3.2)$$

$$\text{mit } |p|^2 + |q|^2 = 1 \quad (3.3)$$

3.3 \mathcal{CP} -Verletzung in der Mischung

welche eine definierte Masse und Zerfallsbreite besitzen. Sie sind auch Eigenzustände eines nicht-hermiteschen Hamiltonoperators (Nichthermitizität wegen des möglichen Zerfalls der Teilchens). Dieser setzt sich zusammen aus den hermiteschen Massenoperatoren M und Γ . Notieren wir die lineare Superposition der Zustände 3.1 und 3.2 als $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$, so nimmt die zeitabhängige Schrödingergleichung die Form

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \left(M - \frac{i}{2} \Gamma \right) \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

an und führt zur folgenden zeitlichen Entwicklung der Zustände:

$$\begin{aligned} |B_{h/l}(t)\rangle &= e^{-im_{h/l}t - \frac{i}{2}\Gamma_{h/l}t} |B_{h/l}(0)\rangle \\ &= e^{-\gamma_{h/l}t} (p |B^0\rangle \mp q |\overline{B^0}\rangle) \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\text{mit } \gamma_{h/l} = im_{h/l} + \frac{\Gamma_{h/l}}{2} \quad (3.6)$$

Hierbei ist $\gamma_{h/l}$ so definiert, dass $-i\gamma_{h/l} = m_{h/l} - \frac{i}{2}\Gamma_{h/l}$ die Eigenwerte des Hamiltonoperators $\mathcal{H} := (M - \frac{i}{2}\Gamma)$ sind. Umgeschrieben auf die Flavoureigenzustände erhält man:

$$\begin{aligned} |B^0(t)\rangle &= \frac{1}{2p} (|B_h\rangle + |B_l\rangle) \\ &= \frac{1}{2} \left[(e^{-\gamma_h t} + e^{-\gamma_l t}) |B^0\rangle - \frac{q}{p} (e^{-\gamma_h t} - e^{-\gamma_l t}) |\overline{B^0}\rangle \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Die Wahrscheinlichkeit für den Übergang eines $|B^0\rangle$ (zum Zeitpunkt $t = 0$) in ein $|\overline{B^0}\rangle$ beträgt:

$$\begin{aligned} P(B^0 \rightarrow \overline{B^0})(t) &= |\langle \overline{B^0} | B^0(t) \rangle|^2 \\ &= \frac{1}{4} \left| \frac{q}{p} \right|^2 \left[e^{-\Gamma_h t} + e^{-\Gamma_l t} - 2e^{-\frac{1}{2}(\Gamma_h + \Gamma_l)t} \cos(\Delta m_d t) \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\text{mit } \Delta m_d = m_h - m_l \quad (3.9)$$

Analog gilt für die Übergangswahrscheinlichkeit eines $|\overline{B^0}\rangle$ in ein $|B^0\rangle$:

$$P(\overline{B^0} \rightarrow B^0)(t) = \frac{1}{4} \left| \frac{p}{q} \right|^2 \left[e^{-\Gamma_h t} + e^{-\Gamma_l t} - 2e^{-\frac{1}{2}(\Gamma_h + \Gamma_l)t} \cos(\Delta m_d t) \right] \quad (3.10)$$

Es kommt daher in der Mischung zur \mathcal{CP} -Verletzung, wenn die Oszillation ungleichmäßig verläuft, anders ausgedrückt:

$$\mathcal{CP}\text{-Verletzung in der Mischung} \quad \Longleftrightarrow \quad \left| \frac{p}{q} \right| \neq 1 \quad (3.11)$$

3.4 Direkte \mathcal{CP} -Verletzung

Die Zerfallsamplituden der neutralen B^0 -Mesonen in einen Endzustand $|f\rangle$ bzw. seinen \mathcal{CP} -konjugierten Zustand $|\bar{f}\rangle$ sind definiert als

$$\begin{aligned} A_f &= \langle f | \mathcal{H} | B^0 \rangle, & A_{\bar{f}} &= \langle \bar{f} | \mathcal{H} | B^0 \rangle, \\ \overline{A_f} &= \langle f | \mathcal{H} | \overline{B^0} \rangle, & \overline{A_{\bar{f}}} &= \langle \bar{f} | \mathcal{H} | \overline{B^0} \rangle. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Dabei bezeichnet \mathcal{H} einen Hamiltonoperator der schwachen Wechselwirkung. Ist \mathcal{CP} erhalten, dann sollten die Zerfallsraten, ergo auch die Zerfallsamplituden eines B^0 nach f sowie eines $\overline{B^0}$ nach \bar{f} gleich sein. Dies bedeutet:

$$\text{Direkte } \mathcal{CP}\text{-Verletzung} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{|A_f|}{|\overline{A_f}|} \neq 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{|\overline{A_f}|}{|A_f|} \neq 1 \quad (3.13)$$

