

**Fakultät für Physik und Astronomie
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg**

Bachelorarbeit in Physik
eingereicht von

Patrick Fahner

geboren in Mannheim (Deutschland)

August 2013

About ...

This Bachelor Thesis has been carried out by XYZ at the
ABC Institute in Heidelberg
under the supervision of
Prof. Max Mustermann

Inhaltsverzeichnis

1 Das LHCb-Experiment

2 CP-Verletzung in B-Meson-Systemen

2.1 Diskrete Symmetrietransformationen

Symmetrien sind in der Physik von zentraler Bedeutung. Gemäß dem Noether-Theorem existiert in der klassischen Physik zu jeder kontinuierlichen Symmetrie eine Erhaltungsgröße. In quantenmechanischen Systemen können wir drei diskrete Symmetrietransformationen betrachten:

1. **Parität \mathcal{P} :**

Bei der Paritätsoperation wird das Vorzeichen der kartesischen Ortskoordinaten umgekehrt. Dies entspricht einer Punktspiegelung.

2. **Ladungskonjugation \mathcal{C} :**

Jedes Teilchen wird durch sein Antiteilchen ersetzt.

3. **Zeitumkehr \mathcal{T} :**

Das Vorzeichen auf der Zeitachse wird umgekehrt. Da in der vorliegenden Arbeit allerdings nur die CP-Verletzung gemessen werden soll, wird die Zeitumkehr im folgenden vernachlässigt.

Entgegen der klassischen Intuition konnte Wu 1956 nachweisen, dass die Parität im β -Zerfall und damit in der schwachen Wechselwirkung nicht erhalten ist. Weitere Experimente zeigen, dass die schwache Wechselwirkung die Parität maximal verletzt: Neutrinos, die nur schwach wechselwirken können, sind stets „linkshändig“ (Spin und Impuls antiparallel), Antineutrinos dagegen immer „rechtshändig“ (Spin und Impuls parallel). Da der Spin im Gegensatz zum Impuls invariant unter \mathcal{P} -Transformation ist, würde diese Operation aus einem linkshändigen Neutrino ein rechtshändiges machen, was in der Natur nicht realisiert ist.

Damit ist offensichtlich, dass die schwache Wechselwirkung auch die Ladungskonjugation verletzt: Wendet man die \mathcal{C} -Transformation auf ein linkshändiges Neutrino an, so erhält man ein linkshändiges Antineutrino. Dieses existiert aber wie bereits erwähnt nicht. Analog gilt die Überlegung auch für Antineutrinos.

2.1.1 Scheinbare \mathcal{CP} -Invarianz

Wendet man nun aber die Transformationen \mathcal{P} und \mathcal{C} direkt hintereinander an, so ergibt sich zunächst kein Widerspruch zur Natur (siehe Abb. ??). Aus einem linkshändigen Neutrino wird ein rechtshändiges Antineutrino. Im Jahre 1964 wurde dann allerdings im Zerfall neutraler K-Mesonen erstmal \mathcal{CP} -Verletzung nachgewiesen. [?]

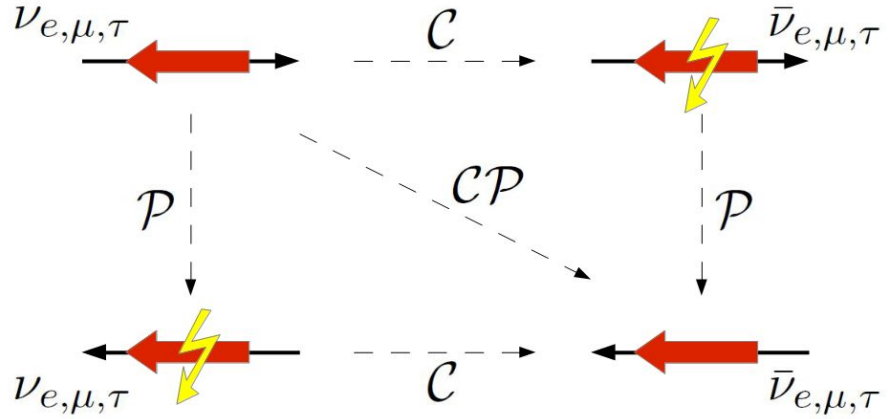


Abbildung 2.1: Scheinbare CP -Invarianz: Während eine reine P - oder C -Transformation zu in der Natur nicht realisierten Zuständen führt, scheint es bei der kombinierten CP -Transformation keinen Widerspruch zu geben (dünne Pfeile: Impulsausrichtung, dicke Pfeile: Spinausrichtung).

