

Panduan OSN Informatika berbasis Kurikulum 2017

William Gozali, Alham Fikri Aji

Abstract

Dokumen ini merupakan panduan persiapan Olimpiade Sains Nasional bidang informatika yang dirancang mengikuti kurikulum resmi 2017. Pada dokumen ini terdapat penjelasan singkat untuk tiap bab beserta referensi lanjutan, contoh soal, serta pembahasan.

halo

Contents

Aritmetika dan aturan berhitung	2
Aritmetika modular	2
Bilangan prima	2
KPK dan FPB	2
Pigeonhole Principle	3
Permutasi dan kombinasi	3
Probabilitas	3
Prinsip Inklusi dan Eksklusi	3
Segitiga Pascal	3
Soal Latihan	4
Pengurutan dan Pencarian	5
Bubble sort	5
Insertion Sort	5
Counting Sort	5
Merge Sort dan Quick Sort	6
Linear Search	6
Binary Search	6
Contoh soal	7
Soal Latihan	8
Brute Force	8
Soal Latihan	9
Greedy	9
Soal Latihan	10

Dynamic Programming	10
Soal Latihan	11
Struktur Data Linear	12
Queue	13
Stack	13
Soal Latihan	13
Pembahasan Soal Latihan	14
Aritmetika dan aturan berhitung	14
Pengurutan dan Pencarian	15
Brute Force	15
Greedy	15
Dynamic Programming	16
Struktur Data Linear	18

Aritmetika dan aturan berhitung

Aritmetika dan aturan berhitung melingkupi:

Aritmetika modular

Operasi $a \bmod m$, atau biasa disebut “ a modulo m ” memberikan sisa hasil bagi a oleh m . Fungsi mod ini biasa muncul di OSN untuk menghindari angka yang terlalu besar.

Sifat modulo:

- $(A \times B) \bmod C = ((A \bmod C) \times (B \bmod C)) \bmod C$
- $(A + B) \bmod C = ((A \bmod C) + (B \bmod C)) \bmod C$
- $(A - B) \bmod C = ((A \bmod C) - (B \bmod C) + C) \bmod C$
- $(A/B) \bmod C = (A \times (B^{C-2} \bmod C)) \bmod C$, hanya berlaku jika C adalah prima

Bilangan prima

Bilangan prima adalah bilangan bulat positif yang hanya habis dibagi oleh 1 dan dirinya sendiri. Anda diharapkan dapat melakukan pengecekan prima dengan cara perulangan dari 2 sampai \sqrt{N} , maupun dengan teknik sieve of erathosenes.

KPK dan FPB

Anda diharapkan dapat mencari KPK dan FPB dengan memanfaatkan faktorisasi prima.

Pigeonhole Principle

Konsep PHP menyatakan bahwa “Jika ada N burung dan M sangkar, dimana $N > M$, maka ada sangkar yang berisi setidaknya 2 ekor burung”. Secara matematis, jika ada N burung dan M sangkar, maka ada sangkar yang berisi setidaknya $\lceil \frac{N}{M} \rceil$ ekor burung.

Aturan perkalian dan penjumlahan

Permutasi dan kombinasi

Permutasi dari N adalah seluruh cara pengurutan N objek tersebut. Banyaknya permutasi dari N dinyatakan dalam faktorial, atau $N!$. Rumus faktorial, dinotasikan $N!$ adalah hasil kali dari 1 sampai N , sehingga $N! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times N$. Kombinasi adalah banyaknya cara mengambil K buah objek dari N pilihan yang ada, tanpa memerdulikan urutan. Notasi kombinasi ini dinyatakan dalam $C_K^N = \frac{N!}{K!(N-K)!}$.

Untuk menghitung kombinasi dengan nilai N besar, Anda tidak dapat melakukan perhitungan $N!$ terlebih dahulu, kemudian menghitung pembagiannya. Manfaatkan sifat modulo pembagian!

Probabilitas

Menghitung kemungkinan terjadinya suatu peristiwa. Sebagai contoh, jika terdapat N bola merah dan M bola biru, dan Anda mengambil tepat 2 bola secara acak, berapa kemungkinan bahwa kedua bola berwarna biru? Banyaknya cara mengambil 2 bola biru adalah $\binom{M}{2}$ dan banyaknya cara mengambil 2 bola sembarang warna adalah C_2^{N+M} , maka probabilitasnya adalah $\frac{\binom{M}{2}}{\binom{N+M}{2}}$.

