

- 1) 数据驱动的混合整数规划 (MIP) 智能算法内部求解策略增强技术, 特别是面向MIP求解的强化学习、模仿学习和监督学习三者范式的有机结合的求解模型训练与测试技术;
- 2) 数据驱动的混合整数规划 (MIP) 智能算法外部求解策略增强技术, 特别是结合强化学习与贝叶斯优化的预求解与超参数优化技术, 提升模型在面向不同测试例的适配性;
- 3) 面向混合整数规划 (MIP) 问题的图建模和表达技术, 以及MIP图神经网络的架构设计与模型训练机制。
- 4) 面向联合火力打击问题 (LHHLDJ) 的大规模约束与求解变量的细粒度MIP问题建模与预求解技术。

混合整数规划

技术调研和中期进展报告

严骏驰, 郭子奥, 刘畅, 董智辰,
上海交通大学

2023年9月18日

目录

1 项目研究内容简介

- 1.1 项目概述
- 1.2 任务依据
- 1.3 系统定位
- 1.4 任务理解

2 需求分析

- 2.1 军事需求
- 2.2 现状及问题
- 2.3 能力需求

3 建设目标

- 3.1 建设目标
- 3.2 建设任务

4 建设要求

- 4.1 总体要求
- 4.2 功能指标
- 4.3 性能指标
- 4.4 主要战技指标论证

5 总体设计

- 5.1 研制思路
- 5.2 总体架构
- 5.3 技术架构
- 5.4 系统架构
- 5.5 数据架构
- 5.6 应用模式
- 5.7 接口关系
 - 5.7.1 内部接口关系

5.7.2 外部接口关系

6 标准体系设计

6.1 数据准备

6.1.1 开源数据准备

6.1.2 仿真数据准备

6.2 目标体系分析

6.2.1 分系统总体设计

6.2.2 总体指标满足度分析

6.2.3 模块设计

6.2.4 关键技术及解决途径

7 求解器模块与功能设计

7.1 关键技术

7.2 问题转化与建模

7.3 问题优化与求解

7.4 策略分析与辅助决策

7.5 模型嵌入与交互设计

7.6 适应性和可扩展性

8 求解器算法设计与实现

8.1 混合整数规划问题的机器学习求解

8.2 核心指标

Chapter 1

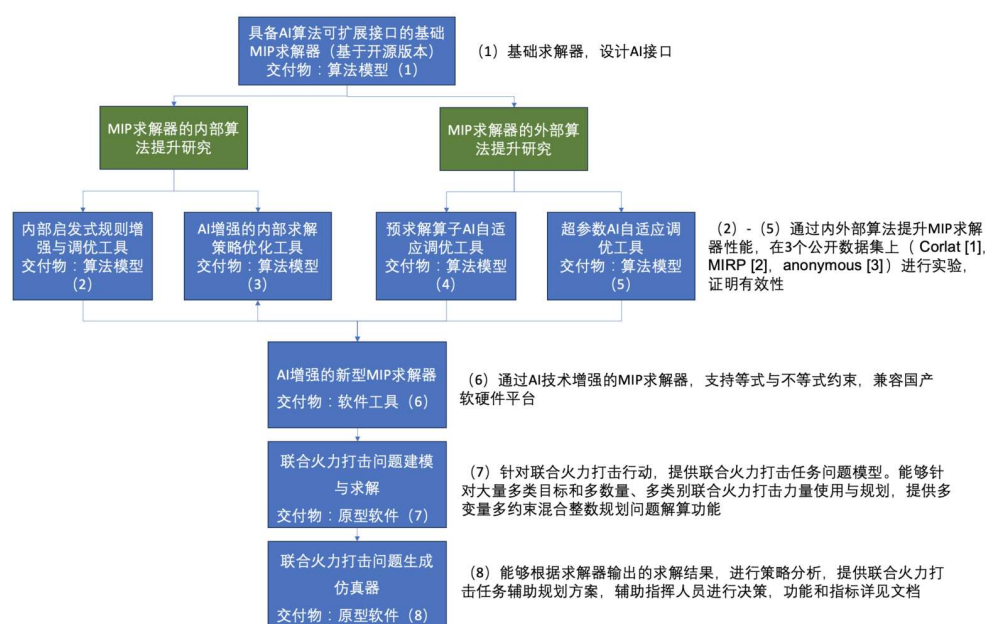
项目研究内容简介

1.1 项目概述

1.2 任务依据

1.3 系统定位

1.4 任务理解



[1] Carla P. Gomes, Willem-Jan van Hoeve, and Ashish Sabharwal. Connections in networks: A hybrid approach. In International Conference on Integration of Artificial Intelligence (AI) and Operations Research (OR) Techniques in Constraint Programming, pages 303–307. Springer, 2008.

