

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 TINJAUAN STATISTIK

Tinjaun statistik merupakan penjelasan mengenai teori-teori statistik. Dalam hal ini teori statistik yang digunakan adalah tentang peramalan. Peramalan deret waktu dengan fungsi transfer yang didekati melalui *ARMA*.

2.1.1 Konsep Dasar *Time Series*

Time series merupakan serangkaian pengamatan berdasarkan urutan waktu. Antar urutan waktu pada suatu variabel yang berdekatan saling berkorelasi. Artinya, tiap pengamatan yang diambil dari variabel yang berkorelasi dengan variabel itu sendiri pada waktu sebelumnya secara dinamis (Abraham *and* Johannes: 192, 2005). Pengamatan yang dilakukan harus memiliki interval waktu yang sama (hari, minggu, bulan, tahun). Dari pengamatan data tersebut, dapat dilihat pola data menurun, naik ataupun mengalami siklus. Pola yang didapatkan digunakan untuk identifikasi model yang selanjutnya digunakan untuk peramalan.

Model deret waktu pada time series ada dua, yaitu *deterministik* dan model deret waktu *stokastik*. Serangkaian pengamatan dikategorikan dalam model deret waktu *deterministik* apabila nilai dari serangkaian pengamatan tersebut dapat dirumuskan secara pasti, akan tetapi jika pengamatan tersebut belum dapat dirumuskan secara pasti dan didekati dengan probabilistik disebut proses stokastik (Mufidah, 2010).

2.1.2 Proses Stokastik dan Kestasioneran

Abraham and Johannes (192-194: 2005) *time series* dipandang suatu pengamatan $(Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n)$ dapat dikatakan sebagai proses stokastik. Proses stokastik secara umum merupakan distribusi n dimensi. *Autokorelasi* antar pengamatan $\rho(Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n)$ diasumsikan normal, yang mana rata-rata $E(Z_1), E(Z_2), \dots, E(Z_n) = \mu$; *varian* adalah $V(Z_1), V(Z_2) \dots V(Z_n)$; dan $n(n-1)/2$ *Covarian* (Z_i, Z_j) dengan $i < j$. Proses stokastik adalah suatu proses variabel random yang nilainya tidak dapat ditentukan secara pasti, tetapi dirumuskan dengan pendekatan probabilistik.

Proses stasioner adalah proses keseimbangan yang akan menjadikan data konstan. Kestasioneran data artinya data tidak naik maupun turun atau fluktuasi data berada disekitar rata-rata dan varian yang konstan. Peluang keseimbangan yang berdistribusi pada waktu (t_1, t_2, \dots, t_m) memiliki peluang distribusi yang sama dengan $(t_1 + k; t_2 + k \dots, t_m + k)$ (Abraham and Johannes: 194, 2005).

Mufidah (2010) suatu proses kestasioneran data *time series* jika *time series* yang bersifat stasioner kuat (*strickly stationary*), dimana nilai *mean* (μ), *varians* (σ^2) dan *kovarians* (τ_k) tidak terpengaruh oleh waktu pengamatan. Ketidakstasioneran dalam *time series* dibedakan menjadi dua (2), yaitu tidak stasioner dalam *mean* (disebabkan μ_t tidak konstan) dan tidak stasioner dalam *varians* (disebabkan σ_t^2 yang *dependent* terhadap deret waktu). Tidak stasioner dalam *mean* dapat diatasi dengan melakukan *differencing* (pembedaan) dan *stabilizing varians* (transformasi) untuk menstasionerkan *varians*.

2.1.3 ACF dan PACF

Fungsi *autokorelasi* (ACF) adalah korelasi antara nilai-nilai suatu deret berkala yang sama dengan selisih waktu (*time lag*) 0, 1, 2 periode atau lebih. *Partial Autocorrelation Function* (PACF) adalah suatu fungsi untuk mengukur tingkat keeratan antara Z_t dan Z_{t+k} apabila pengaruh dari *time lag* 1, 2, . . ., k-1 dianggap terpisah. Kondisi pengamatan dari proses (Z_t) yang *stasioner* ditunjukkan dengan nilai *mean* $E(Z_t) = \mu$, $var(Z_t) = E\{Z_t - \mu\}^2 = \sigma_k^2$ adalah proses yang konstan. *Covarian* (Z_t, Z_{t-k}) yang merupakan fungsi hanya dari perbedaan waktu $|t - (t - k)|$. (Abraham and Johannes: 194 - 209, 2005). Proses ACF dan PACF dalam proses pendugaan model menggunakan *software* minitab. Ver. 14.

