

## Tugas Personal ke-1 (Minggu 2 / Sesi 3)

1. Buatlah algoritma prime number menggunakan memoization (Pseudocode dari algoritma Sieve of Aristotle's)!

Jawab : Menggunakan Pemrograman Java

```
import java.util.Vector;

public class SieveofEratosthenes {

    public static void main(String[] args) {
        int limit = 99999999; // Batas maksimum bil. prima yang dicar
        boolean[] bil_asal = new boolean[limit];
        for (int i = 0; i < limit; i++) {
            bil_asal[i] = true;
        }
        bil_asal[0] = false; // bilangan 0 bukan bilangan prima
        bil_asal[1] = false; // bilangan 1 bukan bilangan prima

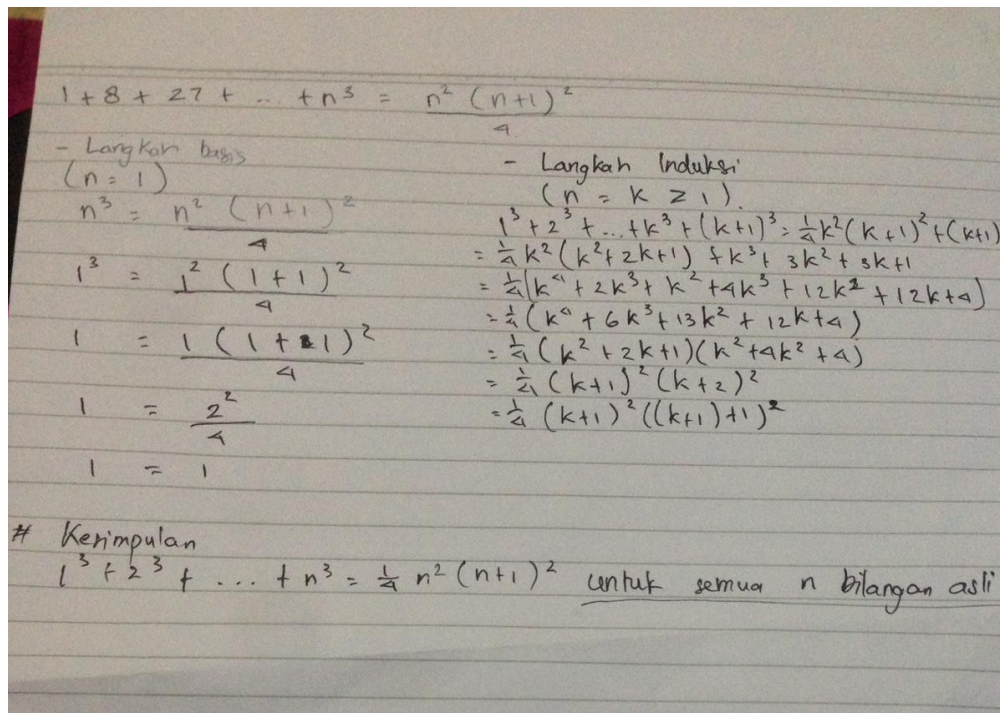
        // Penerapan algoritma Sieve of Erathosthenes
        for (int i = 2; i <= Math.sqrt(limit); i++) {
            if (bil_asal[i]) {
                for (int j = i * i; j < limit; j = j + i) {
                    bil_asal[j] = false;
                }
            }
        }

        // Masukkan semua bilangan prima hasil pencarian ke dalam arr
        Vector<Integer> prima = new Vector<Integer>();
        for (int i = 2; i < limit; i++) {
            if (bil_asal[i]) {
                prima.add(i);
            }
        }
        System.out.println("Jumlah bilangan prima antara 0 sampai " +
            + " adalah " + prima.size() + " buah");
    }
}
```

2. Buktikan kebenaran persamaan berikut menggunakan induksi matematika!

$$1 + 8 + 27 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Jawab:



Handwritten mathematical proof of the sum of cubes formula using induction.

Langkah basis  
( $n = 1$ )  
 $n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$   
 $1^3 = \frac{1^2(1+1)^2}{4}$   
 $1 = \frac{1(1+1)^2}{4}$   
 $1 = \frac{2^2}{4}$   
 $1 = 1$

Langkah Induksi  
( $n = k \geq 1$ )  
 $1^3 + 2^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 = \frac{1}{4}k^2(k+1)^2 + (k+1)^3$   
 $= \frac{1}{4}k^2(k^2 + 2k + 1) + k^3 + 3k^2 + 3k + 1$   
 $= \frac{1}{4}(k^4 + 2k^3 + k^2 + 4k^3 + 12k^2 + 12k + 4)$   
 $= \frac{1}{4}(k^4 + 6k^3 + 13k^2 + 12k + 4)$   
 $= \frac{1}{4}(k^2 + 2k + 1)(k^2 + 4k + 4)$   
 $= \frac{1}{4}(k+1)^2(k+2)^2$   
 $= \frac{1}{4}(k+1)^2((k+1)+1)^2$