2.2 CP -Verletzung in der Mischung

Die Flavoureigenzustände $|B^0\rangle = |\bar{b}d\rangle$ und $|\overline{B^0}\rangle = |b\bar{d}\rangle$ entsprechen nicht den Masseigenzuständen. Wir definieren daher die normierten Zustände

$$|B_h\rangle = p|B^0\rangle - q|\overline{B^0}\rangle \quad (2.1)$$

$$|B_l\rangle = p|B^0\rangle + q|\overline{B^0}\rangle \quad (2.2)$$

$$\text{mit } |p|^2 + |q|^2 = 1 \quad (2.3)$$

welche eine definierte Masse und Zerfallsbreite besitzen. Sie sind auch Eigenzustände eines nicht-hermiteschen Hamiltonoperators (Nichthermitizität wegen des möglichen Zerfalls der Teilchens). Dieser setzt sich zusammen aus den hermiteschen Massenoperatoren M und Γ . Notieren wir die lineare Superposition der Zustände ?? und ?? als $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$, so nimmt die zeitabhängige Schrödingergleichung die Form

$$i\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \left(M - \frac{i}{2}\Gamma \right) \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

an und führt zur folgenden zeitlichen Entwicklung der Zustände:

$$\begin{aligned} |B_{h/l}(t)\rangle &= e^{-im_{h/l}t - \frac{1}{2}\Gamma_{h/l}t} |B_{h/l}(0)\rangle \\ &= e^{-\gamma_{h/l}t} (p|B^0\rangle \mp q|\overline{B^0}\rangle) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\text{mit } \gamma_{h/l} = im_{h/l} + \frac{\Gamma_{h/l}}{2} \quad (2.6)$$

2.3 Direkte \mathcal{CP} -Verletzung

Hierbei ist $\gamma_{h/l}$ so definiert, dass $-\mathrm{i}\gamma_{h/l} = m_{h/l} - \frac{\mathrm{i}}{2}\Gamma_{h/l}$ die Eigenwerte des Hamiltonoperators $\mathcal{H} := (M - \frac{\mathrm{i}}{2}\Gamma)$ sind. Umgeschrieben auf die Flavoureigenzustände erhalten wir:

$$\begin{aligned} |B^0(t)\rangle &= \frac{1}{2p} (|B_h\rangle + |B_l\rangle) \\ &= \frac{1}{2} \left[(e^{-\gamma_h t} + e^{-\gamma_l t}) |B^0\rangle - \frac{q}{p} (e^{-\gamma_h t} - e^{-\gamma_l t}) |\overline{B^0}\rangle \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Die Wahrscheinlichkeit für den Übergang eines $|B^0\rangle$ (zum Zeitpunkt $t = 0$) in ein $|\overline{B^0}\rangle$ beträgt:

$$\begin{aligned} P(B^0 \rightarrow \overline{B^0})(t) &= |\langle \overline{B^0} | B^0(t) \rangle|^2 \\ &= \frac{1}{4} \left| \frac{q}{p} \right|^2 \left[e^{-\Gamma_h t} + e^{-\Gamma_l t} - 2e^{-\frac{1}{2}(\Gamma_h + \Gamma_l)t} \cos(\Delta m_d t) \right] \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\text{mit } \Delta m_d = m_h - m_l \quad (2.9)$$