[2] Dimitri J. Papageorgiou, George L. Nemhauser, Joel Sokol, Myun-Seok Cheon, and Ahmet B. Keha. Mirplib—a library of maritime inventory routing problem instances: Survey, core model, and benchmark results. *European Journal of Operational Research*, 235(2):350–366, 2014.

[3] Maxime Gasse, Simon Bowly, Quentin Cappart, Jonas Charfreitag, Laurent Charlin, Didier 386 Chételat, Antonia Chmiela, Justin Dumouchelle, Ambros Gleixner, Aleksandr M. Kazachkov, 387 et al. The machine learning for combinatorial optimization competition (ml4co): Results and 388 insights. In NeurIPS 2021 Competitions and Demonstrations Track, pages 220–231. PMLR, 389 2022.

图1.1：整体研究内容架构图

Chapter 2

需求分析

2.1 军事需求

2.2 现状及问题

2.3 能力需求

Chapter 3

建设目标

3.1 建设目标

3.2 建设任务

Chapter 4

建设要求

4.1 总体要求

4.2 功能指标

4.3 性能指标

4.4 主要战技指标论证

Chapter 5

总体设计

5.1 研制思路

5.2 总体架构

5.3 技术架构

5.4 系统架构

5.5 数据架构

5.6 应用模式

5.7 接口关系

5.7.1 内部接口关系

5.7.2 外部接口关系

Chapter 6

标准体系设计

6.1 数据准备

6.1.1 开源数据准备

6.1.2 仿真数据准备

6.2 目标体系分析

6.2.1 分系统总体设计

6.2.2 总体指标满足度分析

6.2.3 模块设计

6.2.4 关键技术及解决途径

Chapter 7

求解器模块与功能设计

7.1 关键技术

1. 数据驱动的混合整数规划（MIP）智能算法内部求解策略增强技术，特别是面向MIP求解的强化学习、模仿学习和监督学习三者范式的有机结合的求解模型训练与测试技术；
2. 数据驱动的混合整数规划（MIP）智能算法外部求策略增强技术，特别是结合强化学习与贝叶斯优化的预求解与超参数优化技术，提升模型在面向不同测试例的适配性；
3. 面向混合整数规划（MIP）问题的图建模和表达技术，以及MIP图神经网络的架构设计与模型训练机制。

4. 面向联合火力打击问题（LHHLDJ）的大规模约束与求解变量的细粒度MIP问题建模与预求解技术。

7.2 问题转化与建模

1. 能够根据任务目标、策略约束等要素，将联合火力打击问题建模为混合整数规划（MIP）模型，便于求解
2. 能够将联合火力打击任务中的武器类型、打击目标等元素转化为数学表示，以便在求解模型中进行处理
3. 能够考虑多类任务目标，如毁伤半径最大，平台安全性最好，成本最低等，将其纳入模型的建模过程
4. 能够支持多个打击目标、多种武器类别，提供相应的问题模型
5. 能够根据需求，提供作战任务收益最大，耗弹量最小，方案可靠性最大等多种优化目标函数
6. 能够综合考虑不同武器类型之间的关联关系，如不同武器的组合，并制定相应的约束条件
7. 混合整数规划问题的建模方式能够适用于不同规模的联合火力打击任务。

7.3 问题优化与求解

1. 能够借助AI技术和混合整数规划算法，求解联合火力打击建模的优化问题，提供优质的打击方案
2. 针对大规模问题，能够利用启发式算法或近似求解方法等，高效地获得打击方案
3. 对于较大规模的联合火力打击行动，能够对建模问题进行分析，简化建模问题的复杂程度，便于问题求解
4. 能够根据作战的不同情境自动调控求解过程，包括对求解时间、打击方案质量的偏好，同时自动对打击方案进行筛选

5. 能够集成多种求解方法，支持不同求解方法的结合，获得高质量的打击方案
6. 能够根据不同任务建模的问题特点，选择最有效的求解方法
7. 对于已求解过的相似问题，能够利用已有的求解结果，对新问题进行快速求解。

7.4 策略分析与辅助决策

1. 能够根据模型输出的求解结果，提供联合火力打击任务辅助规划方案
2. 能够根据当前求解结果，追溯并展示目标函数、决策变量值等模型解算参变量，帮助指挥人员理解优化结果并作出合适的决策
3. 能够生成问题求解的详细报告，提供决策支持信息，提高决策建议的可信度
4. 能够处理不同情境下的多个求解结果，帮助指挥人员分析不同打击方案的效果和影响，以辅助决策制定
5. 提供模型的可视化工具，以图表等形式展示给指挥人员，增强交互性和可理解性
6. 能够根据指挥人员的偏好和风格，个性化地调整决策建议内容
7. 提供与指挥人员的交互接口，能够根据指挥人员的反馈，动态调整决策建议。

