



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления (ИУ)»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии (ИУ7)»

---

**РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**  
***К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ***  
***НА ТЕМУ:***

«Оптимизация планирования грузоперевозок в транспортной  
системе на основе метода потенциалов»

Студент группы ИУ7-82Б

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

**В.А. Иванов**

\_\_\_\_\_  
(И.О. Фамилия)

Научный руководитель

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

**М.Ю. Барышникова**

\_\_\_\_\_  
(И.О. Фамилия)

**2022 г.**

## **РЕФЕРАТ**

Расчетно-пояснительная записка 51 с., 25 рис., 2 табл., 18 ист., 0 прил.

Объектом разработки является оптимизация планирования грузоперевозок в транспортной системе на основе метода потенциалов.

Целью работы является разработка и реализация модификации метода потенциалов, осуществляющего создание оптимального плана перевозки грузов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** транспортная система, метод потенциалов, задача маршрутизации транспортных средств.

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	<b>6</b>
<b>1 Аналитическая часть</b>	<b>7</b>
1.1 Актуальность проблемы . . . . .	7
1.2 Анализ предметной области . . . . .	8
1.3 Сравнение с аналогами . . . . .	9
1.4 Детализация задачи . . . . .	10
1.5 Допущения и ограничения задачи . . . . .	11
1.6 Формализация задачи . . . . .	14
1.7 Метод решения . . . . .	17
1.8 Метод составления расписания . . . . .	24
<b>2 Конструкторская часть</b>	<b>26</b>
2.1 IDEF0 диаграмма . . . . .	26
2.2 Схемы алгоритмов . . . . .	30
2.2.1 Основной алгоритм . . . . .	30
2.2.2 Вычисление начального баланса . . . . .	31
2.2.3 Составление опорного плана . . . . .	32
2.2.4 Оптимизация плана . . . . .	32
2.2.5 Формирование расписания . . . . .	34
2.3 Схема сущностей транспортной системы . . . . .	35
2.4 Формат входных данных . . . . .	37
2.5 Формат выходных данных . . . . .	38
<b>3 Технологическая часть</b>	<b>39</b>
3.1 Выбор средств программной реализации . . . . .	39
3.2 Используемые библиотеки . . . . .	39
3.3 Интерфейс программы . . . . .	40
3.4 Результаты работы программы . . . . .	42
3.5 Тестирование программы . . . . .	43
<b>4 Исследовательская часть</b>	<b>47</b>
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	<b>48</b>



## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно идёт процесс замены интеллектуального труда человека на специализированные программы. Зачастую автоматизации подвергается лишь отдельные эпизоды работы человека, отличающиеся однотипностью действий, так как они зачастую просты в программной реализации и позволяют повысить производительность работника, предоставив ему больше времени для решения более сложных задач.

Примером подобной подзадачи является планирование доставки в профессии логиста. Решение этой проблемы должно учитывать достаточно большое количество факторов. Подобные задачи удаётся решать при помощи программ, так как с использованием математических методов оптимизации они способны принимать наиболее выгодные решения, с точки зрения выделенных критериев, чего не способен сделать человек.

Целью данной работы является разработка метода для планирования доставки товаров.

Выделены следующие задачи:

- провести анализ предметной области, сформулировать критерии оценки оптимальности решений;
- формализовать задание, определить необходимый функционал программного обеспечения;
- выбрать метод оптимизации;
- определить набор необходимых данных и способ их хранения;
- разработать программу в соответствии с выделенным функционалом.

## **1 Аналитическая часть**

Необходимо разработать метод, который по заданной информации об элементах транспортной системы формировал бы рекомендации по объёмам и маршрутам поставки.

### **1.1 Актуальность проблемы**

В данный момент торговые розничные сети (другое название – ретейл) динамически развиваются и с каждым годом занимают всё большую долю в общем объёме розничной торговли[1]. Деятельность подобных предприятий тесно связана с управлением цепочками поставок (SCM – Supply Chain Management) – комплекс подходов, помогающий эффективной интеграции поставщиков, производителей, дистрибьюторов и продавцов. Этот процесс можно разделить на следующие этапы[2].

- 1) Планирование. Принимается решение об управлении жизненным циклом товаров, объёмах производства и закупок.
- 2) Закупки. Происходит управление снабжением, оцениваются и выбираются поставщики.
- 3) Производство. Включает в себя процесс производства, контроль технологических изменений, управление качеством и т.д.
- 4) Доставка. Состоит из трёх основных процессов: управление заказами, управление складом и транспортировка.
- 5) Возврат. На этом этапе определяются элементы возврата товара, составляются графики возврата и направления на уничтожение и переработку.

Среди данных задач хочется выделить отдельно транспортную логистику. Затраты на неё являются существенными, что обосновывается её сложностью и жизненной важностью для деятельности фирмы.

Таким образом, расширение сегмента розничных сетей на рынке влечёт за собой повышение спроса на перевозку товаров. Большинство транспортных компаний прибегают к использованию программного обеспечения для ускоре-

ния и упрощения различных этапов процесса перевозки[3]. Автоматизация данной работы позволяет повысить её эффективность и надёжность.

## **1.2 Анализ предметной области**

Целью деятельности транспортной логистики является организация перемещения груза между двумя местами по оптимальному маршруту[4]. В данном случае оптимальным считается тот маршрут, который позволяет перевезти объекты в предусмотренные сроки (желательно, минимальные) с наименьшими затратами и вредом для них. Стоит отметить, что зачастую возможные маршруты не являются оптимальными сразу по всем критериям, поэтому приходится принимать компромиссные решения.

Случаи, когда задачи розничной торговли, транспортировки и складирования товара (а иногда даже производства) выполняются одной фирмой достаточно редки и характерны только для крупного бизнеса. Этот подход организации позволяет улучшить интеграцию всех перечисленных элементов логистической системы, что способно снизить издержки на каждом из этапов. Малые предприятия не располагают подобными ресурсами и, как правило, пользуются услугами других компаний для данной функции.

В рамках данной работы рассматривается решение задач автоматического планирования для автомобильной транспортной компании.

Логистика малого бизнеса имеет ряд особенностей[5]. Как было отмечено, небольшие организации не способны содержать необходимый штат сотрудников, транспортных средств и т.д., а также не обладают достаточно большим оборотом товаров для собственной организации перевозки. Малые объёмы поставок для каждого отдельного предприятия приводят к тому, что компании-перевозчики совмещают планируют один маршрут сразу через несколько точек доставки.

Можно заключить, что обыкновенный процесс работы фирмы доставки заключается в следующем. Несколько ретейл-предприятий формируют заказы с указанием заказываемых товаров и их объёмов. Транспортная компания опре-

деляет совместные маршруты и средства доставки, формирует заказ для складского предприятия. Назначенные грузовые автомобили загружаются на складе и развозят груз по нужным пунктам.

### **1.3 Сравнение с аналогами**

Системы управления перевозками (TMS – Transportation management system), как было отмечено выше, являются востребованными для предприятий, занимающихся логистикой. Данные системы, в основном, решают следующий перечень задач[6]:

- расчет логистических затрат;
- оптимальное использование транспортных средств для минимизации общих расходов;
- повышение качества обслуживания – соблюдение сроков доставки, установленных транспортной службой компании;
- автоматизация процесса транспортного планирования и управления, обеспечивающая решение для конкурентного транспортного планирования и управления;
- повышение производительности труда работников при планировании и организации грузовых перевозок.

В число наиболее популярных в России входят следующие TMS.

- Oracle Transportation Management.
- SAP TM.
- 1С: TMS Логистика. Управление перевозками.

Перечисленные программы позволяют осуществлять составление, расчёт стоимостей, поручение и контроль выполнения транспортировок. Также зачастую реализуются различные интерфейсы и функционал для водителей, логистов и т.д. Таким образом, общей чертой данных систем является комплексный подход к решению задач транспортной логистики. Предпринимается попытка удовлетворить все потребности, так или иначе связанные с обработкой данных.



Сравнение наиболее интересных для данной задачи функций[6] можно привести в таблице 1.

Таблица 1 – Сравнение существующих решений

<b>Функция \ TMS</b>	<b>OTM</b>	<b>SAP</b>	<b>1C</b>
Прогнозирование	да	да	нет
Планирование заказов	да	частично	частично
Распределение перевозок между исполнителями за период	да	да	нет

Однако среди указанных программ автоматическое планирование с учётом наиболее важных факторов позволяет Oracle TM. В случае других TMS планирование не реализовано настолько детально. Ввиду крайне высокой цены[6] на Oracle Transportation Management и в целом на подобные программы, небольшие транспортные фирмы не могут позволить себе столь высокие расходы. Решением может быть использование представленной в этой работе программой в интеграции с сравнительно недорогой TMS, решающей другие задачи транспортного управления.

#### 1.4 Детализация задачи

Требуется разработать алгоритм, выполняющий оптимальную планировку маршрутов доставки заказов от складов до потребителей (ритейл-фирм). Целью создания продукта является определение маршрутов, которые будут наиболее выгодными для компании. Выгода в данном случае заключается во множестве факторов, но в первую очередь под ней подразумевается денежная прибыль.

Целевой пользователь – логист транспортной компании. Для него применение программы нужно для получения рекомендаций по заданию маршрутов в

определённый момент времени. После этого работник может проанализировать полученные маршруты, внести в них свои корректировки и заняться последующими этапами своей деятельности (непосредственно организации грузоперевозок, документооборотом и т.д.).

Исходными данными является информация о следующих объектах:

- грузовые машины, входящие в автопарк фирмы;
- перевозимые товары;
- стоянка грузовиков;
- поставщики и потребители товара (в данном случае склады и розничные торговые фирмы);
- пути между вышеописанными пунктами маршрута;
- заказы.

Результатом работы должны стать предлагаемые маршруты. Схематически пример модели представлен на рисунке 1, где стрелками обозначены маршруты, выбранные алгоритмом как оптимальные.

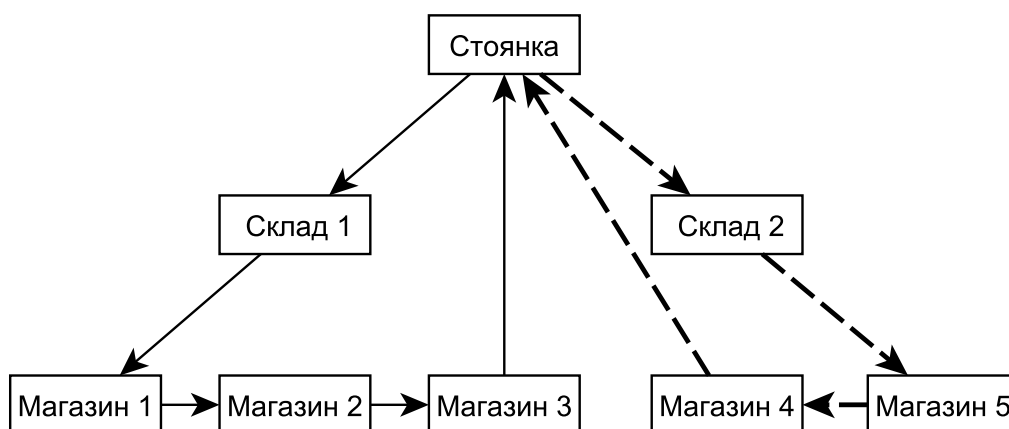


Рисунок 1 – Схема модели

### 1.5 Допущения и ограничения задачи

Рассмотрим упомянутые объекты, обозначим допущения и ограничения для задачи.

Одним из главных вопросов является выделение критерия оптимизации, служащего для оценки решений. Как было отмечено выше, главным является денежная прибыль, то есть повышение доходов и уменьшение затрат.

Первый путь достигается только через выполнение большего объёма грузоперевозок. Однако, количество перевозимого груза определяется не при планировании маршрутов перевозки товаров, а при заключении договора между транспортной компанией и ритейл-фирмой. Поэтому, будем считать, что объём заказов фиксирован и их выполнение в срок является обязательным. Это также обусловлено большими штрафами за невыполнение договора, как правило существенно превышающими рассмотренные далее затратами.

Деятельность фирмы грузодоставки связана с множеством статей затрат, но пути перевозки влияют только на время доставки и пробег грузовиков, что в свою очередь отражается на средствах, затрачиваемых на топливо и амортизацию транспортных средств. Для упрощения, будем считать, что этот расход можно вычислить используя длину маршрута и среднюю затрату на километр. Оценка по времени для расчёта стоимости подходит меньше, так как одинаковое время затраченное в пробке и на свободной дороге ведёт к совершенно разным результатам.

Путь между пунктами доставки достаточно описать с использованием расстояния и времени. Следует уточнить, что последний фактор является крайне динамичным, ввиду разной загруженности дорог в разные периоды суток, возможностью ДТП и прочих сложно прогнозируемых событий. Поэтому время должно указываться усреднённое за весь период дня. Также в расчёте времени, затрачиваемого на рейс, следует учитывать продолжительность загрузки и выгрузки товаров, а также интервалов между разными заказами. Эти параметры зависят от большого количества факторов. Также время не является целью оптимизации в данной работе и служит только для задания ограничения. Поэтому данные величины могут быть заданы постоянными.

