

**Fakultät für Physik und Astronomie
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg**

Bachelorarbeit in Physik
eingereicht von

Patrick Fahner

geboren in Mannheim (Deutschland)

August 2013

Messung von $\sin(2\beta)$ im Zerfall

$$B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$$

Verwendung von „Downstream“-Spuren der LHCb Daten
aus 2012

Diese Bachelorarbeit wurde von Patrick Fahner am
Physikalischen Institut der Universität Heidelberg
unter der Aufsicht von
Prof. Dr. Stephanie Hansmann-Menzemer
durchgeführt.

Kurzfassung:

About:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Das LHCb-Experiment	9
2.1	Aufgaben und Ziele des Experimentes	9
2.2	Der LHCb-Detektor	9
2.2.1	Spurdetektoren	10
2.2.2	Detektoren zur Teilchenidentifikation	12
2.2.3	Trigger	13
3	CP-Verletzung in B-Meson-Systemen	15
3.1	B-Mesonen und der Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$	15
3.1.1	Das Standardmodell der Teilchenphysik	15
3.1.2	B-Mesonen und ihre Mischung	16
3.1.3	Der Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$	16
3.2	Diskrete Symmetrietransformationen	17
3.3	\mathcal{CP} -Verletzung in der Mischung	19
3.4	Direkte \mathcal{CP} -Verletzung	20
3.5	\mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz	20
3.6	CKM-Formalismus	22
4	Datenselektion	25
4.1	Bereitgestellter Datensatz	25
4.2	Selektionskriterien	25
4.2.1	Trigger	25
4.2.2	Stripping	26
4.2.3	Verwendete Spurklassen	26
4.2.4	Zusätzliche Selektionskriterien	27
4.3	Verwendeter Datensatz	29
5	Analyse / Fit	31
5.1	Maximum Likelihood Funktion	31
5.2	Fitmethode sFit	31
5.3	Fit der Massenverteilung und Bestimmung der sWeights	32
5.4	Fit der Eigenzeitverteilung	33
5.4.1	Produktionsasymmetrie	35
5.4.2	Bestimmung des Anfangszustandes der B_d^0 -Mesonen (Flavour Tagging)	35

5.4.3	Eigenzeitauflösung und -akzeptanz	37
5.4.4	Fitfunktion	40
5.5	Ergebnisse	40
6	Abschätzung systematischer Unsicherheiten	43
6.1	Fitmethode	43
6.2	Kalibration der Flavour-Tagging-Algorithmen	44
6.3	Einfluss einer zeitabhängigen Akzeptanz	47
6.4	Korrelation zwischen Masse und Eigenzeit	51
6.5	Eigenzeitauflösung	51
6.6	Gesamtsystematik	52
7	Zusammenfassung	53

1 Einleitung

2 Das LHCb-Experiment

Der Large Hadron Collider (LHC) am Kernforschungszentrum CERN in Genf ist der derzeit größte Ringbeschleuniger der Erde. Er hat einen Durchmesser von ca. 27km. Im Ring werden zwei geladene Teilchenstrahlen in gegenläufiger Richtung auf nahezu Lichtgeschwindigkeit beschleunigt und anschließend an vier möglichen Punkten zur Kollision gebracht. Bei den Teilchenstrahlen handelt es sich hauptsächlich um Protonenstrahlen, es werden aber auch Proton-Blei- und Blei-Blei-Kollisionen untersucht. An den vier Kollisionspunkten sind die großen Experimente positioniert: ATLAS, CMS, ALICE und LHCb. Eine der Hauptaufgaben der Experimente ATLAS und CMS ist die Suche nach dem Higgs-Boson, ALICE hingegen untersucht das Quark-Gluon-Plasma. Im folgenden soll nun aber detailliert auf das LHCb-Experiment eingegangen werden. [1]

2.1 Aufgaben und Ziele des Experimentes

Während des Urknalls sind Materie und Antimaterie in gleicher Zahl entstanden. Triffen ein Teilchen und ein Antiteilchen aufeinander, so werden diese vernichtet und es wird Energie frei. Doch wenn zunächst gleich viel Materie und Antimaterie vorhanden war, verwundert es, warum das Universum nur aus Materie besteht und überhaupt noch existiert.

Das Standardmodell der Teilchenphysik kann dieses Ungleichgewicht nur unzureichend erklären. Es beschreibt zwar die \mathcal{CP} -Verletzung der schwachen Wechselwirkung, die auch Bestandteil dieser Arbeit ist, und liefert damit einen potentiellen Kandidaten zur Erklärung, allerdings jene zu schwach. Es muss also auch \mathcal{CP} -verletzende Beiträge jenseits des Standardmodells geben. Genau dieser Frage hat sich LHCb (Large Hadron Collider beauty) verschrieben. Es untersucht Teilchen und Zerfälle, die von einem b - bzw. \bar{b} -Quark (außerdem auch c/\bar{c} -Quarks) ausgehen. Aus diesen bilden sich B-(D-)Mesonen, die sehr sensitiv auf Hinweise für „neue Physik“ sind. In diversen Zerfalls- und Mischprozessen enthalten die dazugehörigen Feynmangraphen Schleifen, in denen es möglich ist, dass neben dem Standardmodell auch „neue Physik“ Beiträge zu Zerfallsamplituden etc. liefert. Man versucht also indirekt Hinweise auf neue Teilchen und Prozesse zu finden. Um dies erfolgreich zu gestalten, ist eine präzise Messung des Standardmodells unabdingbar. [2]

2.2 Der LHCb-Detektor

Im Gegensatz zu den anderen Experimenten ist der LHCb-Detektor ein einarmiger Vorwärtsspektrometer. Dies liegt daran, dass $b\bar{b}$ -Paare hauptsächlich in oder entgegen

2 Das LHCb-Experiment

der Protonenstrahlrichtung produziert werden. Aus Kostengründen hat man darauf verzichtet, den Detektor in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung zu bauen. Stattdessen lag der Fokus darauf, nur einen Detektor, aber mit entsprechend besserer Präzision und Auflösung zu bauen. Abbildung 2.1 zeigt einen Schnitt durch die (y,z) -Ebene des Detektors. Der Detektor deckt in x -Richtung einen Bereich von $10-300\text{mrad}$ und in y -Richtung von $10-250\text{mrad}$ ab. Die Subdetektoren lassen sich nach ihrem Zweck in zwei Unterkategorien einteilen: Detektoren zur Spurrekonstruktion und zur Teilchenidentifikation.

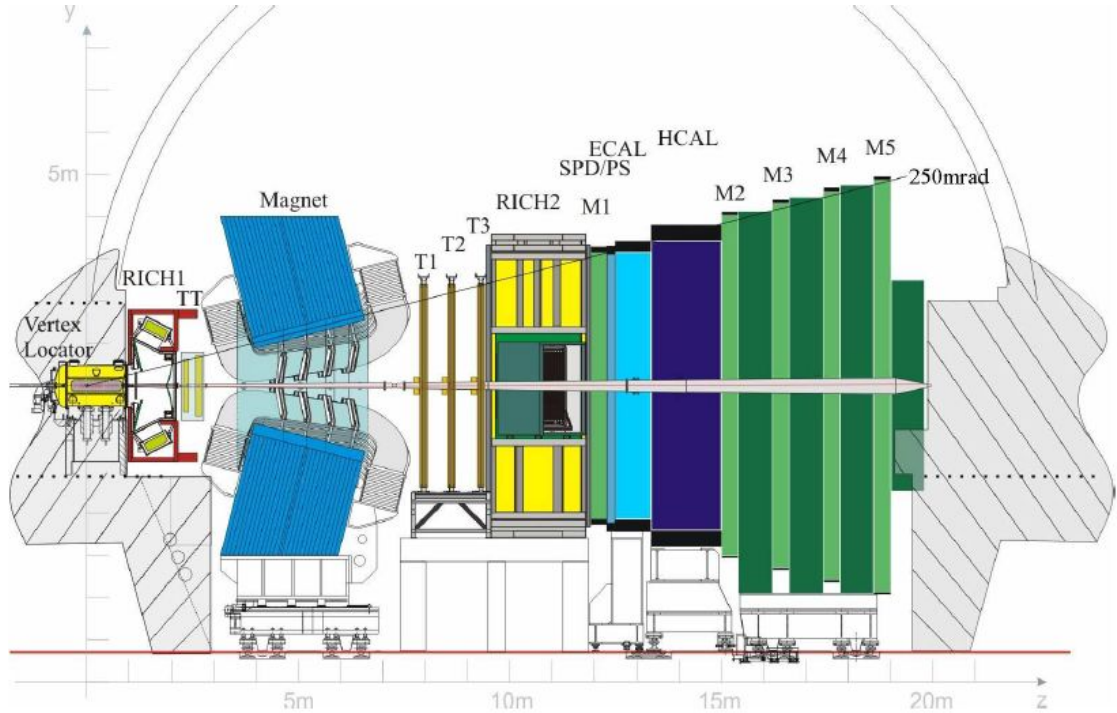


Abbildung 2.1: Schnitt durch die (y,z) -Ebene des LHCb-Detektors. Die Abbildung wurde [3] entnommen.

2.2.1 Spurdetektoren

Hauptaufgabe der Spurdetektoren ist die Impulsbestimmung geladener Teilchen. Dazu werden diese durch das Feld eines Dipolmagneten abgelenkt. Die Trajektorien werden mit den Stationen VELO, TT und T1-T3 gemessen, die im Folgenden detaillierter beschrieben werden. Die Ablenkung des Teilchens von seiner ursprünglichen Trajektorie gibt Aufschluss über den Impuls. Das Magnetfeld ist weitestgehend homogen mit einer dominierenden y -Komponente, sodass die Ablenkung hauptsächlich in der (x,z) -Ebene vonstattengeht. Über die Länge $l = 10\text{m}$ integriert beträgt die Feldstärke $\int B dl = 4\text{Tm}$. Um ladungsabhängige Detektorasymmetrien zu messen, kann die Orientierung des Magnetfeldes umgekehrt werden. [4]

Vertex Locator (VELO)

Aufgabe des Vertex Locator (VELO) ist die Detektion des Primärvertex (Entstehung eines Teilchens) sowie des Sekundärvertex (erste Interaktion des Teilchens, meist Zerfall). Er ist sehr nah am Kollisionspunkt aus Silikonstreifen aufgebaut und besteht aus 21 Stationen. Um Schäden zu vermeiden, besteht der VELO aus zwei Hälften, die erst zusammengeführt werden, sobald der Teilchenstrahl im Experiment stabil ist.

Tracker Turicensis (TT)

Der Tracker Turicensis (TT) besteht aus zwei Stationen, die sich hinter dem Magneten befinden und eine Detektionsfläche von etwa $8,4\text{m}^2$ bieten. Sie sind wie der VELO aus Silikonstreifen aufgebaut und ermöglichen eine dreidimensionale Spurrekonstruktion, wobei die TT-Stationen so aufgebaut sind, dass die Präzision in der horizontalen Ablenkungsebene (x,z) des Magneten am besten ist. Die Auflösung eines einzelnen Teilchentreffers beträgt etwa $50\mu\text{m}$.

Inner Tracker (IT)

Im Zentrum der drei Stationen T1-T3 nach dem Dipolmagneten ist der sogenannte Inner Tracker platziert. Er ist 120cm breit und 40cm hoch, ebenfalls ein Silikonstreifendetektor und besteht aus vier Schichten, die ähnlich wie die TT Stationen aufgebaut sind. Er deckt eine Fläche von etwa 4m^2 ab und erzielt ebenfalls eine Trefferauflösung von $50\mu\text{m}$.

Outer Tracker (OT)

Der Outer Tracker bildet den äußeren Teil der Stationen T1-T3, der nicht vom IT abgedeckt wird. Er besteht ebenfalls aus 4 Schichten und ist aus Driftröhrchen aufgebaut, die mit einem Gasgemisch aus Argon (70%), CO_2 (28,5%) und O_2 (1,5%) gefüllt sind. Im Innern der Röhrchen verläuft ein mit Gold beschichteter Anodendraht aus Wolfram. Die räumliche Auflösung eines einzelnen Röhrchens liegt bei $200\mu\text{m}$.

Klassifizierung von Spuren

Je nachdem, welche Detektoren getroffen wurden, teilt man die Spuren in vier unterschiedliche Kategorien ein:

- **VELO Spuren** enthalten Treffer ausschließlich im VELO und dienen hauptsächlich der Rekonstruktion des Primärvertex.
- Hinterlassen die Teilchen Treffer im VELO und den TT-Stationen, spricht man von **Upstream Spuren**. Hierbei handelt es sich dann um Teilchen mit kleinem Impuls, da der Magnet die Teilchen so stark ablenkt, dass jene den Akzeptanzbereich des Detektors verlassen und die anschließenden Detektoren nicht mehr passieren.
- Bei **Downstream Spuren** gibt es nur Treffer in den Stationen TT und T1-T3. Diese treten vor allem bei langlebigen Teilchen wie dem K_s^0 auf, die den VELO vor

ihrem Zerfall verlassen. In dieser Arbeit werden ausschließlich Downstream Spuren verwendet (siehe dazu auch Kapitel ??)

- Gibt es Treffer in allen Stationen (VELO, TT, T1-T3), so spricht man von **Long Spuren**. Da es hier die meisten Treffer gibt, haben diese Spuren die präziseste Impulsauflösung. [4]

2.2.2 Detektoren zur Teilchenidentifikation

Neben der Rekonstruktion der Spuren ist es natürlich essentiell, auch die Teilchen zu identifizieren. Hierzu werden die Informationen der Detektoren RICH1/2, SPD, PS HCAL, ECAL sowie M1-M5 für eine Teilchenhypothese verwendet.

Die Ring Imaging Cherenkov Detektoren (RICH)

Die beiden RICH Detektoren nutzen die Cherenkov-Strahlung, um Teilchen voneinander zu unterscheiden, insbesondere π^\pm und K^\pm . Ähnlich dem Machschen Kegel bei Schall emittieren geladene Teilchen Photonen in Kegelform, wenn sie ein Medium mit einer Geschwindigkeit v passieren, die größer ist als die Lichtgeschwindigkeit $c' = c/n$ in diesem Medium (n : Brechungsindex des Mediums). Für den Öffnungswinkel θ_C des Lichtkegels gilt dann:

$$\cos \theta_C = \frac{c}{vn}. \quad (2.1)$$

Durch Messung des Öffnungswinkels und der Impulsinformation aus den Spurdetektoren lässt sich die Teilchenmasse bestimmen. RICH1 ist dabei für kleine Impulse im Bereich von 1GeV bis 60GeV zuständig und deckt den kompletten Akzeptanzbereich des Detektors ab, RICH2 arbeitet dagegen bei Impulsen von 15GeV bis 100GeV und deckt einen Winkelbereich von ca. 15mrad bis 120mrad in horizontaler und 100mrad in vertikaler Ebene ab.

Kalorimetersystem

Das Kalorimetersystem dient zur Identifikation von Elektronen, Photonen sowie Hadronen und soll deren Energie und Position bestimmen. Durch Wechselwirkung mit dem Kalorimetermaterial erzeugen jene einen kaskadenartigen Zerfall. Bei den Subdetektoren des Systems handelt es sich um Szintillationsdetektoren. Diese sind im Einzelnen:

- Der **Scintillating Pad Detector (SPD)** kann nur geladene Teilchen detektieren und dient damit der Unterscheidung von Photon und Elektron.
- Auf den SPD und eine 12mm dicke Bleiplatte folgt der **Preshower Detector (PS)**. Die Platte löst Kaskaden von Photonen und Elektronen aus. Hadronische Kaskaden beginnen erst später und können damit unterschieden werden.
- Das **elektromagnetische Kalorimeter (ECAL)** besteht im Wechsel aus Blei- und Szintillationsplatten und detektiert Photonen- und Elektronenschauer.

- Beim **hadronischen Kalorimeter (HCAL)** wechseln sich Eisen- und Szintillationsplatten ab. Er ist sensitiv für hadronische Kaskaden.