2.3 Direkte \mathcal{CP} -Verletzung

Die Zerfallsamplituden der neutralen B^0 -Mesonen in einen Endzustand $|f\rangle$ bzw. seinen \mathcal{CP} -konjugierten Zustand $|\overline{f}\rangle$ sind definiert als

$$\begin{aligned} A_f &= \langle f | \mathcal{H} | B^0 \rangle, & A_{\overline{f}} &= \langle \overline{f} | \mathcal{H} | B^0 \rangle, \\ \overline{A_f} &= \langle f | \mathcal{H} | \overline{B^0} \rangle, & \overline{A_{\overline{f}}} &= \langle \overline{f} | \mathcal{H} | \overline{B^0} \rangle. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Dabei bezeichnet \mathcal{H} einen Hamiltonoperator der schwachen Wechselwirkung. Ist \mathcal{CP} erhalten, dann sollten die Zerfallsraten, ergo auch die Zerfallsamplituden eines B^0 nach f sowie eines $\overline{B^0}$ nach \overline{f} gleich sein. Dies bedeutet:

$$\text{Direkte } \mathcal{CP}\text{-Verletzung} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{|A_f|}{|\overline{A_{\overline{f}}}|} \neq 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{|\overline{A_f}|}{|A_{\overline{f}}|} \neq 1 \quad (2.11)$$

2.4 \mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz

3 Datenselektion

4 Analyse / Fit

4.1 Fitmethode SFit

4.2 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$xxx \tag{4.1}$$

4.3 Fitergebnis

Wir erhalten schließlich:

$$S_{J/\Psi K_s^0} = xxx \pm xxx \tag{4.2}$$

5 Abschätzung systematischer Fehler

Der Fitter liefert uns zwar eine statistische Unsicherheit auf $S_{J/\Psi K_s^0}$, allerdings ist eine Betrachtung der Systematik unerlässlich. Im Folgenden wird daher der Einfluss einiger Effekte auf das Fitergebnis untersucht und anschließend der systematische Fehler abgeschätzt.

5.1 Fit Bias

Die hier verwendete Maximum-Likelihood-Methode hat zwar den schönen Vorteil, dass das Fitergebnis nicht vom Binning abhängt, es ist jedoch nicht von vornherein ausgeschlossen, dass sie das Ergebnis verfälscht (einen sog. Bias produziert). Daher wird eine Toy Monte Carlo - Studie (kurz: Toy MC) durchgeführt. Dabei werden Daten zufällig nach einer Verteilung mit den gewünschten Parametern generiert und im Anschluss gefittet. Für eine gute Abschätzung des Bias dienen die Ergebnisse des Daten-Fits aus Tabelle xxxxxxxx als Anhaltspunkt. Es werden pro Toy 20000 Teilchen generiert mit einem Signalanteil von 42,3%.

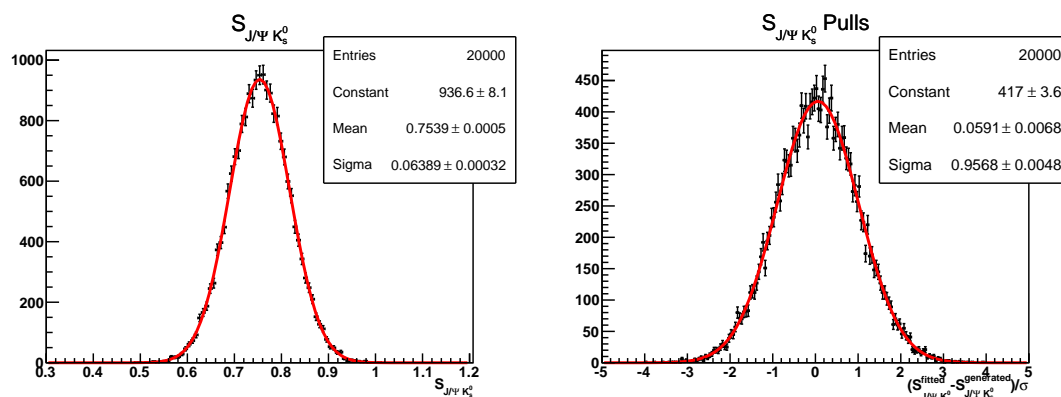


Abbildung 5.1: Verteilung der aus der Toy MC Studie erhaltenen Amplituden $S_{J/\Psi K_s^0}$ (links) sowie die dazugehörigen Pulls (rechts)

Abbildung ?? zeigt sowohl die Verteilung der gefitteten Amplitude und die Pulls, die sich mittels $\frac{S_{J/\Psi K_s^0}^{gefittet} - S_{J/\Psi K_s^0}^{generiert}}{\sigma_{gefittet}}$ berechnen. Es lassen sich hierbei zwei Dinge beobachten:

1. An der Verschiebung des Pull-Mittelwertes $\mu = 0,059 \pm 0,007$ von der Null sieht man deutlich, dass es einen kleinen, aber signifikanten Bias gibt. Indem wir diesen Bias mit der statistischen Unsicherheit aus unserem Fitergebnis (siehe Gl. ??)

