УДК 517

# *МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ КАК ИНСТРУМЕНТ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ ГРУЗОПЕРЕВОЗОК*

***Пиневич Елена Витальевна***
*Доцент ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет»*

***Ганженко Диана Витальевна***
*Студентка ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет»*

*В статье рассматривается такая часть оптимизации транспортной системы, как определение необходимого для перевозок числа единиц транспорта. На основе транспортной логистики на примере некоторого предприятия реализована задача разработки оптимального расписания движения транспортных средств от одних определенных пунктов к другим. Приведен алгоритм, позволяющий решить поставленную задачу с помощью класса интервальных графов, а также пример работы такого алгоритма.*

***Ключевые слова:*** *оптимизация, графы, перевозки, транспорт, задачи оптимизации, ресурсы, интервалы, модернизация ресурсов, операции, эффективность ресурсов.*

*****

В настоящее время ни одно предприятие не может обойтись без надежной транспортной системы, причем важно не только выполнение высоких объемов перевозок, но и рациональность в распределении ресурсов – материальных, трудовых, энергетических и пр. при осуществлении всех транспортных процессов. При расчете стоимости грузоперевозок учитывается множество различных факторов, однако не в последнюю очередь стоит определить необходимое количество транспортных средств (ТС), которого будет достаточно для покрытия всех маршрутов, и при этом избежать лишних финансовых расходов на стадии их закупки и использовании.

Рассмотрим этот раздел транспортной логистики на примере некоторого предприятия F. Пусть для него поставлена проблема разработки оптимального расписания движения ТС от одних определенных пунктов к другим. Требуется не просто пройти все условленные маршруты, но и сделать это максимально быстро, избегая как потерь в эффективности работы предприятия за счет недостаточного количества ТС, фигурирующих в транспортной системе, так и чрезмерных затрат на приобретение большого количества ТС для одновременного выполнения всех рейсов.

В данном исследовании решение поставленной задачи будет выполняться с помощью одного из разделов дискретной математики - теории графов, имеющей широкую область применения (в том числе и во многих оптимизационных задачах).

В рассматриваемой транспортной системе имеется некоторое количество контрольных точек (КТ), между которыми проложены маршруты движения материального потока. Каждая КТ связана хотя бы с одной другой КТ. Полученную «сеть» маршрутов можно поставить в соответствие графу G(V,E) (где V – множество вершин графа, а E – множество ребер) И далее свести задачу к поиску минимальной раскраски его вершин.

В теории графов такая проблема относится к числу труднорешаемых задач, однако для класса интервальных графов можно подобрать сравнительно более простые и эффективные алгоритмы. Рассмотрим способ решения поставленной задачи.

Определим множество интервалов $V_i = [x_i, y_i]$, $i = \overline{1,k}$, где $x_i$ – время начало выполнения некоторого рейса, а $y_i$ - время его окончания. Далее перенумеруем интервалы $V_1, \ldots, V_k$ так, чтобы $x_1 \leq \ldots \leq x_k$, и запишем множество всех $2k$ чисел $x_i$, $y_j$, $i,j \leq k$ в порядке их неубывания. Выписывая только номера интервалов, получаем числовую последовательность $P = (i_1, \ldots, i_{2k})$, состоящую из чисел 1, 2, …, k, причем каждое число $i$ встречается ровно 2 раза. Последовательности P, а, следовательно, и множеству интервалов $V_i, \ldots, V_k$ ставится в соответствие граф G=(V, E), вершины которого соответствуют интервалам $V_i$, причем $\{V_i, V_j\} \in E$, при условии $V_i \cap V_j \neq \emptyset$.

Пусть $C_{opt}$ - наименьшее количество ТС, необходимых для покрытия всех маршрутов, заданных интервалами $V_1, \ldots, V_k$, и пусть $U_i$ - последовательность выполнения рейсов по $i$-ому маршруту, $i = \overline{1,k}$. Тогда подграф графа G, порожденный множеством $U_i$, не имеет ни одного ребра. Поэтому разбиение $U_1, \ldots, U_k$ является правильной раскраской множества вершин V, причем минимальной в силу определения числа $C_{opt}$, где $C_{opt} = \chi(G)$ – хроматическое число графа G.