Myonkammern

Der LHCb-Detektor besitzt insgesamt 5 Myonenkammern (M1-M5). Zur Verbesserung der Impulsmessung im Trigger ist M1 vor den Kalorimetern angebracht, die restlichen am Ende des Detektors. Zwischen M2-M5 befinden sich 80cm dicke Eisenplatten zur Absorption hadronischer Teilchen. Ab einem Impuls von etwa $6\text{GeV}/c$ können die Myonen alle 5 Stationen passieren. [4]

2.2.3 Trigger

Der LHCb-Detektor besitzt ein dreistufiges Triggersystem, um die Ereignisrate von 40MHz auf $2 - 3\text{kHz}$ zu reduzieren. Die hierin enthaltenen Informationen werden dann zur weiteren Bearbeitung gespeichert. Die drei Stufen bestehen aus dem Hardwaretrigger **L0**, der die Ereignisrate auf 1MHz senkt, sowie den beiden software-basierten „High Level Trigger“ **HLT1**(50kHz) und **HLT2**($2 - 3\text{kHz}$). Für die Trigger siehe auch Kapitel

3 CP-Verletzung in B-Meson-Systemen

3.1 B-Mesonen und der Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$

3.1.1 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Im Standardmodell der Teilchenphysik gibt es 17 elementare Bausteine der Materie (siehe Abb. 3.1): 12 Fermionen, davon 6 Quarks (u, d, c, s, t, b), die sich im engeren Sinne zur Materie hadronisieren oder Mesonen bilden, und 6 Leptonen (e, μ , τ sowie die jeweiligen Neutrinos ν_e , ν_μ , ν_τ). Von diesen 12 Fermionen existieren jeweils noch Antiteilchen (gleiche Eigenschaften, aber entgegengesetzte Masse). Das Standardmodell enthält weiterhin 4 Eichbosonen (Photon, Gluon, Z- und W^\pm -Boson), die die 3 der 4 elementaren Kräfte übertragen: die elektromagnetische, starke und schwache Wechselwirkung. Das für die Gravitation postulierte Graviton konnte bislang nicht nachgewiesen werden. Ergänzt wird das Standardmodell, durch das Higgs-Boson, welches als Teil des Higgs-Mechanismus den Elementarteilchen seine Masse verleiht und Gegenstand aktueller Forschung ist. Mit hoher Wahrscheinlichkeit gelang jüngst der Nachweis des Higgs am CERN [7].

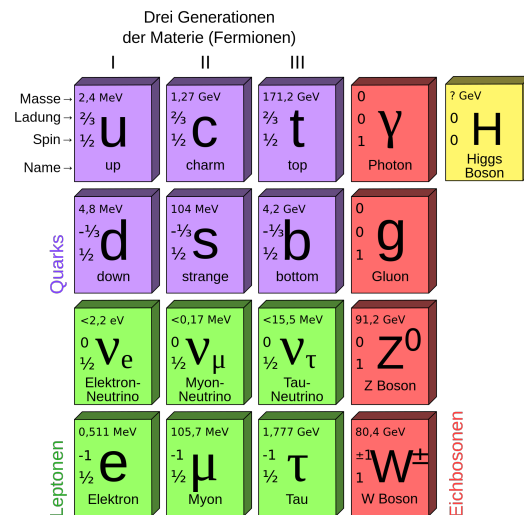


Abbildung 3.1: Das Standardmodell der Teilchenphysik [6]

3.1.2 B-Mesonen und ihre Mischung

Mesonen sind Paare aus Quarks und Antiquarks beliebigen Flavours. B-Mesonen insbesondere bestehen aus einem Anti-b-Quark (\bar{b}) mit einem u-, d-, c- oder s-Quark beziehungsweise aus der Kombination der jeweiligen Antiteilchen (Anti-B-Mesonen).

Die in dieser Arbeit betrachteten B_d^0 -Mesonen haben demnach die Quarkzusammensetzung $|B_d^0\rangle = |\bar{b}d\rangle$ und sind elektrisch neutral. Solch neutrale Mesonen besitzen die Eigenschaft, dass sie sich in ihre Antiteilchen wandeln können und umgekehrt. Es findet folglich eine Oszillation zwischen B_d^0 und \bar{B}_d^0 statt, die man auch Mischung nennt. Abbildung 3.2 zeigt zwei mögliche Feynmangraphen für diesen Prozess. Innerhalb der Schleifen kann die Energieerhaltung kurzzeitig verletzt werden, sodass auch kurzerhand die deutlich schweren top-Quarks entstehen können. Zu diesem Mischungsprozess leisten sie sogar einen dominanten Beitrag. Präzise Messungen der B_d^0 -Mischung erlauben Aussagen bspw. über die top-Masse und grenzen damit das Standardmodell ein, gleichzeitig erhofft man sich, durch noch präzisere Messungen Hinweise auf „neue Physik“ zu finden, die sich dann in kleinsten Korrekturen innerhalb der Schleife bemerkbar machen würden.

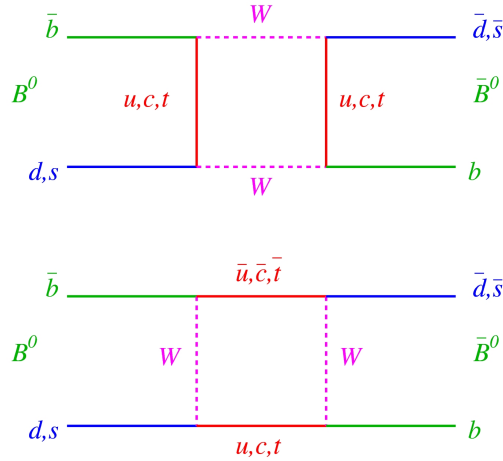


Abbildung 3.2: Feynmangraphen zur Mischung von B_d^0 - und \bar{B}_d^0 -Mesonen

3.1.3 Der Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$

In dieser Arbeit wird der Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$ betrachtet. Abbildung 3.3 zeigt entsprechende Feynmangraphen. Jener Kanal ist auch als „goldener“ Zerfallskanal für die Messung der \mathcal{CP} -Verletzung bekannt. Hintergrund ist, dass der Endzustand $|J/\Psi K_s^0\rangle$ ein \mathcal{CP} -Eigenzustand ist ($\mathcal{CP} |J/\Psi K_s^0\rangle = -|J/\Psi K_s^0\rangle$). Damit können sowohl B_d^0 - als auch \bar{B}_d^0 -Mesonen in den Endzustand zerfallen. Da B_d^0 und \bar{B}_d^0 auch noch mischen, kommt es zu \mathcal{CP} -verletzenden Interferenzen der Zerfallsamplituden für den direkten Zerfall und

den Zerfall nach vorheriger Mischung. Die Teilchen J/Ψ und K_s^0 haben die Flavoureigenzustände $|J/\Psi\rangle = |c\bar{c}\rangle$ sowie $|K_s^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|d\bar{s}\rangle - |s\bar{d}\rangle)$. Diese Teilchen sind ebenfalls nicht stabil und zerfallen unter anderem weiter gemäß $J/\Psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ und $K_s^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, was zur Rekonstruktion der B_d^0 -Mesonen im Detektor genutzt wird.

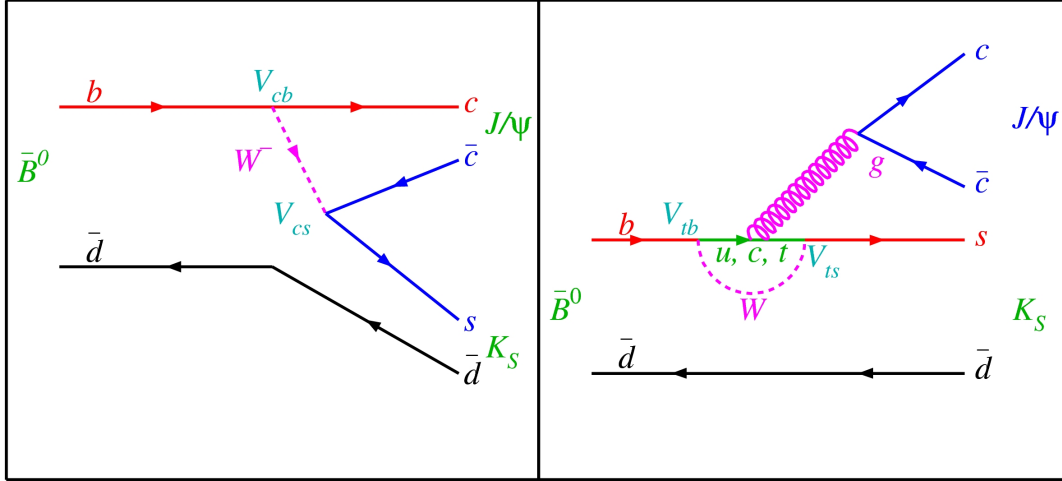


Abbildung 3.3: Feynmangraph zum Zerfall $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$. Links: Baumdiagramm, rechts: Pinguindiagramm

3.2 Diskrete Symmetrietransformationen

Symmetrien sind in der Physik von zentraler Bedeutung. Gemäß dem Noether-Theorem existiert in der klassischen Physik zu jeder kontinuierlichen Symmetrie eine Erhaltungsgröße. In quantenmechanischen Systemen lassen sich drei diskrete Symmetrietransformationen betrachten:

1. **Parität \mathcal{P} :**

Bei der Paritätsoperation wird das Vorzeichen der kartesischen Ortskoordinaten umgekehrt. Dies entspricht einer Punktspiegelung.

2. **Ladungskonjugation \mathcal{C} :**

Jedes Teilchen wird durch sein Antiteilchen ersetzt.

3. **Zeitumkehr \mathcal{T} :**

Das Vorzeichen auf der Zeitachse wird umgekehrt. Da in der vorliegenden Arbeit allerdings nur die CP-Verletzung gemessen werden soll, wird die Zeitumkehr im folgenden vernachlässigt.

Entgegen der klassischen Intuition konnte Wu 1956 nachweisen, dass die Parität im β -Zerfall und damit in der schwachen Wechselwirkung nicht erhalten ist. Weitere Expe-

3 CP-Verletzung in B-Meson-Systemen

Experimente zeigen, dass die schwache Wechselwirkung die Parität maximal verletzt: Neutrinos, die nur schwach wechselwirken können, sind stets „linkshändig“ (Spin und Impuls antiparallel), Antineutrinos dagegen immer „rechtshändig“ (Spin und Impuls parallel). Da der Spin im Gegensatz zum Impuls invariant unter \mathcal{P} -Transformation ist, würde diese Operation aus einem linkshändigen Neutrino ein rechtshändiges machen, was in der Natur nicht realisiert ist.

Damit ist offensichtlich, dass die schwache Wechselwirkung auch die Ladungskonjugation verletzt: Wendet man die \mathcal{C} -Transformation auf ein linkshändiges Neutrino an, so erhält man ein linkshändiges Antineutrino. Dieses existiert aber wie bereits erwähnt nicht. Analog gilt die Überlegung auch für Antineutrinos.

Scheinbare \mathcal{CP} -Invarianz

Wendet man nun aber die Transformationen \mathcal{P} und \mathcal{C} direkt hintereinander an, so ergibt sich zunächst kein Widerspruch zur Natur (siehe Abb. 3.4). Aus einem linkshändigen Neutrino wird ein rechtshändiges Antineutrino. Im Jahre 1964 wurde dann allerdings im Zerfall neutraler K-Mesonen erstmals \mathcal{CP} -Verletzung nachgewiesen. [8]

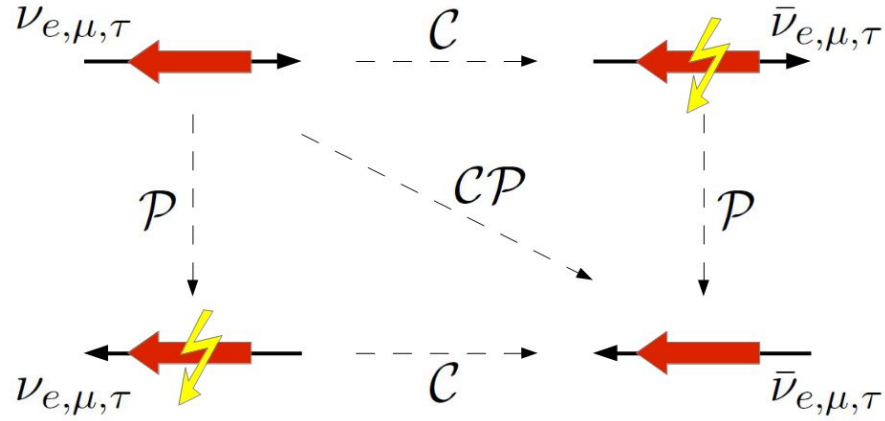


Abbildung 3.4: Scheinbare \mathcal{CP} -Invarianz: Während eine reine \mathcal{P} - oder \mathcal{C} -Transformation zu in der Natur nicht realisierten Zuständen führt, scheint es bei der kombinierten \mathcal{CP} -Transformation keinen Widerspruch zu geben (dünne Pfeile: Impulsausrichtung, dicke Pfeile: Spinausrichtung).

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der \mathcal{CP} -Verletzung im B-Meson-System. Eine genaue Kenntnis der \mathcal{CP} -Verletzung ermöglicht Präzisionstests des Standardmodells. Weiterhin ist insbesondere das B-Meson-System sensitiv für „neue Physik“ da durch Schleifen innerhalb der Prozesse (siehe Abb. 3.2 und 3.3) Beiträge von Theorien jenseits des Standardmodells möglich sind und evtl. zu Abweichungen führen. Dabei unterscheidet man prinzipiell drei Arten von \mathcal{CP} -Verletzung:

1. \mathcal{CP} -Verletzung in der Mischung

2. direkte \mathcal{CP} -Verletzung
3. \mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz (indirekte \mathcal{CP} -Verletzung)

Die nun folgenden Herleitungen und Erklärungen der drei Arten der \mathcal{CP} -Verletzung basieren auf den Ausführungen aus [8].

3.3 \mathcal{CP} -Verletzung in der Mischung

Die Zeitentwicklung der Flavoureigenzustände zum Zeitpunkt $t=0$ $|B_d^0\rangle = |\bar{b}d\rangle$ und $|\overline{B_d^0}\rangle = |b\bar{d}\rangle$, die sich unter \mathcal{CP} -Transformation gemäß

$$\mathcal{CP} |B_d^0\rangle = -|\overline{B_d^0}\rangle \quad \mathcal{CP} |\overline{B_d^0}\rangle = -|B_d^0\rangle \quad (3.1)$$

verhalten, lässt sich phänomenologisch durch die Schrödinger-Gleichung

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} |B_d^0\rangle \\ |\overline{B_d^0}\rangle \end{pmatrix} = \left(M - \frac{i}{2} \Gamma \right) \begin{pmatrix} |B_d^0\rangle \\ |\overline{B_d^0}\rangle \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

beschreiben. Der Hamiltonoperator $\mathcal{H} := (M - \frac{i}{2} \Gamma)$ setzt sich zusammen aus dem hermiteschen Massenoperator M und dem ebenfalls hermiteschen Zerfallsoperator Γ . \mathcal{H} selbst ist nicht hermitesch wegen des möglichen Zerfalls des Teilchens. Aus der \mathcal{CPT} -Erhaltung folgt $M_{11} = M_{22} =: M$ bzw. $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} =: \Gamma$. Die nichtverschwindenden Elemente abseits der Diagonalen $M_{12} = M_{21}^*$, $\Gamma_{12} = \Gamma_{21}^*$ parametrisieren die B_d^0 - $\overline{B_d^0}$ -Mischung. Offensichtlich entsprechen die Flavoureigenzustände nicht den Eigenzuständen von \mathcal{H} . Diagonalisieren von \mathcal{H} liefert die Eigenzustände

$$|B_h\rangle = p |B_d^0\rangle - q |\overline{B_d^0}\rangle \quad (3.3)$$

$$|B_l\rangle = p |B_d^0\rangle + q |\overline{B_d^0}\rangle, \quad \text{mit } |p|^2 + |q|^2 = 1, \quad (3.4)$$

mit definierten Massen $m_{h/l}$ und Zerfallsbreiten $\Gamma_{h/l}$ sowie den Eigenwerten $m_{h/l} - \frac{i}{2} \Gamma_{h/l}$. Dementsprechend gilt für die zeitliche Entwicklung der Zustände:

$$\begin{aligned} |B_{h/l}(t)\rangle &= e^{-im_{h/l}t - \frac{1}{2}\Gamma_{h/l}t} |B_{h/l}(0)\rangle \\ &= e^{-\gamma_{h/l}t} (p |B_d^0\rangle \mp q |\overline{B_d^0}\rangle), \quad \text{mit } \gamma_{h/l} = im_{h/l} + \frac{\Gamma_{h/l}}{2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Umgeschrieben auf die Flavoureigenbasis erhält man:

$$\begin{aligned} |B_d^0(t)\rangle &= \frac{1}{2p} (|B_h\rangle + |B_l\rangle) \\ &= \frac{1}{2} \left[(e^{-\gamma_h t} + e^{-\gamma_l t}) |B_d^0\rangle - \frac{q}{p} (e^{-\gamma_h t} - e^{-\gamma_l t}) |\overline{B_d^0}\rangle \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

3 CP-Verletzung in B-Meson-Systemen

Die Wahrscheinlichkeit für den Übergang eines $|B_d^0\rangle$ (zum Zeitpunkt $t = 0$) in ein $|\overline{B_d^0}\rangle$ beträgt:

$$\begin{aligned} P(B_d^0 \rightarrow \overline{B_d^0})(t) &= |\langle \overline{B_d^0} | B_d^0(t) \rangle|^2 \\ &= \frac{1}{4} \left| \frac{q}{p} \right|^2 \left[e^{-\Gamma_h t} + e^{-\Gamma_l t} - 2e^{-\frac{1}{2}(\Gamma_h + \Gamma_l)t} \cos(\Delta m_d t) \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Hierbei wird die Oszillationsdifferenz $\Delta m_d := m_h - m_l$ definiert, die aus der Massendifferenz der beiden Masseneigenzustände resultiert. Analog gilt für die Übergangswahrscheinlichkeit eines $|\overline{B_d^0}\rangle$ in ein $|B_d^0\rangle$:

$$P(\overline{B_d^0} \rightarrow B_d^0)(t) = \frac{1}{4} \left| \frac{p}{q} \right|^2 \left[e^{-\Gamma_h t} + e^{-\Gamma_l t} - 2e^{-\frac{1}{2}(\Gamma_h + \Gamma_l)t} \cos(\Delta m_d t) \right] \quad (3.8)$$