3.5 \mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz

Die Zustände 3.1 und 3.2 haben eine nahezu gleiche Anzahl an Zerfällskanäle. Dies hat zur Folge, dass die Lebensdauern des schweren und leichten Zustands innerhalb weniger Prozent gleich sind:

$$\Gamma := \Gamma_h = \Gamma_l \quad (3.14)$$

Weiterhin sagt das Standard Modell nur eine kleine \mathcal{CP} -Verletzung in der B_d^0 - $\overline{B_d^0}$ -Mischung voraus, sodass

$$\left| \frac{p}{q} \right| = 1 \quad \text{in } \mathcal{O}(10^{-3}). \quad (3.15)$$

Für das B -Meson-System bleibt daher nur die Möglichkeit der \mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz von Mischung und direktem Zerfall. Der in dieser Arbeit betrachtete Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$ hat einen \mathcal{CP} -Eigenzustand als Endzustand ($\mathcal{CP}|J/\Psi K_s^0\rangle = -|J/\Psi K_s^0\rangle$). In Anlehnung an 3.12 sind die Zerfallsamplituden hier definiert als

$$A_f := \langle f | B^0(t) \rangle, \quad \overline{A_f} := \langle f | \mathcal{H} | \overline{B^0} \rangle$$

Mit Blick auf die Zerfallsamplituden der Masseneigenzustände wird die komplexe Größe

$$\lambda := \frac{q\overline{A_f}}{pA_f} \quad (3.16)$$

definiert. Ausgehend von Gleichung 3.7 sowie mit Hilfe der Gleichungen (3.14), (3.15) und (3.16) gilt für die Zerfallsrate eines anfänglich reinen B_d^0 -Zustands:

$$\begin{aligned} \Gamma(B^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0) &= \frac{1}{4} \left| (e^{-\gamma_h t} + e^{-\gamma_l t}) A_f - \frac{q}{p} (e^{-\gamma_h t} - e^{-\gamma_l t}) \overline{A_f} \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} |A_f|^2 e^{-\Gamma t} [1 + |\lambda|^2 + (1 - |\lambda|^2) \cos(\Delta m_d t) - 2\text{Im}(\lambda) \sin(\Delta m_d t)] \end{aligned} \quad (3.17)$$

Analog:

$$\Gamma(\overline{B}^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0) = \frac{1}{2} |A_f|^2 e^{-\Gamma t} [1 + |\lambda|^2 - (1 - |\lambda|^2) \cos(\Delta m_d t) + 2\text{Im}(\lambda) \sin(\Delta m_d t)] \quad (3.18)$$

Damit kann die vom Standard Modell prognostizierte \mathcal{CP} -verletzende Asymmetrie

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}} = \frac{\Gamma(\overline{B}^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0) - \Gamma(B^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0)}{\Gamma(\overline{B}^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0) + \Gamma(B^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0)} \quad (3.19)$$

$$= -\frac{1 - |\lambda|^2}{1 + |\lambda|^2} \cos(\Delta m_d t) + \frac{2\text{Im}(\lambda)}{1 + |\lambda|^2} \sin(\Delta m_d t) \quad (3.20)$$

$$=: C_{J/\Psi K_s^0} \cos(\Delta m_d t) + S_{J/\Psi K_s^0} \sin(\Delta m_d t) \quad (3.21)$$

berechnet werden und vereinfacht sich - da $|J/\Psi K_s^0\rangle$ ein \mathcal{CP} -Eigenzustand ist, gilt $|\lambda| = 1$ - hier zu

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}} = \text{Im}(\lambda) \sin(\Delta m_d t). \quad (3.22)$$

Damit kann im B-Meson-System, insbesondere im Zerfall $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$ durch Messung der Asymmetrie-Amplitude $S_{J/\Psi K_s^0}$ \mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz gemessen werden.

$$\mathcal{CP}\text{-Verletzung in der Interferenz} \quad \Longleftrightarrow \quad S_{J/\Psi K_s^0} = \text{Im}(\lambda) \neq 0 \quad (3.23)$$

3.6 CKM-Formalismus

Durch Austausch eines W^\pm -Bosons können Quarks ihren Flavour ändern. Dabei sind sie aber nicht an ihre jeweilige Generation gebunden, sondern können - wenn auch zum Teil stark unterdrückt - prinzipiell den Flavour einer jeden Generation annehmen. Ein kleines Beispiel: Der Eigenzustand $|u\rangle$ der starken Wechselwirkung geht über den schwachen Prozess (Austausch eines W^\pm -Bosons) nicht in ein $|d\rangle$ über, sondern vielmehr in eine Linearkombination aus $|d\rangle$, $|s\rangle$ und $|b\rangle$, die im folgenden mit $|d'\rangle$ bezeichnet wird. Allgemein werden die möglichen Linearkombinationen durch die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (kurz: CKM-Matrix) beschrieben.

$$\begin{pmatrix} |d'\rangle \\ |s'\rangle \\ |b'\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \\ |b\rangle \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Das Betragsquadrat eines jeden Matrixelementes $|V_{ij}|^2$ gibt dabei die Wahrscheinlichkeit für den Übergang eines Quarks $|i\rangle$ in ein $|j\rangle$ an. Da die V_{ij} prinzipiell komplex sein können, gibt es zunächst 18 freie Parameter, die zu bestimmen sind. Diese Zahl reduziert sich zum einen um 5 relative Quarkphasen, die physikalisch nicht beobachtbar sind.