Таким образом, продолжительность рейса может быть рассчитана как

сумма длительности всех путей и постоянных на перенос грузов.

Решение проблемы расположения разнородного груза в автомобиле и расчёта его вместимости в общем случае является достаточно затруднительным. Так, например, хрупкие вещи могут не допускать расположение другого груза поверх них. Поставка товаров является оптовой в поставленной задаче, поэтому примем распространённый в этой сфере подход: все виды товаров поставляются внутри тар, которые имеют определённый объём и не требуют специальных условий транспортировки. В таком случае также можно считать, что грузовик вмещает некоторые тары, если их суммарный объём не превышает заполняемый объём кузова.

Для упрощения решаемой задачи следует также принять, что грузовики и перевозимые тары обладают одинаковой вместимостью и объёмом соответственно. Транспортные фирмы зачастую действительно закупают или арендуют грузовые автомобили одной модели или разных, но со схожими характеристиками. Это объясняется тем, что они закупаются для одной цели, а также упрощением процедуры технического обслуживания одинаковых авто. Таким образом, данное упрощение существенно не влияет на применимость метода к реальным системам.

Допущение о одинаковости тар сделано для упрощения разрабатываемого метода. Как было отмечено выше, форма и объём тар достаточно разнообразны, и их учёт повысит сложность и комплексность метода. Поэтому в качестве объёма тар устанавливается одно значение. Для иных типов следует применять перевод их количества с сохранением общего объёма продукции.

Первым и последним пунктом любого рейса является автостоянка транспортной фирмы, причём в обоих случаях машина не содержит каких-либо грузов. Также будем считать, что в каждом маршруте склад посещается однократно. Это условие нужно для избежания длинных рейсов с промежуточными пополнениями.

## 1.6 Формализация задачи

Сформулированная задача является задачей поиска оптимального решения, а именно транспортной задачей [7]. Она решает проблему составления плана перевозок из пунктов отправления в пункты потребления, который будет иметь наименьшие затраты на перевозки.

В простейшем случае модель транспортной системы рассматривается как множество пунктов производства однородного продукта и множество его потребителей. Известны затраты перевозки одной единицы товара для любой пары производителя и потребителя.

Использование такой модели для решения поставленной задачи некорректно, так как она не учитывает следующие факторы.

- Склады и транспортные средства ограничены и обладают конечной вместимостью.
- Рассматриваемый магазин оперирует сразу множеством товаров. Это порождает сразу ряд дополнительных обстоятельств. Например, тары имеют различные габариты, что влияет на вместимость транспортного средства.
- Рассматриваются только маршруты "Производитель – Потребитель" тогда как в рассмотренной модели маршрут может проходить сразу через несколько потребителей. Таким образом и перевозимый одним транспортом груз зависит сразу от нескольких потребителей.

Основным способом решения вопроса множества продуктов сводится к условному разбиению поставщиков и потребителей из общих на работающих только с одним продуктом. Таким образом задача сводится к множеству однопродуктовых, но с общим набором рейсов, что накладывает совместные ограничения.

В таком случае рассмотрим математическую модель транспортной задачи для одного продукта.

**Формализация данных** Формализуем данные метода. В первую очередь обозначим основные величины:  $Vol$  – объём одной тары,  $Con$  – стоимость топлива (литр / у.е.)

$A_i$  – склады с запасом продукции в  $a_i$ , ( $i = \overline{1, N_a}$ ).

$B_i$  – потребители с потребностью продукции в  $a_i$ , ( $i = \overline{1, N_b}$ ).

Данные об  $A$  и  $B$  и автостоянке можно объединить в понятие пункта маршрута  $P$ , где  $a_i$  – количество продукта (в случае потребителя отрицательно, по модулю равно потребности, для стоянки – всегда 0), где  $i = 1$  – автостоянка  $i = \overline{2, N_a + 1}$  – склады,  $i = \overline{N_a + 2, N_b + N_a + 1}$  – потребители. Общее количество пунктов опишем как  $N_P = N_b + N_a + 1$ .

Дороги, связывающие пункты описываются с помощью параметров  $t_{ij} > 0$ ,  $d_{ij} > 0$  – время перемещения и расстояние между  $P_i$  и  $P_j$ .

$Prod_i$  – продукт ( $i = \overline{1, N_{prod}}$ ).

$O_i$  – начальный баланс товаров в  $i$ -м пункте.  $O_{ij}$  – баланс продукта  $Prod_j$  в пункте  $P_i$ . Баланс характеризует дефицит или профицит товаров для определённого пункта. В случае, если пунктом является склад, то за баланс принимается объём запасов. Если это потребитель, то балансом считается заказ со знаком минус. Фактически решением задачи будет являться перераспределение продуктов так, чтобы во всех пунктах был неотрицательный баланс.

$T_i$  – транспорт с вместимостью в  $c$  (в кубометрах) и затратой топлива в  $f$  (в литр / км) ( $i = \overline{1, N_t}$ ). Как было сказано ранее, в данной задаче все грузовики обладают одинаковыми характеристиками.

Рейсы обозначим как  $R_i$  ( $i = \overline{1, N_R}$ ).  $RT_i = \overline{1, N_t}$  – индекс транспорта, назначенного на  $i$ -й маршрут.

$RP_i$  – вектор пунктов, задействованных в  $i$ -м рейсе.  $RP_i[j]$  – индекс пункта, посещённый в  $j$ -ю очередь на  $i$ -м рейсе, где  $j = \overline{1, N_{RP_i}}$ .

$v_{ijkl} \geq 0$  – количество товара  $Prod_l$  перевезённое  $k$ -м рейсом ( $k = \overline{1, N_R}$ ) между  $P_i$  и  $P_j$ , где  $i \neq j$  и  $i, j = \overline{1, N_P}$ .

$t_{begin}, t_{end}$  обозначим как время начала и завершения рабочего дня.  $t_{load}, t_{wait}$

зададим как время на загрузку/выгрузку товара и перерывом между рейсами.

Вектор  $v$ , состоящий из множества маршрутов и удовлетворяющий ниже идущим условиям и ограничениям считается **решением**.

**Формулирование условия решения** План перевозок можно считать решением задачи в случае, если поставки удовлетворили всех потребителей. В принятом обобщении пунктов это можно записать как

$$O_{il} + \sum_{j=1}^{N_P} \sum_{k=1}^{N_t} (v_{jikl} - v_{ijkl}) \geq 0 \quad \forall l = \overline{1, N_{prod}} \quad (1)$$

**Формулирование ограничений** Ни на одном из этапов перевозки объём продукта не должен превысить максимальную вместимость транспорта.

$$\sum_{l=1}^{N_{Prod}} v_{ijkl} \cdot Vol \leq c, \quad \forall i, j \in \overline{1, N_P}, k \in \overline{1, N_t} \quad (2)$$

Обратные перевозки невозможны

$$\sum_{l=1}^{N_{Prod}} v_{ijkl} > 0 \Rightarrow v_{jik} = 0 \quad (3)$$

Транспорт может въехать и выехать из пункта только одним путём

$$\begin{cases} \nexists i, k, j_1, j_2 : j_1 \neq j_2, v_{ij_1k} > 0, v_{ij_2k} > 0 \\ \nexists j, k, i_1, i_2 : i_1 \neq i_2, v_{i_1jk} > 0, v_{i_2jk} > 0 \end{cases} \quad (4)$$

Все заказы должны быть выполнены в срок.

**Формулирование критериев** Критерием оптимизации является минимизация затрат. Как было отмечено выше, планирование способно оказывать влияние только на стоимости всех рейсов. Целевая функция принимает следующий вид.

$$L = Con \cdot \sum_{i=1}^{N_R} \sum_{j=1}^{N_{RP_i}-1} f \cdot d_{RP_i[j]RP_i[j+1]} \rightarrow \min \quad (5)$$

То есть сумма затрат каждого рейса. Так как было принято, что  $Con$  и  $f$  постоянны и одинаковы для любого транспорта, то критерий оптимизации можно упростить до следующего вида.

$$L = \sum_{i=1}^{N_R} \sum_{j=1}^{N_{RP_i}-1} \cdot d_{RP_i[j]RP_i[j+1]} \rightarrow \min \quad (6)$$

**Математическая модель** Приведём все описанные формализации в математическую модель рассматриваемой задачи поиска оптимального плана поставок.

$$\left\{ \begin{array}{l} L \rightarrow \min \\ O_{il} + \sum_{j=1}^{N_P} \sum_{k=1}^{N_t} (v_{ijkl} - v_{ijk}) \geq 0 \quad \forall l = \overline{1, N_{prod}} \\ \sum_{l=1}^{N_{Prod}} v_{ijkl} \cdot Vol \leq c, \quad \forall i, j \in \overline{1, N_P}, k \in \overline{1, N_t} \\ v_{ijkl} > 0 \Rightarrow v_{jik} = 0 \\ \nexists i, k, j_1, j_2 : j_1 \neq j_2, v_{ij_1k} > 0, v_{ij_2k} > 0 \\ \nexists j, k, i_1, i_2 : i_1 \neq i_2, v_{i_1jk} > 0, v_{i_2jk} > 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

## 1.7 Метод решения

Учитывая перечисленные факторы, в качестве основы для решения сформулированной задачи возможно выбрать метод потенциалов в сетевой постановке. Он является модификацией симплекс-метода, применяющегося для многих оптимизационных задач, в том числе и классической транспортной задачи[9].

Преимуществом такого метода является то, что он позволяет создавать транзитные маршруты через пункты потребления и добавлять ограничения на пропускную способность, что необходимо в данном случае. Для этого можно условно представить каждого потребителя складом на время отгрузки транспорта в нём. Вместимость такого склада равна неиспользованному месту в грузовике.



**Описание алгоритма** Алгоритм метода потенциалов состоит из двух этапов.

- 1) Предварительный. Служит для формирования начального (опорного) плана перевозок. Он соблюдает все поставленные ограничения, но не является оптимальным.
- 2) Основной. Производится итерационное изменение составленного плана до тех пор, пока не будет достигнут оптимум.

Рассмотрим эти этапы подробнее.

**Предварительный этап** В первую очередь формируется допустимый план перевозок. Для формирования начальных маршрутов существует метод северо-западного угла и метод минимального элемента[13]. Фактически данные методы различаются лишь порядком выбора путей между пунктами для формирования маршрутов. Для данной задачи будем использовать последний, так как он эффективнее [14] за счёт изначального учёта не только запасов и потребностей, но и стоимости перевозок. Данный метод включит наикратчайшие пути в начальные маршруты, что позволит продлевать их для транзитных перевозок в соседние магазины.

Метод заключается в последовательном назначении маршрутов от поставщика к потребителю до полного удовлетворения потребности последних. Выбор осуществляется в порядке "наименьшего элемента". В данном случае первыми в графе дорог будут выбраны рёбра с наименьшим расстоянием. По выбранному пути назначается перевозка на максимально возможное количество товаров (ограничивается наличием на складе, потребностью заказчика и вместительностью транспорта). Грузовики выбираются по принципу минимального использования в уже созданных рейсах. После этого из рассмотрения удаляются склады и магазины без запасов и потребностей соответственно. Описанный шаг повторяется до тех пор, пока все потребители не будут удовлетворены.

В случае, если после рассмотрения всех рёбер остаются потребители с неудовлетворёнными заказами, для каждого из них строятся кратчайшие марш-

руты до складов с помощью алгоритма Дейкстры [10]. После этого вышеописанный алгоритм повторяется для них ещё раз.

Как было отмечено ранее, решаемая задача имеет ряд нюансов. Рассмотрим какое влияние они оказывают на данном этапе.

- Ограничения по времени выполнения заказов в начальном плане не учитываются. Они являются задачей оптимизации на основном шаге.
- Транзитные маршруты на данном этапе могут быть проложены в случае, если в между пунктами не задано прямой дороги.
- Многопродуктовость[11]. По очередному выбранному пути перевозится максимальное количество каждого товара.
- Ограничение по вместимости. В случае превышения объёма перевозимых товаров вместимости грузовика, на рассматриваемый рейс назначается только часть тар, а остальные откладываются на дополнительный рейс по тому же маршруту (он также может быть разбит на части по тому же принципу). На текущий рейс товары должны назначаться так, чтобы максимально заполнить грузовик, при этом постараться избежать разбиения доставки однотипных товаров на разные маршруты. Это нужно для эффективности использования транспорта и удобства оптимизации на следующем шаге. Данное описание подходит под формулировку задачи о рюкзаке[12], поэтому размещение товаров будет производится по этому алгоритму.

С учётом описанных нюансов, метод можно описать следующим образом.

Для каждого пункта  $P_i$ , являющегося потребителем (то есть  $i = \overline{N_a + 2, N_b + N_a + 1}$ ) составляется множество дорог  $Roads_i$  до пунктов, являющихся складами и имеющими одинаковые товары в запасах и заказах.

$$Roads_i = \{d_{ij} | \left\{ \begin{array}{l} j = \overline{2, N_a + 1} \\ \exists l : O_{il} \neq 0, O_{jl} \neq 0 \end{array} \right\} \} \quad (8)$$

Среди всех множеств  $Roads_i$  выбирается наименьший элемент  $d_{ij}$ , после чего создаётся новый маршрут  $R_k$ , с  $v_{ijkl} = \min(-O_{il}, O_{jl})$ . После этого  $d_{ij}$  исключается из  $Roads_i$  и выбор переходит к маршруту.