Folglich kommt es in der Mischung zur \mathcal{CP} -Verletzung, wenn die Oszillation ungleichmäßig verläuft, anders ausgedrückt:

$$\mathcal{CP}\text{-Verletzung in der Mischung} \quad \Longleftrightarrow \quad \left| \frac{p}{q} \right| \neq 1 \quad (3.9)$$

3.4 Direkte \mathcal{CP} -Verletzung

Die Zerfallsamplituden der neutralen B_d^0 -Mesonen in einen Endzustand $|f\rangle$ bzw. seinen \mathcal{CP} -konjugierten Zustand $|\overline{f}\rangle$ sind definiert als

$$\begin{aligned} A_f &= \langle f | \mathcal{H} | B_d^0 \rangle, & A_{\overline{f}} &= \langle \overline{f} | \mathcal{H} | B_d^0 \rangle, \\ \overline{A}_f &= \langle f | \mathcal{H} | \overline{B_d^0} \rangle, & \overline{A}_{\overline{f}} &= \langle \overline{f} | \mathcal{H} | \overline{B_d^0} \rangle. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ist \mathcal{CP} erhalten, dann sollten die Zerfallsraten, ergo auch die Zerfallsamplituden eines B_d^0 nach f sowie eines $\overline{B_d^0}$ nach \overline{f} gleich sein. Dies bedeutet:

$$\text{Direkte } \mathcal{CP}\text{-Verletzung} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{|A_f|}{|\overline{A}_{\overline{f}}|} \neq 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{|\overline{A}_f|}{|A_{\overline{f}}|} \neq 1 \quad (3.11)$$

3.5 \mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz

Die Zustände 3.3 und 3.4 haben eine nahezu gleiche Anzahl an Zerfallskanäle. Dies hat zur Folge, dass die Lebensdauern des schweren und leichten Zustands innerhalb weniger Prozent gleich sind:

$$\Gamma := \Gamma_h = \Gamma_l \quad (3.12)$$

3.5 \mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz

Weiterhin sagt das Standard Modell nur eine kleine \mathcal{CP} -Verletzung in der B_d^0 - \overline{B}_d^0 -Mischung voraus, sodass

$$\left| \frac{p}{q} \right| = 1 \quad \text{in } \mathcal{O}(10^{-3}). \quad (3.13)$$

Für das B-Meson-System bleibt daher nur die Möglichkeit der \mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz der Amplituden von Zerfall nach Mischung und direktem Zerfall (siehe Abb. 3.5). Der in dieser Arbeit betrachtete Zerfallskanal $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$ hat einen \mathcal{CP} -Eigenzustand

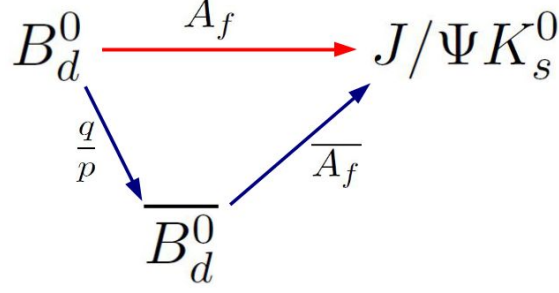


Abbildung 3.5: Schema für die \mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz. Es interferieren die Amplituden für den direkten Zerfall (rot) mit der Amplitude für den Zerfall nach vorheriger Mischung (blau).

als Endzustand ($\mathcal{CP}|J/\Psi K_s^0\rangle = -|J/\Psi K_s^0\rangle$). In Anlehnung an 3.10 sind die Zerfallsamplituden hier definiert als

$$A_f := \langle f | B_d^0(t) \rangle, \quad \overline{A}_f := \langle f | \overline{B}_d^0(t) \rangle$$

Mit Blick auf die Zerfallsamplituden der Masseneigenzustände wird die komplexe Größe

$$\lambda_f := \frac{q\overline{A}_f}{pA_f} \quad (3.14)$$

definiert. Ausgehend von Gleichung 3.6 sowie mit Hilfe der Gleichungen (3.12), (3.13) und (3.14) gilt für die Zerfallsrate eines anfänglich reinen B_d^0 -Zustands:

$$\begin{aligned} \Gamma(B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0) &= \frac{1}{4} \left| (e^{-\gamma_h t} + e^{-\gamma_l t}) A_f - \frac{q}{p} (e^{-\gamma_h t} - e^{-\gamma_l t}) \overline{A}_f \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} |A_f|^2 e^{-\Gamma t} [1 + |\lambda_f|^2 + (1 - |\lambda_f|^2) \cos(\Delta m_d t) - 2\text{Im}(\lambda_f) \sin(\Delta m_d t)] \end{aligned} \quad (3.15)$$

Analog:

$$\Gamma(\overline{B}_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0) = \frac{1}{2} |A_f|^2 e^{-\Gamma t} [1 + |\lambda_f|^2 - (1 - |\lambda_f|^2) \cos(\Delta m_d t) + 2\text{Im}(\lambda_f) \sin(\Delta m_d t)] \quad (3.16)$$

3 CP-Verletzung in B-Meson-Systemen

Damit kann die vom Standardmodell prognostizierte \mathcal{CP} -verletzende Asymmetrie

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}} = \frac{\Gamma(\overline{B}_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0) - \Gamma(B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0)}{\Gamma(\overline{B}_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0) + \Gamma(B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0)} \quad (3.17)$$

$$= -\frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2} \cos(\Delta m_d t) + \frac{2\text{Im}(\lambda_f)}{1 + |\lambda_f|^2} \sin(\Delta m_d t) \quad (3.18)$$

$$=: C_{J/\Psi K_s^0} \cos(\Delta m_d t) + S_{J/\Psi K_s^0} \sin(\Delta m_d t) \quad (3.19)$$

berechnet werden und vereinfacht sich - da $|J/\Psi K_s^0\rangle$ ein \mathcal{CP} -Eigenzustand ist, gilt $|\lambda_f| = 1$ - hier zu

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}} = \text{Im}(\lambda_f) \sin(\Delta m_d t). \quad (3.20)$$

Damit kann im B-Meson-System, insbesondere im Zerfall $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$ durch Messung der Asymmetrie-Amplitude $S_{J/\Psi K_s^0}$ \mathcal{CP} -Verletzung in der Interferenz gemessen werden.

$$\mathcal{CP}\text{-Verletzung in der Interferenz} \quad \Longleftrightarrow \quad S_{J/\Psi K_s^0} = \text{Im}(\lambda) \neq 0 \quad (3.21)$$

3.6 CKM-Formalismus

Durch Austausch eines W^\pm -Bosons können Quarks ihren Flavour ändern. Dabei sind sie aber nicht an ihre jeweilige Generation gebunden, sondern können - wenn auch zum Teil stark unterdrückt - prinzipiell den Flavour einer jeden Generation annehmen. Ein kleines Beispiel: Der Eigenzustand $|u\rangle$ der starken Wechselwirkung geht über den schwachen Prozess (Austausch eines W^\pm -Bosons) nicht in ein $|d\rangle$ über, sondern vielmehr in eine Linearkombination aus $|d\rangle$, $|s\rangle$ und $|b\rangle$, die im folgenden mit $|d'\rangle$ bezeichnet wird. Allgemein werden die möglichen Linearkombinationen durch die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (kurz: CKM-Matrix) beschrieben.

$$\begin{pmatrix} |d'\rangle \\ |s'\rangle \\ |b'\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \\ |b\rangle \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Das Betragsquadrat eines jeden Matrixelementes $|V_{ij}|^2$ gibt dabei die Wahrscheinlichkeit für den Übergang eines Quarks $|i\rangle$ in ein $|j\rangle$ an. Da die V_{ij} prinzipiell komplex sein können, gibt es zunächst 18 freie Parameter, die zu bestimmen sind. Diese Zahl reduziert sich zum einen um 5 relative Quarkphasen, die physikalisch nicht beobachtbar sind. Zum anderen reduziert die Forderung nach Unitarität der CKM-Matrix die Zahl der unabhängigen Parameter um 9, sodass am Ende 4 Parameter, 3 Euler Winkel sowie eine Phase, welche für die \mathcal{CP} -Verletzung verantwortlich ist, zu bestimmen sind. Die CKM-Matrix lässt sich näherungsweise durch die Wolfenstein-Parametrisierung darstellen:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (3.23)$$

Für den Zerfall von B_d^0 -Mesonen ist die Unitaritätsbedingung

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (3.24)$$

von besonderer Bedeutung. Man kann die einzelnen Summanden nun in der (ρ, η) -Ebene auftragen und erhält dabei ein sogenanntes Unitaritätsdreieck. Es wird so normiert, dass die Unterseite bei $(0,0)$ beginnt und bei $(1,0)$ endet (siehe Abb. 3.6). Die obere Ecke liegt dann bei $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$, wobei $\bar{\rho} = \rho(1 - \lambda^2/2)$ und $\bar{\eta} = \eta(1 - \lambda^2/2)$ gemäß der Wolfenstein-Parametrisierung sind. Die Winkel des Dreiecks erhält man über

$$\alpha = \arg \left[-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right], \quad \beta = \arg \left[-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right], \quad \gamma = \arg \left[-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right]. \quad (3.25)$$

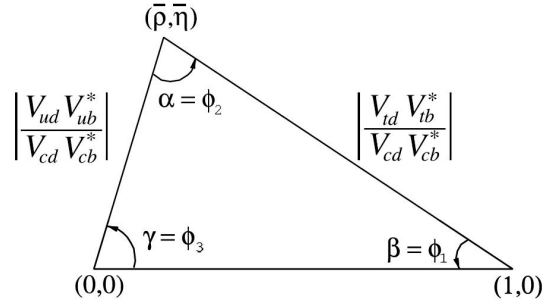


Abbildung 3.6: Unitaritätsdreieck, entnommen von [9]

Das Standardmodell stellt für den hier untersuchten Zerfallskanal eine Beziehung zwischen dem Winkel β und der komplexen Größe λ_f aus Gleichung 3.14 her ([12], [13]):

$$\lambda_f = \underbrace{\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{td}^*V_{tb}}}_{\frac{q}{p}} \underbrace{\frac{V_{cd}^*V_{cb}}{V_{cd}V_{cb}^*}}_{\frac{\bar{A}_f}{A_f}} = e^{2i\beta} \quad (3.26)$$

$$\implies S_{J/\Psi K_s^0} = \text{Im}(\lambda_f) = \sin(2\beta). \quad (3.27)$$

Durch Messung der Amplitude der \mathcal{CP} -Asymmetrie kann man direkte Rückschlüsse auf den CKM-Winkel β ziehen, der wesentlicher Bestandteil des Standardmodells ist. [12]

4 Datenselektion

Dieses Kapitel beschreibt die notwendigen Schritte, um aus den Rohdaten des Detektors einen analysierbaren Datensatz (ein sog. NTupel) herzustellen. Wichtig ist dabei, den Datensatz von möglichst viel Untergrund zu bereinigen ohne sein eigentliches Signal zu verlieren.

4.1 Bereitgestellter Datensatz

Die in dieser Arbeit verwendeten Daten entstammen aus Proton-Proton-Kollisionen und wurden im Jahre 2012 vom LHCb-Detektor bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 8\text{TeV}$ aufgenommen. Die integrierte Luminosität beträgt ca. 2fb^{-1} . Vom Betreuer wurde ein vorgefertigter Datensatz zur Verfügung gestellt. Wesentliche Schritte bei der Erstellung waren die Rekonstruktion der Ereignisse mittels der Software BRUNEL sowie der Analyse mit dem Programm DA VINCI. Dabei findet zur Reduzierung des Untergrunds eine Vorselektion ab, die Stripping genannt wird. Die Software selbst bietet für jeden Zerfallskanal entsprechende Sätze von Selektionskriterien an. Die hier Verwendeten werden in Kapitel betrachtet.

4.2 Selektionskriterien

Wie bereits erwähnt, erfolgt die Reduzierung des Untergrunds in mehreren Schritten, die nun im Folgenden erläutert werden.

4.2.1 Trigger

Den ersten Schritt bildet das Trigger-System, das schon während der Datennahme die Ereignisse sondiert. Der LHCb-Detektor verwendet dabei ein dreistufiges System: Der hardwarebasierte „L0 Trigger“ reduziert die Ereignisrate von 40MHz auf 1MHz. Im Anschluss folgt der zweiteilige, softwarebasierte „High Level Trigger“ (HLT), der die Ereignisrate schlussendlich auf 2kHz reduziert.[14]

Es stehen für verschiedenste Bedürfnisse diverse sogenannte „Trigger-Linien“ zur Verfügung. Die in dieser Analyse verwendeten Linien entsprechen denen der 2011 Analyse [5] und wurden wie folgt gewählt:

L0 Trigger

Hier wird keine spezielle Entscheidung benötigt.

High Level Trigger 1 (HLT1)

Hier wird die `HltDiMuonHighMassDecision` gewählt. Diese greift - wie der Name schon suggeriert - lediglich auf die Spuren der Myonen zurück, sodass nur das vom B_d^0 ausgesandte $J/\Psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ für den Trigger verantwortlich ist. Es werden hierbei zur Selektion die Qualität des $J\Psi$ -Vertex, die Myonen-Spuren, sowie die Masse und der (Transversal)Impuls des $J\Psi$ berücksichtigt. Die `HltDiMuonHighMassDecision` erzeugt kein Bias auf die Lebensdauer des B_d^0 -Mesons.

High Level Trigger 2 (HLT2)

In dieser Analyse werden zwei unterschiedliche Linien verwendet. Zur Bestimmung der Detektorauflösung wird die `Hlt2DiMuonJPsiDecision` verwendet, die ähnliche Variablen wie beim HLT1 verwendet und somit auch kein Bias erzeugt. Für die reguläre Analyse wird jedoch die `Hlt2DiMuonDetachedJPsiDecision` verwendet, die zusätzlich die Signifikanz der Zerfallszeit eines J/Ψ berücksichtigt. Dadurch kommt es jedoch zu einem Bias der Lebensdauer. Der Vorteil dieser Triggerwahl liegt jedoch darin, dass mehr Statistik zur Verfügung steht.

4.2.2 Stripping

Bei der Erstellung des Datensatzes verwendete der Betreuer für das Stripping die Softwareversion `Stripping20r0p1`. Es wird nun überprüft, welche Selektionskriterien dabei verwendet wurden. Für die Auswahl des J/Ψ wurde auf den Kriteriensatz `StdMassConstrainedJpsi2MuMu` zurückgegriffen, für das K_s^0 auf `StdLooseKsDD` sowie beim B_d^0 auf `BetaSBd2JpsiKsDetachedLine` in der regulären Analyse bzw. `BetaSBd2JpsiKsPrescaledLine` zur Bestimmung der Eigenzeitauflösung. Die in diesen Sätzen enthaltenen Kriterien sind in Tabelle 4.1 aufgeführt.

In der Tabelle bezeichnen M die rekonstruierte Masse, p den Impuls sowie p_T den Transversalimpuls eines Teilchens. Zur Rekonstruktion werden weiterhin Spuren an die Detektortreffer gefittet. Um eine Aussage über die Güte des Fits zu erhalten, betrachtet man hier das entsprechende auf die Zahl der Freiheitsgrade (nDoF) normierte χ_{track}^2 . Analog gilt dies für die Rekonstruktion der Vertices (χ_{track}^2). Je näher das reduzierte χ^2 der 1 kommt, desto besser ist der Fit. IP steht für den Stoßparameter und $\Delta \ln \mathcal{L}_{\mu\pi}$ ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, ein Myon als Pion zu interpretieren und umgekehrt. Ist der Wert größer als Null, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Teilchen ein Myon ist größer, als diejenige, ein Pion zu sein.