# Kesimpulan  
 $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$  untuk semua  $n$  bilangan asli

3. Hitunglah kompleksitas ( $O(n)$ ) dari algoritma berikut!

```
function leafSearch(a, end, i) is
    j ← i - 1
    while 2×j ≤ end do      n/2-1
        if 2×j+1 < end and a[2×j+1] > a[2×j] then n/2-1
            j ← 2×j+1 n/2-1
        else
            j ← 2×j - 1
    return j - 1
end function

function siftDown(a, end, i) is
    j ← leafSearch(a, end, i) 1
    while a[i] > a[j] do      n
        j ← parent(j)      n
    x ← a[j]      n
    a[j] ← a[i]      n
    while j > i do
        swap x, a[parent(j)] 1
        j ← parent(j) 1
    end function
```

Jawab :

*Function leafSearch:*

$$T_1 = 1 + n/2-1 + n/2-1 + n/2-1 + 1 + 1$$

$$= 3(n/2-1) + 3$$

*Function siftDown:*

$$T_2 = 1 + n + n + n + n + 1 + 1$$

$$= 4n + 3$$

Algoritma ini memiliki kompleksitas  $T_n = 3(n/2-1) + 4n + 6$  atau  $O(n)$ .

4. Hitunglah kompleksitas dari fungsi – fungsi berikut.

a. Function 1

```
int f1(int n) {
    int cnt = 0;
    for (int i=0; i<n; i+=2) {
        for (int j=0; j<n; j+=3) {
            cnt++;
        }
    }
    return cnt;
}
```

b. Function 2

```
int f2(int n) {
    int sum=0;
    for (int i=1; i<=n; i++) {
        for (int j=1; j<=n; j+=i) {
            sum+=j;
        }
    }
    return sum;
}
```

c. Function 3

```
int* f3(int i, int j, int n, int arr []) {
    if(arr[i] > arr[j]) swap(arr[i], arr[j]);
    if(j==n) {
        j=0;
        i++;
    }
    if(i==n+1) return arr;
    return f3(i, j+1, n, arr);
}
```

d. Function 4

```
int f4(int n) {
    if(n<=1) return 1;
    int ans=0;
    for (int i=2; i<n; i*=1) {
        ans++;
    }
    return ans + f4(n/3)
}
```

Jawab:

a.  $T_n = 1 + n + 1 + n + n + n$

$= 4n + 2$  atau  $O(n)$

b.  $T_n = 1 + n + 1 + n + n + n$

$= 4n + 2$  atau  $O(n)$

c.  $T_n = 1 + n + n + n + n + 1 + n$

$= 5n + 2$

d.  $T_n = 1 + 1 + n + 1 + n + n$

$= 3n + 3$  atau  $O(n)$

5. Buatlah simulasi dari Quick Sort dan Merge Sort untuk deret angka berikut :

17, 3, 23, 12, 6, 8, 2, 1, 13, 32, 27, 15

Jawaban :

### Quick Sort

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Data	17	3	23	12	6	8	2	1	13	32	27	15

$$\begin{aligned}\text{Pos} &= (\text{indeks awal} + \text{indeks Akhir}) / 2 \\ &= (1+12) / 2 = 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Pivot} &= \text{Data}[\text{Pos}] \\ &= 8\end{aligned}$$

Setelah diurutkan berdasarkan pivot												
Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Data	3	2	1	8	13	32	27	15	17	23	12	16

Menentukan Partisi

Partisi 1	3	2	1					
Partisi 2	13	32	27	15	17	23	12	16

Mengurutkan data sesuai partisi

$$\text{Pos Partisi 1} = (1 + 3) / 2 = 2$$

$$\text{Pos Partisi 2} = (1 + 8) / 2 = 4$$

$$\text{Pivot Partisi 1} = \text{Data}[\text{Pos Partisi 1}] = 2$$

$$\text{Pivot Partisi 2} = \text{Data}[\text{Pos Partisi 2}] = 15$$

Setelah diurutkan berdasarkan pivot (Partisi 1)			
Indeks	1	2	3
Data	1	2	3

Setelah diurutkan berdasarkan pivot (Partisi 2)								
Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8
Data	12	13	15	16	17	23	27	32

Penggabungan Partisi 1 & Partisi 2

Hasil Akhir												
Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Data	1	2	3	8	12	13	15	16	17	23	27	32

## Merge Sort