Prinsip Inklusi dan Eksklusi

Segitiga Pascal

Segitiga Pascal merupakan susunan dari Koefisien Binomial dalam bentuk segitiga. Nilai dari baris ke- n suku ke- r adalah $A_{ij} = C_r^n$.

Contoh soal:

Anda diberikan sebuah string S . Ada berapa kata berbeda yang dapat disusun dari huruf-huruf penyusun kata S ?

Contoh 1 : $S = \text{'aba'}$.
Jawaban 1 : 3 ('aab', 'aba', 'baa')

Contoh 2 : $S = \text{'MEGAGIGA'}$
Jawaban 2 : 3360

Solusi soal tersebut adalah:

- Terdapat N huruf, sehingga banyak kata yang dapat kita susun adalah $N!$.
- Apabila terdapat K huruf dengan setiap hurufnya memiliki R_i huruf yang sama, maka dengan prinsip Redundansi banyak kata berbeda yang dapat disusun adalah $\frac{N!}{(R_1! \times R_2! \times R_3! \times \dots \times R_K!)}$.

Tautan Pendalaman Materi:

- Materi Kombinatorik TLX Training Gate
- Materi Matematika Diskret TLX Training Gate

Soal Latihan

TLX: Faktorisasi Prima

Anda diberikan sebuah bilangan bulat $N (1 \leq N \leq 1.000.000)$. Tentukan bilangan-bilangan prima a_1, a_2, \dots, a_k dan pangkat-pangkatnya, b_1, b_2, \dots, b_k , sehingga $N = a_1^{b_1} \times a_2^{b_2} \times \dots \times a_k^{b_k}$.

TLX: Penjumlahan Pecahan

Anda diberikan dua buah pecahan dalam bentuk A/B dan C/D . Hitunglah $A/B + C/D$, lalu cetak hasilnya dalam bentuk yang paling sederhana. Bentuk paling sederhana dari suatu pecahan adalah ketika FPB dari pembilang dan penyebutnya adalah 1.

TLX: Prima ke-K

Carilah bilangan prima ke- K . Buatlah program yang efisien agar Anda dapat menjawab pertanyaan tersebut berkali-kali!

TLX: Pasar Rakyat

Ada N Pedagang yang datang mengunjungi suatu pasar secara periodik dalam beberapa hari sekali. Pedagang ke- i datang setiap D_i hari sekali. Setiap berapa hari sekali semua pedagang akan datang secara bersamaan?

OSN 2006: Faktorial

Carilah berapa angka 0 berurutan yang mengakhiri $N!$. Misalnya $10! = 3.628.800$, maka jumlah 0 berurutan adalah 2. Sementara $8! = 40.320$, maka jumlah 0 berurutan adalah 1 (nol di tengah tidak dihitung).

Codeforces: Random Teams

bla

Pengurutan dan Pencarian

Dalam OSN, anda diharapkan menguasai teknik mengurutkan data berikut:

Bubble sort

Bubble sort adalah teknik pengurutan data dengan membandingkan suatu elemen dengan elemen yang bersebelahan, dan menukarnya jika urutannya terbalik. Proses ini diulang hingga data terurut.

Insertion Sort

Insertion sort bekerja dengan menyisipkan elemen pada data satu persatu sehingga hasil penyisipan selalu terurut.

Counting Sort

Counting sort dilakukan dengan menghitung berapa kemunculan elemen dengan nilai 1, 2, 3, ..., hingga K . Kemudian, angka tersebut ditampilkan lagi secara terurut.

- Perhatikan batasan-batasan dalam soal. Jika elemen-elemen pada soal memiliki range yang terbatas, misalnya umur, atau berat badan, biasanya dapat diurutkan dengan counting sort.

Merge Sort dan Quick Sort

Ini adalah teknik pengurutan lanjutan. Akan dijelaskan pada bab Divide and Conquer

- Anda harus penguasai paling tidak satu teknik pengurutan dengan kompleksitas $O(N \log N)$ ini, karena umumnya teknik pengurutan kuadratik terlalu lambat untuk ukuran data pada soal OSN.
- Merge sort juga dapat digunakan untuk menyelesaikan inversi:

Diberikan sebuah array dengan N buah bilangan. Anda ingin mengurutkan array tersebut dengan cara menukar 2 elemen bersebelahan. Berapa pertukaran (swap) minimal yang mungkin untuk mengurutkan array tersebut?