7.5 模型嵌入与交互设计

1. 求解器模型能够嵌入到国产的软硬件设备中，如麒麟V10操作系统、飞腾CPU，支持在国产软硬件平台上运行
2. 提供用户友好的交互式界面，能够支持用户对联合火力打击模型的变量、约束条件和目标函数的输入
3. 支持用户扩充和修改联合火力打击模型中的各组成部分，如变量、约束条件和目标函数

4. 能够提供针对目标情报和当前作战力量等实时数据的自动化输入和导入功能
5. 能够实时反映求解进展，允许用户监控和调整求解过程
6. 能够支持模型存储功能，允许用户保存已有的建模问题，方便以后的再次调用和修改
7. 能够处理实时性要求，确保模型的交互和更新能够快速实现

7.6 适应性和可扩展性

1. 能够根据作战情境的变化，灵活地调整变量、约束条件、目标函数，支持改变输入参数
2. 能够在不同规模和情境的联合火力打击任务中，保持模型的求解效率和质量
3. 能够保持模型的可扩展性，支持添加更多元素
4. 能够支持模型参数的调整和更新，以适应新的作战任务
5. 能够支持对模型的性能进行测试和评估，确保模型在不同情境下的有效性

Chapter 8

求解器算法设计与实现

运筹优化是应用数学的重要分支，具有重要的学术和实际应用价值。

8.1 混合整数规划问题的机器学习求解

混合整数规划(Mixture Integer Programming -- MIP)是一个一般化的线性规划形式，即在其中的一些变量中加入了整数限制。一般的线性规划可以通过单纯形法在有限时间内求解，而MIP问题由于整数的限制，在一般意义上变成了一个NP难问题。

一般而言，各类图论与组合问题均可以被形式化为混合整数规划(Mixed Integer Programming – MIP)的形式（特别是混合整数线性规划–MILP，因为非线性MIP问题往往可以转化为该形式），因此直接构建MIP问题的机器学习求解器即可以达到一定的通用性。然而，MIP往往并非诸如路径规划、可满足性等问题最自然和紧凑的表征形式，而一个紧凑的问题建模和表达往往可使得求解事半功倍。例如，旅行商问题(Travel Salesman Problem –TSP)往往存在像KLH这样针对性的高效算法，而其MIP形式的求解往往变得更为困难。为了保证通用性的同时，对某些主流类别的典型图论与组合问题进行更具针对性的求解，我们同时考虑二次指派(QAP)和可满足性(SAT)问题。前者是包括旅行商

问题(TSP)、线性排序(LOP)、最大团 (Maximum Clique) 、图填充 (Graph Packing) 、子图同构 (Subgraph Isomorphism) 、最大割 (Maximum Cut) 在内的诸多涉及排序和指派的基本形式, 而后者则是形式语言、逻辑综合等领域的核心问题之一。QAP 问题 (包含旅行商问题 Travel) 、 SAT 问题也是后续在软件工程领域进行算法成果应用验证的重要和直接的基础。出于上述原因, 同时基于将特定问题转换成MIP 形式本身亦具有计算成本的考量, 本项目将在MIP 之外, 亦研究可满足性问题 (SAT) 、二阶线性指派问题 (Quadratic Assignment Programming -- QAP) 等其他典型形式, 设计与之适配的求解机器学习模型。

针对混合整数规划问题MIP, 目前主流的求解器一般会采用分支定界法。具体的做法是通过先放宽整数限制再依次收紧的方式, 形成一种基于搜索的算法, 其耗时取决于问题规模和复杂度。然而, 如果输入问题的规模太大, 或者难度太高, 分支定界法的耗时是惊人的。对于现实中的应用来说, 由于其规模和难度问题, 直接采用分支定界法往往无法在有效时间内完成求解。