2.1.4 Model Time Series

Beberapa model *time series* seperti AR dan MA. Ada juga model *time series* yang merupakan perpaduan antara AR dan MA (ARMA) yang merupakan model yang sudah stasioner. Untuk model yang belum stasioner digunakan model ARIMA. Pembahasan model-model *time series* yaitu:

2.1.4.1 Model Autoregressive (AR)

Pada model AR, dimana perlakuan Z_t merupakan rata-rata deviasi pada waktu ke t akan bergerak mundur dari deviasi ke p yaitu Z_{t-1}, \dots, Z_{t-p} sehingga persamaannya menjadi $Z_t = \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} - \dots - \phi_p Z_{t-p} + a_t$ (Abraham and Johannes: 199, 2005). Model AR disimbolkan p dengan parameter yang

menunjukkan model AR adalah ϕ . ACF untuk proses AR adalah menurun mengikuti bentuk eksponensial dan atau gelombang sinus sedangkan $PACF$ proses MA , dengan struktur $\phi_{kk} = 0$, untuk $k > p$ atau *cut off* setelah lag p .

2.1.4.2 Model Moving Average (MA)

Model stokastik yang terbangun dalam penyaringan model dengan ketentuan angka yang tak terbatas dan ψ tidak sama dengan nol. $(\psi_1 = -\theta_1, \psi_2 = -\theta_2, \dots, \psi_q = -\theta_q, \psi_j = 0, j > q)$ merupakan proses penyesuaian model MA . Pengamatan ke- t dikurangi μ ($Z_t - \mu$) sama dengan (MA) menjadi

$$Z_t - \mu = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad \text{atau}$$

$$Z_t - \mu = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B) \alpha_t = \theta_q (B) \alpha_t \quad (2.1)$$

Ukuran ψ tak terbatas dan selalu mengikuti proses stasioner (Abraham and Johannes: 213-214, 2005). MA dengan orde q . Parameter yang menunjukkan model MA adalah θ . Struktur ACF untuk model MA adalah $\rho_k = 0$, untuk $k > q$ atau *cut off* setelah lag q sedangkan untuk $PACF$ didominasi oleh kombinasi linier dari bentuk eksponensial dan atau gelombang sinus teredam.

2.1.4.3 ARMA

Abraham and Johannes (230 : 2005) menyatakan model $ARMA$ merupakan model campuran antara *Autoregressive* dan *Moving Average* dapat ditulis dengan $ARMA(p, q)$ atau $ARIMA(p, 0, q)$ yang merupakan gabungan dari $AR(p)$ dan $MA(q)$. Secara umum bentuk persamaan model campuran *Autoregressive* dan *Moving Average* adalah:

$$\phi_p(B)^d Z_t = \theta_q(B) a_t \quad (2.2)$$

ACF untuk proses *ARMA* (p, q) adalah turun setelah *lag* ke $(q-p)$, sedangkan *PACF* juga akan turun setelah *lag* ke $(q-p)$.

2.1.4.4 ARIMA

Model untuk deret yang tidak stasioner atau *ARIMA* (p, d, q). ϕ merupakan koefisien komponen *AR* derajat p . θ koefisien komponen *MA* dengan derajat q . Operator *backward* dinyatakan dalam B . Pengamatan ke- t adalah Z_t , sedangkan, a_t merupakan *error white noise*, $a_t \sim IIDN(0, \sigma_a^2)$ artinya *error* harus berdistribusi normal dan μ adalah rata-rata variabel model. Persamaannya adalah sebagai berikut:

$$\phi_p(B) (1-B)^d Z_t = \theta_q(B) a_t \quad (2.3)$$

Keterangan:

p, d, q = orde *AR*, *differencing*, dan orde *MA*

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$(1-B)^d = \text{Integrated}$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

$$a_t = \text{error white noise.}$$

Order pembedaan yang bernilai bulat dan tidak negatif dapat memberikan indikasi terhadap kestasioneran suatu model *ARIMA* (Abraham and Johannes: 237, 2005).