5 Abschätzung systematischer Fehler

multiplizieren erhalten wir eine Abschätzung der aus der Fitmethode resultierenden Unsicherheit:

$$\delta S_{J/\Psi K_s^0}^{Fit} = 0,059 \cdot 0,07 = 0,00413 \quad (5.1)$$

2. Mit einem $\sigma = 0,957 \pm 0,005$ ist die Pull-Verteilung signifikant zu schmal. Dies bedeutet, dass der Fit den statistischen Fehler überschätzt. Das Problem tritt auf, sobald man in den Toys Untergrund miteinbezieht. Es ist bekannt, dass die verwendete SFit-Methode die Fehlerpropagation (gerade bei Untergrund) nicht korrekt ausführt. Es wurde daher eine Fehlerkorrektur implementiert, aber auch dieser handelt es sich nur um eine Näherung.

Ursachen des Bias Weitere Toy MC Studien zeigen, dass die Behandlung des Untergrundes zu einem Bias führt. Generiert man nämlich nur Signal, ist der Mittelwert kompatibel zur Null (siehe Abb. ??).

Abbildung 5.2: Toy MC Studie mit reinem Signal ohne Untergrund. Es kommt zu keinem signifikanten Bias. Links: Verteilung der erhaltenen Amplitude, Rechts: Pull-Verteilung.

Die Vermutung ist, dass zu wenig Statistik im Fit die eigentliche Ursache für den Bias ist. Daher wurden weitere Toy MC Studien mit unterschiedlicher Anzahl an Teilchen pro Toy durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle ?? aufgeführt und in Abbildung ?? nochmals visualisiert.

Tabelle 5.1: Toy MC Studien mit unterschiedlicher Anzahl an generierten Events pro Toy. Genannt wird der Mittelwert μ der $S_{J/\Psi K_s^0}$ -Pull-Verteilung

Teilchen pro Toy	μ
20000	xxx±xxx
50000	xxx±xxx
100000	xxx±xxx
200000	xxx±xxx

Abbildung 5.3: Visualisierung der Werte aus Tab. ??

5.2 Tagging Kalibration

Im Fit wird bei den Parametern der Tagging Kalibration nur der statistischen Fehler berücksichtigt. Es soll nun an dieser Stelle der Einfluss der statistischen Unsicherheiten abgeschätzt werden.

Die Korrekturparameter p_0 und p_1 für die Fehlerwahrscheinlichkeit des OST sind gegeben durch

$$p_0 = 0,392 \pm 0,0017 \text{ (stat.)} \pm 0,0076 \text{ (syst.)} \quad (5.2)$$

$$p_1 = 1,035 \pm 0,021 \text{ (stat.)} \pm 0,0076 \text{ (syst.)}. \quad (5.3)$$

Variation der Parameter in den Daten Zunächst werden die Startwerte der Parameter p_0 und p_1 variiert, indem man jeweils den systematischen Fehler der Parameter addiert bzw. subtrahiert und dann den Fit auf die Daten durchführt. Für alle vier Kombinationen wird dann die Abweichung vom regulären Fitergebnis für $S_{J/\Psi K_s^0}$ berechnet. Der Referenzwert aus dem Fit beträgt

$$S_{J/\Psi K_s^0} = 0,625 \pm 0,069 \quad (5.4)$$

Tabelle 5.2: Variation des Fitergebnisses für $S_{J/\Psi K_s^0}$ bei Veränderung der Startwerte für p_0 und $p_1 \pm$ ihrer statistischen Unsicherheiten

p_0	p_1	$S_{J/\Psi K_s^0}$	$\Delta S_{J/\Psi K_s^0}$
$0,392 - 0,0076$	$1,035 - 0,012$	$0,599 \pm 0,067$	$-0,026 \pm xxx$
$0,392 + 0,0076$	$1,035 - 0,012$	$0,661 \pm 0,072$	$0,036 \pm xxx$
$0,392 - 0,0076$	$1,035 + 0,012$	$0,592 \pm 0,066$	$-0,033 \pm xxx$
$0,392 + 0,0076$	$1,035 + 0,012$	$0,651 \pm 0,071$	$0,026 \pm xxx$

Die Ergebnisse sind Tabelle ?? zu entnehmen. Die größte Abweichung beträgt hier $\Delta S_{J/\Psi K_s^0} = 0,036$.