3 CP-Verletzung in B-Meson-Systemen

Zum anderen reduziert die Forderung nach Unitarität der CKM-Matrix die Zahl der unabhängigen Parameter um 9, sodass am Ende 4 Parameter, 3 Euler Winkel sowie eine Phase, welche für die \mathcal{CP} -Verletzung verantwortlich ist, zu bestimmen sind. Die CKM-Matrix lässt sich näherungsweise durch die Wolfenstein-Parametrisierung darstellen:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (3.25)$$

Für den Zerfall von B_d^0 -Mesonen ist die Unitaritätsbedingung

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (3.26)$$

von besonderer Bedeutung. Man kann die einzelnen Summanden nun in der (ρ, η) -Ebene auftragen und erhält dabei ein sogenanntes Unitaritätsdreieck. Es wird so normiert, dass die Unterseite bei (0,0) beginnt und bei (1,0) endet.

4 Datenselektion

4.1 Verwendeter Datensatz

4.2 Schnitte

4.2.1 Trigger

4.2.2 Stripping

4.2.3 Zusätzliche Schnitte

4.2.4 Geister-Wahrscheinlichkeit

4.2.5 Bester Kandidat

5 Analyse / Fit

5.1 Fitmethode SFit

5.2 Bestimmung der sWeights - Massenfit

5.3 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (p.d.f.)

5.3.1 Fehlerbehaftetes Tagging

5.3.2 Kalibration des Taggings

5.3.3 Zeitauflösung

5.3.4 Endgültige p.d.f.

$$xxx \tag{5.1}$$

5.4 Fitergebnis

Wir erhalten schließlich:

$$S_{J/\Psi K_s^0} = xxx \pm xxx \tag{5.2}$$

6 Abschätzung systematischer Fehler

Der Fitter liefert uns zwar eine statistische Unsicherheit auf $S_{J/\Psi K_s^0}$, allerdings ist eine Betrachtung der Systematik unerlässlich. Im Folgenden wird daher der Einfluss einiger Effekte auf das Fitergebnis untersucht und anschließend der systematische Fehler abgeschätzt.

6.1 Fitmethode

Die hier verwendete Maximum-Likelihood-Methode hat zwar den schönen Vorteil, dass das Fitergebnis nicht vom Binning abhängt, es ist jedoch nicht von vornherein ausgeschlossen, dass sie das Ergebnis verfälscht (einen sog. Bias produziert). Daher wird eine Toy Monte Carlo - Studie (kurz: Toy MC) durchgeführt. Dabei werden Daten zufällig nach einer Verteilung mit den gewünschten Parametern generiert und im Anschluss gefittet. Für eine gute Abschätzung des Bias dienen die Ergebnisse des Daten-Fits aus Tabelle xxxxxxxx als Anhaltspunkt. Es werden pro Toy 20000 Teilchen generiert mit einem Signalanteil von 42,3%.

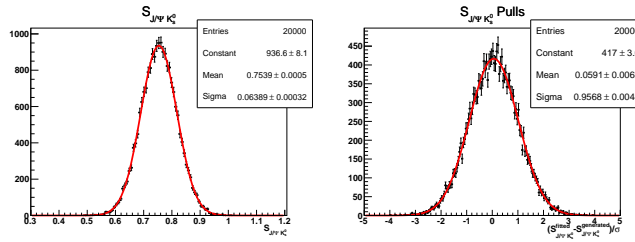


Abbildung 6.1: Verteilung der aus der Toy MC Studie erhaltenen Amplituden $S_{J/\Psi K_s^0}$ (links) sowie die dazugehörigen Pulls (rechts)

Abbildung 6.1 zeigt sowohl die Verteilung der gefitteten Amplitude und die Pulls, die sich mittels $\frac{S_{J/\Psi K_s^0}^{gefittet} - S_{J/\Psi K_s^0}^{generiert}}{\sigma_{gefittet}}$ berechnen. Es lassen sich hierbei zwei Dinge beobachten:

1. An der Verschiebung des Pull-Mittelwertes $\mu = 0,059 \pm 0,007$ von der Null sieht man deutlich, dass es einen kleinen, aber signifikanten Bias gibt. Indem wir diesen Bias mit der statistischen Unsicherheit aus unserem Fitergebnis (siehe Gl. 5.2) multiplizieren erhalten wir eine Abschätzung der aus der Fitmethode resultierenden Unsicherheit:

$$\delta S_{J/\Psi K_s^0}^{Fit} = 0,059 \cdot 0,07 = 0,00413 \quad (6.1)$$

2. Mit einem $\sigma = 0,957 \pm 0,005$ ist die Pull-Verteilung signifikant zu schmal. Dies bedeutet, dass der Fit den statistischen Fehler überschätzt. Das Problem tritt auf, sobald man in den Toys Untergrund miteinbezieht. Es ist bekannt, dass die verwendete SFit-Methode die Fehlerpropagation (gerade bei Untergrund) nicht korrekt ausführt. Es wurde daher eine Fehlerkorrektur implementiert, aber auch dieser handelt es sich nur um eine Näherung.

Ursachen des Bias Weitere Toy MC Studien zeigen, dass die Behandlung des Untergrundes zu einem Bias führt. Generiert man nämlich nur Signal, ist der Mittelwert kompatibel zur Null (siehe Abb. 6.2).

Abbildung 6.2: Toy MC Studie mit reinem Signal ohne Untergrund. Es kommt zu keinem signifikanten Bias. Links: Verteilung der erhaltenen Amplitude, Rechts: Pull-Verteilung.

Die Vermutung ist, dass zu wenig Statistik im Fit die eigentliche Ursache für den Bias ist. Daher wurden weitere Toy MC Studien mit unterschiedlicher Anzahl an Teilchen pro Toy durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.1 aufgeführt und in Abbildung 6.3 nochmals visualisiert. Man sieht, dass sich der Fit Bias mit erhöhter Statistik deutlich reduzieren lässt. Allerdings lässt das Ergebnis Zweifel aufkommen, ob er sich mit noch mehr Statistik gänzlich verschwindet.

Tabelle 6.1: Toy MC Studien mit unterschiedlicher Anzahl an generierten Events pro Toy. Genannt wird der Mittelwert μ der $S_{J/\Psi K_s^0}$ -Pull-Verteilung

Teilchen pro Toy	μ
20000	$0,059 \pm 0,007$
50000	$0,036 \pm 0,007$
100000	$0,020 \pm 0,007$
200000	$0,022 \pm 0,007$

6.2 Kalibration des Taggings

Im Fit wird bei den Parametern der Tagging Kalibration nur der statistischen Fehler berücksichtigt. Es soll nun an dieser Stelle der Einfluss der statistischen Unsicherheiten abgeschätzt werden.

Die Korrekturparameter p_0 und p_1 für die Fehlerwahrscheinlichkeit des OST sind gegeben durch

$$p_0 = 0,392 \pm 0,0017 \text{ (stat.)} \pm 0,0076 \text{ (syst.)} \quad (6.2)$$