2.1.5 Proses *White noise*

Proses *white noise* adalah suatu proses antar variabel random yang berurutan tidak terjadi korelasi dan mengikuti distribusi tertentu. Kondisi pengamatan dari proses (Z_t) yang *stasioner* ditunjukkan dengan nilai *mean* $E(Z_t) = \mu$, $var(Z_t) = E\{Z_t - \mu\}^2 = \sigma_k^2$ adalah proses yang konstan. *Covarian* (Z_t, Z_{t-k}) yang merupakan fungsi hanya dari perbedaan waktu $|t - (t - k)|$ (Abraham and Johannes: 194, 2005).

2.1.6 Prosedur *Box Jenkins* dalam *ARIMA* (p,d,q)

Prosedur *Box Jenkins* untuk mengidentifikasi model *ARIMA* (p,d,q) oleh Mufidah (2010) sebagai berikut:

1. Data deret waktu terlebih dahulu diplotkan, dari plot yang ada dapat dilihat apakah data yang ada mengikuti suatu pola tertentu, misalnya sebuah *trend*, musiman, memiliki pencilaan, memiliki *varians* dan *mean* yang tidak konstan atau bahkan tidak stasioner. Apabila didapatkan data yang tidak stasioner dalam *varian* maka dapat dilakukan transformasi dan *differencing* untuk menstabilkan *mean*. Prosedur *differencing* dapat menghasilkan beberapa nilai yang negatif, maka sebaiknya menerapkan transformasi untuk menstabilkan *varians* sebelum memutuskan menggunakan *differencing*.
2. Penghitungan dan pengujian sampel *ACF* dan sampel *PACF* untuk mengidentifikasi orde dari p dan q menggunakan data asli yang stasioner. Tetapi apabila data telah ditransformasi atau *didifferncing* maka untuk mengidentifikasi orde p dan q dilakukan dengan menghitung dan menguji

sampel *ACF* dan sampel *PACF* dari data yang telah ditransformasi atau *didifferencing* tersebut.

3. Parameter dalam model perlu dilakukan estimasi. Metode yang digunakan untuk estimasi parameter dalam model adalah Metode *Maximum Likelihood*. Selanjutnya parameter model yang telah dihasilkan diuji signifikansinya dalam model. Secara umum, misalkan θ adalah parameter pada model *ARIMA Box-Jenkins* dan $\hat{\theta}$ adalah nilai taksiran parameter tersebut, serta *s.e.*($\hat{\theta}$) adalah standar *error* dari nilai taksiran $\hat{\theta}$, maka uji signifikansi parameter dapat dilakukan dengan tahapan sebagai berikut :

Hipotesis:

$$H_0 : \theta = 0$$

$$H_1 : \theta \neq 0$$

Statistik uji:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\theta}}{st.dev(\hat{\theta})} \quad (2.4)$$

Keputusan:

Tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > t_{\alpha/2, n-k-1}$ yang berarti parameternya signifikan.

4. *Diagnostic Checking*

Estimasi parameter telah dilakukan, selanjutnya penaksiran kecukupan model dengan melakukan *checking* apakah asumsi dalam model telah terpenuhi.

Asumsi dasar adalah bahwa a_t adalah *white noise*, yaitu a_t tidak berkorelasi satu sama lain (*random shocks*) dengan *mean* nol dan *varians* konstan.

Pengujian *white noise* juga disebut statistik uji *Ljung* dan *Box* akan mengikuti distribusi χ^2 . Uji ini digunakan untuk mengetahui residual untuk memenuhi asumsi *white noise*. Derajat bebas ($K-p-q$) yang hanya tergantung pada jumlah parameter dari model deret *noise* :

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^k \frac{\hat{\rho}_k^2}{(n-k)} \quad (2.5)$$

Keputusan : Tolak H_0 jika $Q > \chi^2_{\alpha; df=K-p-q}$,

Di mana p dan q adalah orde dari *ARMA* (p, q).