Рассмотрим пример работы алгоритма минимального элемента. Пусть задана система, обозначенная на рисунке 2. Пунктирными линиями обозначены существующие дороги и расстояния.

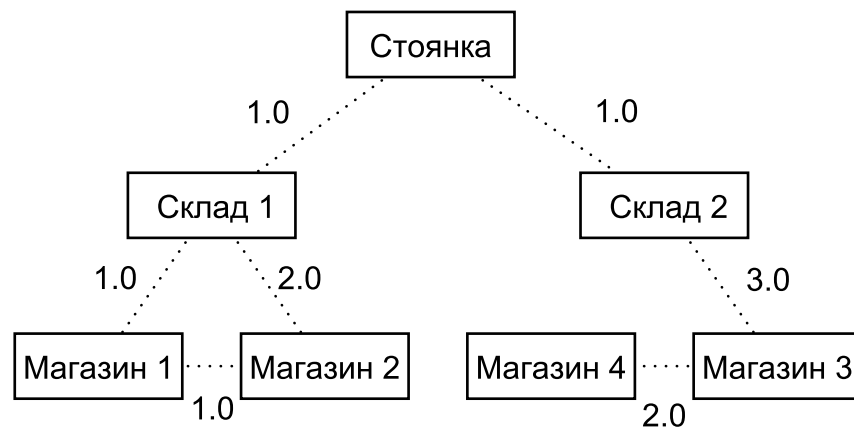


Рисунок 2 – Начальное состояние системы

Пусть баланс задан таблицей 2, объём тары  $1.0m^3$ , вместимость грузовика  $10.0m^3$ .

Таблица 2 – Начальный баланс системы

<div> <div>Продукт</div> <div>Пункт</div> </div>	А	В
Стоянка	0	0
Склад 1	+10	+10
Склад 2	+10	+10
Магазин 1	−8	−3
Магазин 2	−2	−2
Магазин 3	0	−4
Магазин 4	−4	0

После обработки всех рёбер между магазинами и стоянками для системы будут составлены маршруты, обозначенные на рисунке 3 с помощью стрелок. Порядок их назначения будет следующим:

- 1) Кратчайший путь Склад 1 -> Магазин 1. Для него назначается перевозка 8 тар товара А и 2 тары Б. Для оставшейся тары продукта Б выделяется ещё один рейс по этому же маршруту. Заказ магазина 1 выполнен, он исключается из рассмотрения.
- 2) Следующий кратчайший путь Склад 1 -> Магазин 2. Назначается перевозка 2 тар продукта А и В.
- 3) Последний путь Склад 2 -> Магазин 3. Назначается перевозка 4 тар продукта В.

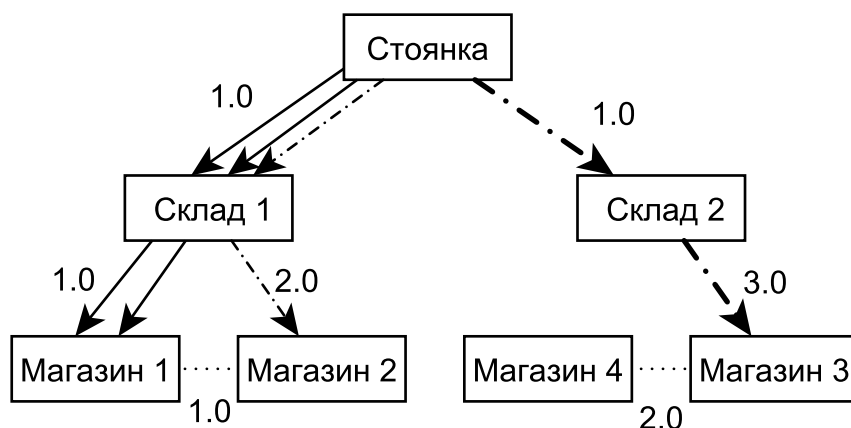


Рисунок 3 – Начальное задания маршрутов

Так как остался Магазин 4 с неудовлетворённым заказом, из-за невозможности удовлетворить его потребностями непосредственно связанными с ним складами, для него осуществляется поиск расстояний до всех складов. Склад 2 расположен на расстоянии 5.0, склад 1 – 7.0. Второй ближе, следовательно из него назначается перевозка на 4 тары продукта А. После этого потребности всех магазинов удовлетворены. Состояние системы после окончания предварительного этапа изображено на рисунке 4

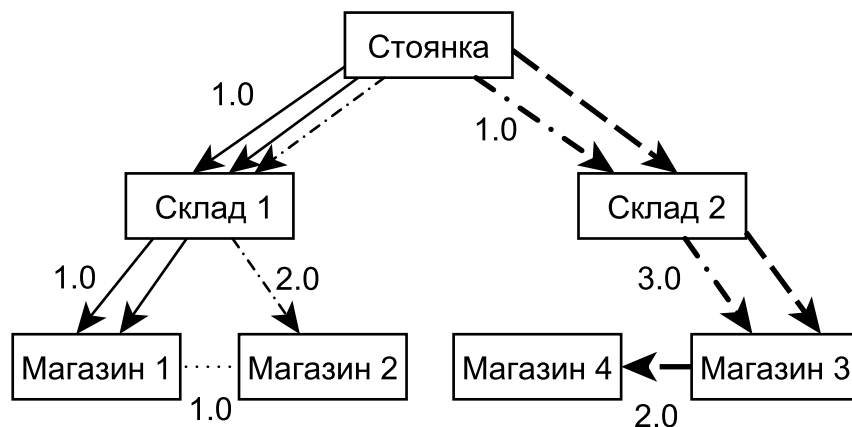


Рисунок 4 – Система после дополнительного задания маршрутов

Если оценить состояние грузовиков, то можно отметить неоптимальность созданного плана. Грузоперевозку в магазин 2 можно осуществить на 2-м рейсе, так как в машина загружена неполностью, а удлинение маршрута будет дешевле назначения отдельного рейса. Аналогично совмещается грузоперевозка в 3 и 4 магазины. Поэтому созданный план требует дополнительную обработку.

**Основной этап** Основу алгоритма составляет метод потенциалов. Его целью является нахождение окончательного оптимального плана [15]. Действие заключается в следующем.

Каждый узел обладает некоторым значением потенциала  $Pot[P]$ . Фактически оно отражает значение целевой функции для определённого пункта. Изначально оно задаётся в соответствии с сформированным на первом шаге плане. Значение складов устанавливается как стоимость проезда до стоянки. Значения для магазина  $Pot[P_j]$  считается как  $Pot[P_j] = Pot[P_i] + Cost_{ij}$ , где  $Pot[P_i]$  - потенциал пункта, из которого по плану осуществляется доставка груза,  $Cost_{ij} = d_{ij}$  - стоимость перевозки груза по дуге  $ij$ .

Оптимизация производится за счёт рассмотрения альтернативных путей доставки груза в пункт вместо уже запланированных. Это делается при помощи определения значения невязки для каждой дуги. Для пути  $P[i] \rightarrow P[j]$  оно

вычисляется как  $-Pot[P_j] + Pot[P_i] + Cost_{ij}$ . В случае, если данная величина отрицательна это фактически означает, что существует более выгодный маршрут перевозки. Производится пересчёт потенциалов и всех невязок. В случае, если все невязки положительны считается, что оптимальное решение найдено. Иначе, выбирается самая значительная невязка и для неё повторяется описанный шаг.

Обратимся снова к выделенным дополнительным условиям задачи.

- Потенциал одного пункта зависит от маршрута, проходящего через этот пункт. Например, через один пункт может пролегать два маршрута. Стоимость доставки товара в первом является минимальной, если идёт по кратчайшему пути от нужного склада. Во втором она выше, так как до этого посещаются другие пункты. Значения потенциалов получаются разными, поэтому следует выбирать максимальных из них.
- Невязка дуги должна отражать то, что при замене доставки в данный пункт по иному маршруту, старый маршрут может перестать существовать. Поэтому невязка должна высчитываться как  $-Pot[P_j] + Cost_{ij}$ . Данная величина равна изменению целевой функции в случае продления маршрута, идущего через  $P_i$ , и удаление через  $P_j$ .
- Значение потенциала также зависит и от рассматриваемого продукта. Если в пункт не ведёт ни один маршрут, который перевозит или потенциально может перевести некий продукт, то значение потенциала для данного продукта будет бесконечным. Поэтому для каждого товара рассчитываются собственные значения потенциалов. Значение невязки дуги считается минимальным среди невязок по всем продуктам.

Учитывая перечисленные нюансы следует скорректировать метод. Наличие отрицательной невязки означает, что из данного пункта, вероятно, возможна более выгодная перевозка взамен существующей. Следует осуществить проверку на соблюдение условий вместимости, наличия достаточного количества товара новом складе и т.д.. Поэтому при обнаружении отрицательной невязки

оптимизируемый пункт лишь планируется к дальнейшему рассмотрению.

После подсчёта потенциалов начинается анализ пунктов, к которым ведут дуги с отрицательной невязкой. Рассмотрение производится в порядке возрастания невязок.

При рассмотрении пункта составляется список всех маршрутов, которые могут пройти через дуги с невязкой. Альтернативные маршруты удлиняются до пункта и берут на себя максимальный объём продукции, который позволяет вместимость их транспорта и запасы на складе. Маршруты должны рассматриваться в порядке минимальной стоимости перевозки по ним продукции до данного пункта. Данную величину для  $k$ -го маршрута можно вычислить как  $Cost_{ij} \cdot [Vol \cdot \max_{1 \leq i, j \leq N} (\sum_{l=1}^{N_{Prod}} v_{ijkl})]$ . Поэтому, маршруты без свободного места рассматриваться не будут вне зависимости от их близости к пункту.

Когда вся продукция рассматриваемого маршрута была перераспределена на другие находится значение функции оптимизации  $L$  и сравнивается с исходным. Если новое значение ниже, значит новые маршруты более оптимальные, чем старые. Они принимаются за исходный план и процесс оптимизации переходит к следующей итерации.

## 1.8 Метод составления расписания

После формирования оптимальных маршрутов перевозок для завершения планирования остаётся решить задачу назначения транспорта на каждый маршрут, а также выбора времени начала каждой перевозки. Составление расписания должно руководствоваться следующими соображениями.

- Время завершения каждого маршрута не должно превосходить время окончания рабочего дня водителей.
- Один транспорт не может одновременно находится сразу на нескольких маршрутах.
- При составлении плана желательно избегать ситуаций, когда несколько машин одновременно будут грузиться на одной и той же точке маршрута. Это обусловлено тем, что в таком случае нельзя гарантировать, что

время обслуживания грузчиками двух и более грузовиков, оказавшихся в одном месте останется неизменным ввиду возможного падения скорости погрузки.

Данная задача может быть решена с использованием метода интервалов [18], где пункты погрузки рассматриваются как ресурсы, которые могут быть использованы одновременно только в одном интервале. Действие метода заключается в следующем.

Изначально для каждого маршрута рассчитывается время прибытия и отбытия для каждого пункта. У всех маршрутов на этом этапе время начала принимается минимальным возможным, то есть временем начала рабочего дня  $t_{begin}$ .

На одну из машин назначается произвольный маршрут. Время начала и завершения фиксируются в расписании. Выбор маршрута влияет на дальнейшее составление расписания, и может оказаться не самым оптимальным по критерию времени завершения последнего рейса. Но также не стоит и задачи оптимизации по этому параметру – он должен не превосходить  $t_{end}$ . В случае, если в результате планирования это условие не выполняется, метод будет использован заново, но с иным выбором первого маршрута.

Далее просматривается список нераспределенных маршрутов. Из него выбирается маршрут с минимальным временем начала. Он сравнивается с маршрутами из расписания на предмет наличия коллизий – пересечения интервалов погрузки на одинаковых пунктах. В случае, если таковых не найдено, он помещается в расписание с фиксированием транспорта и временем посещения пунктов.

Если коллизия найдена, то время начала рассматриваемого маршрута увеличивается так, чтобы её избежать, после чего он возвращается в список нераспределенных маршрутов.

Действие повторяется до тех пор, пока все маршруты не окажутся в расписании.



## 2 Конструкторская часть

В данном разделе будут представлена IDEF0 диаграмма метода, схемы алгоритма и структура приложения. Описан формат входных и выходных данных.

### 2.1 IDEF0 диаграмма

На рисунках 5 – 9 представлена IDEF0 диаграмма.



Рисунок 5 – IDEF0, контекстная диаграмма A0

Разрабатываемый метод состоит из нескольких этапов, описанных на рисунке 6. В первую строится опорный план грузоперевозок по модифицированному методу минимального элемента. Далее для него применяется также изменённый под условия решаемой задачи метод потенциалов. Результатом конечного числа итераций данного метода становится оптимальный набор маршрутов перевозки. По нему составляется расписание с использованием метода

интервалов.