Jawaban dari soal tersebut adalah total swap yang terjadi saat melakukan merge sort.

Linear Search

Linear search adalah proses mencari elemen pada suatu data dengan membandingkan elemen yang ingin dicari pada setiap elemen pada data satu persatu.

Binary Search

Jika data yang ada terurut, maka kita dapat mencari lebih efisien. Pada binary search, kita membandingkan elemen yang ingin dicari pada elemen tengah data. Jika elemen tersebut lebih kecil dari elemen tengah pada data, Anda cukup mencari lagi di separuh pertama data tersebut. Jika tidak, kita cari di separuh terakhir. Proses ini dilakukan hingga elemen ditemukan atau data sudah tidak bisa dibagi lagi.

- Binary-search tidak hanya digunakan untuk mencari data. Kadang kala Anda harus melakukan Binary-Search pada jawaban. Salah satu indikasinya adalah jika jawaban yang Anda cari memiliki properti dimana jika N adalah jawaban valid, maka $N+1$ dijamin selalu valid. Contohnya:

CONTOH SOAL BINARY SEARCH DI JAWABAN.

Tips dan Trik Umum

- Biasanya dalam OSN tidak terdapat soal yang murni hanya pengurutan saja. Namun Anda perlu melakukan pengurutan data dahulu sebelum soal tersebut bisa diselesaikan.

- Jika Anda hanya perlu mengurutkan data saja, Anda akan menghemat waktu jika menggunakan C++, karena C++ memiliki STL untuk melakukan pengurutan:

```
int a[] = {5, 4, 1, 3};
sort(a, a + 4); /* 4 adalah ukuran array */
```

- Jika Anda memiliki data yang terurut, Anda bisa menggunakan STL pada C++ untuk melakukan binary search.

```
int a[] = {1, 2, 5, 10}; /* terurut */
int idx = lower_bound(a, a + 4, 5) - a;
cout<<idx<<endl; /* nilainya 3 (index 5 pada array a) */
```

Tautan Pendalaman Materi:

- Materi Pengurutan dasar: Bubble Sort, Insertion Sort, dan Counting Sort
catatan: Sorting lanjutan seperti Quick Sort dan Merge Sort akan dipelajari di bab Divide and Conquer
- Materi Pencarian TLX Training Gate

Contoh soal

Anda diberikan sebuah array A yang terdiri dari N buah bilangan.
Keluarkan array tersebut dalam kondisi terurut menaik.

Contoh : A = [10, 7, 3, 6]

Jawaban : [3, 6, 7, 10]

Soal ini adalah soal pengurutan klasik. Soal ini bisa diselesaikan dengan salah satu teknik pengurutan, misalnya bubble sort. Namun perlu diperhatikan, jika ukuran array cukup besar, maka harus menggunakan teknik pengurutan yang lebih cepat.

- OSN 2009: Paduan Suara
bla
[Solusi]
- OSN 2015: Pertahanan Yogya
bla
[Solusi]

Soal Latihan

OSN 2009: Paduan Suara

bla

OSN 2015: Pertahanan Yogya

bla

Brute Force

Brute-force merupakan suatu strategi penyelesaian masalah dengan mencoba semua kemungkinan. Brute-force menjamin solusi selalu benar, namun biasanya lambat karena menjelajahi semua kemungkinan solusi. Pada OSN, Brute-force berguna untuk menguji kebenaran solusi utama kita. Selain itu, biasanya tiap soal selalu memiliki sub-task yang bisa diselesaikan dengan teknik Brute-force.

Contoh soal:

Anda diberikan sebuah array A yang terdiri dari N buah bilangan, dan juga bilangan K . Apakah terdapat subset dari bilangan-bilangan tersebut sehingga jumlahan dari elemen subset tersebut sama dengan K ? item Bila iya, maka keluarkan "YA". Selain itu keluarkan "TIDAK"

Contoh 1 : $A = [1, 3, 6, 10]$, $K = 14$
Jawaban 1 : "YA" ($K = 1 + 3 + 10$)

Contoh 2 : $A = [1, 3, 6, 10]$, $K = 15$
Jawaban 2 : "TIDAK"

Solusi soal di atas adalah:

- Untuk setiap elemen, kita memiliki 2 pilihan yaitu memilih elemen tersebut atau tidak memilihnya.
- Kita akan menelusuri semua kemungkinan pilihan.
- Jika jumlahan dari elemen-elemen yang dipilih sama dengan K , maka terdapat solusi.
- Hal ini dapat dengan mudah diimplementasikan secara rekursif.