$$p_1 = 1,035 \pm 0,021 \text{ (stat.)} \pm 0,0076 \text{ (syst.)} \quad (6.3)$$

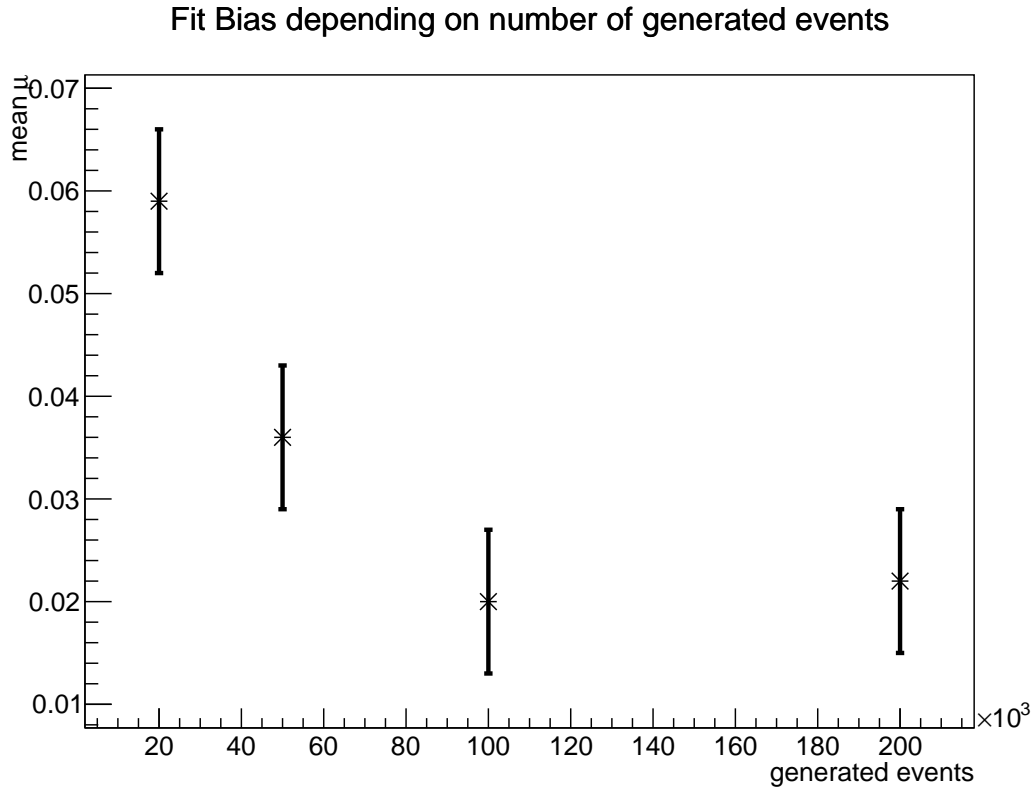


Abbildung 6.3: Toy MC Studien mit unterschiedlicher Anzahl an generierten Events pro Toy. Als Maß für den Fit Bias dient der Mittelwert μ der $S_{J/\Psi K_s^0}$ -Pull-Verteilung

Variation der Parameter in den Daten !!! Wichtig !!! - Dieser Abschnitt muss nochmal überarbeitet werden. (Werte anpassen)

Zunächst werden die Startwerte der Parameter p_0 und p_1 variiert, indem man jeweils den systematischen Fehler der Parameter addiert bzw. subtrahiert und dann den Fit auf die Daten durchführt. Für alle vier Kombinationen wird dann die Abweichung vom regulären Fitergebnis für $S_{J/\Psi K_s^0}$ berechnet. Der Referenzwert aus dem Fit beträgt

$$S_{J/\Psi K_s^0} = 0,625 \pm 0,069 \quad (6.4)$$

Tabelle 6.2: Variation des Fitergebnisses für $S_{J/\Psi K_s^0}$ bei Veränderung der Startwerte für p_0 und $p_1 \pm$ ihrer statistischen Unsicherheiten

p_0	p_1	$S_{J/\Psi K_s^0}$	$\Delta S_{J/\Psi K_s^0}$
$0,3783 - 0,0028$	$0,950 - 0,028$	$0,7623 \pm 0,0005$	$0,0093 \pm 0,0007$
$0,3783 + 0,0028$	$0,950 - 0,028$	$0,7368 \pm 0,0005$	$-0,0171 \pm 0,0007$
$0,3783 - 0,0028$	$0,950 + 0,028$	$0,7729 \pm 0,0005$	$0,0190 \pm 0,0007$
$0,3783 + 0,0028$	$0,950 + 0,028$	$0,747 \pm 0,001$	$-0,007 \pm 0,001$

Die Ergebnisse sind Tabelle 6.2 zu entnehmen. Die größte Abweichung beträgt hier $\Delta S_{J/\Psi K_s^0} = 0,0190$.

Variation der Parameter in Toy MC Eine weitere Möglichkeit der Abschätzung besteht darin, sich entsprechende Toys zu generieren und diese dann zu fitten. Im Folgenden werden bei der Toy Generierung die Parameter p_0 und p_1 um ihre statistischen Unsicherheiten variiert (systematische Fehler auf die Kalibration liegen leider noch nicht vor), der Fit dann allerdings mit den ursprünglichen Parameterwerten durchgeführt. Als Referenzwert dient die aus dem Fit Bias (siehe Kapitel 6.1) erhaltene Amplitude, da hier mit den regulären Parametern p_0 und p_1 generiert und gefittet wurde:

$$S_{J/\Psi K_s^0} = 0,7539 \pm 0,0005 \quad (6.5)$$

Tabelle 6.3: Variation des Fitergebnisses für $S_{J/\Psi K_s^0}$ bei Veränderung der Parameterwerte p_0 und $p_1 \pm$ ihrer statistischen Unsicherheiten bei der Generierung von Toys

p_0	p_1	$S_{J/\Psi K_s^0}$	$\Delta S_{J/\Psi K_s^0}$
$0,3783 - 0,0028$	$0,950 - 0,028$	$0,7623 \pm 0,0005$	$0,0093 \pm 0,0007$
$0,3783 + 0,0028$	$0,950 - 0,028$	$0,7368 \pm 0,0005$	$-0,0171 \pm 0,0007$
$0,3783 - 0,0028$	$0,950 + 0,028$	$0,7729 \pm 0,0005$	$0,0190 \pm 0,0007$
$0,3783 + 0,0028$	$0,950 + 0,028$	$0,747 \pm 0,001$	$-0,007 \pm 0,001$