4.2.3 Verwendete Spurklassen

?? Für die Rekonstruktion der J/Ψ werden ausschließlich „Long“-Spuren verwendet. Diese passieren das gesamte Rekonstruktionssystem. Durch die relativ lange Lebensdauer des K_s^0 kommt es in etwa 2/3 der Fälle vor, dass der VELO dieses nicht mehr registriert. Hinterlassen Teilchen nur in den TT und T Stationen Spuren, so spricht man von

Tabelle 4.1: Im Stripping verwendete Kriterien zur Selektion von B_d^0 , J/Ψ und K_s^0

Zerfall	Variable	Wert
$B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$	$M(B_d^0)$	$\in [5150, 5550]\text{MeV}/c^2$
	$\frac{\chi_{vtx}^2}{\text{nDof}}(B_d^0)$	< 10
$J/\Psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$	$\frac{\chi_{track}^2}{\text{nDof}}(\mu^\pm)$	< 3
	$\Delta \ln \mathcal{L}_{\mu\pi}$	> 0
	$p_T(\mu^\pm)$	$> 500\text{MeV}/c$
	$\frac{\chi_{vtx}^2}{\text{nDof}}(J/\Psi)$	< 16
	$ M(\mu^+ \mu^-) - M(J/\Psi) $	$< 80\text{MeV}/c^2$
$K_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$p(\pi^\pm)$	$> 2000\text{MeV}/c$
	$\frac{\chi_{vtx}^2}{\text{nDof}}(K_s^0)$	< 20
	$\frac{\chi_{track}^2}{\text{nDof}}(\pi^\pm)$	< 3
	$ M(\pi^+ \pi^-) - M(K_s^0) $	$< 64\text{MeV}/c^2$
	$\frac{\chi_{IP}^2}{\text{nDof}}(\pi^\pm)$	> 4

„Downstream“-Spuren (siehe auch Kap. 2.2.1. Diese Analyse beschränkt sich auf ebenjene. Damit hat man im Vergleich zu K_s^0 aus Long-Spuren mehr Statistik zur Verfügung, muss aber bei Qualität der Rekonstruktion Einbußen hinnehmen, da die Informationen des VeLo fehlen. Insbesondere leidet die Präzision der Impuls- und Positionsmessungen. Folglich dürfen die Selektionskriterien bei Downstream-Spuren teilweise nicht so hart sein wie bei Long-Spuren. [?]

4.2.4 Zusätzliche Selektionskriterien

Um den Datensatz noch besser vom Untergrund zu bereinigen, werden einige Kriterien aus dem Stripping verschärft und weitere eingeführt (siehe Tab. 4.2). Diese wurden aus [5] übernommen.

Die neu eingeführten Größen sind hier die Eigenzeit τ und die Flugstrecke l sowie deren Unsicherheit σ_τ und σ_l . Weiterhin gibt es noch einen kinematischen Fit des Zerfallsbaums („DecayTreeFit“- DTF). Um die Wirkung der einzelnen Kriterien zu untersuchen, werden alle bis auf das zu untersuchende Kriterium angewandt und in der Massenverteilung das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis S/B bestimmt. Als Parametrisierung für den Fit der Massenverteilung wird ein doppelter Gauß verwendet, der Untergrund wird durch eine Exponentialfunktion modelliert (mehr dazu in Kap. 5.3). Zur Berechnung des Signals und des Untergrundes werden der Doppelgauß bzw. die Exponentialfunktion im Bereich von $\pm 3\sigma$ um den Mittelwert ausgewertet. Des Weiteren ist es von Interesse wie viel Signal und wie viel Untergrund man durch das entsprechende Kriterium verliert. Dazu werden die Verhältnisse ϵ_{sig} (ϵ_{bkg}) von Signal (Untergrund) bei Anwendung aller Kriterien zu Signal (Untergrund) ohne ebenjenes Kriterium berechnet. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Tabelle 4.3 aufgeführt.

Am Beispiel der Eigenzeit $\tau(B_d^0)$ soll noch einmal deutlich gemacht werden, wie die

Tabelle 4.2: Zusätzlich eingeführte Kriterien zur Untergrundbereinigung bzw. Selektion von B_d^0 , J/Ψ und K_s^0

Zerfall	Variable	Wert
$B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$	$M(B_d^0)$	$\in [5170, 5420]\text{MeV}/c^2$
	$\tau(B_d^0)$	$> 0, 3\text{ps}$
	$\sigma_\tau(B_d^0)$	$< 0, 2\text{ps}$
	$\frac{\chi_{DTF(B+PV)}^2}{\text{nDof}}(B_d^0)$	< 5
	$\frac{\chi_{IP}^2}{\text{nDof}}(B_d^0)$	< 20
	$\frac{\chi_{IP}^2}{\text{nDof}}(B_d^0)$ des nächstbesten PV	> 50
$J/\Psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$	$\frac{\chi_{vtx}}{\text{nDof}}(J/\Psi)$	< 11
	$ M(\mu^+ \mu^-) - M(J/\Psi) $	$\in [3030, 3165]\text{MeV}/c^2$
$K_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{\tau}{\sigma_\tau}(K_s^0)$	> 5
	$\frac{l}{\sigma_l}(K_s^0)$	> 5
	$ M(\pi^+ \pi^-) - M(K_s^0) $	$\in [475, 520]\text{MeV}/c^2$

Tabelle 4.3: Berechnung des Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses S/B sowie der Effizienzen ϵ_{sig} für Signal und ϵ_{bkg} für Untergrund

ausgelassenes Kriterium	S/B	ϵ_{sig}	ϵ_{bkg}
$M(B_d^0) \in [5170, 5420]\text{MeV}/c^2$	4,24	1,000	1,000
$\tau(B_d^0) > 0, 3\text{ps}$	2,71	0,955	0,610
$\sigma_\tau(B_d^0) < 0, 2\text{ps}$	4,24	1,000	1,000
$\frac{\chi_{DTF(B+PV)}^2}{\text{nDof}}(B_d^0) < 5$	3,58	0,984	0,831
$\frac{\chi_{IP}^2}{\text{nDof}}(B_d^0) < 20$	3,67	0,992	0,860
$\frac{\chi_{IP}^2}{\text{nDof}}(B_d^0)$ des nächstbesten PV > 50	3,50	0,979	0,809
$\frac{\chi_{vtx}}{\text{nDof}}(J/\Psi) < 11$	4,19	0,995	0,982
$ M(\mu^+ \mu^-) - M(J/\Psi) \in [3030, 3165]\text{MeV}/c^2$	4,05	0,997	0,953
$\frac{\tau}{\sigma_\tau}(K_s^0) > 5$	4,18	0,995	0,982
$\frac{l}{\sigma_l}(K_s^0) > 5$	4,24	1,000	1,000
$ M(\pi^+ \pi^-) - M(K_s^0) \in [475, 520]\text{MeV}/c^2$	3,37	0,985	0,782
alle angewandt	4,24	1,000	1,000

Tabelle zu lesen ist: Im Vergleich zur Anwendung aller Kriterien ($S/B = 4,24$) ist das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis ohne die Selektion anhand der Eigenzeit mit 2,71 deutlich schlechter. Während dieses Kriterium von 95,5% des Signals passiert wird, ist dies nur bei 61,0% des Untergrunds der Fall. Damit wird man fast 40% des Untergrunds los, ohne viel Signal wegzuerwerfen. Anhand der Werte in Tabelle 4.3 sieht man, dass dieses Kriterium das effektivste ist.

Bester Kandidat

Es ist äußerst unwahrscheinlich, dass es mehrere $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$ -Zerfälle in einem Ereignis gibt. Jedoch kann es vorkommen, dass es mehr als ein rekonstruiertes B_d^0 im Ereignis gibt. Da aber nur ein B_d^0 am Zerfall beteiligt ist, wird der beste Kandidat anhand des kleinsten χ^2_{DTF}/nDoF des DecayTreeFit identifiziert. [5]

Phantome

Für die Daten aus 2012 gibt es ein neues Kriterium, das in der Analyse der 2011 Daten ([5]) noch nicht zur Verfügung stand und deshalb hier gesondert betrachtet wird: Die Analysesoftware gibt nun für die Pionen- und Myonenspuren eine Wahrscheinlichkeit an, dass es sich bei dieser Spur nur um ein Phantom handelt. Bei der Suche nach einer Schranke für dieses Kriterium wurde intuitiv 0,5 gewählt. Denn ist die Wahrscheinlichkeit kleiner als 0,5, dann ist es wahrscheinlicher, dass es sich auch wirklich um eine Spur handelt als dass es ein Phantom ist.

Wendet man dieses Kriterium auf Myonen an, so erhält man die Effizienzen $\epsilon_{\text{sig}} = 0,999$ und $\epsilon_{\text{bkg}} = 0,978$. Damit ist es bei Weitem nicht so effektiv wie beispielsweise die Eigenzeitselektion, leistet aber dennoch einen Beitrag zur Bereinigung des Datensatzes.

Im Falle von Pionen kommt es zu Problemen. Eine Schranke bei 0,5 führt hier zu $\epsilon_{\text{sig}} = 0,660$ und $\epsilon_{\text{bkg}} = 0,561$. Leider geht deutlich zu viel Signal verloren. Es hat sich zudem herausgestellt, dass bei „Downstream-Pionen“ die Wahrscheinlichkeitsberechnung in der Analysesoftware nicht korrekt kalibriert wurde und notwendige Korrekturen bei Erstellung dieses Datensatzes nicht berücksichtigt wurden. Daher sind die zur Verfügung gestellten Werte nicht aussagekräftig und auf eine Selektion mittels Phantom-Wahrscheinlichkeit der Pionspuren wird verzichtet.

Fitbereiche

In den Analysen werden beim Fit die Massenbereiche zusätzlich eingeschränkt. Bei der Bestimmung der Detektorauflösung werden J/Ψ im Bereich $[3035, 3160]\text{MeV}/c^2$ betrachtet, im regulären Fit wird nur B_d^0 -Kandidaten im Bereich $[5230, 5330]\text{MeV}/c^2$ berücksichtigt.

4.3 Verwendeter Datensatz

Nach Anwendung aller Selektionskriterien stehen insgesamt 62184 Signalkandidaten zur Verfügung. Für diese Analyse ist essentiell, dass der Flavour der Mesonen (B_d^0 , \bar{B}_d^0)

4 Datenselektion

zum Zeitpunkt $t=0$ bekannt ist. Hier gibt es ebenfalls entsprechende Algorithmen, die manchmal einen Anfangsflavour zuordnen können, manchmal aber auch nicht (siehe Kap. 5.4.2). Zerfälle ohne diese Zuordnung sind für diese Analyse nutzlos, daher stehen tatsächlich nur insgesamt 20109 Signalkandidaten zur Verfügung.

5 Analyse / Fit

Um aus einem Datensatz den „wahren“ Wert diverser Parameter abzuschätzen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. In dieser Analyse wird die Methode sFit verwendet. Diese stellt eine modifizierte Variante des „Unbinned Maximum Likelihood“ Fits dar. Unbinned meint, dass das Fitergebnis nicht von der Wahl der Säulen (engl. bins) eines Histogramms abhängt. Die Modifikation des Fits besteht in der Verwendung der aus der *sPlot*-Technik bekannten sWeights. Dadurch ist es nicht nötig, den Untergrund zu modellieren, da dieser aus statistischen Gründen annulliert wird.

5.1 Maximum Likelihood Funktion

Die Maximum Likelihood Methode ist eine weit verbreitete Methode, um Parameter abzuschätzen. Für eine gegebene Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) $\mathcal{P}(\vec{x}_e; \vec{\lambda})$ mit einem unbekannten Satz Parametern $\vec{\lambda}$ und N unabhängigen Messungen \vec{x}_e ist die Likelihood-Funktion als

$$\mathcal{L}(\vec{\lambda}) = \prod_{e=1}^N \mathcal{P}(\vec{x}_e; \vec{\lambda}) \quad (5.1)$$

definiert. Der Satz an Parametern, der \mathcal{L} maximiert, gilt als beste Abschätzung von $\vec{\lambda}$. In der Praxis jedoch minimiert man äquivalent $-\ln \mathcal{L}$. Gewöhnlicherweise berücksichtigt man möglichen Untergrund, indem man die WDF in einen Signal- und Untergrundanteil aufteilt:

$$\mathcal{P}(\vec{x}_e; \vec{\lambda}) = f_{sig} \mathcal{P}_{sig}(\vec{x}_e; \vec{\lambda}) + (1 - f_{sig}) \mathcal{P}_{bkg}(\vec{x}_e). \quad (5.2)$$

f_{sig} bezeichnet hierbei den Signalanteil, \mathcal{P}_{sig} , \mathcal{P}_{bkg} die WDF des Signals bzw. Untergrunds. Die Schwierigkeit besteht nun darin, den Untergrund geeignet zu modellieren. Dazu bedarf es MonteCarlo-Studien oder der Verwendung separater Seitenbänder. [15]

5.2 Fitmethode sFit

Der sFit bietet nun eine Möglichkeit, ohne genaue Kenntnis des Hintergrunds die wahre Verteilung des Signalanteils von \vec{x} zu rekonstruieren. Dazu bedarf es einer weiteren Variable \vec{y} , die vollkommen unkorreliert ist, also sowohl für Signal als auch Untergrund. In dieser Analyse wird später $\vec{y} = y = M(B_d^0)$ die rekonstruierte Masse der B_d^0 sein, $\vec{x}^T = (t, d, \eta)^T$, die Variablen, die zur Bestimmung von $S_{J/\Psi K_s^0}$ notwendig sind. Was diese im Einzelnen bedeuten, wird später behandelt.

Sei N_s die Zahl an Signal- und N_b die Zahl an Untergrund-Ereignissen eines Datensatzes. Die Verteilungen von Signal und Untergrund seien mit $F_s(y)$ bzw. $F_b(y)$ bezeichnet und all diese vier Größen seien bekannt. Dann stellt die *sPlot*-Technik ([16]) mit den sogenannten „sWeights“

$$W_s(y) = \frac{V_{ss}F_s(y) + V_{sb}F_b(y)}{N_sF_s(y) + N_bF_b(y)} \quad (5.3)$$

einen Formalismus zur Verfügung, um durch Gewichtung der Ereignisse Signal vom Untergrund zu bereinigen. Die Matrix V_{ij} bezeichnet dabei das Inverse der Kovarianzmatrix

$$V_{ij}^{-1} = \sum_{e=1}^N \frac{F_i(y_e)F_j(y_e)}{(N_sF_s(y_e) + N_bF_b(y_e))^2}. \quad (5.4)$$

In der *sPlot*-Technik werden die Gewichte $W_s(y_e)$ berechnet und anschließend ein Histogramm mit den Messungen x_e mit der entsprechenden Gewichtung gefüllt, um die wahre Verteilung von x zu erhalten. Beim sFit wird nun die Likelihood Funktion gemäß

$$\mathcal{L}_W(\vec{\lambda}) = \prod_{e=1}^N \mathcal{P}(\vec{x}_e; \vec{\lambda})^{W_s(y_e)} \quad (5.5)$$

gewichtet. Die Erwartung ist, dass der Untergrundanteil auf statistischer Grundlage eliminiert wird und der wahre Wert von $\vec{\lambda}$ durch Maximierung von $\mathcal{L}_W(\vec{\lambda})$ abgeschätzt werden kann. [15]

5.3 Fit der Massenverteilung und Bestimmung der sWeights

Wie bereits in Kapitel 5.2 erwähnt, wird die rekonstruierte Masse zur Berechnung der sWeights herangezogen. Dazu wird ein klassischer Maximum Likelihood Fit durchgeführt, d.h. Signal und Untergrund werden gemäß Gleichung 5.2 gesondert beschrieben.

Für den Signalteil der Massenverteilung wird ein doppelter Gauß der Form

$$\mathcal{P}_{m;S}(m; \vec{\lambda}_{m;S}) = f_{S,m}\mathcal{G}(m; m_{B_d^0}, \sigma_{m,1}) + (1 - f_{S,m})\mathcal{G}(m; m_{B_d^0}, \sigma_{m,2}) \quad (5.6)$$

mit gemeinsamen Mittelwert $m_{B_d^0}$, unterschiedlichen Breiten $\sigma_{m,1}$ und $\sigma_{m,2}$ sowie dem relativen Beitrag $f_{S,m}$ der beiden Gauß-Kurven angenommen. Die Normierung ist dabei bereits in \mathcal{G} enthalten.

Der Untergrund wird durch die Exponentialfunktion

$$\mathcal{P}_{m;B}(m; \vec{\lambda}_{m;B}) = \frac{1}{\mathcal{N}_{m;B}} e^{-\alpha_m m} \quad (5.7)$$

modelliert. $\mathcal{N}_{m;B}$ bezeichnet dabei die Normierung auf den im Fit verwendeten Massenbereich $m \in [5230, 5330]\text{MeV}/c^2$. Damit lautet die gesamte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Massenverteilung

$$\mathcal{P}_m(m; \vec{\lambda}_m) = f_{sig}\mathcal{P}_{m;S}(m; \vec{\lambda}_{m;S}) + (1 - f_{sig})\mathcal{P}_{m;B}(m; \vec{\lambda}_{m;B}), \quad (5.8)$$

wobei f_{sig} den Anteil des Signals angibt.

Der Fit liefert für den Parametersatz $\vec{\lambda}_m^T = (f_{sig}, f_{S,m}, m_{B_d^0}, \sigma_{m,1}, \sigma_{m,2}, \alpha_m)^T$ die in Tabelle 5.1 aufgeführten Resultate. Alle Parameter wurden dabei im Fit laufen gelassen.

Tabelle 5.1: Ergebnisse des Massenfits zur Bestimmung der sWeights

Parameter	Wert	
f_{sig}	$0,628 \pm 0,017$	
$f_{S,m}$	$0,59 \pm 0,23$	
$m_{B_d^0}$	$(5281,55 \pm 0,12)$	MeV/c^2
$\sigma_{m,1}$	$(8,14 \pm 0,98)$	MeV/c^2
$\sigma_{m,2}$	$(14,3 \pm 3,4)$	MeV/c^2
α_m	$(0,00143 \pm 0,00046)$	$(\text{MeV}/c^2)^{-1}$

Des Weiteren zeigt Abbildung 5.1 die Massenverteilung mit Fit, die dazugehörigen Pulls sowie die berechneten sWeights. Pulls sind die auf den Fehler des Messwerts normierten Residuen. Für eine beliebige Messgröße $y(x)$ werden sie berechnet über

$$pull(x) = \frac{y_{gemessen} - y_{gefittet}}{\sigma_y}. \quad (5.9)$$

Man erwartet, dass die Pulls bei einem „guten“ Fit zufällig und gaußverteilt um die Nulllinie streuen.