Statistik Q mendekati distribusi $\chi^2_{\alpha; df = k-p-q}$ dengan p dan q adalah orde dari *ARMA* (p, q). Jika Q yang didapat lebih besar dari $\chi^2_{\alpha; df = k-p-q}$ pada taraf signifikan α , maka modelnya tidak layak digunakan.

Untuk menguji apakah residual data berdistribusi normal digunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hipotesisnya sebagai berikut:

- a Jika nilai *p-value* $< 0,05$ maka data tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal.
- b Jika nilai *p-value* $> 0,05$ maka data berasal dari populasi yang berdistribusi normal (Aswi dan Sukarna, 2006).

2.1.7 Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Jika ada beberapa model yang layak yang memenuhi asumsi, maka diperlukan kriteria-kriteria tertentu dalam pemilihan model terbaik, adapun kriteria-kriteria tersebut antara lain :

a. Hasil data *training*

Pada data *training* digunakan pemilihan residual minimum dengan kriteria *Akaike Information Criterion (AIC)*. *AIC* yang mendefinisikan kriteria pemilihan model residual yang ditemukan oleh Akaike. *AIC (M)*, dengan *M* merupakan banyaknya parameter yang akan ditaksir. $\hat{\sigma}_\alpha^2$ merupakan *varian* dari residual. Persamaan *AIC (M)* sebagai berikut :

$$AIC(M) = N \ln \hat{\sigma}_\alpha^2 + 2M \quad (2.6)$$

b. Hasil data *Testing*

Untuk hasil *testing* ini digunakan kriteria sebagai berikut (Mufidah, 2010):

(1) Selang Kepercayaan

Selang kepercayaan atau bisa disebut juga rentang kepercayaan. Fungsinya untuk menaksir nilai actual. Nilai aktual merupakan nilai sesuai fakta atau kenyataan. Jika nilai aktual berada di dalam selang kepercayaan maka model layak untuk dipakai dan jika nilai aktual berada di luar selang kepercayaan maka model tidak layak dipakai.

(2) Nilai Tengah Galat *Persentase Absolut (MAPE)*

Pengukuran *prosentase* nilai *galat* yang mutlak digunakan *MAPE*. Nilai *MAPE* diperoleh dengan rumusan sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \left(\frac{k_i - f_i}{k_i} \right) \times 100 \right|}{n} \quad (2.7)$$

2.1.8 Fungsi Transfer *Single Input*

Fungsi transfer dapat digunakan untuk menjelaskan pengaruh fungsi frekuensi pada literatur *Box*, *Jenkins* dan *Reinsel*. Persamaan fungsi transfer adalah $y_t = v(B)x_t + n_t$. Parameter $v(B)$ menjelaskan adanya orde fungsi transfer. *Operator (B)* menunjukkan *operator backshift*. Ketika x_t dan n_t diasumsikan mengarah pada beberapa model *ARMA* persamaan fungsi transfer $y_t = v(B)x_t + n_t$ dapat disebut sebagai *ARMAX* model (Abraham and Johannes: 2, 2005).

Model fungsi transfer adalah suatu model yang menggambarkan nilai prediksi masa depan dari suatu deret berkala (*output* atau y_t) didasarkan pada nilai-nilai masa lalu dari deret itu sendiri (x_t) dan berdasarkan pula pada satu atau lebih deret berkala yang berhubungan deret (*input* x_t) dengan deret *output* tersebut. Model fungsi transfer merupakan fungsi dinamis, yang pengaruhnya tidak hanya pada hubungan linier antara waktu ke- t *input* x_t dan waktu ke- t *output* y_t , tetapi berpengaruh juga terhadap hubungan saat *input* x_t dengan saat $t, t+1, t+2, \dots, t+k$ pada *output* y_t . Bentuk umum model fungsi transfer *single input* (x_t) dan *single output* (y_t) adalah (Abraham and Johannes: 192, 2005) :

$$y_t = v(B)x_t + n_t \quad (2.8)$$

keterangan :

$$y_t = \text{deret output}$$

$$x_t = \text{deret input}$$

$$\eta_t = \text{pengaruh kombinasi dari seluruh faktor yang mempengaruhi } y_t$$

$$v(B) = (v_0 + v_1B + \dots + v_kB^k), \text{ di mana } k \text{ adalah orde fungsi transfer.}$$