Die Ergebnisse sind Tabelle 6.3 zu entnehmen, diese wurde aus den Plots in Abbildung 6.4. Die größte Abweichung beträgt hier $\Delta S_{J/\Psi K_s^0} = 0,0190$. Daher wird der systematische Fehler durch die Tagging Kalibrierung wie folgt abgeschätzt:

$$\delta S_{J/\Psi K_s^0}^{TaggingKalibration} = 0,0190 . \quad (6.6)$$

6.3 Einfluss der zeitlichen Akzeptanz

In der Analyse wurde der Einfluss einer zeitabhängigen Detektorakzeptanz vernachlässigt. Nimmt man an, dass sich die Akzeptanz von B_d^0 - und \bar{B}_d^0 -Mesonen nicht unterscheiden, so hat die Akzeptanz keinen Einfluss auf die Asymmetrie, da sie sich hier herauskürzt. Beim Fit der Amplitude nach Gleichung ?? ist dies aber nicht zwangsläufig so. Um hiesiges Vorgehen zu rechtfertigen, wird zunächst eine Bestimmung der Akzeptanz durchgeführt und anschließend mit einer Toy MC Studie ihr Einfluss überprüft.

6.3.1 Bestimmung einer Akzeptanzfunktion

B_d^0 -Mesonen haben eine relativ lange Lebensdauer. Um sie von kurzlebigen Untergrund zu unterscheiden, befinden sich auf den Triggern und dem Stripping entsprechende Cuts auf die Flugzeiten. Dies hat zur Folge, dass für kleine Flugzeiten ($ct \lesssim 0,3\text{ps}$) kaum B_d^0 -Mesonen im Detektor registriert werden und es zu einem sog. „Turn-On-Effekt“ kommt. Es hat sich herausgestellt ([1]), dass dieser gut durch die Funktion

$$\epsilon_1(t) = \frac{2}{\pi} \arctan[t \cdot \exp(at + b)] \quad (6.7)$$

parametrisiert wird.

Je länger ein B_d^0 -Meson lebt, desto schwieriger wird es, die Zerfallsprodukte im Detektor auf Grund seiner begrenzten Länge nachzuweisen. Daher nimmt die Akzeptanz zu großen Zeiten hin wieder ab. Zur Parametrisierung fällt die Wahl auf eine lineare Funktion

$$\epsilon_2(t) = 1 + \beta t \quad (\beta < 0). \quad (6.8)$$

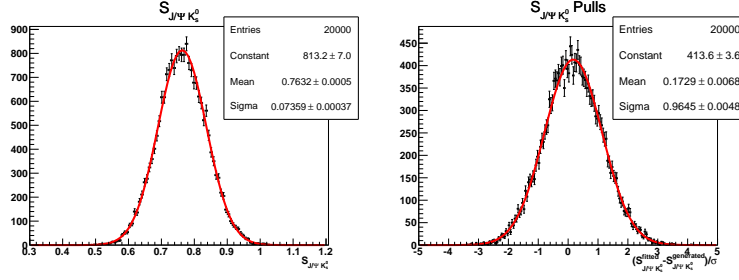
Die entsprechende gesamte Akzeptanzfunktion lautet demnach:

$$\epsilon(t) = \epsilon_1(t) \cdot \epsilon_2(t) = \frac{2}{\pi} \arctan[t \cdot \exp(at + b)](1 + \beta t) \quad (6.9)$$

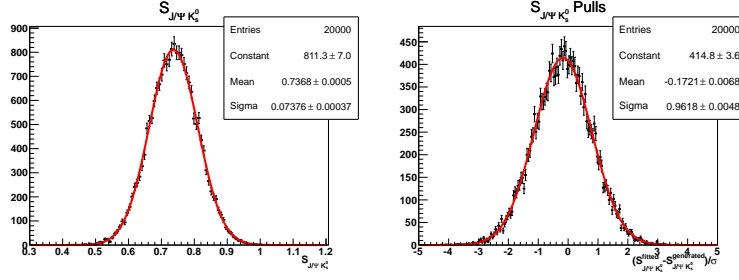
Zur Bestimmung der Parameter wird die Trennung von B_d^0 - und \bar{B}_d^0 -Mesonen aufgehoben, sodass lediglich ein exponentieller Zerfall zu beobachten ist. Des weiteren wird der Cut auf die Lebensdauer bei 0,3ps nicht angewandt, sodass der Turn-On-Effekt auch richtig sichtbar wird. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für den Fit lautet somit:

$$\mathcal{P}_{acc}(t) \propto \epsilon(t) \cdot e^{-t/\tau} = e^{-t/\tau} \cdot \frac{2}{\pi} \arctan[t \cdot \exp(at + b)](1 + \beta t) \quad (6.10)$$