Mari kita analisa solusi tersebut. Terdapat 2^N kemungkinan pilih-tidak pilih, sehingga kompleksitas solusi adalah $O(2^N)$. Nilai 2^N tumbuh dengan sangat cepat, sehingga solusi ini hanya dapat menyelesaikan soal tersebut jika N kecil.

Tautan Pendalaman Materi:

- Materi Brute-Force TLX Training Gate

Soal Latihan

OSN 2007: Permutasi Ekspresi

bla

OSN 2012: Kontes Menari

bla

Greedy

merupakan sebuah teknik dalam strategi penyelesaian masalah. Suatu persoalan dapat diselesaikan dengan teknik Greedy jika persoalan tersebut memiliki properti berikut:

- Solusi optimal dari persoalan dapat ditentukan dari solusi optimal sub-persoalan tersebut.
- Pada setiap sub-persoalan, ada suatu langkah yang bisa dilakukan yang mana langkah tersebut menghasilkan solusi optimal pada sub-persoalan tersebut. Langkah ini disebut juga Greedy Choice.

Contoh soal:

Diberikan N buah aktivitas.

- Aktivitas ke- i dinyatakan dalam $\langle a_i.start, a_i.end \rangle$.
- Artinya, aktivitas ini dimulai pada waktu $a_i.start$ dan berakhir pada waktu $a_i.end$.
- Pada setiap satuan waktu, Anda dapat mengikuti paling banyak satu aktivitas.
- Anda ingin mengatur jadwal sedemikian sehingga Anda bisa ikut aktivitas sebanyak mungkin.
Contoh : aktifitas = $\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 5, 7 \rangle, \langle 8, 9 \rangle$
Jawaban : $\langle 1, 3 \rangle, \langle 5, 7 \rangle, \langle 8, 9 \rangle$

Untuk menyelesaikan soal tersebut, kita lihat apakah soal tersebut dapat dijadikan subsoal yang lebih kecil:

- Misalkan kegiatan pertama yang kita ikuti adalah kegiatan ke- x .
- Kegiatan selanjutnya yang diikuti haruslah memiliki waktu awal $\geq a_x.end$.
- Lebih jauh lagi, ternyata kita mendapat persoalan yang serupa, hanya saja ukurannya lebih kecil.
- Dengan kata lain, kita memperoleh sub-persoalan.

Untuk setiap sub-persoalan, kita harus memilih sebuah Greedy Choice. Pada soal ini, setidaknya terdapat 3 Greedy choice:

- Memilih aktivitas dengan waktu mulai paling awal.
pilihan ini tidak tepat, karena bisa jadi ada aktivitas yang mulai lebih awal, tetapi memiliki durasi yang sangat panjang sehingga menyita waktu.
- Memilih aktivitas dengan durasi paling singkat.
pilihan ini juga tidak tepat. Bisa jadi aktivitas dengan durasi paling singkat ini memotong dua aktivitas lain yang sebenarnya dapat kita ikuti.
- Memilih aktivitas dengan waktu akhir paling awal.
Dengan memilih aktivitas yang selesai lebih awal, kita mempunyai sisa waktu lebih banyak untuk aktivitas lainnya.

Tautan Pendalaman Materi:

- Materi Greedy TLX Training Gate

Soal Latihan

TLX: Rak Buku

bla

Dynamic Programming

Dynamic Programming (DP) merupakan sebuah teknik dalam strategi penyelesaian masalah. Seperti Greedy, suatu persoalan dapat diselesaikan dengan teknik DP jika solusi optimal dari persoalan dapat ditentukan dari solusi optimal sub-persoalan tersebut. Perbedaannya, pada DP, sub-persoalan tersebut muncul berkali-kali di mana kita menyimpan solusi optimal dari sub-persoalan tersebut dalam tabel. Untuk menguasai DP, dibutuhkan banyak latihan soal. DP hampir selalu muncul dalam OSN (Silahkan lihat contoh-contoh soal) dan sangat direkomendasikan untuk Anda menguasai topik ini.