$\omega(B) = \omega_0 - \omega_1B - \omega_2B^2 - \dots - \omega_sB^s$, yang menyatakan besarnya kenaikan level (*mean*) dan $\delta(B) = 1 - \delta_1B - \delta_2B^2 - \dots - \delta_rB^r$ menyatakan bentuk *delay* atau *decay* dari proses sebagai respon masing-masing. Besarnya s pada $\omega(B)$ menunjukkan awal terjadinya penundaan, sedangkan r pada $\delta(B)$ menunjukkan bentuk di mana jika $r=1$ mengakibatkan respon berupa *delay* atau *decay* dan $r=2$ mengakibatkan respon berupa gelombang sinus (Wei, 2006). Sementara b merupakan waktu jeda setelah t .

$$v(B) = \frac{\omega_s(B) B^b}{\delta_r(B)} \quad (2.9)$$

$$y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} x_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (2.10)$$

Diketahui bahwa: $\omega_s(B) = \omega_0 - \omega_1B - \dots - \omega_sB^s$

$$\delta_r(B) = 1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B^1 - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$\theta(B)$ dan $\phi(B)$ menunjukkan operator *MA* dan *autoregresif* untuk gangguan (*noise*), $\omega(B)$ dan $\delta(B)$ menggantikan $v(B)$ yang merupakan konstanta.

2.1.9 Tahapan Pembentukan Fungsi Transfer

Mufidah (2010) untuk deret *input* (x_t) dan deret *output* (y_t) tertentu dalam bentuk data mentah, terdapat empat tahap utama dan beberapa sub-tahap didalam proses yang lengkap dari pembentukan model fungsi transfer sebagai berikut:

1. Tahap I : Identifikasi Model Fungsi Transfer

Tahap identifikasi digunakan untuk melihat perilaku dan karakteristik dari data yang ada (data *input* dan *output*). Dalam tahap ini akan diperoleh fungsi transfer $v(B)$ dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Mempersiapkan deret *input* dan *output*

Pembentukan fungsi transfer data dari deret *input* maupun *output* harus *stasioner*. Apabila data belum stasioner maka terlebih dahulu dilakukan transformasi maupun *differencing* atau keduanya agar diperoleh data yang *stasioner*.

b. *Prewhitening* deret *input*

Data yang stasioner sudah didapatkan, maka selanjutnya dilakukan *prewhitening* deret *input* dengan cara menyusun kembali suku-suku pada persamaan berikut:

$$\phi_p(B)\theta_q(B)x_t = \alpha_t \quad (2.11)$$

menjadi:

$$\alpha_t = \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} x_t \quad (2.12)$$

Parameter α_t adalah suatu deret yang *white noise* dengan *mean* nol dan *varian* σ_a^2 .

c. *Prewhitening* deret *output*

Proses transformasi deret *output* dengan menggunakan transformasi yang sama dengan deret *input*. Hal ini dilakukan untuk menjaga integritas hubungan fungsional. *Prewhitening* deret *output* ini, residual yang didapatkan belum tentu *white noise* karena deret *output* dipaksa dimodelkan sama dengan deret *input*nya. Persamaan yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$\beta_t = \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} y_t \quad (2.13)$$

d. *Menghitung fungsi korelasi silang atau (Cross Correlation Function) CCF.*

Fungsi korelasi silang (*CCF*) sangat berguna untuk mengukur kekuatan dan arah antar variabel *random*. Diberikan dua proses stokastik x_t dan y_t , keduanya adalah proses *stasioner univariate*, maka *kovarians* silang antara keduanya

merupakan fungsi dari perbedaan *lag* ($s-t$). Sehingga didapatkan fungsi *kovarians* silang antara x_t dan y_t adalah:

$$\gamma_{xy}(k) = E[(x_t - \mu_x)(y_{t+k} - \mu_y)]$$

keterangan $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (2.14)

dan fungsi korelasi silangnya (*CCF*) adalah:

$$\rho_{xy} = \frac{\gamma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (2.15)$$

σ_x, σ_y adalah *standar deviasi* untuk x dan y .