Variation der Parameter in Toy MC Eine weitere Möglichkeit der Abschätzung besteht darin, sich entsprechende Toys zu generieren und diese dann zu fitten. Im Folgenden werden bei der Toy Generierung die Parameter p_0 und p_1 um ihre systematische Unsicherheiten variiert, der Fit dann allerdings mit den ursprünglichen Parameterwerten durchgeführt. Als Referenzwert generieren und fitten wir toys mit den ursprünglichen Parameterwerten p_0 und p_1 sowie $S_{J/\Psi K_s^0} = 0.75$ und erhalten hierfür:

$$S_{J/\Psi K_s^0} = 0,75527 \pm xxx \quad (5.5)$$

Die Ergebnisse sind Tabelle ?? zu entnehmen. Die größte Abweichung beträgt hier betragsmäßig ebenfalls $\Delta S_{J/\Psi K_s^0} = 0,036$. Daher schätzen wir den systematischen Fehler durch die Tagging Kalibrierung auf

$$s_{tagcalib} = 0.036 . \quad (5.6)$$

Tabelle 5.3: Variation des Fitergebnisses für $S_{J/\Psi K_s^0}$ bei Veränderung der Parameterwerte p_0 und $p_1 \pm$ ihrer statistischen Unsicherheiten bei der Generierung von Toys

p_0	p_1	$S_{J/\Psi K_s^0}$	$\Delta S_{J/\Psi K_s^0}$
$0,392 - 0,0076$	$1,035 - 0,012$	$0,782 \pm xxx$	$0,027 \pm xxx$
$0,392 + 0,0076$	$1,035 - 0,012$	$0,719 \pm xxx$	$-0,036 \pm xxx$
$0,392 - 0,0076$	$1,035 + 0,012$	$0,788 \pm xxx$	$0,032 \pm xxx$
$0,392 + 0,0076$	$1,035 + 0,012$	$0,727 \pm xxx$	$-0,028 \pm xxx$

5.3 Einfluss der zeitlichen Akzeptanz

In der Analyse wurde der Einfluss einer zeitabhängigen Detektorakzeptanz vernachlässigt. Nimmt man an, dass sich die Akzeptanz von B_d^0 - und \overline{B}_d^0 -Mesonen nicht unterscheiden, so hat die Akzeptanz keinen Einfluss auf die Asymmetrie, da sie sich hier herauskürzt. Beim Fit der Amplitude nach Gleichung ?? ist dies aber nicht zwangsläufig so. Um hiesiges Vorgehen zu rechtfertigen, wird zunächst eine Bestimmung der Akzeptanz durchgeführt und anschließend mit einer Toy MC Studie ihr Einfluss überprüft.

5.3.1 Bestimmung einer Akzeptanzfunktion

B_d^0 -Mesonen haben eine relativ lange Lebensdauer. Um sie von kurzlebigen Untergrund zu unterscheiden, befinden sich auf den Triggern und dem Stripping entsprechende Cuts auf die Flugzeiten. Dies hat zur Folge, dass für kleine Flugzeiten ($ct \lesssim 0,3\text{ps}$) kaum B_d^0 -Mesonen im Detektor registriert werden und es zu einem sog. „Turn-On-Effekt“ kommt. Es hat sich herausgestellt ([?]), dass dieser gut durch die Funktion

$$\epsilon_1(t) = \frac{2}{\pi} \arctan[t \cdot \exp(at + b)] \quad (5.7)$$

parametrisiert wird.