因此, 现有的MIP求解器一般会采用预求解方法 (Presolve) 来对问题进行化简, 即在进行分支定界法之前加入额外的预处理过程。具体流程如图所示, 每次我们会从若干个给定的预求解算子中选一个, 将其作用在MIP实例上并将其化简, 重复这一过程直到结束。这样, 随后的分支定界法只需求解化简后的实例, 规模更小, 难度更低。其中, 预求解算子的选取顺序, 每个算子执行的轮数, 以及每个算子的最大耗时, 都需要相应的参数来做决定。不同的预求解参数将会直接影响预求解的性能, 并连带影响下一步分支定界算法的求解效率。因此, 预求解算子的参数选择对求解器性能有着明显的影响。在现有的MIP求解器中, 预求解通常采用默认设置, 与具体的输入MIP实例无关。虽然默认的预求解是经过研究人员多年的经验设置的, 但是显然再好的默认设置也无法涵盖如此广泛的MIP实际问题。在本文中, 我们认为为每个单独的MIP实例定制合适的预求解可以

获得更好的性能。此外，再最新的MIP论文中，研究人员得出结论，"an analysis of presolve would be incomplete without an investigation of this effect for particular instances"，这表明针对MIP实例的定制化对于预求解是必要的。所以，我们计划采用机器学习的方式对MIP实例进行预求解定制。机器学习拥有耗时短，准确度高，泛化能力强等特点，可以更好的嵌入MIP求解器中。例如，我们可以建MIP实例建模为二分图形式，利用神经网络对其进行特征提取，以更好的区分不同MIP实例的特征。此外，神经网络可以通过推理的方式为预求解算子定制相应的参数，可以做到对预求解算子的选取顺序，每个算子执行的轮数，以及每个算子的最大耗时这三类参数进行同步推理，并在推理的过程中考虑三类参数的内在联系。我们希望能将人工智能的技术嵌入进MIP求解器中，以达到相辅相成的效果。

对于MIP实例的特征提取方面，我们计划采用面向图上深度学习与表征的高效注意力机制。相比图卷积神经网络等模型，注意力模型往往在模型容量、处理长程依赖能力等方面具有一定的优势。乃至被近期的大模型证明为一种通用的、跨模态的底层神经网络模型形式。然而，对于大规模的图论求解问题，其标准形式相对于图中节点数量具有二阶复杂度，制约了其在复杂大规模离散问题的使用；并且，当前的图组合优化问题中用于提取特征的图神经网络，往往缺乏学习到图结构信息的能力，且学到的特征对于最终的优化问题是否充分仍然是领域中正在研究的问题。项目旨在研究新兴的图上深度学习标准架构，突破上述的复杂度限制，为后续更复杂算法的设计提供高效且更具有表达力的底层工具。这里的一个具体研究思路是对于许多组合优化问题中图结构缺失，以及图结构中存在噪声或其他对于最终的求解目标无关的信息的情况，可以通过端到端的形式，同时学习图的结构和提取图上节点的表征。而这一种端到端训练的方法，可以通过线性复杂度的注意力机制来同时实现。

在用AI优化预求解算法的基础上，我们计划进一步对求解器中的分支

定界方法进行优化。分支定解法的优化方法主要可以分为三大类：1) 变量选择(Branching Variable Selection): 即在遇到多个变量不满足整数约束时，下一步要选择哪个变量进行展开; 2) 节点选择(Node Selection): 在对变量层层展开后，我们会得到多个待求解的节点，选择哪个节点进行验证; 3) 割平面选择(Cutting Plane Selection): 在分支定界算法求解的过程中，如果可以适当的加入割平面，可以加快求解进度。

对于实际应用场景中MIP数据较少这一问题，我们计划采用人工生成辅助样本的方式来解决。特别的，针对MIP 问题求解，如何兼顾模仿-生成模式的求解效率和机器学习的求解质量，是提高算法整体求解效率的关键。就具体方法而言，首先通过（高质量）传统算法进行精确求解，得到MIP问题的高质量解标签。将（高质量）传统算法的求解模式作为模仿对象，通过深度挖掘MIP 问题的变量-约束-目标函数的结构与解结构间的关联性，以及解集内部结构的相似性，可以直接预测解的部分子结构，即解向量中部分维度的取值。基于预测结构，可以大幅度削减问题复杂性，快速得到次优的初始可行解。基于初始可行解，使用机器学习方法，进行解的后期微调，以进一步提高求解质量。在微调过程中，将解的破坏与重构建模为贯序的马尔科夫决策过程，对解进行迭代式更新。每步迭代中，机器学习模型利用静态的问题结构信息和动态的求解状态信息，从现有解中选取待破坏的子结构，即解向量中需要进行值更新的变量。基于模型的决策，从原问题中抽取与待更新变量相关的问题结构，构建一个小规模子问题。对该子问题进行快速求解后，根据求解情况更新现有解中相关变量的取值，完成解的一轮破坏与重构。

8.2 核心指标

额外指标：

1. 相比 Ihhldj 任务传统 MP 求解基准方法(即基准求解器，以下称基准方法)，在 2 个公开数据集上，新型启发式技术相对提升求解器目标函数

或者耗时 5%。

2. 能够提供包括任务收益最大、耗弹量最小、方案可靠性最大等不少于 3 种优化目标的求解。
3. 能够支持包括毁伤要求、弹目匹配、平台挂载等不少于 3 类约束条件的建模。
4. 能够支持大规模 10000 求解问题，支持解算变量不少于200个。
5. 能够支持模型的可扩展性，支持添加的变量个数不少于100个。

参考文献

[1] S. Rendle, C. Freudenthaler, and L. Schmidt-Thieme, "Factorizing personalized markov chains for next-basket recommendation," in WWW, 2010.