Упорядоченная последовательность P имеет следующий вид:

$$P = (1, 2, \ldots, C_{opt1}, i_{1,(2)}, \ldots, i_{J_2,(2)}, \ldots, C_{opt1} + 1, C_{opt1} + C_{opt2}, \ldots, \sum_{i=1}^{k-2} k_i + 1, \ldots, \sum_{i=1}^{k-1} k_i, i_{1,(k)}, \ldots, i_{J_k,(k)}, \sum_{i=1}^{k-1} k_i + 1, \ldots, \sum_{i=1}^{k} k_i, i_{1,(k+1)}, \ldots, i_{J_k+1,(k+1)})$$

Обозначим {1, 2, …, $C_{opt1}$} = $I_{(1)}$, $\{\sum_{i=1}^{n-1} C_{opt1}+1,\dots,\sum_{i=1}^{n} C_{opti}\} = I$, $n = \overline{2,k}$, $\{i_{1,(n)},\dots,i_{J_i,(n)}\} = J_{(n)}$, $n = \overline{2,k}$

тогда множества $J_{(n)}$, вставляемые в натуральный ряд 1, 2, …, k, будут выбираться по правилу $J_{(2)} \subset I_{(1)}, J_{(n)} \subset \bigcup_{i=1}^{n} I_{(i)} \setminus \bigcup_{i=2}^{n} J_{(i)}$, $n = \overline{2,k}$.

Создадим списочную структуру {$C_{(i)}$}, $i = \overline{1,k}$, в которой

$C_{(1)}=I_{(1)}$, $C_{(i)} = C_{(i-1)} \cup I_{(i)} \setminus J_{(i-1)}$, $i = \overline{1,k}$.

Каждое множество $C_{(i)}$ порождает полный подграф, замкнутый по включению (клику). По системе клик $C_{(1)}$, …, $C_{(k)}$ однозначно строятся числовая последовательность i и граф G(V, E).

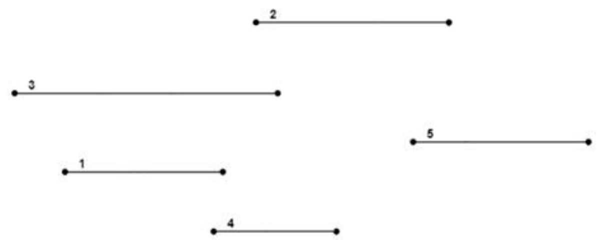
Минимальная раскраска вершин $U_1$, …, $U_k$ получается следующим образом:

1. Выделяется максимальная клика (если их несколько, выбирается клика с наименьшим номером).

2. Вершинам выбранной клики приписываются цвета 1,2, … , $C_{opt}$.

3. Раскраска распространяется на вершины с меньшими и большими номерами, причем вершины клики $C_{n\pm1}$ , входящие в пересечение $C_{(n)} \cap C_{n\pm1}$, получают цвета по клике $C_{(n)}$; вершинам же $C_{n\pm1}$, не входящим в пересечение, цвета назначаются произвольным образом.

Рассмотрим работу алгоритма на конкретном примере. Пусть для предприятия F. определено 5 маршрутов между пятью КТ. Представим последние в виде интервалов (рис. 1).




*Рисункой 1 – Неупорядоченное множество интервалов*

Расположим интервалы в порядке неубывания их начал (рис. 2).

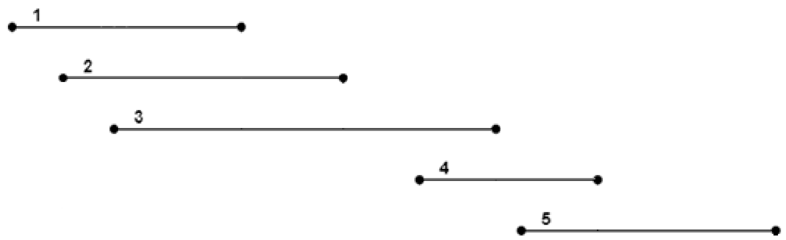



*Рисунок 2 – Упорядоченное множество интервалов*

Спроецируем интервалы на некоторую ось, получая последовательность со вставками ($J_1$, …, $J_3$) в натуральный числовой ряд I (I = $I_1 \cup I_2 \cup I_3$ ) (рис. 3):