Contoh soal:

- Diberikan M jenis koin, masing-masing jenis bernilai a_1, a_2, \dots, a_M rupiah.
- Asumsikan terdapat tak hingga koin untuk setiap nominal koin yang ada.

- Tentukan berapa banyaknya minimum koin untuk membayar sebesar N rupiah!

Contoh 1 : $M = [1, 6, 10]$, $N = 12$

Jawaban 1 : 2 (6 + 6)

Soal tersebut adalah soal DP klasik “Coin Change”. Mari perhatikan properti berikut:

- Untuk membayar N rupiah, kita dapat memilih salah satu koin terlebih dahulu.
- Jika nilai koin itu adalah a_k , maka sisa uang yang perlu kita bayar adalah $N - a_k$.
- Perhatikan bahwa penukaran $N - a_k$ merupakan suatu sub-persoalan yang serupa dengan persoalan awalnya. Artinya, cara yang sama untuk menyelesaikan sub-persoalan dapat digunakan.

Bagaimana menyelesaikan soal tersebut secara DP?

- Definisikan sebuah fungsi $f(x)$ sebagai banyaknya koin minimum yang dibutuhkan untuk membayar x rupiah.
- Kita dapat mencoba-coba koin yang ingin kita gunakan.
- Jika suatu koin a_k digunakan, maka kita membutuhkan $f(x - a_k)$ koin ditambah satu koin a_k .
- Atau dapat ditulis $f(x) = f(x - a_k) + 1$
- Pencarian nilai $f(x - a_k)$ dilakukan secara rekursif, kita kembali mencoba-coba koin yang ingin digunakan.
- Fungsi $f(x)$ ini akan dikunjungi berkali-kali! Sehingga nilai $f(x)$ perlu kita simpan dalam tabel.

Ini adalah salah satu contoh permasalahan DP klasik. Untuk contoh-contoh klasik lainnya, bisa dilihat di Materi Contoh DP Klasik TLX Training Gate berikut.

Tautan Pendalaman Materi:

- Materi Perkenalan DP TLX Training Gate
- Materi Studi Kasus DP TLX Training Gate

Soal Latihan

TLX: Perkalian Matriks Bebek

bla

TLX: Palindrom

bla

TLX: Knapsack

bla

TLX: Penukaran Emas

bla

OSN 2008: Memasang Lantai

bla

OSN 2009: Sepatu

bla

OSN 2010: Waterfall

bla

OSN 2013: Cuti Liburan

bla

OSN 2014: Pelontar Bebek

bla

OSN 2015: Menyiram Sawah

bla

Struktur Data Linear

Struktur data linear adalah struktur data yang dibangun pada array. Dalam OSN, terdapat 2 struktur data linear yang masuk dalam kurikulum:

Queue

Queue adalah struktur data dimana kita dapat memasukkan elemen, dan mengeluarkan elemen sesuai dengan urutan masuknya. Pada Queue, elemen yang pertama dikeluarkan adalah elemen yang pertama kali masuk, mirip seperti antrian dalam dunia nyata.

Stack

Pada Stack, kita dapat memasukkan elemen dan mengeluarkan elemen yang terakhir kali dimasukkan.

Contoh soal:

Anda diberikan sebuah string yang terdiri dari kurung “(”, “)”, dan kurung siku “[”, “]”. Tentukan apakah string tersebut merupakan barisan kurung yang valid. Barisan kurung yang valid adalah setiap kurung buka memiliki pasangan kurung tutup dengan urutan yang benar.

Contoh 1 : "([])"

Jawaban 1 : VALID

Contoh 2 : "([)]"

Jawaban 2 : TIDAK VALID

Contoh 3 : "(()) [] []"

Jawaban 3 : VALID

Contoh 4 : "]"["

Jawaban 4 : TIDAK VALID

Kita dapat memanfaatkan struktur data Stack. Siapkanlah sebuah stack kosong. Lakukan perulangan terhadap string S. Setiap kali kita menemukan kurung buka “(” ataupun “[”, masukkan ke dalam stack. Setiap kali kita menemukan kurung tutup, lihat elemen teratas pada stack dan pastikan pasangan kurungnya tepat.