Kedua fungsi tersebut di atas pada dasarnya juga merupakan fungsi *autokovarian* dan *autokorelasi*. Tetapi yang membedakan adalah bahwa fungsi *autokovarian* atau *autokorelasi* simetris terhadap titik *origin*, sedangkan *CCF* tidak simetris.

Fungsi korelasi silang tidak hanya menyatakan kekuatan hubungan antara dua variabel tetapi juga menyatakan arah hubungannya. Dalam hal ini penerapannya adalah menjamin kebenaran dalam melakukan postulat model untuk meyakinkan apakah benar saat terjadinya intervensi tersebut langsung berpengaruh terhadap data respon (*lag* 0). Apabila *CCF* tersebut signifikan pada *lag* positif k , berarti bahwa pengaruh dari variabel *input* tersebut baru terasa setelah *lag* ke- k .

e. Penaksiran langsung bobot *respons impuls*

Dalam hal ini korelasi silang antara α_t dan β_t dikalikan dengan *standar deviasi* dari deret β_t dan dibagi oleh *standar deviasi* dari deret α_t . Rumusannya adalah sebagai berikut:

$$\hat{v}_k = \frac{\hat{\sigma}_\beta}{\hat{\sigma}_\alpha} \hat{\rho}_{\alpha\beta}(k) \quad (2.16)$$

f. Penetapan (b, r, s) untuk model fungsi transfer

Setelah diperoleh nilai *CCF* maka dapat ditentukan nilai b , r , dan s sebagai dugaan awal. Ada beberapa aturan yang dapat digunakan untuk menduga nilai b , r , dan s dari suatu fungsi transfer (Wei, 2006), yaitu:

- 1) Nilai b menyatakan bahwa y_t tidak dipengaruhi oleh x_t sampai pada periode $t + b$. Besarnya b sama dengan jumlah bobot respon impuls v_k yang tidak signifikan berbeda dari nol. Dengan demikian yang terlihat adalah deretan awal v_k yang nilainya mendekati nol (v_0, v_1, \dots, v_{b-1}).
- 2) Nilai s menyatakan untuk seberapa lama deret y_t terus dipengaruhi oleh $x_{t-b-1}, x_{t-b-2}, \dots, x_{t-b-s}$. Sehingga dapat dikatakan bahwa nilai s adalah jumlah dari bobot respon impuls v_k , sebelum terjadinya pola menurun.
- 3) Nilai r menunjukkan bahwa y_t dipengaruhi oleh nilai masa lalunya. y_t dipengaruhi $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-r}$.

g. Penaksiran awal deret *noise* (n_t)

Dari nilai bobot respon impuls v_k , maka taksiran awal dari deret noise dapat dihitung dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned} n_t &= y_t + \hat{v}(B)x_t \\ &= y_t - \frac{\hat{\omega}_s(B)}{\hat{\delta}_r(B)} B^b \end{aligned} \quad (2.17)$$

h. Penetapan p dan q untuk model *ARIMA* dari deret *noise*

Model sementara dari noise kemudian dapat diidentifikasi dengan menyelidiki sample *ACF* dan *PACF* atau dengan alat identifikasi deret waktu univariat yang lain, dan menghasilkan:

$$\phi_p(B)n_t = \theta_q(B)a_t \quad (2.18)$$

Dengan mengkombinasikan persamaan (2.17) dengan persamaan (2.18) diperoleh model fungsi transfer:

$$y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} x_{t-b} + \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} a_t \quad (2.19)$$

2. Tahap II: Penaksiran Parameter-parameter Model Fungsi Transfer

Identifikasi model fungsi transfer selesai dilakukan. Langkah selanjutnya

yaitu mengkombinasikan persamaan $y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} x_{t-b}$ dengan persamaan

$\frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} = a_t$. Maka didapatkan *estimasi* parameter model fungsi transfer sebagai

berikut:

$$y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} x_{t-b} + \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} a_t. \quad (2.20)$$