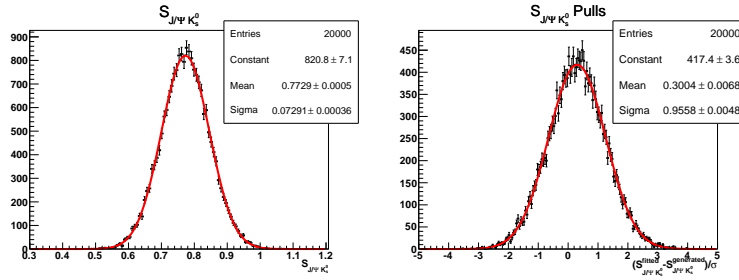
6 Abschätzung systematischer Fehler



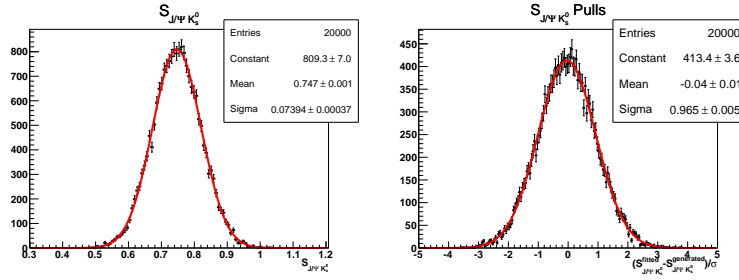
(a) $p_0 - \Delta p_0, p_1 - \Delta p_1$



(b) $p_0 + \Delta p_0, p_1 - \Delta p_1$



(c) $p_0 - \Delta p_0, p_1 + \Delta p_1$



(d) $p_0 + \Delta p_0, p_1 + \Delta p_1$

Abbildung 6.4: Toy MC Studie zur Abschätzung der Systematik durch die Tagging Kalibration. Bei der Generation wurden die Taggingparameter $p_0 = 0,3783$ und $p_1 = 0,950$ um ihre statischen Unsicherheiten $\Delta p_0 = 0,0028$ bzw. $\Delta p_1 = 0,028$ variiert, der Fit wurde dann mit den ursprünglichen Werten p_0 und p_1 durchgeführt.

6.4 Gleichförmigkeit der Massenverteilung

Die beiden Parameter τ und β sind stark miteinander korreliert. Für eine geeignete Bestimmung der Parameter der Akzeptanz-Funktion wird daher die Lebensdauer auf den PDG-Wert $\tau = 1,519 \pm 0,007\text{ps}$ [5] constraint, die anderen Parameter fließen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.4 aufgeführt, die entsprechenden Plots in Abbildung 6.5.

Tabelle 6.4: Ergebnis des Fits zur Bestimmung der zeitlichen Akzeptanz

Parameter	Ergebnis
τ	$1,519 \pm 0,007$
a	$44,1 \pm 5,7$
b	$-7,4 \pm 1,1$
β	$-0,0056 \pm 0,0085$

6.3.2 Bestimmung des Einflusses

Durch den Cut auf die Lebensdauer bei $t = 0,3\text{ps}$ in der Datenselektion spielt der Turn-On-Effekt im hier verwendeten Datensatz eigentlich keine Rolle. Dies wird dadurch deutlich, dass die Akzeptanzfunktion $\epsilon(0,3\text{ps}) = 0,992$ und damit fast Eins ist. Auch am Ende des Analysebereichs beträgt die Akzeptanz noch $\epsilon(14\text{ps}) = 0,905$. Daher liegt die Vermutung nahe, dass sich die Akzeptanz nicht gravierend auf das Fitergebnis auswirkt. Mit den in Kapitel 6.3.1 bestimmten Parametern wird die zeitliche Akzeptanz bei der Erzeugung der Toys berücksichtigt, der anschließende Fit aber ohne Akzeptanzfunktion durchgeführt. Die zur Erzeugung verwendeten Parameter entsprechen ansonsten denen in Kapitel 6.1.

Der Mittelwert der Pulls $\mu = 0,063 \pm 0,007$ (siehe Abb. 6.6) ist kompatibel mit dem aus dem Fit Bias erhaltenen $\mu = 0,059 \pm 0,007$ und erzeugt dementsprechend keinen signifikanten zusätzlichen Bias. Damit ist die Vernachlässigung der zeitlichen Akzeptanz im Fit gerechtfertigt.