5.4 Fit der Eigenzeitverteilung

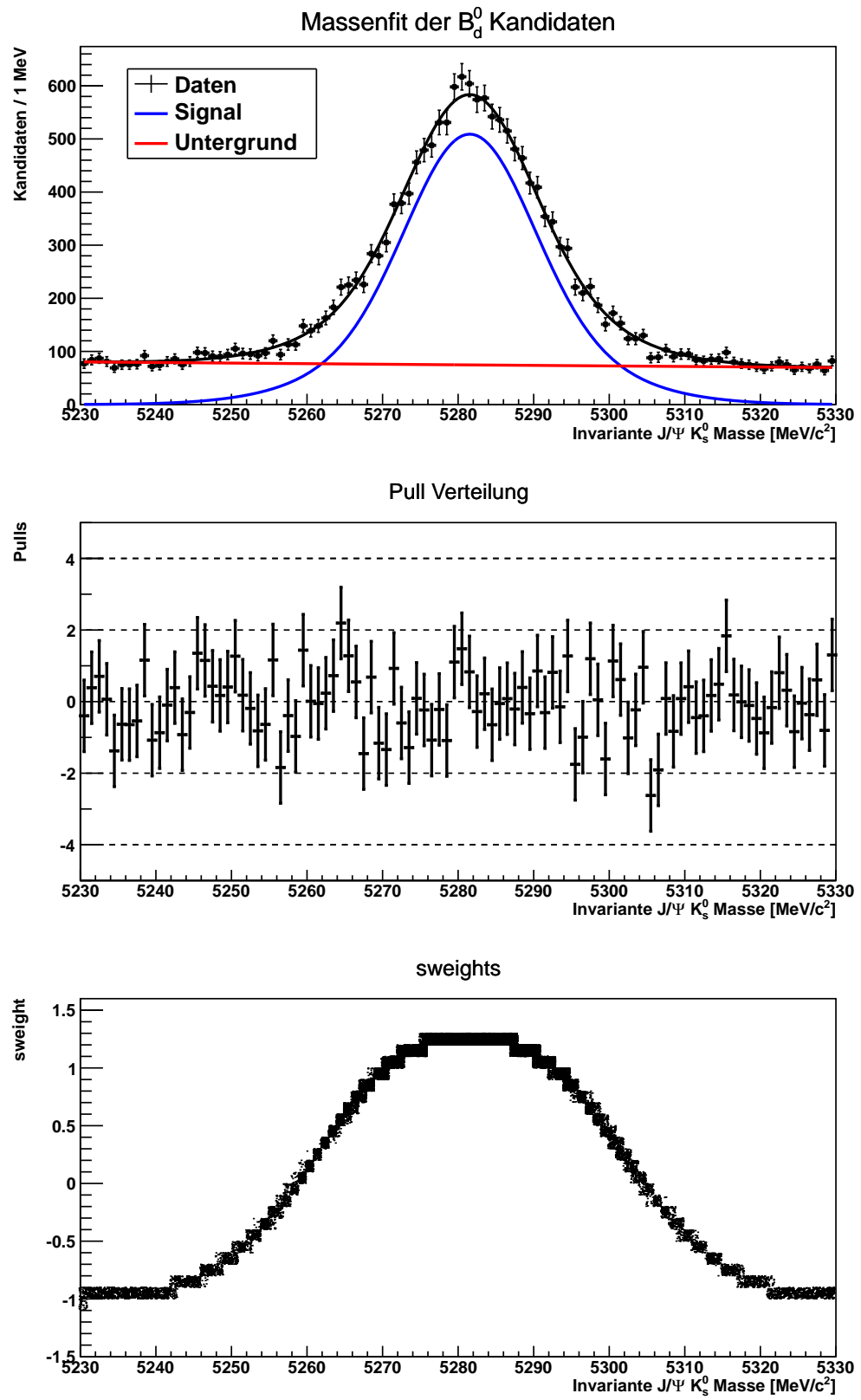
In diesem Abschnitt soll nun die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der B_d^0 -Eigenzeitverteilung entwickelt werden, die letztendlich zur Bestimmung der Asymmetrie-Amplitude $S_{J/\Psi K_s^0}$ verwendet wird. Aus den Gleichungen 3.15 und 3.16 geht für $|\lambda_f| = 1$ die theoretische Eigenzeitverteilung für ein B_d^0 bzw. \bar{B}_d^0 hervor:

$$\mathcal{P}_{\text{wahr}}(t, d_{\text{wahr}}) = \frac{1}{\mathcal{N}_t} e^{-t/\tau} [1 - d_{\text{wahr}} S_{J/\Psi K_s^0} \sin(\Delta m_d t)]. \quad (5.10)$$

Durch die Einführung des Variablen d_{wahr} wurden beide Verteilungen zu einer zusammengefasst. Dieses steht für den (wahren) Flavour des Mesons zum Zeitpunkt $t = 0$. Ein anfängliches B_d^0 wird dabei durch $d_{\text{wahr}} = 1$ beschrieben, ein \bar{B}_d^0 durch $d_{\text{wahr}} = -1$. Die Normierung ist so gewählt, dass die Bedingung

$$\sum_{d_{\text{wahr}}} \int_{t_{\text{min}}}^{t_{\text{max}}} dt \mathcal{P}_{\text{wahr}}(t, d_{\text{wahr}}) = 1 \quad (5.11)$$

erfüllt wird. Aufgrund zahlreicher detektorbedingten Effekte muss $\mathcal{P}_{\text{wahr}}(t, d_{\text{wahr}})$ modifiziert werden.



5.4.1 Produktionsasymmetrie

Der Detektor produziert B_d^0 - und \overline{B}_d^0 -Mesonen nicht in exakt gleicher Zahl. Über die Produktionsraten $R_{\overline{B}_d^0}$ für ein \overline{B}_d^0 bzw. $R_{B_d^0}$ für ein B_d^0 ist die Produktionsasymmetrie definiert durch:

$$\mu = A_P = \frac{R_{\overline{B}_d^0} - R_{B_d^0}}{R_{\overline{B}_d^0} + R_{B_d^0}}. \quad (5.12)$$

Anhand dieser Definition muss der Anteil an B_d^0 bzw. \overline{B}_d^0 an der gesamten WDF gewichtet werden. Unter Verwendung des Kronecker-Deltas δ_{ij} lässt sich die WDF daher schreiben als:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{P}}_{\text{wahr}}(t, d_{\text{wahr}}) &= \delta_{d_{\text{wahr}}, 1}(1 - \mu)\mathcal{P}_{\text{wahr}}(t, 1) + \delta_{d_{\text{wahr}}, -1}(1 + \mu)\mathcal{P}_{\text{wahr}}(t, -1) \\ &= (1 - d_{\text{wahr}}\mu)\mathcal{P}_{\text{wahr}}(t, d_{\text{wahr}}) \\ &= \frac{1}{\mathcal{N}_t} e^{-t/\tau} [1 - d_{\text{wahr}}\mu - (d_{\text{wahr}} - \mu)S_{J/\Psi K_s^0} \sin(\Delta m_d t)]. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Der Wert der Produktionsasymmetrie μ wurde in einigen Studien gemessen und wird der LHCb Analyse aus 2011 [5] entnommen:

$$\mu = -0,015 \pm 0,013. \quad (5.14)$$

5.4.2 Bestimmung des Anfangszustandes der B_d^0 -Mesonen (Flavour Tagging)

Die Messung der indirekten \mathcal{CP} -Verletzung setzt voraus, dass der anfängliche Flavour des B_d^0 -Mesons bekannt ist. Den Vorgang zu entscheiden, ob ein rekonstruierter Signalkandidat ein b oder \bar{b} Quark enthält, nennt man „Flavour Tagging“. Hierzu werden sogenannte Tagging Algorithmen angewandt, die allerdings keine perfekten Ergebnisse liefern. Von N Kandidaten kann bei N_U Kandidaten kein Anfangsflavour zugeordnet werden, bei N_W ist er falsch und bei N_R ist er richtig. Ein Maß für die Güte des Algorithmus ist die Tagging Effizienz

$$\epsilon_{\text{tag}} = \frac{N_R + N_W}{N_R + N_W + N_U} \quad (5.15)$$

und die Fehlerwahrscheinlichkeit

$$\omega = \frac{N_W}{N_R + N_W}, \quad (5.16)$$

die die Wahrscheinlichkeit angibt, den Signalkandidaten den falschen Flavour zuzuordnen. Die Größe die es bei solchen Algorithmen zu maximieren gilt, ist die effektive Tagging Effizienz

$$\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon_{\text{tag}}(1 - 2\omega)^2 =: \epsilon_{\text{tag}}\mathcal{D}^2. \quad (5.17)$$

\mathcal{D} wird auch Verwässerungsfaktor genannt. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Algorithmus handelt es sich um einen sog. Opposite Side Tagger (OST). Dieser nutzt aus, dass die meisten b Quarks in Quark-Antiquark Paaren erzeugt werden. Dabei rekonstruiert der OST die Ladung der Zerfallsreste des entsprechenden Quark-Partners des B_d^0 -Mesons. Der Algorithmus berechnet aus kinematischen und geometrischen Daten eine Fehlerwahrscheinlichkeit $\eta^{OS} \in [0; 0,5]$ für seine Flavour-Zuweisung (oder auch Tagging Entscheidung genannt), die im folgenden mit d^{OS} bezeichnet wird. [5]

Die vorhergesagte Fehlerwahrscheinlichkeit η^{OS} muss allerdings noch auf diversen Zerfallskanälen kalibriert werden. Dies ist allerdings nicht Bestandteil dieser Arbeit, sondern wurde [17] entnommen. Die Kalibrationsfunktion lautet:

$$\omega(\eta^{OS}) = p_1 (\eta^{OS} - \langle \eta^{OS} \rangle) + p_0. \quad (5.18)$$

$\langle \eta^{OS} \rangle$ steht dabei für das arithmetische Mittel der η^{OS} -Verteilung. Aus [17] erhält man

$$p_0 = 0,382 \pm 0,003 \quad (5.19)$$

$$p_1 = 0,981 \pm 0,024 \quad (5.20)$$

$$\langle \eta^{OS} \rangle = 0,382 \quad (5.21)$$

Die im Algorithmus verwendeten geladenen Teilchen wie zum Beispiel ein K^\pm können je nach Ladung zum Teil sehr unterschiedlich mit dem Detektormaterial reagieren. Daher kommt es auch zu unterschiedlichen Rekonstruktionseffizienzen für B_d^0 und \overline{B}_d^0 . Entsprechend müssen zwei Kalibrationsfunktionen

$$\omega^{B_d^0}(\eta^{OS}) = p_1(B_d^0) (\eta^{OS} - \langle \eta^{OS} \rangle) + p_0(B_d^0), \quad (5.22)$$

$$\omega^{\overline{B}_d^0}(\eta^{OS}) = p_1(\overline{B}_d^0) (\eta^{OS} - \langle \eta^{OS} \rangle) + p_0(\overline{B}_d^0) \quad (5.23)$$

berücksichtigt werden. Für die Differenzen der Kalibrationsparameter liefert [17]

$$\Delta p_0 = p_0(B_d^0) - p_0(\overline{B}_d^0) = 0,0045 \pm 0,0053 \quad (5.24)$$

$$\Delta p_1 = p_1(B_d^0) - p_1(\overline{B}_d^0) = 0,001 \pm 0,05. \quad (5.25)$$

Während p_1 für B_d^0 und \overline{B}_d^0 sehr gut übereinstimmen, muss man das bei p_0 differenzierter betrachten. Auch hier ist man zwar im 1σ -Bereich kompatibel, anderen Studien der LHCb-Gruppe zeigen jedoch, dass die Tagging Asymmetrie Δp_0 berücksichtigt werden sollte, was auch hier geschieht. Dazu werden ω und Δp_0 so umdefiniert, dass

$$\Delta p_0 = \omega^{B_d^0} - \omega^{\overline{B}_d^0}, \quad (5.26)$$

$$\omega^{B_d^0} = \omega + \frac{\Delta p_0}{2}, \quad (5.27)$$

$$\omega^{\overline{B}_d^0} = \omega - \frac{\Delta p_0}{2} \quad (5.28)$$

gilt. Aufgrund der Fehlerwahrscheinlichkeit beim Tagging weicht die gemessene Eigenzeitverteilung von der tatsächlichen deutlich ab. Bei einem gemessenen B_d^0 ($d^{OS} = 1$)

handelt es sich in $(1 - \omega^{B_d^0})\%$ der Fälle auch tatsächlich um ein B_d^0 ($d_{\text{wahr}} = 1$), in $\omega^{\overline{B_d^0}}\%$ der Fälle jedoch um ein wahres $\overline{B_d^0}$ ($d_{\text{wahr}} = -1$). Damit nimmt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der gemessenen Verteilung die Form

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{P}}_{\text{gem.}}(t, d^{OS}, \omega) &= \delta_{d^{OS}, 1} \left[(1 - \omega^{B_d^0}) \tilde{\mathcal{P}}_{\text{wahr}}(t, d_{\text{wahr}} = 1) + \omega^{\overline{B_d^0}} \tilde{\mathcal{P}}_{\text{wahr}}(t, d_{\text{wahr}} = -1) \right] \\ &\quad + \delta_{d^{OS}, -1} \left[(1 - \omega^{\overline{B_d^0}}) \tilde{\mathcal{P}}_{\text{wahr}}(t, d_{\text{wahr}} = -1) + \omega^{B_d^0} \tilde{\mathcal{P}}_{\text{wahr}}(t, d_{\text{wahr}} = 1) \right] \\ &= \frac{1}{\mathcal{N}_t} e^{-t/\tau} \{ 1 - d\mu(1 - 2\omega) - d\Delta p_0 \\ &\quad - [d(1 - 2\omega) - \mu(1 - d\Delta p_0)] S_{J/\Psi K_S^0} \sin(\Delta m_d t) \}\end{aligned}\quad (5.29)$$

In der letzten Zeile wurde für eine übersichtlichere Schreibweise $d := d^{OS}$ verwendet.

Effektive Tagging Effizienz

Zum Ende dieses Abschnittes soll nun noch die effektive Tagging Effizienz bestimmt werden. Dazu wird zunächst die Tagging Effizienz berechnet. Es wird jeweils ein Massenfit nach Kapitel 5.3 mit allen Kandidaten und nur mit Kandidaten, denen ein Flavour zugeordnet werden konnte durchgeführt. Aus beiden Fits wird der Anteil des Signals bestimmt und man erhält:

$$\epsilon_{\text{tag}} = (29, 43 \pm 0, 85)\%. \quad (5.30)$$

Es bleibt die Bestimmung von $\mathcal{D} := 1 - 2\omega$. Dazu wird zunächst die η^{OS} -Verteilung der Daten auf ω umkalibriert. Im Anschluss wird das gewichtete Mittel von $1 - 2\omega$ berechnet. Als Gewichte dienen zur Extrahierung des Signals die sWeights, die man aus dem zuvor durchgeführten Massenfit berechnet. Dies führt zu:

$$\mathcal{D} = 0, 2474 \pm 0, 0095. \quad (5.31)$$

Die Fehlerrechnung für \mathcal{D} wird in [18] beschrieben. Aus beiden Werten folgt dann die effektive Tagging Effizienz von

$$\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon_{\text{tag}} \mathcal{D}^2 = (1, 80 \pm 0, 15)\% \quad (5.32)$$

5.4.3 Eigenzeitauflösung und -akzeptanz

Der letzte Effekt, der noch berücksichtigt werden muss, ist die endliche, Eigenzeitauflösung des Detektors. Dies wird dadurch deutlich, dass es auch Ereignisse mit negativer Eigenzeit gibt. Da diese unphysikalisch sind und u.a. auf Auflösungseffekte zurückzuführen sind, werden genau diese Ereignisse zur Bestimmung einer Auflösungsfunktion verwendet. Es handelt sich dabei zwar nur um eine Näherung der Eigenzeitauflösung, wie aber später gezeigt wird, ist das nicht relevant für das Endergebnis von $S_{J/\Psi K_S^0}$ (siehe Kap.). Wie in den Kapiteln 4.2.1 und 4.2.2 bereits erwähnt wurde, werden hierzu auf den Datensatz die High Level Trigger 2 Linie `Hlt2DiMuonJPsiDecision` sowie die Stripping Linie

BetaSBd2JPsiKsPrescaledLine angewandt. Um die negativen Ereignisse zu sehen, darf natürlich keine Selektion auf die Lebensdauer erfolgen.