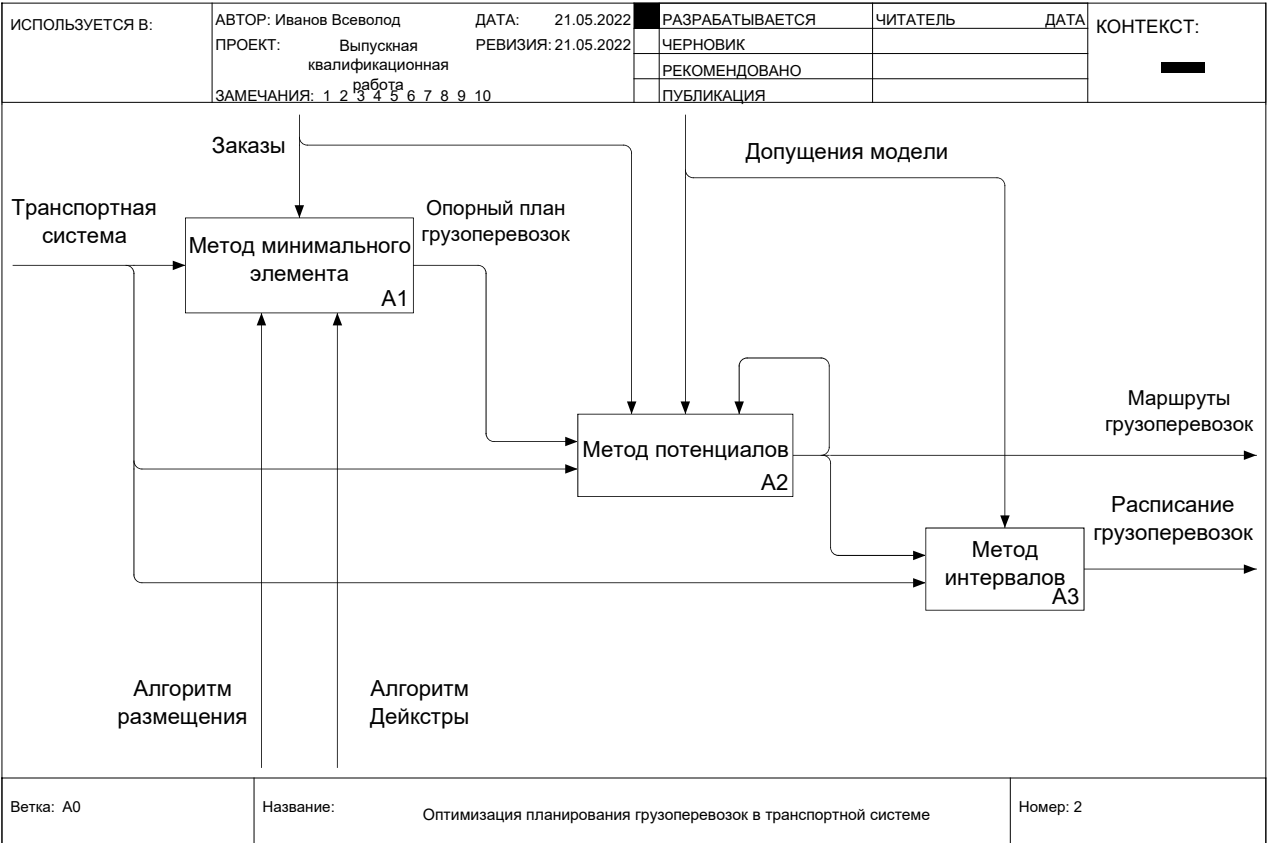


Рисунок 6 – IDEF0 диаграмма, декомпозиция A0

Метод минимальных элементов описан с помощью диаграммы на рисунке 7. Этот метод можно разделить на 3 действия. В первую очередь рассчитываются кратчайшие расстояния пунктов с помощью алгоритма Дейкстры. Далее создаётся список всех маршрутов до каждого потребителя от стоянки через ближайшие склады. Последним этапом производится основное действие метода — на маршруты в порядке возрастания их стоимости распределяется максимальное возможное количество грузов.

Итогом этапа является опорный план грузоперевозок.

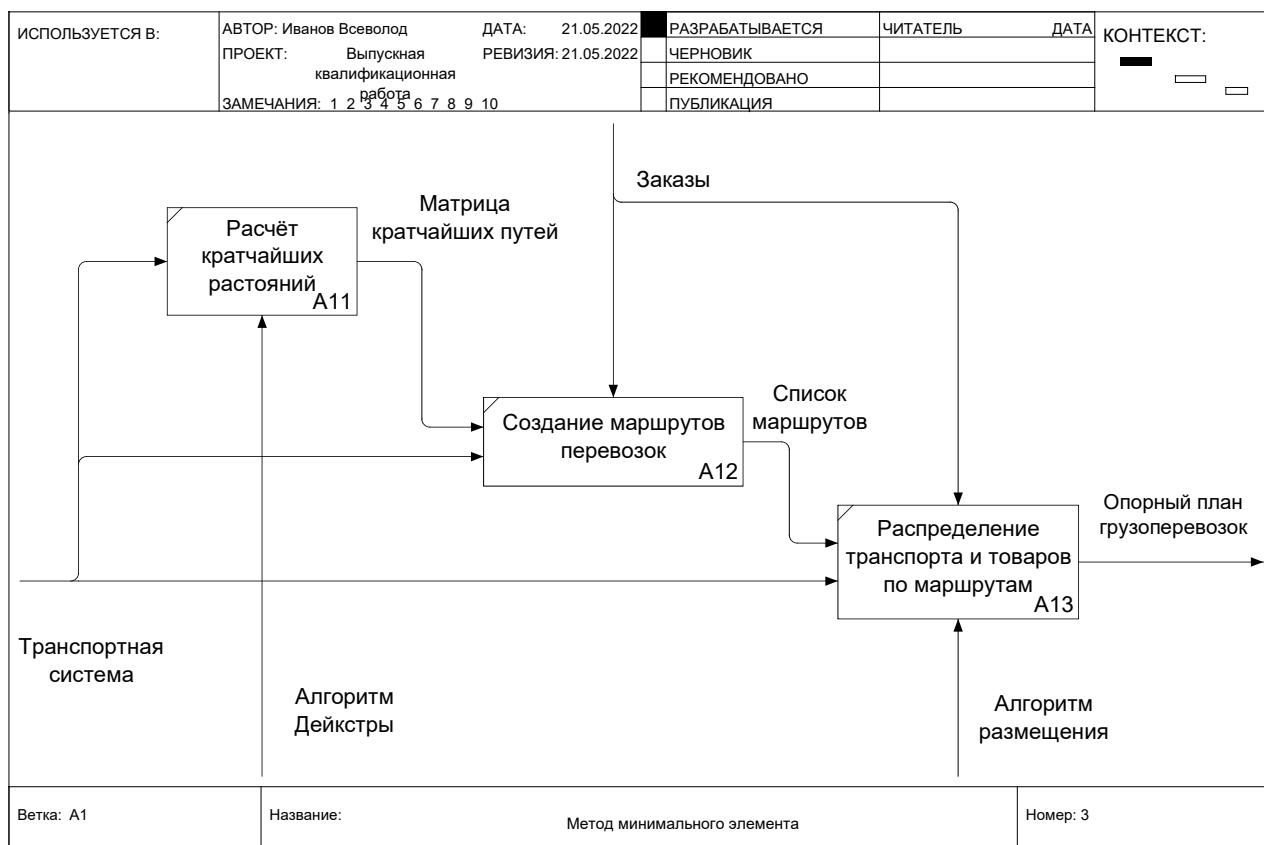


Рисунок 7 – IDEF0 диаграмма, декомпозиция A1

Следующий этап выполняет задачу оптимизацию плана перевозки и разделяется на четыре шага.

- 1) Вычисление потенциалов осуществляется отдельно для каждого продукта, следуя по опорному плану. Результатом шага является матрица потенциалов — значения стоимости доставки для каждого пункта по каждому товару.
- 2) Вычисление невязок производится путём сравнения значения потенциалов в соседних пунктах. Полученные величины сохраняются в список.
- 3) Производится рассмотрение всех невязок в порядке возрастания их величин. Изменением маршрутов формируется новый план.
- 4) В следующем этапе полученный план сравнивается с опорным по функции стоимости. В случае её уменьшения создаётся новый опорный план и осуществляется новая итерация метода.

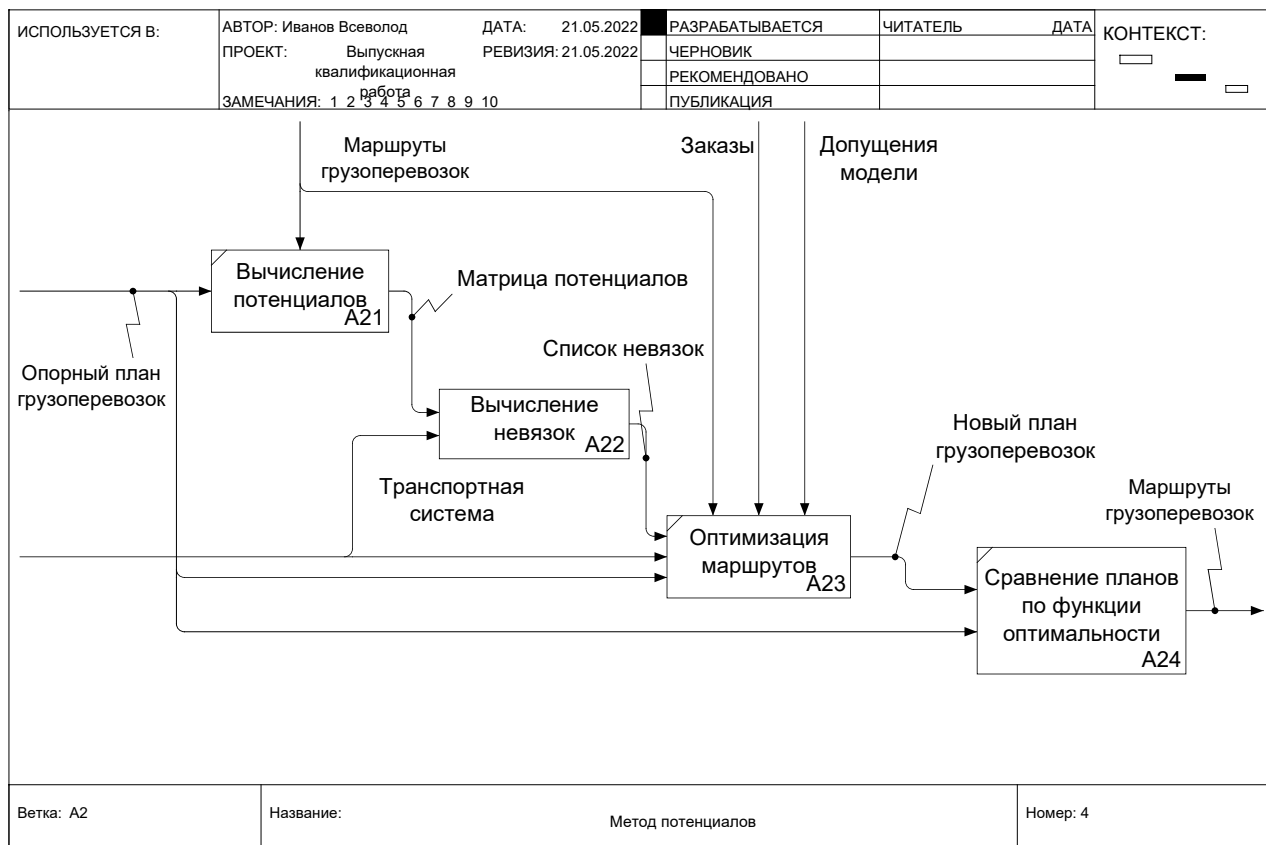


Рисунок 8 – IDEF0 диаграмма, декомпозиция A2

В заключающем этапе формируется расписание. Для каждого маршрута подбирается время его начала, чтобы избежать одновременного обслуживания а пунктах вместе с другими маршрутами.