Tautan Pendalaman Materi:

- Materi Struktur Data Dasar TLX Training Gate

Soal Latihan

OSN 2013: Lipat Kertas

bla

Pembahasan Soal Latihan

Aritmetika dan aturan berhitung

TLX: Faktorisasi Prima

Cari seluruh faktor prima dari masukan. Kemudian cetak sesuai keinginan.

TLX: Penjumlahan Pecahan

Jawaban adalah dalam bentuk E/F di mana $E = \frac{A \times D + B \times C}{\gcd(C, D)}$ dan $F = \frac{C \times D}{\gcd(C, D)}$

TLX: Prima ke-K

Anda dapat melakukan perulangan dari 1,2,3, dan seterusnya. Pada setiap bilangan, cek apakah bilangan tersebut adalah bilangan prima. Namun, solusi tersebut tidak efisien, mengingat Anda harus mencari bilangan prima ke-K pada banyak nilai K berbeda! Gunakan Sieve of Erathosthenes untuk menghasilkan 77.777 bilangan prima pertama. Kemudian cetak sesuai masukan.

TLX: Pasar Rakyat

Hitung KPK dari seluruh nilai D_i

OSN 2006: Faktorial

Menghitung nilai asli dari $N!$ tidak memungkinkan karena terlalu besar. Namun, kita cukup mencari banyaknya faktor 2 dan 5 dari $N!$, karena $2 \times 5 = 10$ (menghasilkan digit 0)

Codeforces: Random Teams

Untuk pasangan teman minimum, distribusikan tim dengan semerata mungkin. Untuk pasangan teman maksimum, distribusikan tim dengan anggota 1 untuk $m-1$ tim, dan sisanya di tim terakhir. Banyaknya pasangan teman dari suatu tim dengan anggota X orang adalah kombinasi 2 dari X .

Pengurutan dan Pencarian

OSN 2009: Paduan Suara

Lakukan pengurutan terhadap tinggi suara bebek-bebek. Jika terdapat N bebek dan kita ingin bagi dalam K kelompok, maka tiap kelompok minimal terdiri dari $A = \lfloor \frac{N}{K} \rfloor$ anggota. Dari data yang sudah terurut, kita hanya perlu mencari elemen dengan index $A, 2A, 3A, \dots, (K-1)A$

OSN 2015: Pertahanan Yogya

Kita tentukan nilai Z_i , yang artinya banyaknya kemampuan tambahan yang diperlukan sebelum kita bisa mengalahkan musuh ke- i . Nilai ini bisa dicari dengan menggunakan binary search. Setelah itu, urutkan musuh-musuh berdasarkan nilai Z_i mereka. Setelah itu, cukup lakukan simulasi untuk menentukan jawaban.

Brute Force

OSN 2007: Permutasi Ekspresi

Lakukan simulasi, cari semua permutasi ekspresi yang valid. Karena masukan paling besar adalah 13 digit), maka ada 12 tempat di mana kita dapat menyelipkan operator '+', '-', atau tanpa operator. Sehingga total semua cara yang valid hanyalah 3^{12} . Untuk mengecek hasil ekspresi yang unik, cukup simpan seluruh hasil di array dan lakukan pengurutan.

OSN 2012: Kontes Menari

Karena nilai N hanya 10, kita bisa coba lakukan brute-force di semua permutasi. Untuk setiap permutasi, simulasikan seluruh gerakan untuk mendapatkan total nilai keindahan, dan simpan pada array. Perhitungan kemungkinan rangkaian gerakan yang dapat memukau setiap juri dilakukan dengan melakukan pencarian pada array tersebut.

Greedy

TLX: Rak Buku

Lakukan Greedy Choice dengan memilih bebek yang paling tinggi terlebih dahulu

Dynamic Programming

TLX: Perkalian Matriks Bebek

Ini adalah DP klasik “Matrix Chain Multiplication”. Silahkan gunakan soal ini untuk berlatih implementasi DP.

TLX: Palindrom

Carilah “Longest Common Subsequence” dari string S dan reverse(S). “Longest Common Subsequence” sendiri adalah salah satu DP klasik.

TLX: Knapsack

Ini adalah DP klasik “Knapsack”. Silahkan gunakan soal ini untuk berlatih implementasi DP.

TLX: Penukaran Emas

Operasi penukaran emas dapat dituliskan dalam formula rekursif
$$f(x) = \max(x, f(\lfloor \frac{x}{2} \rfloor) + f(\lfloor \frac{x}{3} \rfloor) + f(\lfloor \frac{x}{4} \rfloor))$$
. Anda bisa gunakan memoisasi pada formula rekursif tersebut.