In dieser Arbeit wird das Modell der mittleren Eigenzeitauflösung verwendet. Als Akzeptanzfunktion wird ein dreifacher Gauß der Form

$$\mathcal{R}(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{f_i}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_i^2}} \quad (5.33)$$

mit dem gemeinsamen Mittelwert 0, den unterschiedlichen Breiten σ_i , sowie den relativen Anteilen f_i der einzelnen Gauß-Funktionen gewählt. Dabei ist $\sum f_i = 1$ zu beachten. Somit erübrigt sich, f_3 als eigenständigen Parameter zu betrachten, es wird $f_3 = 1 - f_1 - f_2$ verwendet. Um Signal von Untergrund zu trennen, wird ein sFit angewandt. Da der Zerfallsvertex der hier behandelten B_d^0 -Mesonen hauptsächlich durch den J/Ψ -Vertex festgelegt wird, wird zur Bestimmung der sWeights die rekonstruierte J/Ψ -Masse herangezogen (siehe [?]). Entgegen dem Massenfit der B_d^0 -Mesonen aus Gleichung 5.8 wird hier als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion die Summe aus einer Gauß- und einer CrystalBall-Funktion verwendet. Die Crystallball-Funktion hat eine gaußförmige Basis, aber einen zu kleineren Werten als dem Mittelwert hin asymmetrischen, abgeflachten Teil, der den Energieverlust durch Photonabstrahlung berücksichtigt. Sie ist durch

$$\mathcal{CB}(m) = \frac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \exp\left(-\frac{(m-m_{B_d^0})^2}{2\sigma^2}\right), & \text{für } \frac{m-m_{B_d^0}}{\sigma} > -\alpha \\ \left(\frac{n}{|\alpha|}\right)^n \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{s}\right) \left(\frac{n}{|\alpha|} - |\alpha| - \frac{m-m_{B_d^0}}{\sigma}\right)^{-n} & \text{für } \frac{m-m_{B_d^0}}{\sigma} \leq -\alpha \end{cases} \quad (5.34)$$

definiert. Der Parameter α beschreibt dabei den Übergang vom gaußartigen Teil in den auf einer Potenzfunktion basierenden abgeflachten Teil [19]. Abbildung 5.2 zeigt sowohl das Ergebnis des Massenfits als auch den Fit der Auflösungsfunktion. Die erhaltenen Parameter der Eigenzeitauflösung sind in Tabelle 5.2 aufgeführt.

Tabelle 5.2: Ergebnisse des Fits der Eigenzeitauflösung

Parameter	Wert
σ_1	$0,480 \pm 0,070$ ps
σ_2	$0,04396 \pm 0,00094$ ps
σ_3	$0,0932 \pm 0,0034$ ps
f_1	$0,00329 \pm 0,00099$
f_2	$0,739 \pm 0,027$
σ_{eff}	$0,0665 \pm 0,0013$

Die effektive Auflösung beträgt

$$\sigma_{\text{eff}} = \sum_{i=1}^3 f_i \sigma_i^2 = (0,0665 \pm 0,0013) \text{ps} \quad (5.35)$$

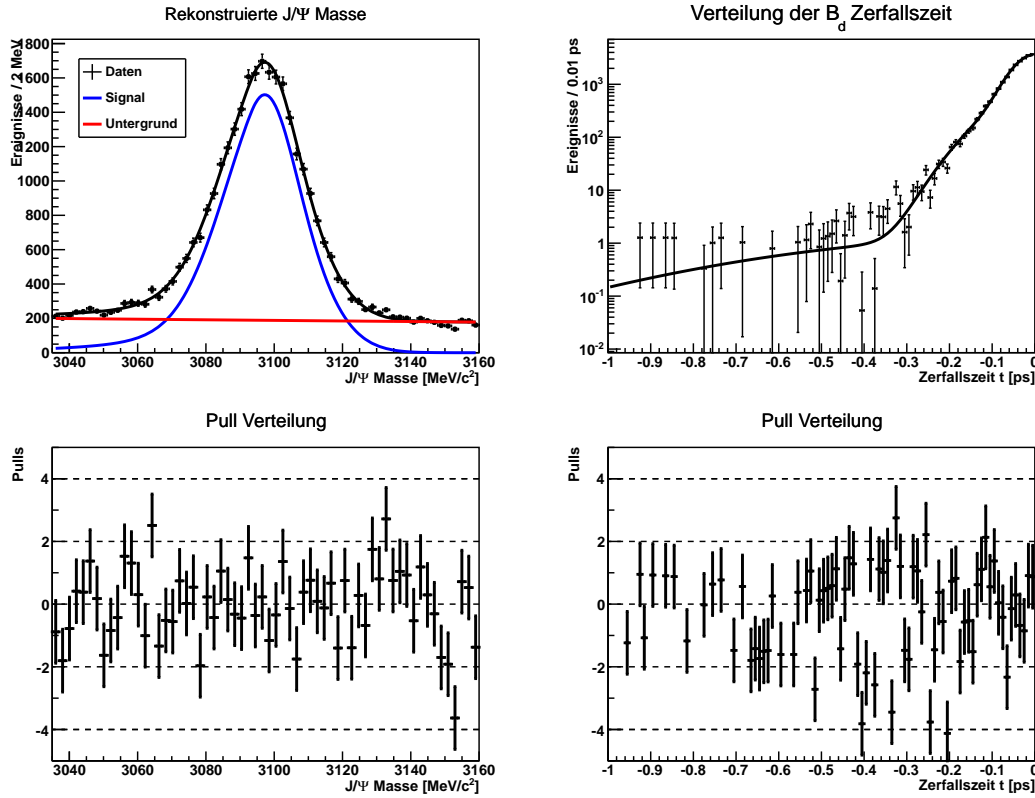


Abbildung 5.2: Bestimmung der Auflösung: Die linke Hälfte zeigt den für die Bestimmung der sweights durchgeführten Fit an die rekonstruierte J/ψ -Masse (oben) und die dazugehörigen Pulls (unten), die rechte Hälfte den Fit der Auflösungsfunktion (oben) und die entsprechenden Pulls (unten)

. Im Fit wird die Auflösung dadurch berücksichtigt, dass die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Eigenzeitverteilung $\tilde{\mathcal{P}}_{\text{gem.}}(t, \omega)$ (siehe Gleichung 5.29) mit der Auflösungsfunktion $\mathcal{R}(t)$ gefaltet werden muss.

Ein weiterer Punkt, der berücksichtigt werden muss, ist die Eigenzeitakzeptanz des Detektors. Es werden hier keine großen Einflüsse erwartet, daher wird die Akzeptanzfunktion

$$\epsilon(t) = 1 \quad (5.36)$$

gesetzt. Eine systematische Analyse und eine Abschätzung des Einflusses dieser Vernachlässigung findet sich in Kapitel 6.3.

5.4.4 Fitfunktion

Kombiniert man nun alle Effekte, die im vorigen Kapitel 5.4, aufgeführt und beschrieben wurden, so nimmt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Eigenzeitverteilung der B_d^0 -Mesonen die Form

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{gem.}}(t, d, \eta) &= \epsilon(t) \left[\tilde{\mathcal{P}}_{\text{gem.}}(t', d, \eta) \otimes \mathcal{R}(t - t') \right] \\ &= \frac{1}{\mathcal{N}_t} \left[e^{-t'/\tau} \{1 - d\mu(1 - 2\omega) - d\Delta p_0 \right. \\ &\quad \left. - [d(1 - 2\omega) - \mu(1 - d\Delta p_0)] S_{J/\Psi K_s^0} \sin(\Delta m_d t') \} \right] \otimes \mathcal{R}(t - t') \quad (5.37) \end{aligned}$$

an. Durch diesen Fit erhält man eine Abschätzung für den \mathcal{CP} -Parameter $S_{J/\Psi K_s^0}$. In Gleichung 5.37 bezeichnen t' die wahre Eigenzeit, t die rekonstruierte Eigenzeit, τ die B_d^0 -Lebensdauer, Δm_d die Oszillationsfrequenz des B_d^0 -Mesons, μ die Produktionsasymmetrie sowie d den durch die Flavour-Tagging Algorithmen bestimmten Anfangszustand des B_d^0 . Dabei gilt für B_d^0 -Mesonen $d = 1$, für \bar{B}_d^0 $d = -1$. Die Fehlerwahrscheinlichkeit des Flavour Taggings ω ist wiederum abhängig von der von den Algorithmen vorhergesagten Fehlerwahrscheinlichkeit η gemäß

$$\omega(\eta) = p_1 (\eta - \langle \eta \rangle) + p_0. \quad (5.38)$$

Die \mathcal{CP} -Asymmetrie wird ebenfalls durch die Eigenzeitauflösung sowie fehlerhaftes Flavour Tagging beeinflusst, hier gilt für die Messung:

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}^{\text{meas}}(t) = (1 - 2\omega) S_{J/\Psi K_s^0} \sin(\Delta m_d t') \otimes \mathcal{R}(t - t') \quad (5.39)$$

5.5 Ergebnisse

Im Fit der Eigenzeitverteilung werden nicht alle Parameter laufen gelassen. Fixiert werden zum einen die Parameter der Eigenzeitauflösung (siehe Tab. 5.2) und der Flavour-Tagging Kalibrationsparameter $\langle \eta \rangle = 0,382$. Des Weiteren werden einige Parameter eingeschränkt. Dies sind die Produktionsasymmetrie μ sowie die Kalibrationsparameter

Tabelle 5.3: Parameter, die im Fit eingeschränkt werden.

Parameter	Wert
p_0	$0,382 \pm 0,003$
p_1	$0,981 \pm 0,024$
Δp_0	$0,0045 \pm 0,0053$
μ	$-0,015 \pm 0,013$

p_0 , p_1 und Δp_0 . Die verwendeten Werte sind aus [5] für μ beziehungsweise [17] für p_0 , p_1 und Δp_0 entnommen und in Tabelle 5.3 aufgeführt.

Als Parameter, die frei laufen, bleiben dementsprechend die \mathcal{CP} -Asymmetrie Amplitude $S_{J/\Psi K_s^0}$, die Lebensdauer τ sowie die Oszillationsfrequenz Δm_d übrig. Während der gesamten Analyse wurde der Parameter $S_{J/\Psi K_s^0}$ verdeckt (Fachjargon: „geblindet“). Dabei wird das eigentliche Ergebnis um einen dem Experimentator unbekannten Wert verschoben. Diese Verschiebung wird mittels einer Zeichenkette berechnet. Dies soll verhindern, dass sich der Experimentator an älteren Messungen oder dem Weltmittelwert etc. orientiert und dahingehend seine Analyse beeinflusst. Erst nach Beendigung aller systematischen Studien (siehe Kapitel 6) und beim Verfassen dieser Arbeit wurde die wahre Abschätzung von $S_{J/\Psi K_s^0}$ aufgedeckt. Diese sei hier schon einmal vorweggenommen:

$$S_{J/\Psi K_s^0} = xxx \pm 0,063 \quad (5.40)$$

Alle Resultate des Fits sind in Tabelle 5.4 aufgeführt. Die gemessene Eigenzeitverteilung sowie die dazugehörigen Fitkurven sind in Abbildung 5.3 in Schwarz (für B_d^0) und in Rot ($\overline{B_d^0}$) dargestellt.

Tabelle 5.4: Ergebnisse des Fits der Eigenzeitverteilung.

Parameter	Wert
$S_{J/\Psi K_s^0}$	$xxx \pm 0,063$
τ	$(1,498 \pm 0,017) \text{ ps}$
Δm_d	$(0,474 \pm 0,034) \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$
p_0	$0,3815 \pm 0,0030$
p_1	$0,977 \pm 0,024$
Δp_0	$0,0049 \pm 0,0050$
μ	$-0,020 \pm 0,013$

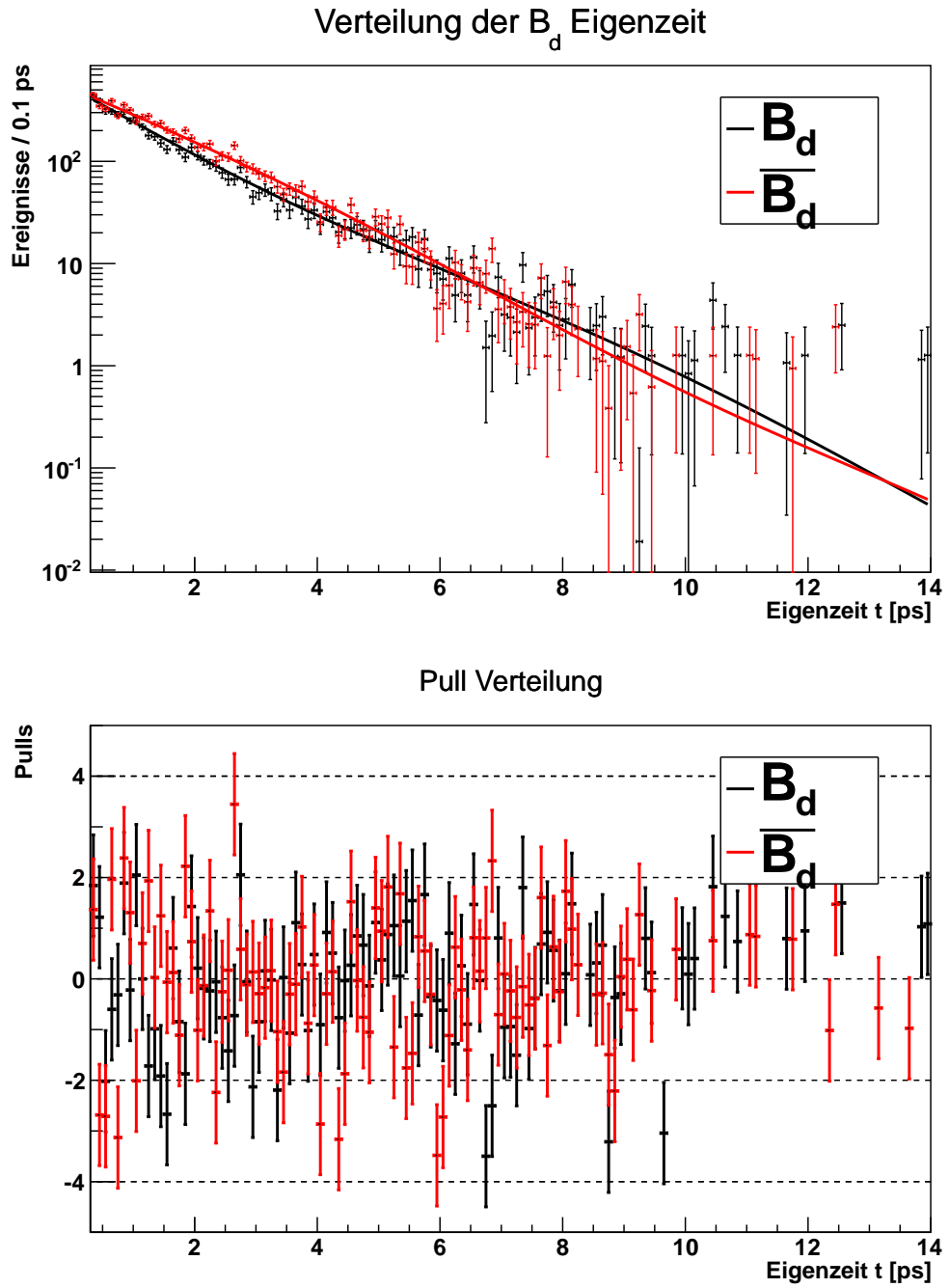


Abbildung 5.3: Ergebnis des Fits der Eigenzeitverteilung: Gemessene Eigenzeitverteilung der B_d^0 - (schwarz) bzw. \overline{B}_d^0 -Mesonen (rot) mit entsprechendem Fitergebnis gemäß Gleichung 5.37 und den Parametern aus Tabelle 5.4 (oben) sowie dazugehörige Pull-Verteilung (unten).

6 Abschätzung systematischer Unsicherheiten

Der Fitter liefert zwar eine statistische Unsicherheit auf $S_{J/\Psi K_s^0}$, allerdings ist eine Betrachtung der Systematik unerlässlich. Im Folgenden wird daher der Einfluss einiger Effekte auf das Fitergebnis untersucht und anschließend der systematische Fehler abgeschätzt.

6.1 Fitmethode

Die hier verwendete Maximum-Likelihood-Methode hat zwar den schönen Vorteil, dass das Fitergebnis nicht von der Einteilung des Histogramms abhängt, es ist jedoch nicht von vornherein ausgeschlossen, dass sie das Ergebnis verfälscht (ein sog. Bias produziert). Daher wird eine Toy Monte Carlo - Studie (kurz: Toy MC) durchgeführt. Dabei werden Daten zufällig nach einer Verteilung mit den gewünschten Parametern generiert und im Anschluss gefittet. Zur Generation der Massen- und Eigenzeitverteilung werden die aus den Fits erhaltenen Parameter verwendet (siehe Tabellen 5.1 und 5.4). Die einzige Ausnahme bildet $S_{J/\Psi K_s^0}$, da diese zum Zeitpunkt dieser Studie noch verdeckt war. Hier wurde mit $S_{J/\Psi K_s^0} = 0,72$ generiert. Entsprechend der Statistik im verwendeten Datensatz werden hier jeweils 20000 Ereignisse generiert. Durch mehrmaliges Wiederholen von Generation und Fit sollten die gefitteten Parameter am Ende gaußverteilt um die in der Generation verwendeten Parameter sein. Kommt es zu Abweichungen davon, so ist dies auf die Fitmethode oder eine fehlerhafte Implementation des Experimentators zurückzuführen. Um statistisch zuverlässige Aussagen treffen zu können, wurden in dieser Toy MC - Studie insgesamt 20000 Wiederholungen durchgeführt.