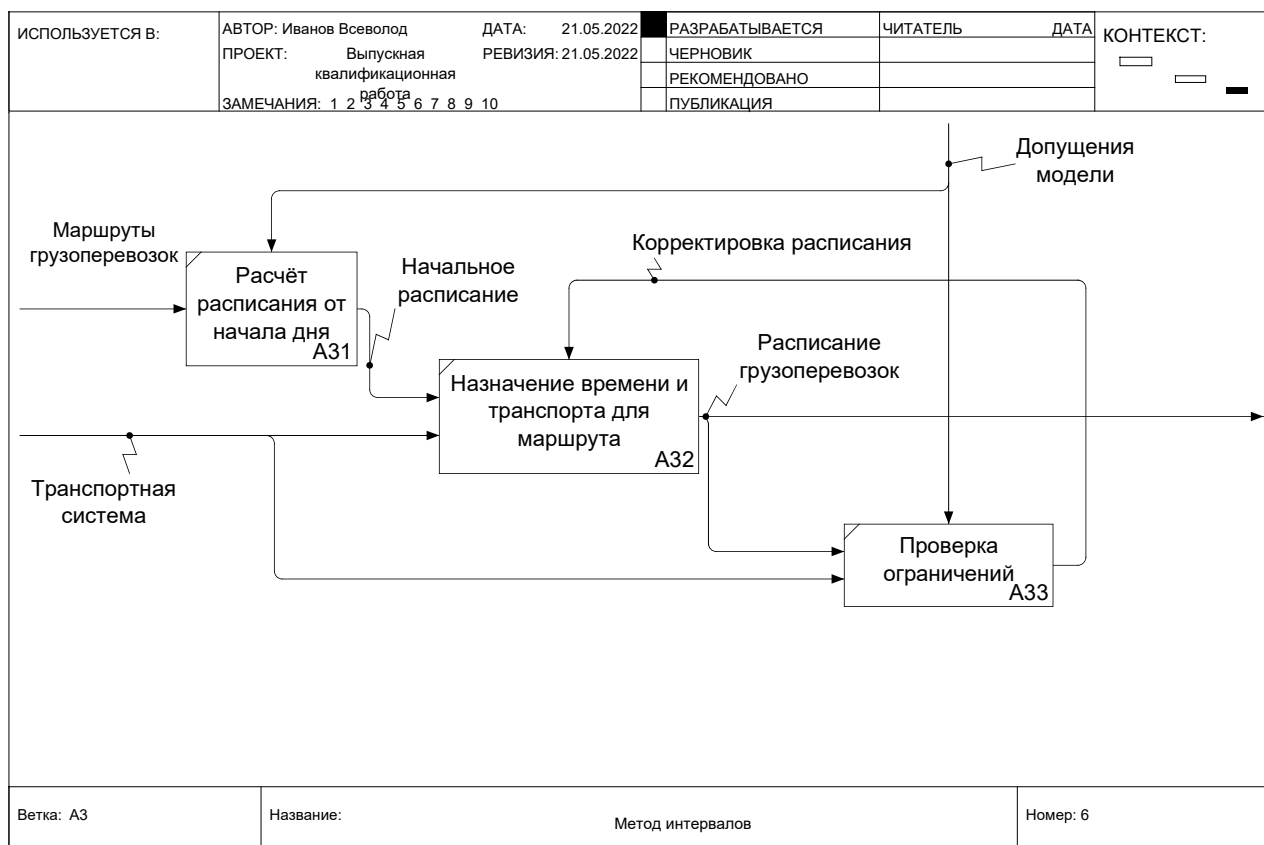


Рисунок 9 – IDEF0 диаграмма, декомпозиция A3

## 2.2 Схемы алгоритмов

На рисунках 10 - 15 представлены схемы ключевых алгоритмов программы.

### 2.2.1 Основной алгоритм

Весь алгоритм оптимизации изображён на рисунке 10. Его можно выделить следующие основные этапы:

- 1) Вычисление начального баланса продуктов.
- 2) Составление опорного плана.
- 3) Оптимизация плана.
- 4) Формирование расписания.

Рассмотрим упомянутые этапы подробнее в следующих схемах.

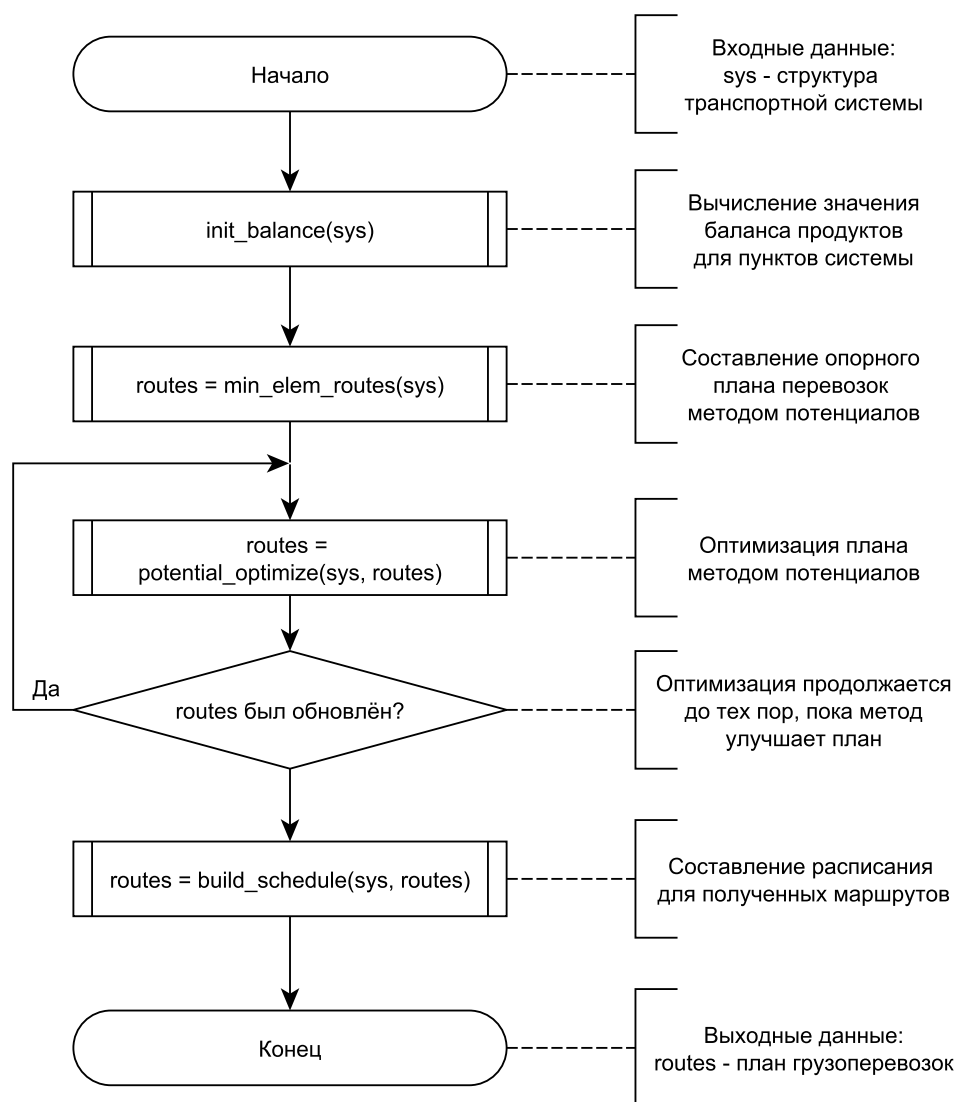


Рисунок 10 – Схема общего алгоритма программы

### 2.2.2 Вычисление начального баланса

При вычислении баланса, схема которого изображена на рисунке 11, для всех складов значение выставляется как количество хранимой продукции, для всех потребителей число заказанных тар продуктов со знаком минус. Баланс стоянки нулевой. Данный этап нужен для проверки соблюдения ограничения количества продукции в различных пунктах.

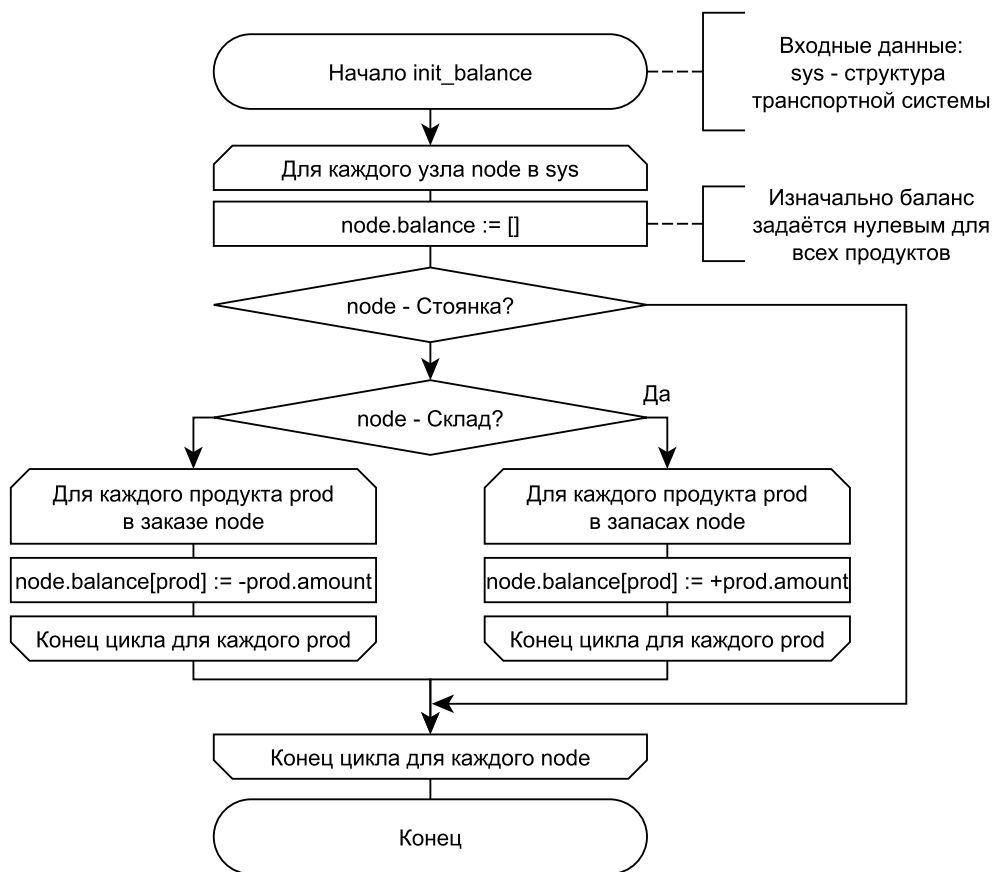


Рисунок 11 – Схема алгоритма вычисления начального баланса

### 2.2.3 Составление опорного плана

На этом этапе формируется опорный план грузоперевозки. Для этого все маршруты, ведущие к каждому потребителю через склад по вычисленному кратчайшему пути, просматриваются в соответствии с методом минимального элемента — в порядке возрастания их стоимости.

### 2.2.4 Оптимизация плана

Рисунки 13 - 14 описывают алгоритм оптимизации плана. После вычисления потенциалов начинается рассмотрение узлов, для которых обнаружены невязки. Анализируется возможность замены перевозки текущих маршрутов-поставщиков альтернативными, завершающимися на смежных пунктах. Другие маршруты продлеваются по очереди убывания их выгоды для данного пункта и по мере ограничений.

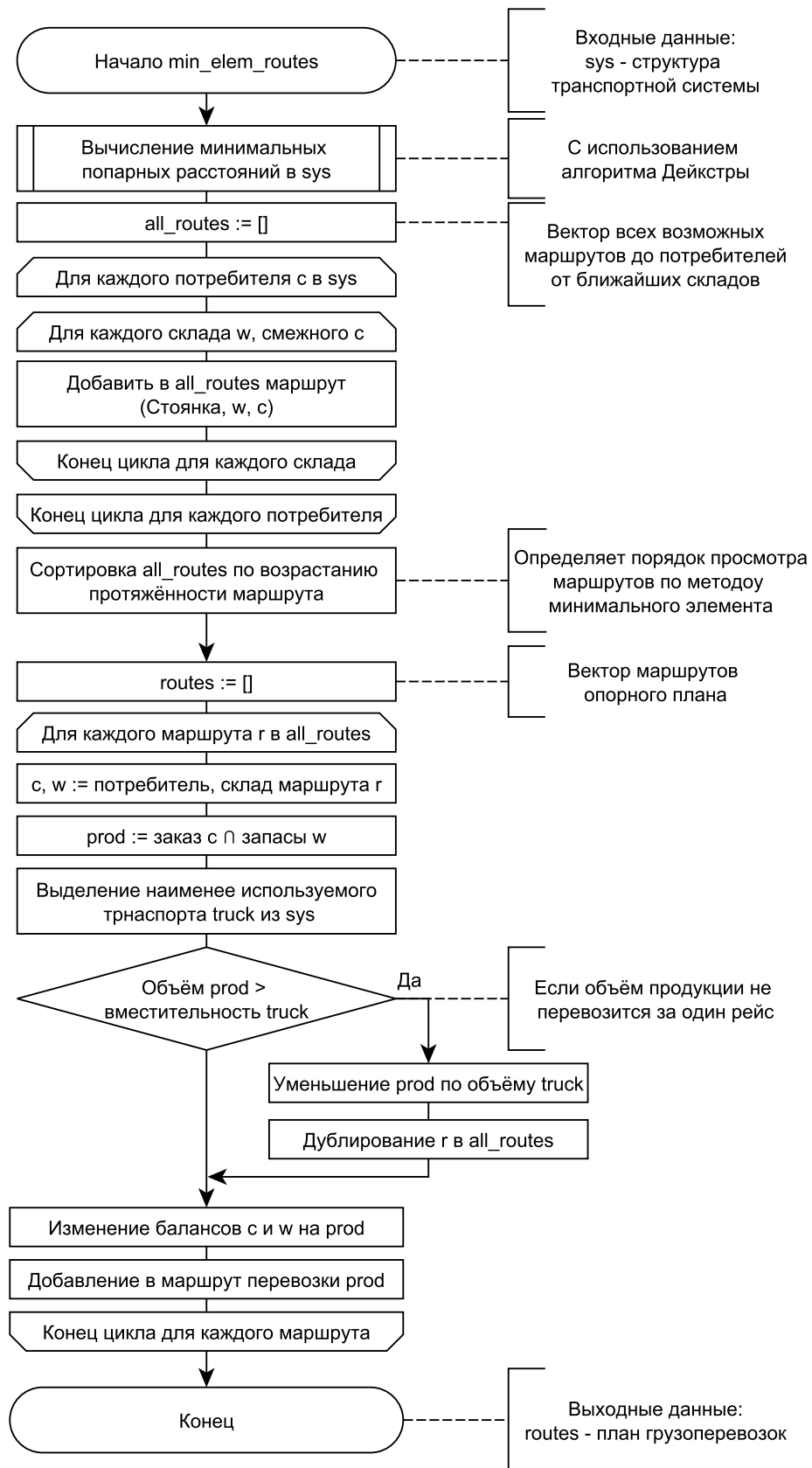


Рисунок 12 – Схема алгоритма минимального элемента



Если после замены оригинального маршрута в данном пункте функция стоимости для плана становится меньше, то изменения принимаются за новый опорный план. Иначе, поиск оптимизации продолжается далее.