Je länger ein B_d^0 -Meson lebt, desto schwieriger wird es, die Zerfallsprodukte im Detektor auf Grund seiner begrenzten Länge nachzuweisen. Daher nimmt die Akzeptanz zu großen Zeiten hin wieder ab. Zur Parametrisierung fällt die Wahl auf eine lineare Funktion

$$\epsilon_2(t) = 1 + \beta t \quad (\beta < 0). \quad (5.8)$$

Die entsprechende gesamte Akzeptanzfunktion lautet demnach:

$$\epsilon(t) = \epsilon_1(t) \cdot \epsilon_2(t) = \frac{2}{\pi} \arctan[t \cdot \exp(at + b)](1 + \beta t) \quad (5.9)$$

Zur Bestimmung der Parameter wird die Trennung von B_d^0 - und \overline{B}_d^0 -Mesonen aufgehoben, sodass lediglich ein exponentieller Zerfall zu beobachten ist. Des weiteren wird

5.4 Gleichförmigkeit der Massenverteilung

der Cut auf die Lebensdauer bei 0,3ps nicht angewandt, sodass der Turn-On-Effekt auch richtig sichtbar wird. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für den Fit lautet somit:

$$\mathcal{P}_{acc}(t) \propto \epsilon(t) \cdot e^{-t/\tau} = e^{-t/\tau} \cdot \frac{2}{\pi} \arctan[t \cdot \exp(at + b)](1 + \beta t) \quad (5.10)$$

Die beiden Parameter τ und β sind stark miteinander korreliert. Für eine geeignete Bestimmung der Parameter der Akzeptanz-Funktion wird daher die Lebensdauer auf den PDG-Wert $\tau = 1,519 \pm 0,007\text{ps}$ [?] constraint, die anderen Parameter fließen. Die Ergebnisse sind in Tabelle ?? aufgeführt, die entsprechenden Plots in Abbildung ??.

Tabelle 5.4: Ergebnis des Fits zur Bestimmung der zeitlichen Akzeptanz

Parameter	Ergebnis
τ	$1,519 \pm 0,007$
a	$44,1 \pm 5,7$
b	$-7,4 \pm 1,1$
β	$-0,0056 \pm 0,0085$

5.3.2 Bestimmung des Einflusses

Durch den Cut auf die Lebensdauer bei $t = 0,3\text{ps}$ in der Datenselektion spielt der Turn-On-Effekt im hier verwendeten Datensatz eigentlich keine Rolle. Dies wird dadurch deutlich, dass die Akzeptanzfunktion $\epsilon(0,3\text{ps}) = 0,992$ und damit fast Eins ist. Auch am Ende des Analysebereichs beträgt die Akzeptanz noch $\epsilon(14\text{ps}) = 0,905$. Daher liegt die Vermutung nahe, dass sich die Akzeptanz nicht gravierend auf das Fitergebnis auswirkt. Mit den in Kapitel ?? bestimmten Parametern wird die zeitliche Akzeptanz bei der Erzeugung der Toys berücksichtigt, der anschließende Fit aber ohne Akzeptanzfunktion durchgeführt. Die zur Erzeugung verwendeten Parameter entsprechen ansonsten denen in Kapitel ??.

Der Mittelwert der Pulls $\mu = 0,063 \pm 0,007$ (siehe Abb. ??) ist kompatibel mit dem aus dem Fit Bias erhaltenen $\mu = 0,059 \pm 0,007$ und erzeugt dementsprechend keinen signifikanten zusätzlichen Bias. Damit ist die Vernachlässigung der zeitlichen Akzeptanz im Fit gerechtfertigt.