Abbildung 6.1 zeigt sowohl die Verteilung der gefitteten Amplitude $S_{J/\Psi K_s^0}$ als auch die Pulls, die sich mittels $(S_{J/\Psi K_s^0}^{\text{gefittet}} - S_{J/\Psi K_s^0}^{\text{generiert}})/\sigma^{\text{gefittet}}$ berechnen lassen. Der Mittelwert der Amplitudenverteilung (links) $S_{J/\Psi K_s^0}^{\text{ToyMC}} = 0,7234 \pm 0,0004$ weicht signifikant vom generierten Wert $S_{J/\Psi K_s^0} = 0,72$ ab, es gibt also ein Bias. An der Pull-Verteilung lassen sich prinzipiell zwei Dinge beobachten:

1. An der Verschiebung des Pull-Mittelwertes $\mu = 0,0522 \pm 0,0067$ von der Null sieht man deutlich, dass es - wie bereits erwähnt - einen kleinen, aber signifikanten Bias gibt. Indem dieser Bias mit der statistischen Unsicherheit aus dem Fitergebnis (siehe Gl. 5.40) multipliziert wird, erhält man eine Abschätzung der aus der Fitmethode resultierenden Unsicherheit:

$$\delta S_{J/\Psi K_s^0}^{\text{Fit}} = 0,0522 \cdot 0,0626 = 0,0033 \quad (6.1)$$

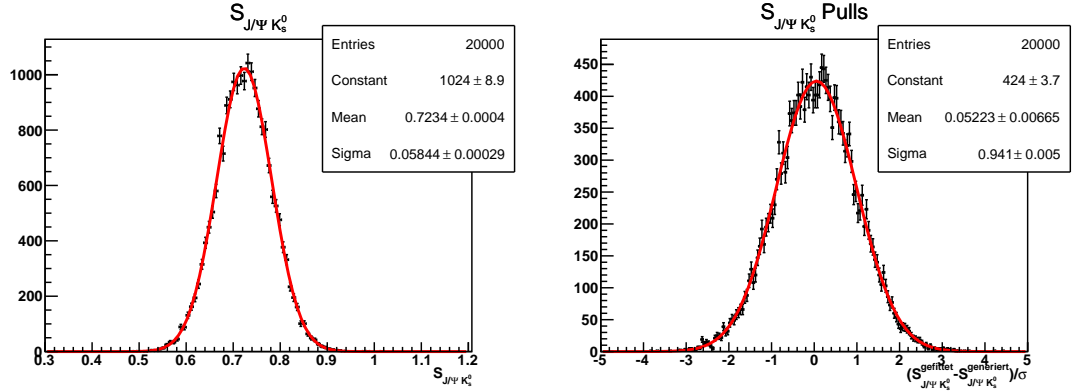


Abbildung 6.1: Verteilung der aus der Toy MC Studie erhaltenen Amplituden $S_{J/\Psi K_s^0}$ (links) sowie die dazugehörigen Pulls (rechts)

2. Mit einem $\sigma = 0,941 \pm 0,005$ ist die Pull-Verteilung signifikant zu schmal. Bei einer zufälligen Streuung der Werte wird nämlich eigentlich ein $\sigma = 1$ erwartet. Dies bedeutet, dass der Fit den statistischen Fehler überschätzt. Dies kann später zur Korrektur des statistischen Fehlers verwendet werden. Dieses Problem tritt auf, sobald man in den Toys Untergrund miteinbezieht (ohne Untergrund erhält man ein $\sigma = 1,007 \pm 0,005$ und ist damit kompatibel zur Eins). Es ist bekannt, dass die verwendete sFit-Methode die Fehlerpropagation (gerade bei Untergrund) nicht korrekt ausführt. Es wurde vom Betreuer eine Fehlerkorrektur implementiert, dabei handelt es sich jedoch um eine Näherung. Für eine tiefergehende Studie müsste die Fehlerkorrektur entsprechend analysiert werden.

Ursachen des Bias

Es bleibt zu klären, welche Ursachen zu dem Bias führen. Es liegt in der Natur der Likelihood-Methode, dass für eine große Zahl N an Messwerten die Abschätzung der Parameter gegen deren wahren Wert konvergiert. Demnach liegt die Vermutung nahe, dass zu wenig Ereignisse („Statistik“) vorhanden ist. Daher wurden weitere Toy MC Studien mit unterschiedlicher Anzahl an Teilchen pro Toy durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.1 aufgeführt und in Abbildung 6.2 nochmals visualisiert. Man sieht, dass das Bias mit erhöhter Statistik deutlich reduziert wird und damit zu wenig Statistik als Hauptursache hierfür angesehen werden kann.

6.2 Kalibration der Flavour-Tagging-Algorithmen

Im Fit wird bei den Parametern der Tagging Kalibration durch Einschränkung der Parameter deren statistische Fehler berücksichtigt. Bislang unbeachtet blieben die systematischen Fehler von p_0 und p_1 , deren Einfluss im Folgenden untersucht wird. Leider sind die Studien zur Systematik des in dieser Analyse verwendeten Flavour-Taggings noch nicht

Tabelle 6.1: Toy MC Studien mit unterschiedlicher Anzahl an generierten Ereignissen pro Toy. Genannt wird der Mittelwert μ der $S_{J/\Psi K_s^0}$ -Pull-Verteilung

Teilchen pro Toy	μ
20000	$0,0522 \pm 0,0067$
50000	$0,0358 \pm 0,0067$
100000	$0,0257 \pm 0,0068$
200000	$0,0145 \pm 0,0068$

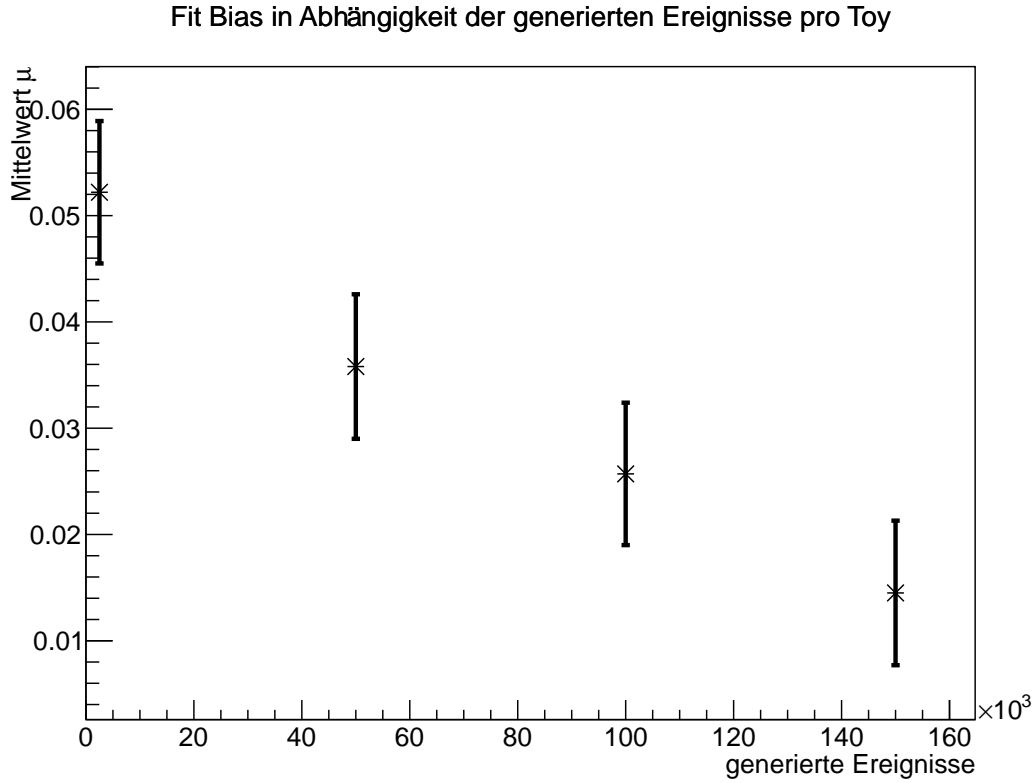


Abbildung 6.2: Toy MC Studien mit unterschiedlicher Anzahl an generierten Ereignissen pro Toy. Als Maß für das Fit Bias dient der Mittelwert μ der $S_{J/\Psi K_s^0}$ -Pull-Verteilung

6 Abschätzung systematischer Unsicherheiten

abgeschlossen, sodass die systematischen Fehler $\delta p_0^{\text{stat.}}$ sowie $\delta p_1^{\text{stat.}}$ noch nicht vorliegen. Um dennoch ein Gefühl für den Einfluss des Flavour-Taggings zu bekommen, werden die systematischen Fehler der 2011-Analyse ([5]) herangezogen. Die Annahme und Erwartung ist, dass sich die Systematiken zwischen 2011 und 2012 kaum unterscheiden. Für eine endgültige Analyse, muss dieser Schritt jedoch wiederholt werden, sobald die Analyse des Flavour-Taggings aus 2012 abgeschlossen ist. In dieser Arbeit werden nun folgende Werte und Fehler der Kalibrationsparameter p_0 und p_1 verwendet:

$$p_0 = 0,382 \pm 0,003 \text{ (stat.)} \pm 0,008 \text{ (syst.)}, \quad (6.2)$$

$$p_1 = 0,981 \pm 0,024 \text{ (stat.)} \pm 0,012 \text{ (syst.)}. \quad (6.3)$$

Variation der Parameter in den Daten

Einen ersten Überblick über die Systematik erhält man, indem man im regulären Eigenzeitfit die Startwerte der Parameter p_0 und p_1 um ihre systematischen Fehler variiert. In allen vier möglichen Kombinationen wird der systematische Fehler auf p_0 und p_1 addiert bzw. subtrahiert, dann der Fit durchgeführt und schließlich die Abweichung vom regulären Fitergebnis für $S_{J/\Psi K_s^0}$ berechnet. Der (verdeckte) Referenzwert aus dem Fit beträgt

$$S_{J/\Psi K_s^0} = 0,5347 \pm 0,0626 \quad (6.4)$$

Tabelle 6.2: Variation des Fitergebnisses für $S_{J/\Psi K_s^0}$ bei Veränderung der Startwerte für p_0 und $p_1 \pm$ ihrer systematischen Unsicherheiten

p_0	p_1	$S_{J/\Psi K_s^0}$	$\Delta S_{J/\Psi K_s^0}$
0,382 - 0,008	0,981 - 0,024	0,5109 \pm 0,0604	-0,0238
0,382 - 0,008	0,981 + 0,024	0,5103 \pm 0,0604	-0,0244
0,382 + 0,008	0,981 - 0,024	0,5599 \pm 0,0649	0,0252
0,382 + 0,008	0,981 + 0,024	0,5591 \pm 0,0648	0,0244

Die Ergebnisse sind Tabelle 6.2 zu entnehmen. Die größte Abweichung beträgt hier $\Delta S_{J/\Psi K_s^0} = 0,0252$.

Variation der Parameter in Toy MC Eine weitere Möglichkeit der Abschätzung besteht darin, sich entsprechende Toys zu generieren und diese dann zu fitten. Im Folgenden werden bei der Generation der Toys die Parameter p_0 und p_1 um ihre systematischen Unsicherheiten variiert, der Fit dann allerdings mit den ursprünglichen Parameterwerten durchgeführt. Als Referenzwert dient die aus dem Fit Bias (siehe Kapitel 6.1) erhaltene Amplitude, da dort mit den regulären Parametern p_0 und p_1 generiert und gefittet wurde:

$$S_{J/\Psi K_s^0} = 0,7234 \pm 0,0004 \quad (6.5)$$

Die Ergebnisse sind Tabelle 6.3 zu entnehmen, die dazugehörigen Plots werden in Abbildung 6.3 gezeigt. Die größte Abweichung beträgt hier $\Delta S_{J/\Psi K_s^0} = 0,0331$ und ist

6.3 Einfluss einer zeitabhängigen Akzeptanz

Tabelle 6.3: Variation des Fitergebnisses für $S_{J/\Psi K_s^0}$ bei Veränderung der Parameterwerte p_0 und $p_1 \pm$ ihrer systematischen Unsicherheiten bei der Generation von Toys

p_0	p_1	$S_{J/\Psi K_s^0}$	$\Delta S_{J/\Psi K_s^0}$
0,382 - 0,008	0,981 - 0,024	0,7515±0,0004	0,0281
0,382 - 0,008	0,981 + 0,024	0,7565±0,0004	0,0331
0,382 + 0,008	0,981 - 0,024	0,6909±0,0004	-0,0325
0,382 + 0,008	0,981 + 0,024	0,6966±0,0004	-0,0244

auch größer als bei Variation der Parameter in den Daten. Dementsprechend wird der systematische Fehler durch die Tagging Kalibrierung mit ebendiesem Wert abgeschätzt:

$$\delta S_{J/\Psi K_s^0}^{\text{FTK}} = 0,0331 . \quad (6.6)$$

6.3 Einfluss einer zeitabhängigen Akzeptanz

In der Analyse wurde der Einfluss einer zeitabhängigen Detektorakzeptanz vernachlässigt. Nimmt man an, dass sich die Akzeptanz von B_d^0 - und \bar{B}_d^0 -Mesonen nicht unterscheiden, so hat die Akzeptanz keinen Einfluss auf die \mathcal{CP} -Asymmetrie nach Gleichung 3.19, da sie sich hier herauskürzt. Beim Fit der Amplitude nach Gleichung 5.37 ist dies aber nicht zwangsläufig so. Um die Vernachlässigung einer zeitabhängigen Akzeptanz zu rechtfertigen, wird zunächst eine Bestimmung der Akzeptanz durchgeführt und anschließend mit einer Toy MC Studie ihr Einfluss überprüft.

Bestimmung einer Akzeptanzfunktion

B_d^0 -Mesonen haben eine relativ lange Lebensdauer. Um sie von kurzlebigen Untergrund zu unterscheiden, befinden sich auf den Triggern und dem Stripping entsprechende Cuts auf die Flugzeiten. Dies hat zur Folge, dass für kleine Flugzeiten ($ct \lesssim 0,3\text{ps}$) kaum B_d^0 -Mesonen im Detektor registriert werden und es zu einem sog. „Turn-On-Effekt“ kommt. Es hat sich herausgestellt ([5]), dass dieser gut durch die Funktion

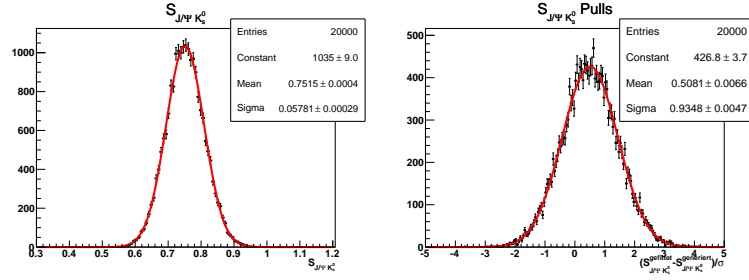
$$\epsilon_1(t) = \frac{2}{\pi} \arctan[t \cdot \exp(at + b)] \quad (6.7)$$

parametrisiert wird.