OSN 2008: Memasang Lantai

Cari formula rekursifnya, lalu lakukan memoisasi. Petunjuk, mirip dengan deret fibonacci.

OSN 2009: Sepatu

Coba urutkan dulu ukuran kaki bebek dan ukuran sepatu yang ada. Cobalah definisikan fungsi $f(x,y)$ yang berarti solusi optimal jika saat ini kita sudah memroses x bebek pertama dan y sepatu pertama. Catatan, soal ini juga dapat diselesaikan dengan teknik Greedy!

OSN 2010: Waterfall

Coba definisikan fungsi $f(x,y)$ yang artinya adalah berapa banyak tabrakan terjadi jika air muncul dari titik (x,y)

OSN 2013: Cuti Liburan

Anggaplah $f(i,j,k)$ berarti total daya maksimal jika kita memiliki pilihan baju dari nomor 1 sampai i , kapasitas koper sebanyak j , dan sudah ada k warna berbeda dalam koper. Permasalahannya adalah, saat kita mencoba suatu baju ke- i sebagai solusi, kita tidak tahu apakah warna baju ke- i sudah ada sebelumnya. Untuk menangani ini, kita dapat mengurutkan baju-baju tersebut sesuai warnanya, sehingga baju dengan warna yang sama akan selalu bersebelahan. Selanjutnya tambahkan 1 buah state pada DP tersebut yang menyatakan apakah baju dengan warna yang sama dengan baju ke- i sudah pernah dibawa atau belum. Bentuk akhir DP ini menjadi $f(i,j,k,z)$ dengan $z = 0$ jika baju dengan warna yang sama dengan baju ke- i belum pernah dibawa, atau 1 jika sebaliknya.

OSN 2014: Pelontar Bebek

Perhatikan sudut maksimal hanyalah 1800, sehingga meskipun ada 100000 pilihan roda gigi yang tersedia, namun hanya akan ada maksimal 1800 pilihan roda gigi dengan sudut berbeda. Untuk setiap sudut, pilihlah roda gigi dengan kecepatan maksimal. Setelah itu, cukup lakukan DP untuk mendapatkan nilai $f(i,j)$ yang berarti nilai kecepatan maksimum yang didapat jika kita memiliki pilihan roda gigi dari nomor 1 sampai nomor i , dan sudut yang dicapai adalah j . Setelah itu, cukup lakukan Brute Force untuk mendapatkan jarak tembak masing-masing sudut, dan carilah yang terjauh.

OSN 2015: Menyiram Sawah

Pertama-tama, kita buat matriks baru D dengan nilai $D[i,j] = 1$ jika petak pada baris i dan kolom j adalah petak dominan, dan 0 jika sebaliknya. Untuk persoalan ini, kita akan memerlukan 6 varian dari matriks tersebut:

1. Petak yang dominan terhadap keempat tetangganya.
2. Petak yang dominan terhadap seluruh tetangga kecuali petak di atasnya.
3. Petak yang dominan terhadap seluruh tetangga kecuali petak di kirinya.
4. Petak yang dominan terhadap seluruh tetangga kecuali petak di bawahnya.
5. Petak yang dominan terhadap seluruh tetangga kecuali petak di kanannya.
6. Petak yang dominan terhadap tetangga di kiri dan kanannya.

Untuk masing-masing matriks, lakukan DP “Prefix sum 2D”. Dengan 6 tabel DP berbeda, anda bisa menjawab setiap query dengan

kompleksitas $O(1)$. Detilnya diserahkan kepada Anda untuk latihan.

Struktur Data Linear

OSN 2013: Lipat Kertas

Sebuah lekukan dapat direpresentasikan sebagai interval dengan ujung-ujungnya adalah posisi kedua sisi warna pada tumpukan dalam lipatan kertas tersebut. Sebagai contoh lekukan ke-1 (sisi warna 1 dan sisi warna 2) memiliki representasi interval $[1,8]$, dan lekukan ke-2 (sisi warna 2 dan sisi warna 3) memiliki representasi interval $[8,5]$ atau $[5,8]$. Dengan begitu, persoalan ini dapat direpresentasikan sebagai soal “bracket matching”, atau pencocokan tanda kurung, persis dengan contoh soal di bab ini.