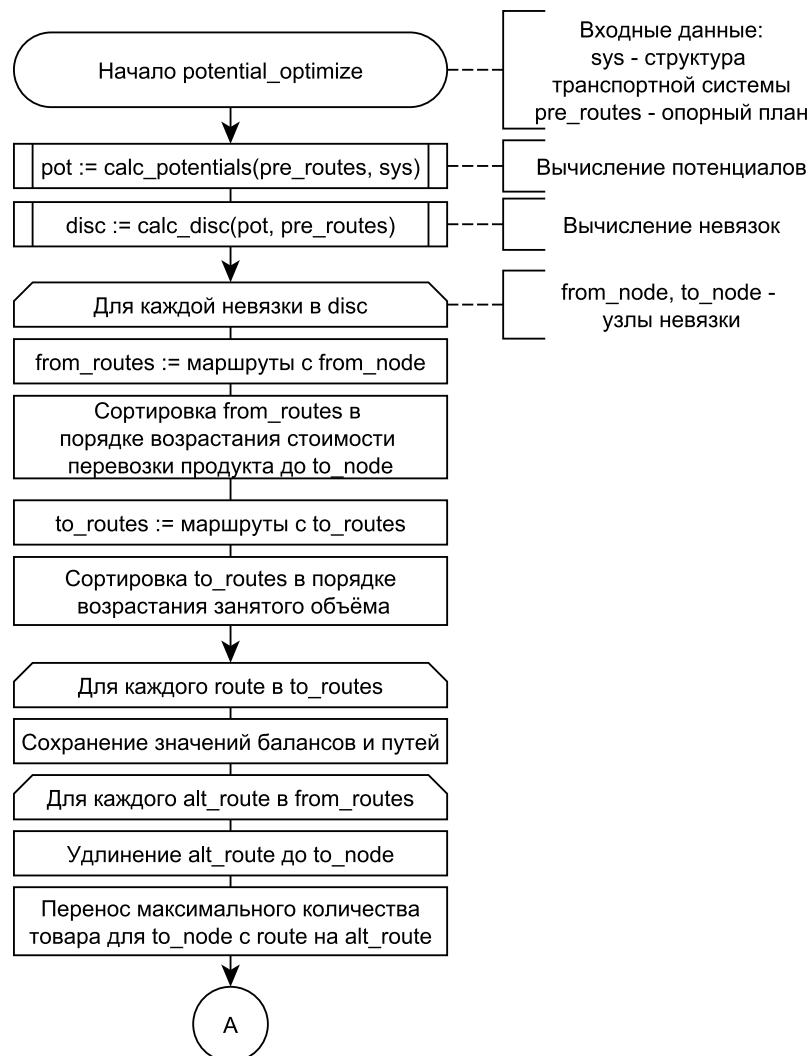


Рисунок 13 – Схема алгоритма оптимизации методом потенциалов

### 2.2.5 Формирование расписания

Рисунок 15 описывает алгоритм формирования расписания. Изначально все маршруты выставляются на начало работы. В соответствии с описанными в системе продолжительностями проезда по дорогам и временами обслуживания в пунктах, формируется время прибытия и отбытия из каждого пункта маршрута.

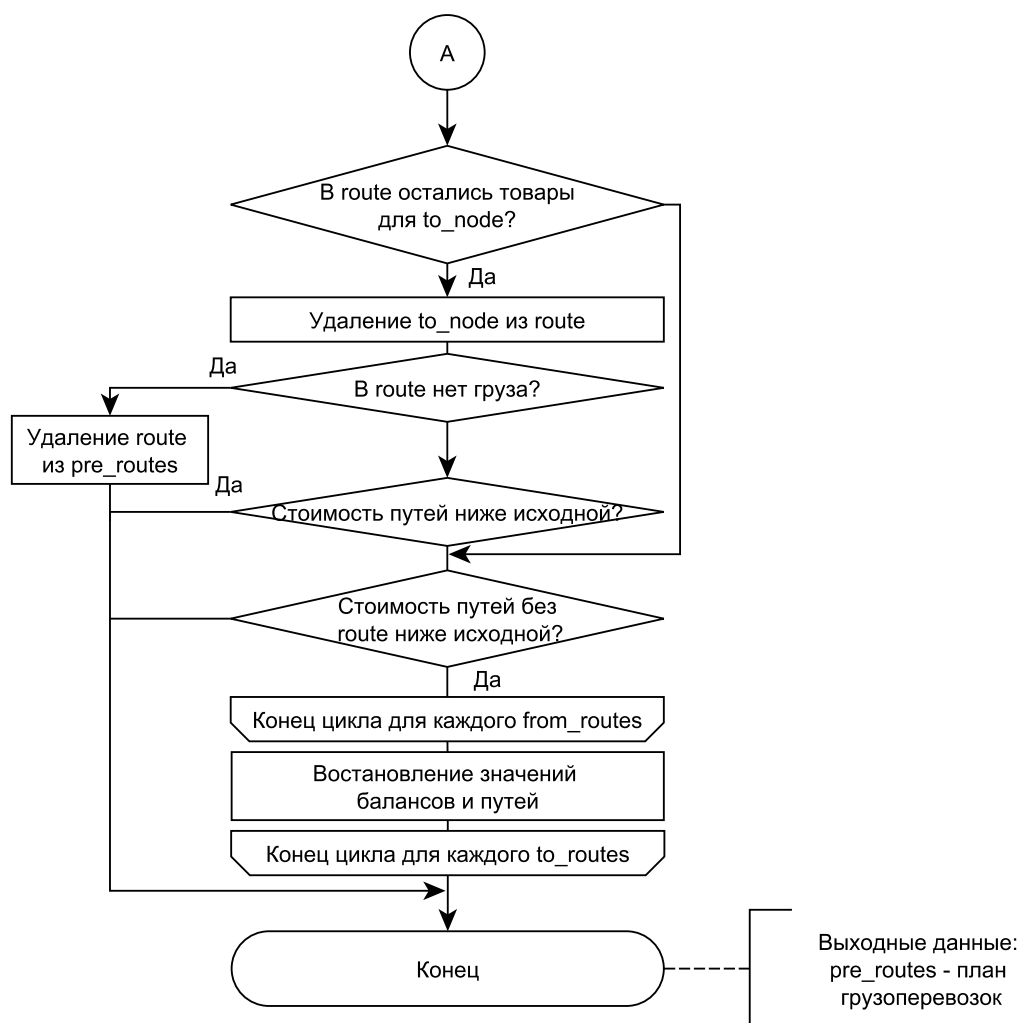


Рисунок 14 – Схема алгоритма оптимизации методом потенциалов (продолжение)

Далее осуществляется поочерёдное рассмотрение расписаний маршрутов, если оно не пересекается с уже принятыми, то маршрут добавляется в общее расписание с закреплением транспорта. Пересечением называется остановка на одном пункте в одинаковый промежуток времени. Величиной пересечения является общее время нахождения на пункте.

### 2.3 Схема сущностей транспортной системы

В соответствии с ранее описанной математической моделью, в системе должны быть представлены сущности, изображённые на рисунке 16 ER-диаграммой.

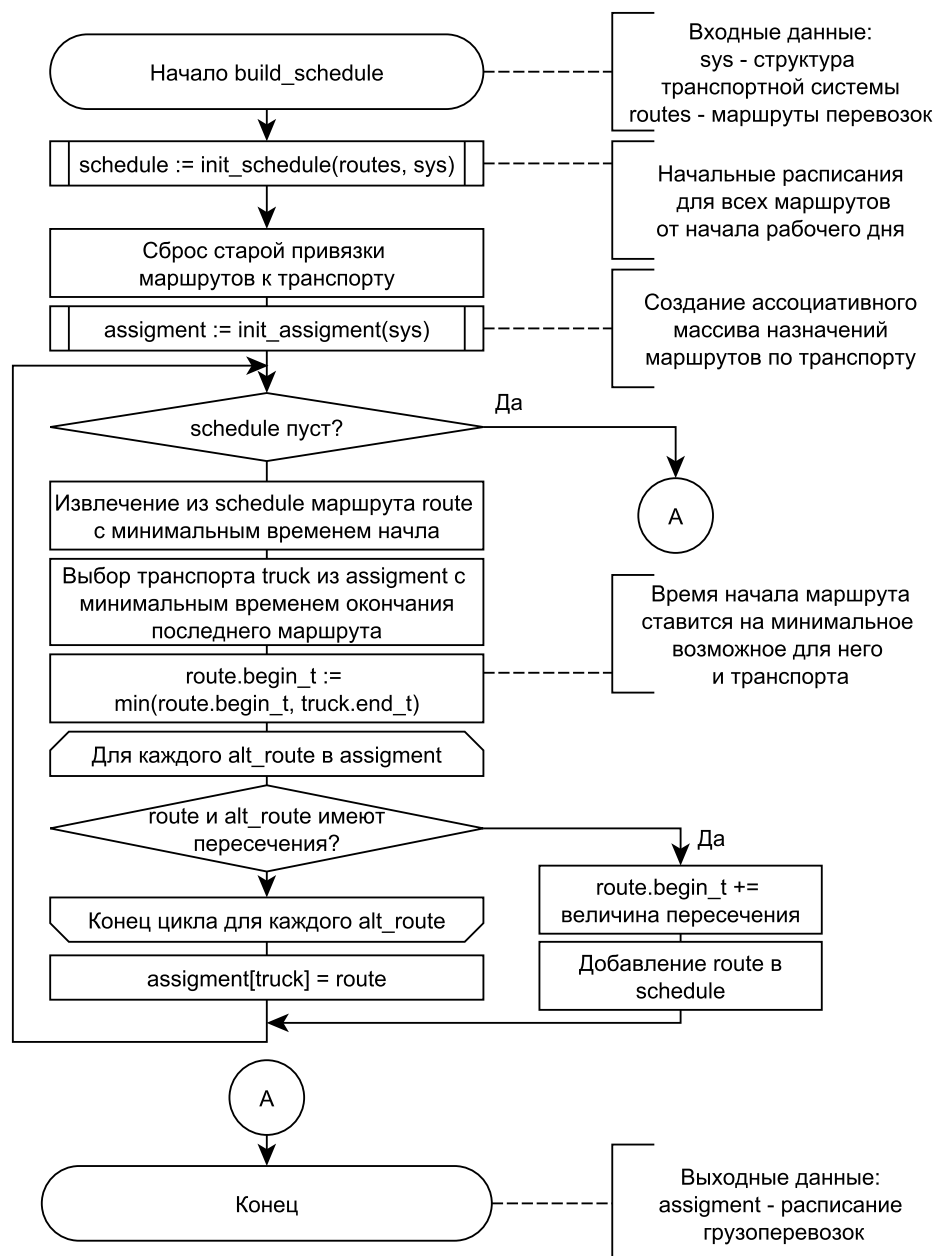


Рисунок 15 – Схема алгоритма составления расписания



Рисунок 16 – ER-диаграмма

## 2.4 Формат входных данных

В качестве входных данных выступает описание транспортной системы. Оно должно содержать в себе следующую информацию:

- Список всех пунктов маршрута.
- Вместительность (в м<sup>3</sup>) и количество транспорта.
- Список запасов складов. Каждый склад описывается списком продуктов (название и количество тар).
- Список заказов потребителей – аналогично запасам складов.
- Список дорог: два связанных пункта, расстояние (в км.), время проезда (в мин.).
- Объём одной тары в (в м<sup>3</sup>).
- Время начала и завершения рабочего дня.

## **2.5 Формат выходных данных**

В качестве выходных данных выступает описание плана грузоперевозок. Оно состоит из списка маршрутов, каждый из которых должен содержать в себе следующую информацию:

- Последовательность посещения пунктов.
- Номер привязанного транспортного средства.
- Список товаров, загружаемых или выгружаемых на каждом пункте.
- Список времени прибытия и отбытия в каждый пункт маршрута.

### **Вывод**

В данном разделе были представлены IDEF0 и ER диаграммы, схемы алгоритмов. Описан формат входных и выходных данных программы.

### **3 Технологическая часть**

В данном разделе будет представлено обоснование выбора языка и среды программирования, ...