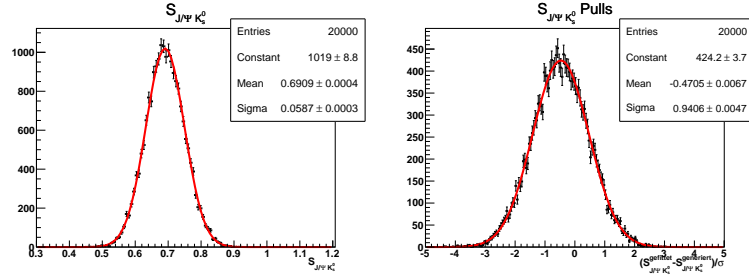
Je länger ein B_d^0 -Meson lebt, desto schwieriger wird es, die Zerfallsprodukte im Detektor auf Grund seiner Geometrie nachzuweisen. Daher nimmt die Akzeptanz zu großen Zeiten hin wieder ab. Zur Parametrisierung fällt die Wahl auf eine lineare Funktion

$$\epsilon_2(t) = 1 + \beta t \quad (\beta < 0). \quad (6.8)$$

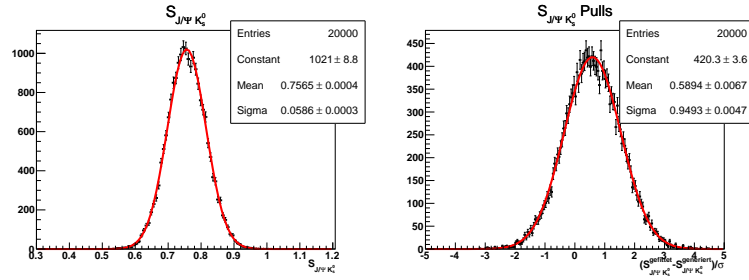
6 Abschätzung systematischer Unsicherheiten



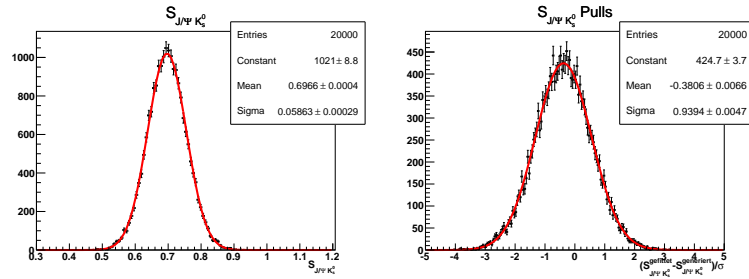
(a) $p_0 - \Delta p_0, p_1 - \Delta p_1$



(b) $p_0 + \Delta p_0, p_1 - \Delta p_1$



(c) $p_0 - \Delta p_0, p_1 + \Delta p_1$



(d) $p_0 + \Delta p_0, p_1 + \Delta p_1$

Abbildung 6.3: Toy MC Studie zur Abschätzung der Systematik durch die Tagging Kalibration. Bei der Generation wurden die Taggingparameter $p_0 = 0,382$ und $p_1 = 0,981$ um ihre systematischen Unsicherheiten $\Delta p_0 = 0,008$ bzw. $\Delta p_1 = 0,024$ variiert, der Fit wurde dann mit den ursprünglichen Werten p_0 und p_1 durchgeführt.

6.3 Einfluss einer zeitabhängigen Akzeptanz

Die entsprechende gesamte Akzeptanzfunktion lautet demnach:

$$\epsilon(t) = \epsilon_1(t) \cdot \epsilon_2(t) = \frac{2}{\pi} \arctan[t \cdot \exp(at + b)](1 + \beta t) \quad (6.9)$$

Zur Bestimmung der Parameter wird die Trennung von B_d^0 - und \overline{B}_d^0 -Mesonen aufgehoben, sodass lediglich ein exponentieller Zerfall zu beobachten ist. Des weiteren wird die Selektion der Lebensdauer bei 0,3ps nicht angewandt, sodass der Turn-On-Effekt auch wirklich sichtbar wird. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für den Fit lautet somit:

$$\mathcal{P}_{acc}(t) \propto \epsilon(t) \cdot e^{-t/\tau} = e^{-t/\tau} \cdot \frac{2}{\pi} \arctan[t \cdot \exp(at + b)](1 + \beta t) \quad (6.10)$$

Die beiden Parameter τ und β sind stark miteinander korreliert. Für eine geeignete Bestimmung der Parameter der Akzeptanz-Funktion wird daher die Lebensdauer auf den PDG-Wert $\tau = 1,519 \pm 0,007\text{ps}$ [10] eingeschränkt, die anderen Parameter fließen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.4 aufgeführt, die entsprechenden Plots in Abbildung 6.4.

Tabelle 6.4: Ergebnis des Fits zur Bestimmung der zeitlichen Akzeptanz

Parameter	Ergebnis	
τ	$(1,519 \pm 0,007)$	ps
a	$(47,9 \pm 5,6)$	ps^{-1}
b	$-8,4 \pm 1,1$	
β	$(-0,0090 \pm 0,0076)$	ps^{-1}

Bestimmung des Einflusses

Durch die Selektion der Lebensdauer ab $t = 0,3\text{ps}$ in der Datenselektion spielt der Turn-On-Effekt im hier verwendeten Datensatz eigentlich keine Rolle. Dies wird dadurch deutlich, dass die Akzeptanzfunktion $\epsilon(0,3\text{ps}) = 0,992$ und damit fast Eins ist. Auch am Ende des Analysebereichs beträgt die Akzeptanz noch $\epsilon(14\text{ps}) = 0,874$. Daher liegt die Vermutung nahe, dass sich die Akzeptanz nicht gravierend auf das Fitergebnis auswirkt. Mit den oben bestimmten Parametern wird die zeitliche Akzeptanz bei der Erzeugung weiterer Toys berücksichtigt, der anschließende Fit aber ohne Akzeptanzfunktion durchgeführt. Die zur Erzeugung verwendeten Parameter entsprechen ansonsten denen in Kapitel 6.1.

Der Mittelwert der Amplitudenverteilung beträgt $S_{J/\Psi K_s^0} = 0,72420 \pm 0,00041$. Die Abweichung vom Referenzwert (Fit Bias, siehe Kap. 6.1 $S_{J/\Psi K_s^0} = 0,72343 \pm 0,00041$,

$$\delta S_{J/\Psi K_s^0}^{\text{Akz.}} = 0,00077 \quad (6.11)$$

wird zur Abschätzung des Fehlers durch Vernachlässigung einer Akzeptanzfunktion verwendet. Gerade im Vergleich zum Einfluss des Flavour Taggings auf $S_{J/\Psi K_s^0}$ ist dieser hier sehr gering. Somit erscheint das Vorgehen, keine Akzeptanz im Eigenzeitfit zu verwenden, gerechtfertigt.

6 Abschätzung systematischer Unsicherheiten

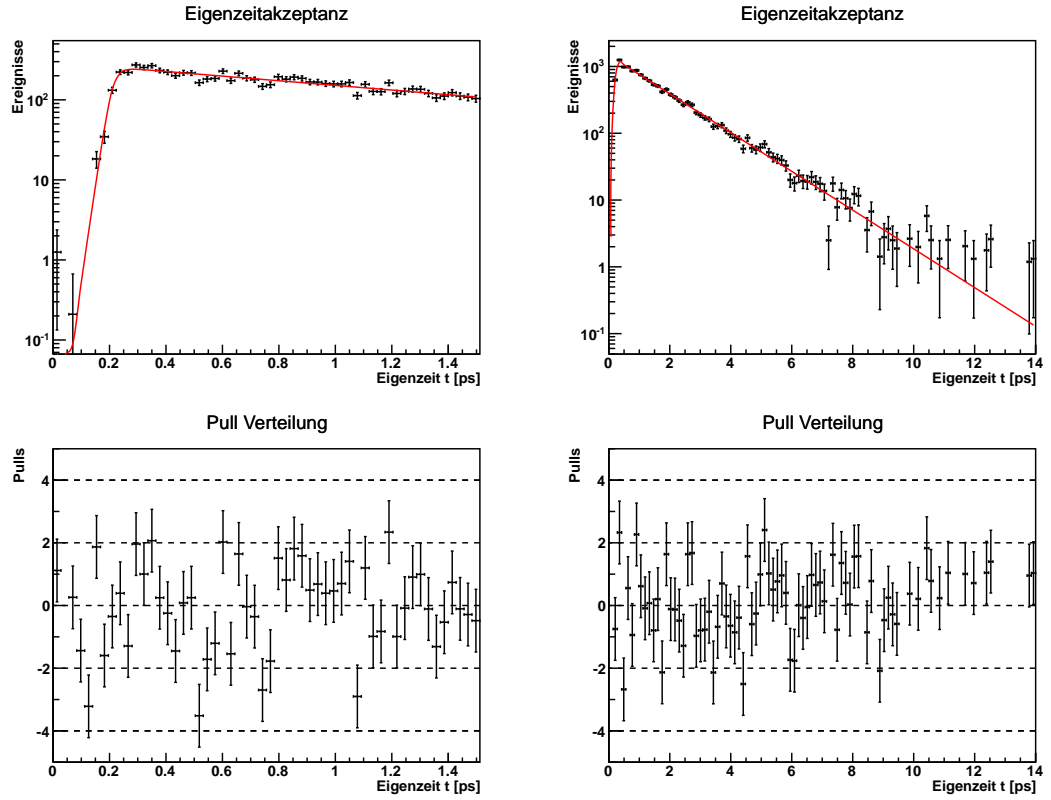


Abbildung 6.4: Fit an die Eigenzeit-Verteilung aller B_d^0 -Mesonen mit eingeschlossener Akzeptanzfunktion (oben) sowie die entsprechende Pull-Verteilung (unten). Links: kurzlebiger Zeitbereich ($t < 1,5\text{ps}$), Rechts: gesamtes Flugspektrum ($0\text{ps} < t < 14\text{ps}$)

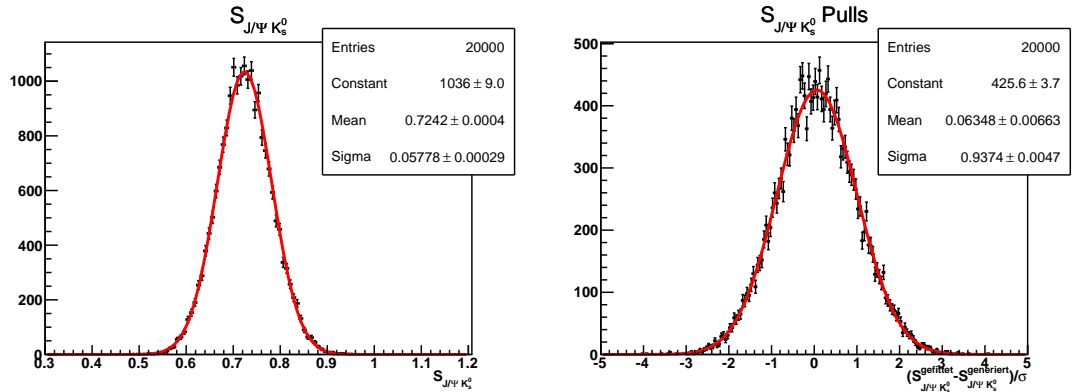


Abbildung 6.5: Untersuchung des Einflusses einer zeitlichen Akzeptanz: Verteilung der aus der Toy MC Studie erhaltenen Amplituden $S_{J/\Psi K_s^0}$ (links) sowie die dazugehörigen Pulls (rechts)

6.4 Korrelation zwischen Masse und Eigenzeit

Die sFit-Methode funktioniert dann gut, wenn der Untergrund der Massenverteilung eben ist und die Massenverteilung des Signals unabhängig von der gemessenen Eigenzeit ist. Es soll nun eine etwaige Korrelation zwischen Masse und Eigenzeit untersucht und der Einfluss auf $S_{J/\Psi K_s^0}$ festgestellt werden. Dazu wird die Massenverteilung in vier verschiedenen Zeitbereichen gefittet, die Tabelle 6.5 zu entnehmen sind. Anschließend wird die gesamte Eigenzeitverteilung gefittet, dabei werden aber die Massenparameter des Signals auf die in den 4 Massenfits erhaltenen Werte fixiert. Die Ergebnisse des jeweiligen Fits sind ebenfalls in Tabelle 6.5 aufgeführt.

Tabelle 6.5: Einteilung der Eigenzeitbereiche sowie Fitresultate für $S_{J/\Psi K_s^0}$ bei Fixierung der Masse auf die in den Zeitbereichen enthaltene Massenform. Weiterhin werden die Abweichung $\Delta S_{J/\Psi K_s^0}$ vom regulären Datenfit und der Signalanzahl N_{sig} eines jeden Eigenzeitbereichs genannt.

Nr.	Eigenzeitfenster des Massenfits	$S_{J/\Psi K_s^0}$	$\Delta S_{J/\Psi K_s^0}$	N_{sig}
1	$t \in [0.3, 0.7]\text{ps}$	$0,5318 \pm 0,0626$	$-0,0029$	2882
2	$t \in [0.7, 1.5]\text{ps}$	$0,5361 \pm 0,0625$	$0,0014$	4066
3	$t \in [1.5, 3]\text{ps}$	$0,5361 \pm 0,0625$	$0,0014$	4230
4	$t \in [3, 14]\text{ps}$	$0,5353 \pm 0,0624$	$0,0006$	2177

Zur Abschätzung des Fehlers werden zunächst die Abweichungen $\Delta S_{J/\Psi K_s^0}$ vom (noch verdeckten) Referenzwert aus dem regulären Eigenzeitfit $S_{J/\Psi K_s^0} = 0,5347 \pm 0,0626$ berechnet (siehe Kap. 5.5 und diese dann - gewichtet nach der Signalzahl N_{sig} eines jeden Bereichs - quadratisch gemittelt:

$$\delta S_{J/\Psi K_s^0}^{m/t} = \sqrt{\frac{\sum N_i (\Delta S_{J/\Psi K_s^0})_i}{\sum N_i}} = 0,0018 \quad (6.12)$$

6.5 Eigenzeitauflösung

Bei einer effektiven Eigenzeitauflösung von $\sigma_{eff} = (0,0665 \pm 0,0013)\text{ps}$ im Vergleich zur B_d^0 -Oszillationsfrequenz $\delta m_d = (0,521 \pm 0.039)\hbar\text{ps}$ erwartet man keine nennenswerten Effekte auf die Amplitude $S_{J/\Psi K_s^0}$. Um überhaupt einen Effekt zu sehen, werden die Auflösungsparameter σ_i um 20% ihres Werte erhöht bzw. gesenkt und damit dann der Datensatz gefittet. Die größte Abweichung vom Referenzwert des regulären Eigenzeitfits wird als systematischer Fehler angenommen. Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 6.6.

Es zeigt sich, dass eine exakte Bestimmung der Auflösung nicht von Nöten ist, da sie im Vergleich zu anderen Systematiken vor allem gegenüber der Flavour-Tagging Kalibration vernachlässigt werden kann. Dennoch wird ein systematischer Fehler durch die Auflösung mit

$$\delta S_{J/\Psi K_s^0}^{\text{Res.}} = 0,0004 \quad (6.13)$$

Tabelle 6.6: Ergebnisse des Eigenzeitfits bei Variation der Auflösungsparameter σ_i um $\pm 20\%$.

Variation	σ_1	σ_2	σ_3	$S_{J/\Psi K_s^0}$	$\Delta S_{J/\Psi K_s^0}$
+20%	0,576	0,05275	0,1118	$0,5351 \pm 0,0626$	0,0004
-20%	0,384	0,03517	0,0746	$0,5345 \pm 0,0625$	-0,0002

assoziiert.

6.6 Gesamtsystematik

Tabelle 6.7 fasst nochmals alle systematischen Unsicherheiten zusammen. Der Gesamtfehler wird durch quadratische Addition berechnet.

Tabelle 6.7: Zusammenfassung der systematischen Unsicherheiten

Effekt	$\delta S_{J/\Psi K_s^0}$
Fitmethode	0,0033
Flavour-Tagging Kalibration	0,0331
Eigenzeitakzeptanz	0,0008
Korrelation Masse \leftrightarrow Eigenzeit	0,0018
Eigenzeitauflösung	0,0004
Gesamt	0,0333

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Kalibration der Flavour-Tagging-Algorithmen die dominierende Systematik ist. Obwohl hier zur Abschätzung der Systematik Werte der 2011-Kalibration genommen werden mussten, wird sich an dieser Tatsache nicht viel ändern, sobald diese Untersuchung mit Werten aus 2012 wiederholt wurde. Der systematische Fehler von $\delta S_{J/\Psi K_s^0}^{\text{stat.}} = 0,0333$ ist nur etwa halb so groß (52,9%) wie der statistische $\delta S_{J/\Psi K_s^0}^{\text{syst.}} = 0,0626$. Damit ist definitiv noch Potential da, die Präzision durch mehr Datennahme zu verbessern.

7 Zusammenfassung

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den ...,

Literaturverzeichnis

- [1] <http://home.web.cern.ch/about/accelerators/large-hadron-collider>
(Stand: 01.08.2013)
- [2] <http://www.weltmaschine.de/experimente/lhcb/>(Stand: 01.08.2013)
- [3] The LHCb Collaboration, The LHCb Detector at the LHC, 2008 JINST, 3 S08005.
- [4] Christian Linn, ...
- [5] LHCb-Analyse, ...
- [6] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles-de.svg (Stand: 07.07.2013)
- [7] <http://press.web.cern.ch/press-releases/2013/03/new-results-indicate-particle-discovered-cern-higgs-boson>
- [8] K. Kleinknecht, Uncovering ...
- [9] http://inspirehep.net/record/1085541/files/figs_CKM_triangle.png
(Stand: 03.08.2013)
- [10] PDG-Wert für Tau
<http://pdglive.lbl.gov/popupblockdata.brl?nodein=S042T&inscript=Y&fsizein=1&clumpin0=> (Stand: 02.07.2013)
- [11] http://www-zeus.physik.uni-bonn.de/~brock/feynman/vtp_ss06/
- [12] Nir, Heavy Flavour Physics
- [13] Noguchi, ...
- [14] <http://lhcb-trig.web.cern.ch/lhcb-trig/>
- [15] <http://arxiv.org/pdf/0905.0724v1.pdf>
- [16] <http://arxiv.org/pdf/physics/0402083v3.pdf>
- [17] Stefania Vecchi, OS combination for Reco14
- [18] 2010 Analyse
- [19] <http://arxiv.org/pdf/1201.5069.pdf>