[2] B. Hidasi, A. Karatzoglou, L. Baltrunas, and D. Tikk, "Session-based recommendations with recurrent neural networks," in ICLR, 2016.

[3] A. Vaswani, N. Shazeer, N. Parmar, J. Uszkoreit, L. Jones, A. N. Gomez,

L. Kaiser, and I. Polosukhin, “Attention is all you need,” in NIPS, 2017.

[4] Ying, H., Zhuang, F., Zhang, F., Liu, Y., Xu, G., Xie, X., Xiong, H., and Wu, J. Sequential recommender system

based on hierarchical attention networks. In Proceedings of the 27th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), 2018.

[5] Zhou, G., Zhu, X., Song, C., Fan, Y., Zhu, H., Ma, X., Yan, Y., Jin, J., Li, H., and Gai, K. Deep interest network for

click-through rate prediction. In Proceedings of the 24th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD), pp. 1059–1068, 2018.

[6] Kang, W.-C. and McAuley, J. Self-attentive sequential recommendation. In Proceedings of 2018 IEEE International Conference on Data Mining (ICDM), pp. 197–206. IEEE, 2018.

[7] Li, J., Wang, Y., and McAuley, J. Time interval aware self-attention for sequential recommendation. In Proceedings of the 13th International Conference on Web Search and Data Mining (WSDM), pp. 322–330, 2020.

[8] Xu, D., Ruan, C., Kumar, S., Korpeoglu, E., and Achan, K. Self-

attention with functional time representation learning. In Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS), pp. 15915–15925, 2019.

[9] Rahimi, A. and Recht, B. Random features for large-scale kernel machines. In Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS), pp. 1177–1184, 2007.

[10] Cho, S. M., Park, E., and Yoo, S. Meantime: Mixture of attention mechanisms with multi-temporal embeddings for sequential recommendation. In Proceedings of the 14th ACM Conference on Recommender Systems (RecSys '20), pp. 515–520, 2020.

[11] Zhou, K., Zha, H., and Song, L. Learning social infectivity in sparse low-rank networks using multi-dimensional hawkes processes. In Proceedings of the 16th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS), pp. 641–649, 2013

[12] Mei, H. and Eisner, J. The neural hawkes process: a neurally self-modulating multivariate point process. In Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS), pp. 6757–6767, 2017.

[13] Zuo, S., Jiang, H., Li, Z., Zhao, T., and Zha, H. Transformer hawkes process. In Proceedings of the 37th International Conference on Machine Learning (ICML), pp. 11692– 11702, 2020

[14] Hawkes, A. G. Spectra of some self-exciting and mutually exciting

point processes. *Biometrika*, 58(1):83–90, 1971.

[15] Metropolis, N. and Ulam, S. The monte carlo method. *Journal of the American statistical association*, 44(247): 335–341, 1949.

[16] Stoer, J. and Bulirsch, R. *Introduction to numerical analysis*, volume 12. Springer Science & Business Media, 2013.

[17] Liang, D., Krishnan, R. G., Hoffman, M. D., and Jebara, T. Variational autoencoders for collaborative filtering. In *Proceedings of the 27th World Wide Web Conference (WWW '18)*, pp. 689–698, 2018

[18] Hidasi, B., Karatzoglou, A., Baltrunas, L., and Tikk, D. Session-based recommendations with recurrent neural networks. In *The 4th International Conference on Learning Representations (ICLR '16)*, 2016.

[19] BIAN R, KOH Y S, DOBBIE G, et al. Network embedding and change modeling in dynamic heterogeneous networks. *Proceedings of the 42nd International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval*, 2019.

[20] YANG L, XIAO Z, JIANG W, et al. Dynamic heterogeneous graph embedding using hierarchical attentions. *European Conference on Information Retrieval*, 2020.

[21] TRIVEDI R, FARAHTABAR M, BISWAL P, ZHA H. Dynamic heterogeneous graph embedding using hierarchical attentions. *ICLR*,

2019.