3. Tahap III: Uji Diagnosis Model Fungsi Transfer

Taksiran parameter yang dihasilkan pada model awal perlu dilakukan pengujian guna melihat apakah model yang didapat sudah memenuhi asumsi yang telah ditetapkan sehingga layak digunakan sebagai model sebenarnya. Ada beberapa langkah yang dapat dilakukan dalam pengujian ini, antara lain:

1) Pemeriksaan *autokorelasi* untuk residual model

Dalam pemeriksaan ini apabila model deret *noise* yang dihasilkan telah sesuai maka *ACF* dan *PACF* dari residual model fungsi transfer tidak akan menunjukkan pola tertentu. Pemeriksaan ini dapat dilakukan dengan menggunakan tes *Ljung-Box* dengan formulasi sebagai berikut:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K (n-k)^{-1} \hat{\rho}_a^2(k) \quad (2.21)$$

Statistik Q akan mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas $(k-p-q)$ yang hanya tergantung pada jumlah parameter dari model deret *noise* (Wei, 2006).

2) Penghitungan *cross correlation* antara residual dengan *input prewhitening*

Untuk mengetahui apakah suatu deret *noise* independen dengan deret *inputnya* maka dilakukan pemeriksaan *cross correlation* antara komponen *white noise* deret *noise* (a_t) dengan deret input (α_t). Apabila kedua komponen *white noise* independen, maka fungsi *cross correlation* antara (a_t) dengan (α_t) tidak akan menunjukkan pola tertentu dan berada diantara dua *standar deviasi* $2(n-k)^{1/2}$.

Pemeriksaan ini juga dapat dilakukan dengan menggunakan tes *Ljung-Box*. dengan formulasi sebagai berikut:

$$Q = n(n+2) \sum_{j=1}^k (n-k)^{-1} \hat{\rho}_{aa}^2(k) \quad (2.22)$$

Statistik Q tersebut akan mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas $(k+1) - f$, diketahui f adalah jumlah parameter δ_j dan ω_j yang ditaksir dari model fungsi transfer $v(B) = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)}$.

4. Tahap IV: Penggunaan Model Fungsi Transfer Untuk Peramalan

Jika y_t dan x_t keduanya *stasioner* dan berhubungan dengan model fungsi transfer berikut:

$$y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} x_{t-b} + \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} a_t \quad (2.23)$$

dan

$$\phi_p(B)x_t = \theta_q(B) \alpha_t \quad (2.24)$$

pada kedua persamaan di atas a_t dan α_t adalah deret *white noise* yang *independent* dengan *mean* nol dan *varian* σ_a^2 bila:

$$u(B) = \frac{\omega_s(B)B^b \theta(B)}{\delta_r(B)\phi(B)} = u_0 + u_1 B + u_2 B^2 + \dots \quad (2.25)$$

dan

$$\psi(B) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots \quad (2.26)$$

parameter $\phi_p(B)$ dan $\theta_q(B)$ pada persamaan (2.23) dan (2.24) menunjukkan operator *autoregressive* dan *moving average* untuk deret *noise* sedangkan $\phi_p(B)$ dan $\theta_q(B)$ pada persamaan (2.25) dan (2.26) menunjukkan operator *autoregressive* dan *moving average* untuk deret *input*. Untuk persamaan *error* peramalan sebagai berikut:

$$y_{t+1} - \hat{y}_t(\ell) = \sum_{j=0}^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{l-1} \mu_{jk} \alpha_{jt+l-i} \right] + \sum_{k=0}^{l-1} \psi_k a_{jt+l-k} \sum_{j=0}^{\infty} \left[\sum_{i=0}^{\infty} \mu_{jl+1} - \mu_{jl+1}^0 \right] \alpha_{jt-i} + \sum_{i=0}^{\infty} (\psi_{l+i} - \psi_{l+i}^0) a_{t-i} \quad (2.27)$$