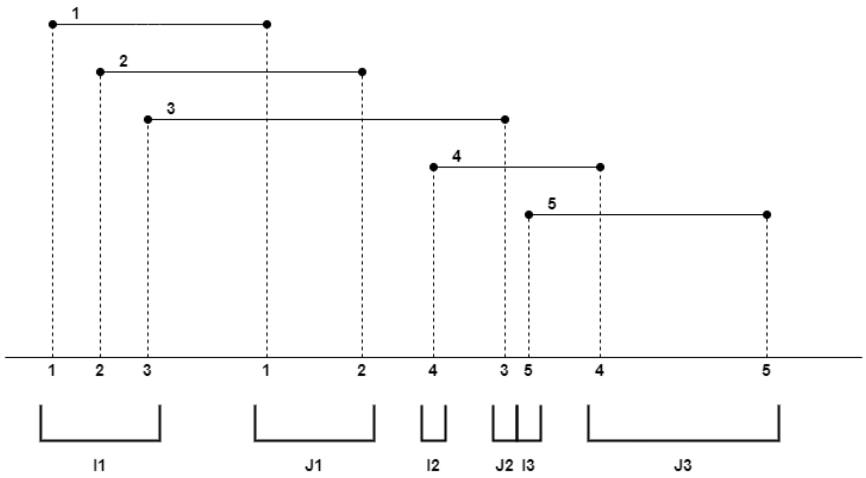



*Рисунок 3 - Группировка подмножеств*

Определяя клики, получим следующее. Первая будет содержать номера вершин натурального числового ряда до первой вставки (подмножество $I_1$): $C_1 = I_1 = \{1\ 2\ 3\}$.

Далее для второй клики исключаем номера вершин первой вставки

$C_2 = C_1 \cup I_2 \setminus J_1 = \{3\ 4\}$.

По аналогии получаем третью клику:

$C_3 = C_2 \cup I_3 \setminus J_2 = \{4\ 5\}$.

Выписываем полученные клики. Максимальной будет первая. Окрашиваем три ее вершины в цвета, условно обозначенные как 1, 2 и 3:

$C_1 = \{\begin{smallmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\end{smallmatrix}\}$.

В следующей клике первая вершина будет окрашена в цвет 3 (по соответствию цвету в предыдущей клике), а вторая в один из «освободившихся» цветов:

$C_2 = \{\begin{smallmatrix}3 & 1\\ 3 & 4\end{smallmatrix}\}$.

Аналогично окрашиваем вершины третьей клики

$C_3 = \{\begin{smallmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\end{smallmatrix}\}$.

По итогу минимальная раскраска графа $C_{opt}$=3. Сам граф представлен на рисунке 4.

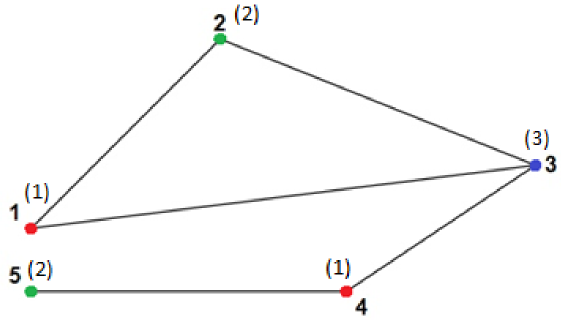



*Рисунок 4 - Раскрашенный граф*

Таким образом, получаем, что оптимальное количество ТС, необходимое для эффективной работы транспортной системы предприятия F.

при рациональном подходе к распределению транспортных единиц равняется трем.

Полученные результаты будут полезны при составлении расписания рейсов, причем возможности применения данного метода выходят далеко за границы рассматриваемой предметной области: в любой сфере имеются такие ситуации, когда необходимо оптимальным образом распределить множество однотипных операций, задействовав при этом как можно меньше выполняющих эти операции объектов А, а также составить оптимальный график выполнения работ каждым из объектов. Разрешение подобных проблем повышает эффективность работы предприятий в целом.

*****

**THE INTERVAL METHOD AS A TOOL
FOR OPTIMIZING FREIGHT SCHEDULING**

The article deals with such a part of the optimization of the transport system as determining the number of transport units required for transportation. On the basis of transport logistics, on the example of a certain enterprise, the task of developing an optimal schedule for the movement of vehicles from one specific point to another is implemented. An algorithm for solving the problem with the help of a class of interval graphs is presented, as well as an example of how such an algorithm works.

**Keywords**: optimization, graphs, transportation, transport, optimization problems, resources, intervals, resource modernization, operations, resource efficiency.