#### **3.1 Выбор средств программной реализации**

В качестве языка программирования был выбран Python 3, ввиду следующих факторов.

- За время обучения был накоплен существенный опыт в использовании данного средства, что позволит сократить время разработки программы.
- Язык поддерживает объектно-ориентированный подход, что полезно при структурировании большого количества схожих объектов, которые были выделены ранее.
- Наличие библиотек для создания графического интерфейса, визуализации графов и временных диаграмм, которые необходимы для более наглядной демонстрации работы программы.

В качестве среды разработки был выбран PyCharm по следующим причинам.

- Данная IDE предоставляется бесплатно для пользования в учебном заведении[
- Имеется значительный опыт в использовании данной среды разработки.
- Представлен удобный набор инструментов для написания, тестирования и отладки кода.

#### **3.2 Используемые библиотеки**

На выбранном языке Python написаны библиотеки, позволяющие упростить визуализацию данных. Перечислим те, которые были использованы при разработке программы.

При разработке графического интерфейса пользователя использовался PyQt5. Qt является популярным кроссплатформенным графическим фреймворком[20]. Наличие среды для разработки интерфейсов Qt Designer значительно упрощает работу с данной библиотекой при создании GUI.

При создании графов применялась библиотека `networkx`. Она позволяет генерировать различные типы случайных графов, что может быть использовано при тестировании и исследовании реализованной программы для создания случайных транспортных систем. Также имеется возможность привязки необходимой информации непосредственно к узлам и рёбрам графов.

Для визуализации временной диаграммы маршрутов и графа транспортной системы использовалась библиотека `plotly`[22].

### 3.3 Интерфейс программы

Для удобства задания и изменения параметров системы был разработан графический интерфейс, представленный на рисунках 17 – 19.

В главном окне программы происходит отображение имеющихся пунктов транспортной системы, а также её схематичной визуализации в виде графа. В данном окне пользователь может совершить следующие действия.

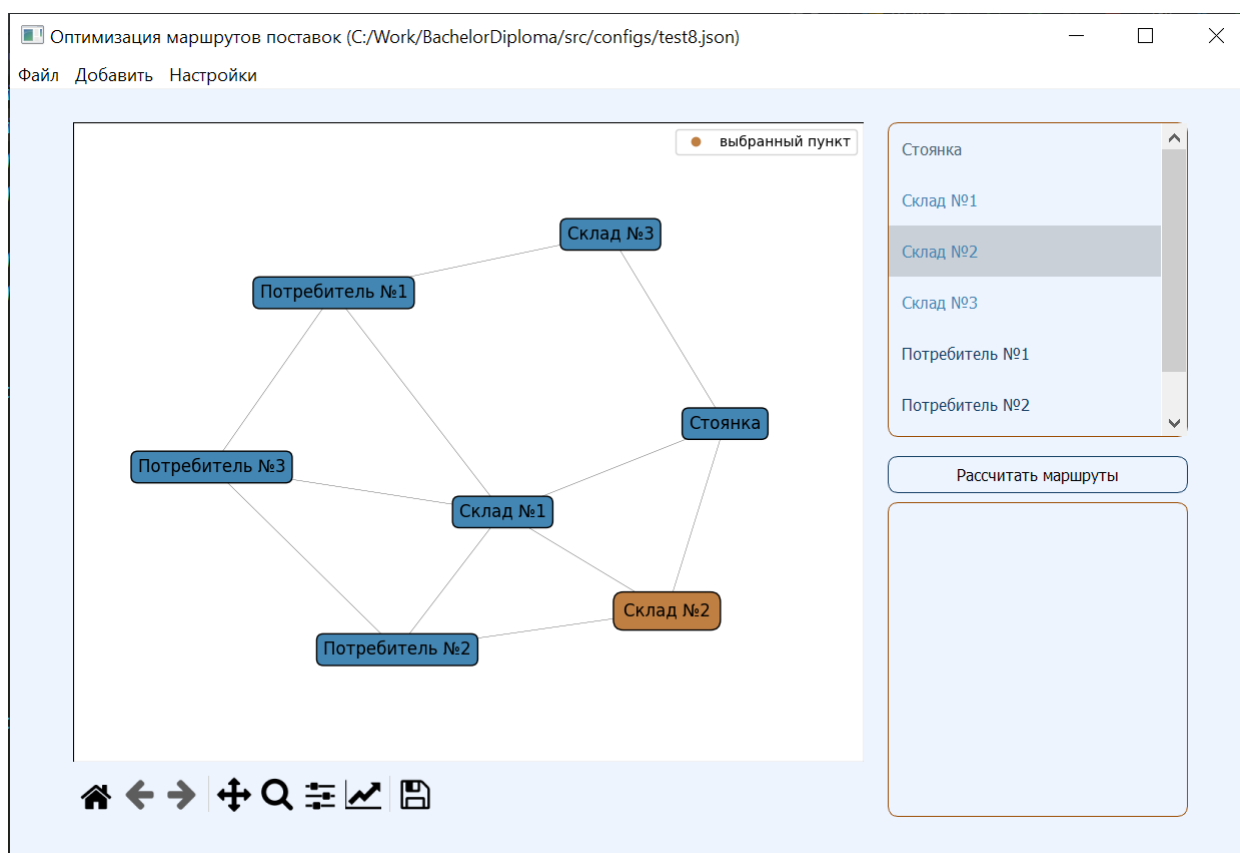


Рисунок 17 – Интерфейс главного окна программы

- Перейти к окну редактирования параметров пункта.
- Добавить новый пункт в систему.
- Импортировать транспортную систему из указанного файла.
- Экспортировать текущее состояние системы в файл.
- Настроить прочие параметры системы.
- Вызвать построение плана маршрутов.
- Посмотреть график маршрутов на временной диаграмме.

На рисунке 18 изображено окно изменения параметров стоянки. В данном окне пользователь может совершить следующие действия.

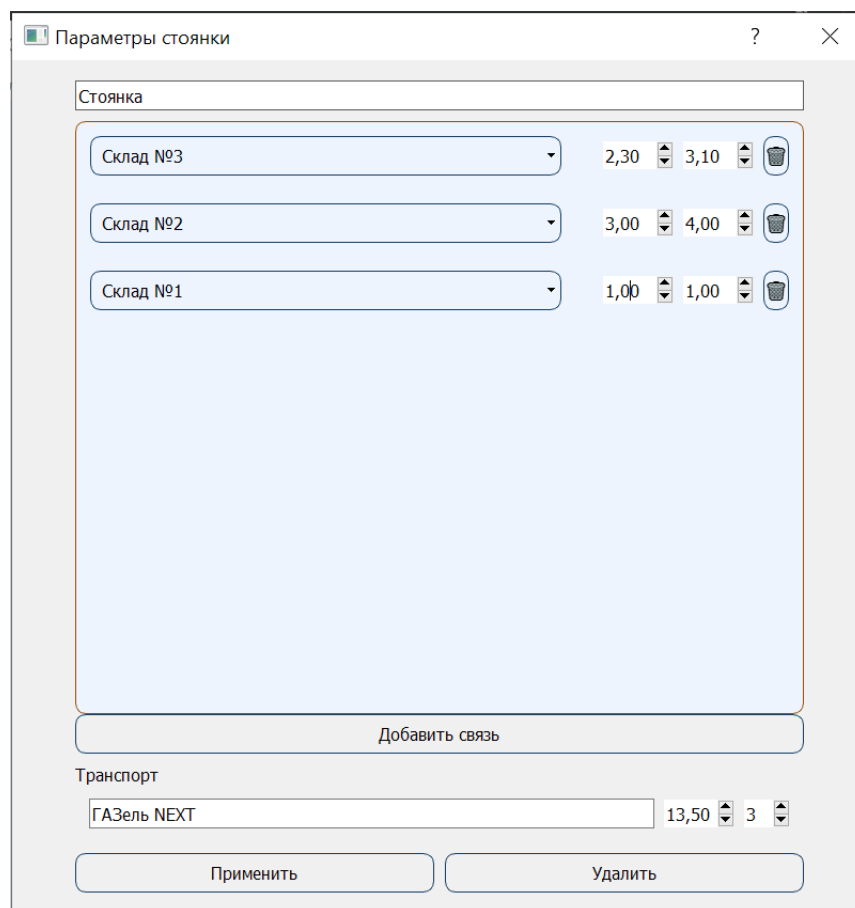


Рисунок 18 – Интерфейс окна параметров стоянки

- Изменить название пункта.
- Редактировать существующие дороги до других пунктов, удалять и добавлять новые.
- Изменить название, вместительность и количество машин в автопарке.



- Применить изменения.
- Удалить сущность из системы.

Похожий интерфейс имеет окно изменения параметров склада и потребителя, изображённое на рисунке 19. Оно позволяет дополнительно управлять набором продуктов, составляющих заказ или запас в пункте.

The screenshot shows a window titled "Параметры склада" (Warehouse Parameters). At the top, there is a text field containing "Склад №2". Below this, there is a list of items, each with a dropdown menu, a quantity field, and a delete button (trash icon). The items listed are:

Item	Quantity
Потребитель №2	1,00
Склад №1	1,00
Стоянка	3,00

Below the list is a button labeled "Добавить связь" (Add connection). Underneath that is another list of items, each with a text field, a quantity field, and a delete button. The items listed are:

Item	Quantity
кола	10
кофе	20

Below this list is a button labeled "Добавить продукт" (Add product). At the bottom of the window are two buttons: "Применить" (Apply) and "Удалить" (Delete).

Рисунок 19 – Интерфейс окна параметров склада

### 3.4 Результаты работы программы

Графический интерфейс также визуализирует результаты составления и оптимизации плана грузоперевозок, что отражают рисунки 20 – 25. На них изображены результаты работы метода на сети малого и большого размеров. Приведены визуализации и отчёты маршрутов, временная шкала графика передвижения транспорта по узлам сети.

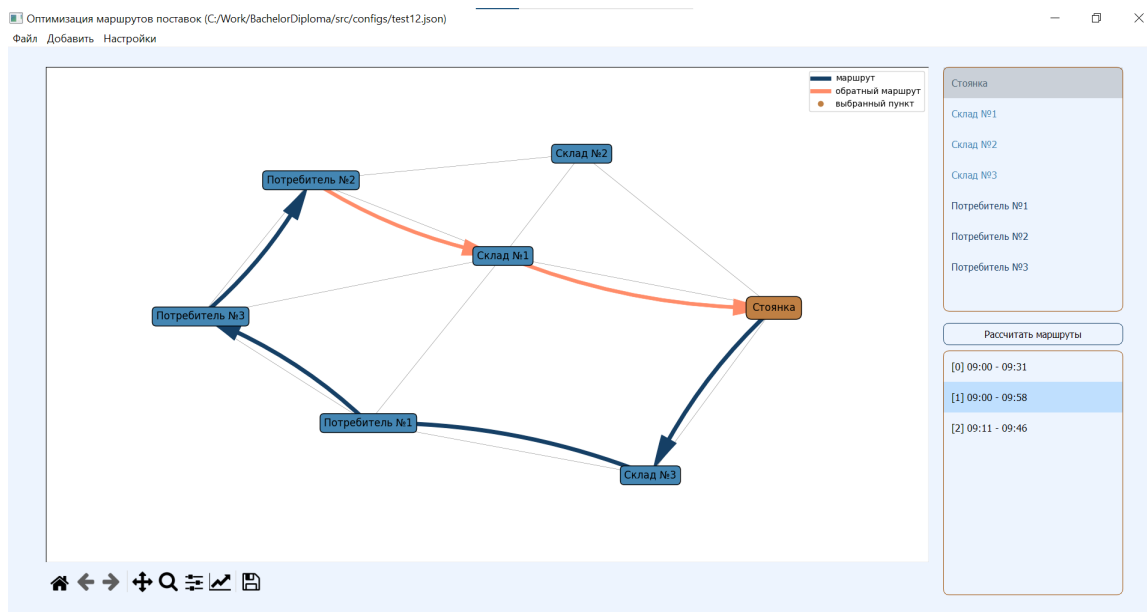


Рисунок 20 – Пример 1. Визуализация маршрута

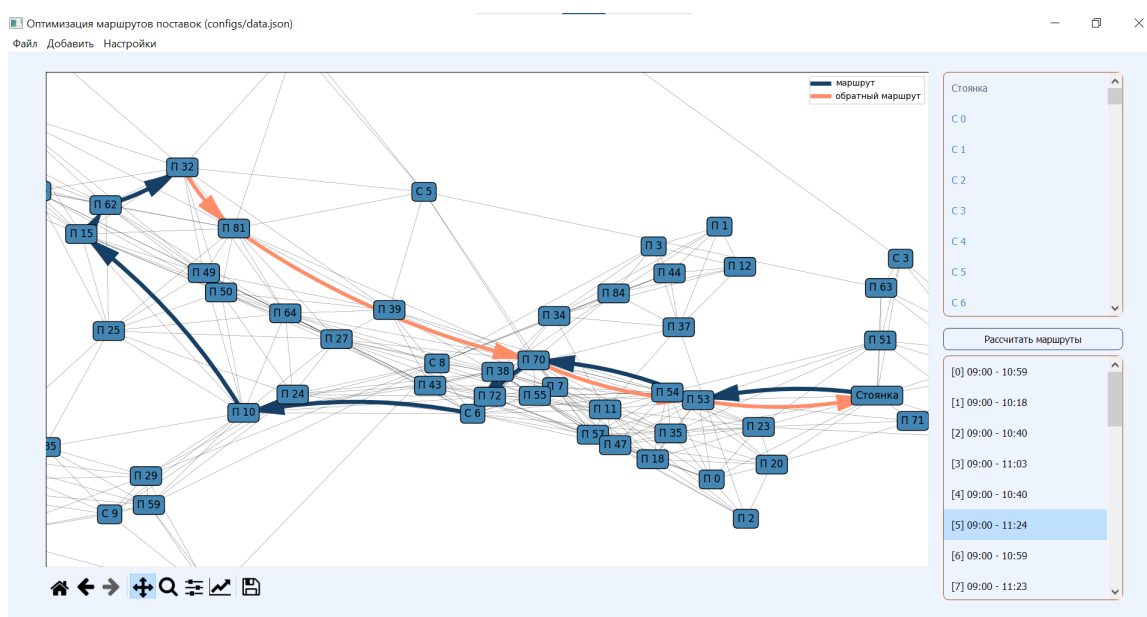


Рисунок 21 – Пример 2. Визуализация маршрута

### 3.5 Тестирование программы

Для поддержания работоспособности программы в процессе её разработки и было использовано автоматическое тестирование кода. Для этого была использован встроенный модуль unittest[23].