5.4 Gleichförmigkeit der Massenverteilung

5 Abschätzung systematischer Fehler

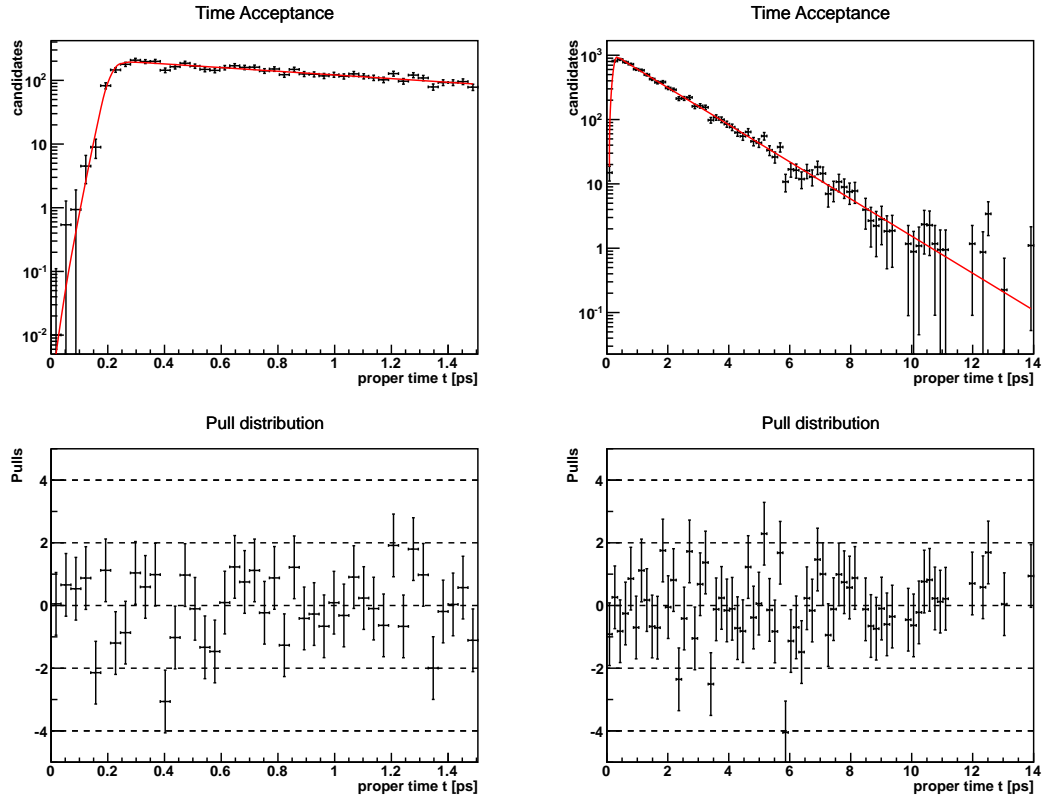


Abbildung 5.4: Fit an die Flugzeit-Verteilung aller B_d^0 -Mesonen mit eingeschlossener Akzeptanzfunktion (oben) sowie die entsprechende Pull-Verteilung (unten). Links: kurzlebiger Zeitbereich ($t < 1,5\text{ps}$), Rechts: gesamtes Flugzeit-spektrum ($0\text{ps} < t < 14\text{ps}$)

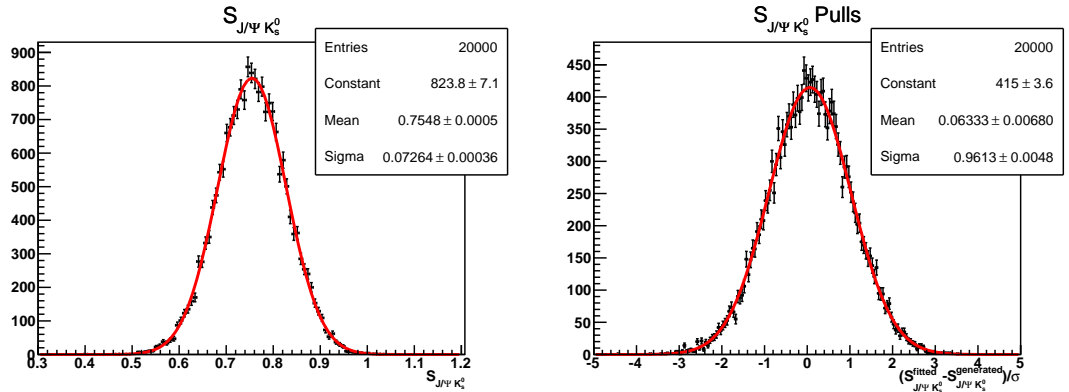


Abbildung 5.5: Untersuchung des Einflusses einer zeitlichen Akzeptanz: Verteilung der aus der Toy MC Studie erhaltenen Amplituden $S_{J/\Psi K_s^0}$ (links) sowie die dazugehörigen Pulls (rechts)

6 Zusammenfassung

Literaturverzeichnis

- [1] LHCb-Analyse, ...
- [2] K. Kleinknecht, Uncovering ...
- [3] PDG-Wert für Tau
<http://pdglive.lbl.gov/popupblockdata.brl?nodein=S042T&inscript=Y&fsizein=1&clumpin0=> (Stand: 02.07.2013)

Glossary

OST Opposite Side Tagger. 5

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den ...,