6.4 Gleichförmigkeit der Massenverteilung

6.5 Zeitauflösung

6 Abschätzung systematischer Fehler

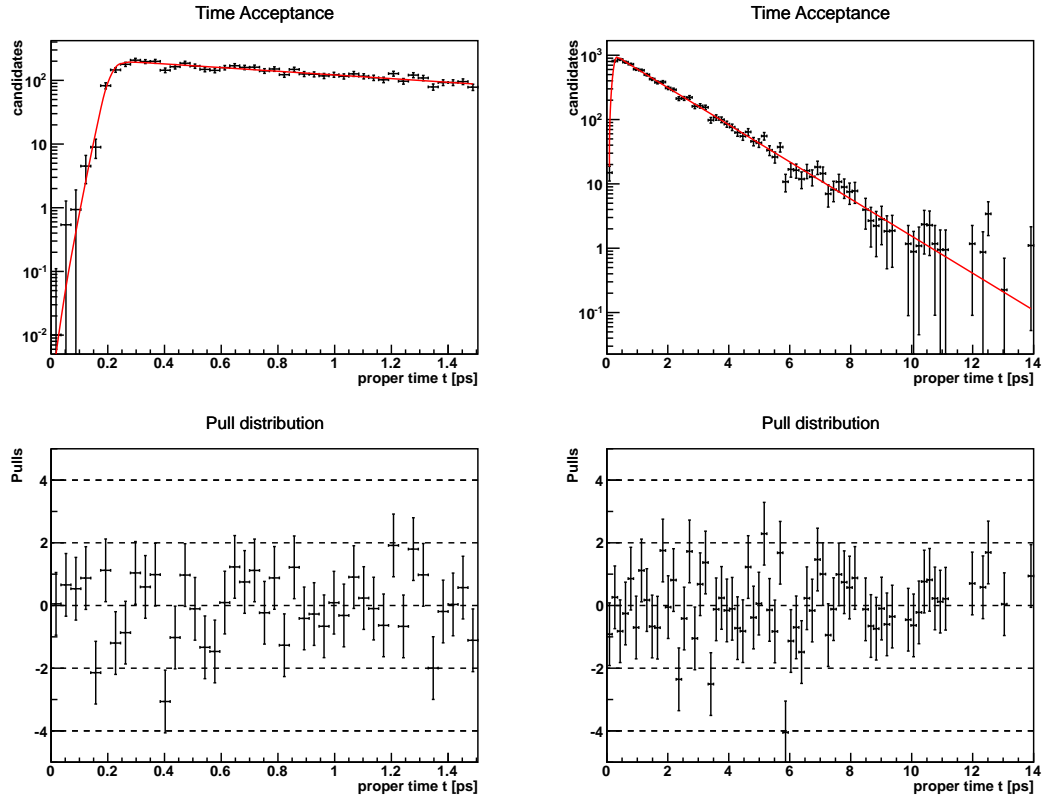


Abbildung 6.5: Fit an die Flugzeit-Verteilung aller B_d^0 -Mesonen mit eingeschlossener Akzeptanzfunktion (oben) sowie die entsprechende Pull-Verteilung (unten). Links: kurzlebiger Zeitbereich ($t < 1,5\text{ps}$), Rechts: gesamtes Flugzeit-spektrum ($0\text{ps} < t < 14\text{ps}$)

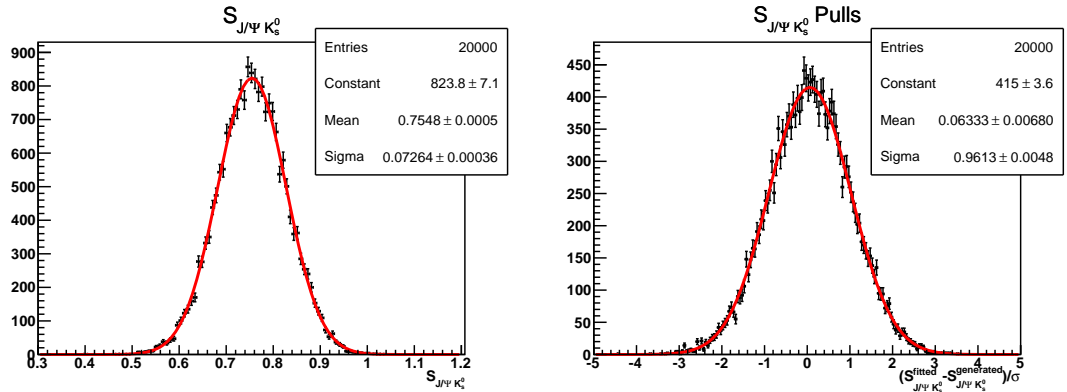


Abbildung 6.6: Untersuchung des Einflusses einer zeitlichen Akzeptanz: Verteilung der aus der Toy MC Studie erhaltenen Amplituden $S_{J/\Psi K_s^0}$ (links) sowie die dazugehörigen Pulls (rechts)

7 Zusammenfassung

Literaturverzeichnis

- [1] LHCb-Analyse, ...
- [2] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles-de.svg (Stand: 07.07.2013)
- [3] <http://press.web.cern.ch/press-releases/2013/03/new-results-indicate-particle-discovered-cern-higgs-boson>
- [4] K. Kleinknecht, Uncovering ...
- [5] PDG-Wert für Tau
<http://pdglive.lbl.gov/popupblockdata.brl?nodein=S042T&inscript=Y&fsizein=1&clumpin0=> (Stand: 02.07.2013)
- [6] http://www-zeus.physik.uni-bonn.de/~brock/feynman/vtp_ss06/

Glossary

OST Opposite Side Tagger. 5

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den ...,