Маршрут перевозки			?	×
[1] ГАЗель NEXT				
Стоянка			09:00 - 09:02	
Склад №3			09:05 - 09:15	
<-		кола	10	
<-		шоколад	20	
Потребитель №1			09:16 - 09:28	
->		кола	10	
->		шоколад	10	
Потребитель №3			09:29 - 09:41	
->		шоколад	5	
Потребитель №2			09:42 - 09:54	
->		шоколад	5	
Склад №1			09:55	
Стоянка			09:56 - 09:58	

Рисунок 22 – Пример 1. План маршрута

Маршрут перевозки			?	×
[5] Нива				
П 68			09:27	
С 7			09:27 - 09:37	
<-		пряники	43	
П 22			09:40 - 09:52	
->		пряники	8	
П 9			09:58 - 10:10	
->		пряники	8	
П 74			10:10 - 10:22	
->		пряники	9	
П 80			10:25 - 10:37	
->		пряники	10	
П 68			10:45 - 10:57	
->		пряники	8	
П 14			11:02	
П 46			11:03	

Рисунок 23 – Пример 2. План маршрута

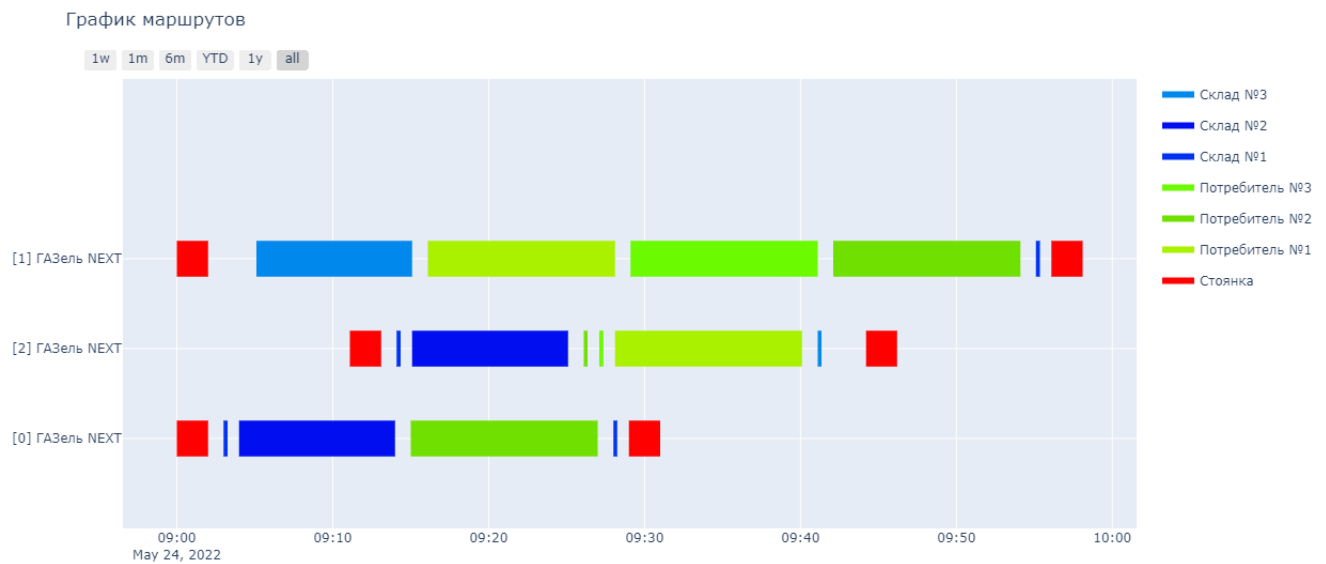


Рисунок 24 – Пример 1. Временной график грузоперевозок

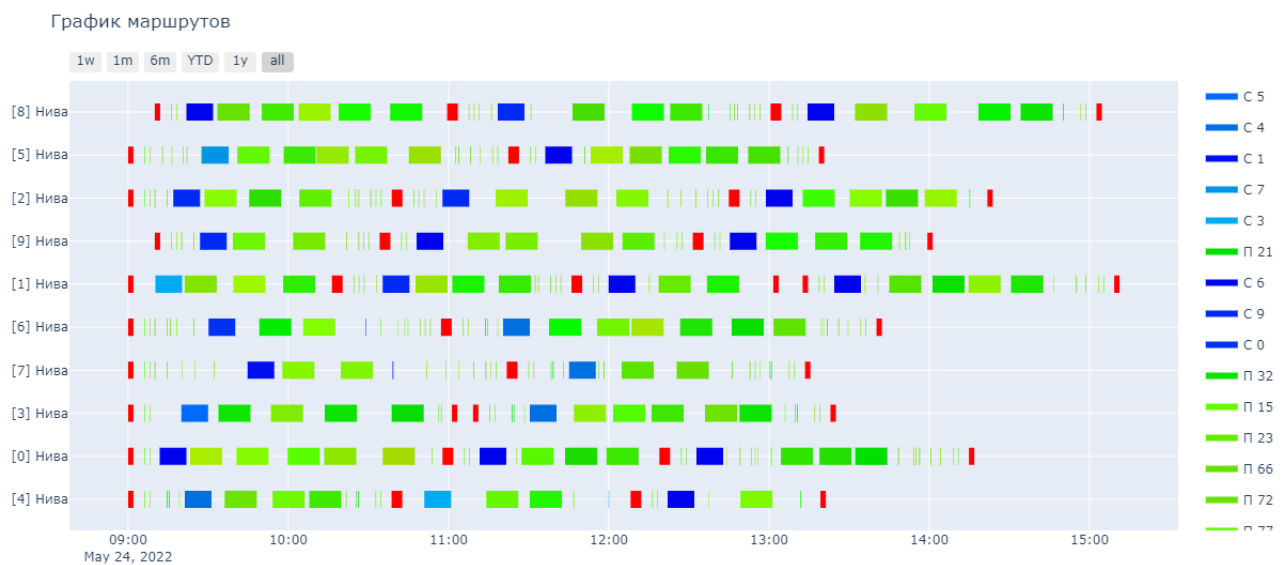


Рисунок 25 – Пример 2. Временной график грузоперевозок

Тестирование осуществлялось по методу чёрного ящика. В качестве входных данных выступали файлы с транспортными системами, подразумевающие различные сценарии оптимизации. В ходе одного теста проверялась корректность завершения работы методы, а также следующие выходные данные:

- количество и стоимость маршрутов в плана (сравнивается с вручную вычисленным значением для данного теста);
- удовлетворение спроса потребителей;
- соблюдение ограничений запасов продукции и вместительности транспорта;
- целостность и замкнутость маршрутов.

В окончательной версии программы все тесты завершаются корректно.

### **Вывод**

Результатом технологической части стал выбор средств реализации программы, а также набора необходимых библиотек. В рамках созданного приложения был реализован ранее описанный метод оптимизации. Продемонстрирован и описан интерфейс, а также примеры работы программы. Разработанное программное обеспечение покрыто тестами.

## **4 Исследовательская часть**

### **Вывод**

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Результатом выпускной квалификационной работы стала формализация поставленной задачи и описание метода её решения.

Была проанализированна предметная область задачи. Проведён сравнительный анализ с наиболее известными решениями, обозначены их преимущества и недостатки. Выявлены основные особенности транспортировки товаров для малого бизнеса.

На основании проведённого анализа были установлены цели создания метода. Описаны объекты модели, входные и выходные данные. Установлены допущения и ограничения для моделируемых объектов, основанные на особенностях рассматриваемого вида грузоперевозки. Также был описан критерий оптимизации маршрутов доставки.

Была разработана математическая модель исследуемой системы. С её использованием был описан метод, предлагаемый для решения поставленной задачи. Выделены шаги метода, описаны способы обработки дополнительных учитываемых факторов, таких как транзитность маршрутов и многопродуктовость.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Милов Сергей Николаевич, Милов Алексей Сергеевич. Исследование проблем управления ассортиментом и товарными запасами в торговых сетях // Вестник РЭА им. Г. В. Плеханова. 2019. №5 (107).
2. Хашман Т.Т. Управление цепочками поставок. Гуманитарный вестник, 2013, вып. 10. [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.hmbul.ru/articles/114/114.pdf> (дата обращения 24.11.2021)
3. Костышева Яна Вячеславовна Эффективность применения программных обеспечений в области транспортной логистики // Экономикс. 2013. №1.
4. Макаров М. А., Мартынюк А. В., Зарецкий А. В. Транспортная логистика // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2012. №12.
5. Логистика для малого бизнеса при небольших объёмах [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://itctraining.ru/biblioteka/logistika-ved/postroenie-logistiki-pri-nebolshikh-obemakh>, свободный (дата обращения 01.12.2021)
6. Сборник научных статей по итогам работы Международного научного форума НАУКА И ИННОВАЦИИ- СОВРЕМЕННЫЕ КОНЦЕПЦИИ (г. Москва, 25 января 2019 г.). / отв. ред. Д.Р. Хисматуллин. – Москва: Издательство Инфинити, 2019. – 140 с.
7. А. В. Кузнецов, Н. И. Холод, Л. С. Костевич. Руководство к решению задач по математическому программированию. — Минск: Высшая школа, 1978. — С. 110.
8. С. И. Носков, А. И. Рязанцев. Двухкритериальная транспортная задача // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Том 13. С. 59-63
9. И.В. Романовский. Алгоритмы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1977. 352 с.



10. Алгоритмы. Построение и анализ : пер. с англ. / Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. [и др.]. - 3-е изд. - М. : Вильямс, 2018. - 1323 с. : ил.
11. Сеславин А.И., Сеславина Е.А. Оптимизация и математические методы принятия решений. Учебное пособие. – М.: МИИТ, 2011. – 152.
12. Алгоритмы. Руководство по разработке — 2-е изд.: Пер. с англ. — СПб.: БХВ-Петербург, 2018. — 720 с.: ил.
13. Терентьев Д. А., Тимофеев А. В. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ //АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК В РОССИИ И. – 2016. – С. 166.
14. Косенко О.В. дис. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ МНОГОИНДЕКСНЫХ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ канд. техн. наук: 05.13.01. – «ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И УПРАВЛЕНИЯ (ИРТСУ), Таганрог – 2017 г. - 172 с.
15. Герасименко Е. М. Метод потенциалов для определения заданного потока минимальной стоимости в нечетком динамическом графе // Известия ЮФУ. Технические науки. 2014. №4 (153)
16. Кривопапов В. Ю. РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ПУНКТАМИ И ОГРАНИЧЕНИЕМ ПО ТРАНЗИТУ //Главный редактор СВ Симак. – С. 28.
17. Цехан О. Б. Моделирование и алгоритмизация одной задачи планирования многопродуктовых перевозок с запрещенным транзитом //Веснік ГрДУ імя Я. Купалы.–Серия. – 2011. – Т. 2. – С. 73-89.
18. Пиневиц Е. В., Ганженко Д.В. МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ КАК ИНСТРУ-

МЕНТ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ ГРУЗОПЕРЕВОЗОК // ЗАМЕТКИ УЧЕНОГО - 2021. - С. 317 - 321

19. Бесплатные лицензии для обучения программированию [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.jetbrains.com/ru-ru/community/education>, свободный (дата обращения 09.04.2022)
20. Сайт PyQt [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://riverbankcomputing.com/software/pyqt/intro>, свободный (дата обращения 09.05.2022)
21. Сайт документации Networkx [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://networkx.org>, свободный (дата обращения 10.05.2022)
22. Сайт графической библиотеки Plotly [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://plotly.com>, свободный (дата обращения 10.05.2022)
23. Сайт документации фреймворка для тестирования unittest [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.python.org/3/library/unittest.html>, свободный (дата обращения 20.04.2022)