Dan kuadrat nilai rata-rata *error* ramalan adalah :

$$E \left[y_{t+1} - \hat{y}_t(\ell) \right]^2 = \sum_{j=0}^m (\mu_{j0}^2 + \mu_{j1}^2 + \dots + \mu_{jl-1}^2) \sigma_a^2 + (1 + \psi_1^2 + \psi_2^2 + \dots + \psi_{l-1}^2) \sigma_a^2 + \sum_{j=0}^m \left[\sum_{i=0}^{\infty} \mu_{jl+i} - \mu_{jl+i}^2 \right]^2 \sigma_a^2 + \sum_{i=0}^{\infty} (\psi_{l+i} - \psi_{l+i}^2)^2 \sigma_a^2 \quad (2.28)$$

2.2 Saham dan Indeks Harga Saham Gabungan

2.2.1 Saham

Surat-surat berharga yang diperdagangkan di pasar modal sering disebut efek atau sekuritas, salah satunya yaitu saham. Pengertian saham Menurut Husnan (2005) sekuritas merupakan secarik kertas yang menunjukkan hak pemodal (yaitu pihak yang memiliki kertas tersebut) untuk memperoleh bagian dari prospek atau kekayaan organisasi yang menerbitkan sekuritas tersebut, dan berbagai kondisi yang memungkinkan pemodal tersebut menjalankan haknya. Saham merupakan salah satu dari beberapa alternatif yang dapat dipilih untuk berinvestasi. Dengan membeli saham suatu perusahaan, berarti kita telah menginvestasikan dana

dengan harapan akan mendapatkan keuntungan dari hasil penjualan kembali saham tersebut.

Pasar modal memiliki peran yang sangat penting dalam perekonomian Indonesia, hal ini terjadi karena pasar modal berperan sebagai lembaga intermediasi dana dari pihak pemilik kepada pihak yang membutuhkan dana. Intermediasi dapat meningkatkan produktivitas perekonomian melalui aktivasi pasar. Pasar modal merupakan indikasi perkembangan perekonomian suatu negara sehingga pasar modal diasumsikan penting oleh suatu negara (Sunariyah, 2006).

2.2.2 Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)

Sunariyah (2006), IHSG adalah suatu rangkaian informasi mengenai data masa lalu pergerakan harga saham gabungan, sampai tanggal tertentu dan mencerminkan suatu nilai yang berfungsi sebagai pengukuran kinerja suatu saham gabungan di bursa efek. IHSG ini bisa digunakan untuk menilai situasi pasar secara umum atau mengukur apakah harga saham mengalami kenaikan atau penurunan. IHSG juga melibatkan seluruh harga saham yang tercatat di bursa.

IHSG yang ada di pasar modal sangat berpengaruh terhadap investasi portofolio yang akan dilakukan oleh para investor. Jika keuntungan IHSG akan meningkatkan maka investasi portofolio yang akan dilakukan oleh para investor juga akan meningkat. Investor akan memantau penambahan modal pada bursa efek harapannya dapat meningkatkan meningkatkan keuntungan investasi portofolio (Manurung, 2013).

2.2.3 *Kuala Lumpur Stock Exchange (KLSE)*

Indonesia memiliki batas wilayah secara darat dan laut dengan Malaysia. Batas darat dengan Malaysia yaitu di Pulau Kalimantan. Sedangkan garis batas laut wilayah antara Indonesia dengan Malaysia adalah di Selat Malaka. Garis yang menghubungkan titik-titik koordinat yang ditetapkan setelah dilaksanakan perundingan Februari-Maret 1970 (Febriyani, 2013). Antara Indonesia dan Malaysia mengadakan kerjasama dalam bidang ekonomi. Kedua negara tersebut juga memiliki Indeks harga saham yang tergabung pada satu Region. Malaysia memiliki indeks saham yaitu *KLSE* dan Indonesia dengan *IHSG*. Antar indeks saham negara berdekatan saling berpengaruh.

Mauliano (2009) mengungkapkan bahwa *IHSG* secara eksternal dipengaruhi oleh indeks bursa asing. Indeks bursa asing yang paling berpengaruh terhadap *IHSG* *KLSE* (Malaysia). Pengaruh *KLSE* sebesar 41,25 % dengan korelasi sebesar 0,935. Dari uraian tersebut maka *KLSE* dianggap sebagai indeks saham negara terdekat dengan korelasi 0,935 yang artinya kuat dan searah dalam mempengaruhi *IHSG*.