
2019 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛

承 诺 书

我们仔细阅读了《全国大学生数学建模竞赛章程》和《全国大学生数学建模竞赛参赛规则》（2019 年修订稿，以下简称为“竞赛章程和参赛规则”，可从全国大学生数学建模竞赛网站下载）。

我们完全清楚，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式，包括电话、电子邮件、“贴吧”、QQ 群、微信群等，与队外的任何人（包括指导教师）交流、讨论与赛题有关的问题；无论主动参与讨论还是被动接收讨论信息都是严重违反竞赛纪律的行为。

我们完全清楚，抄袭别人的成果是违反竞赛章程和参赛规则的行为；如果引用别人的成果或资料（包括网上资料），必须按照规定的参考文献的表述方式列出，并在正文引用处予以标注。

我们以中国大学生名誉和诚信郑重承诺，严格遵守竞赛章程和参赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛章程和参赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权全国大学生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号（从 A/B/C/D/E 中选择一项填写）：

我们的报名参赛队号（12 位数字全国统一编号）：

参赛学校（完整的学校全称，不含院系名）：_____新疆大学

参赛队员（打印并签名）：1._____李玉凤

2._____徐姣

3._____杨公政

指导教师或指导教师组负责人（打印并签名）：

（指导教师签名意味着对参赛队的行为和论文的真实性负责）

日期：2020_____年__8

月__7日

2019 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评 阅 人						
备 注						

送全国评阅统一编号（赛区组委会填写）：

摘要:

目的 针对新型冠状病毒肺炎(coronavirus disease 2019,COVID-19)感染进行数学建模,预测疫情的发展趋势,采用 SIR 模型和 Logistic 函数模型函数模型来进行非线性回归进行数学建模,收集自 2020 年 7 月 15 日至 2020 年 8 月 4 日新疆乌鲁木齐市当前感染人数、治愈人数和死亡人数的数据,对模型进行参数估计;并针对模型中不同参数的变化,预测疾病未来发展趋.

新冠模型的建立

7月15日-8月4日乌鲁木齐新冠肺炎的基础数据

乌鲁木齐疫情数据									
日期	新增确诊	无症状转确诊	实际新增	累计确诊	出院	新增无症状	累计无症状	出院	累计医学观察
7月15日	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7月16日	1	0	1	1	0	3	3	0	0
7月17日	5	0	5	6	0	8	11	0	135
7月18日	11	0	11	17	0	12	23	0	269
7月19日	13	0	13	30	0	18	41	0	2705
7月20日	17	0	17	47	0	9	50	0	3016
7月21日	8	0	8	55	0	5	55	0	3119
7月22日	9	0	9	64	0	14	69	0	3162
7月23日	18	16	2	82	0	24	77	0	3284
7月24日	13	11	2	95	0	19	85	0	3346
7月25日	20	9	11	115	0	38	114	0	7170
7月26日	22	5	17	137	0	38	147	0	7184
7月27日	41	15	26	178	0	38	170	0	8795
7月28日	57	18	39	235	0	13	165	0	8809
7月29日	89	43	46	322	2	15	133	4	9121
7月30日	96	8	88	414	4	18	143	0	12313
7月31日	31	0	31	544	7	8	107	7	14540
8月1日	29	0	29	565	7	9	110	6	14640
8月2日	28	0	28	586	7	8	114	4	14939
8月3日	28	0	28	602	12	9	112	11	15213
8月4日	22	0	22	614	10	13	120	5	16318

模型一：

参数说明与假设

- 1、经政策封城，可以认为该城市无流出和流入人口，人数固定为 N
- 2、当首例新冠病毒确诊时，未知潜在感染源人准确人数

3、假设每天有 μ_1 的概率(当日感染率)易感者会成为感染者，则当日新增病人为 $\mu_1 * S(t)$.

4、在单位时间内一个病人能接触到的人数为定量，记作传染率 k_0 ，并将接触到的人中的健康人传染成病人

5、初始时刻的病人数为 i_0

6、病人的医完率为 k_2 ;

7. $S(t)$ 是指没有感染的人数

8.免疫人群，记作 $r(t)$

病人的变化不仅由于易感人被传染而增加，也因病人被医好和亡故而减少。传染率为 k_0 ，医完率为 k_2 。这样，病人的增加率也等于传染率减去医完率。但医完的病人由于免疫或亡故不再具有被传染的可能性，就不能回到易感人群。所以，在 SIR 的系统里，除了患病人群和易感人群，还有一个免疫人群，记作 $r(t)$ 。

模型分析：一个人传染率是 k_0 ，确诊人数假设为 $i(t)$ ，那么传染率增加 $i(t)$ 倍，即 $k_0 * i(t)$ ，那么理论新增患者=传染率*未感染人数，
则理论新增患者-免疫人群=实际的新增患者

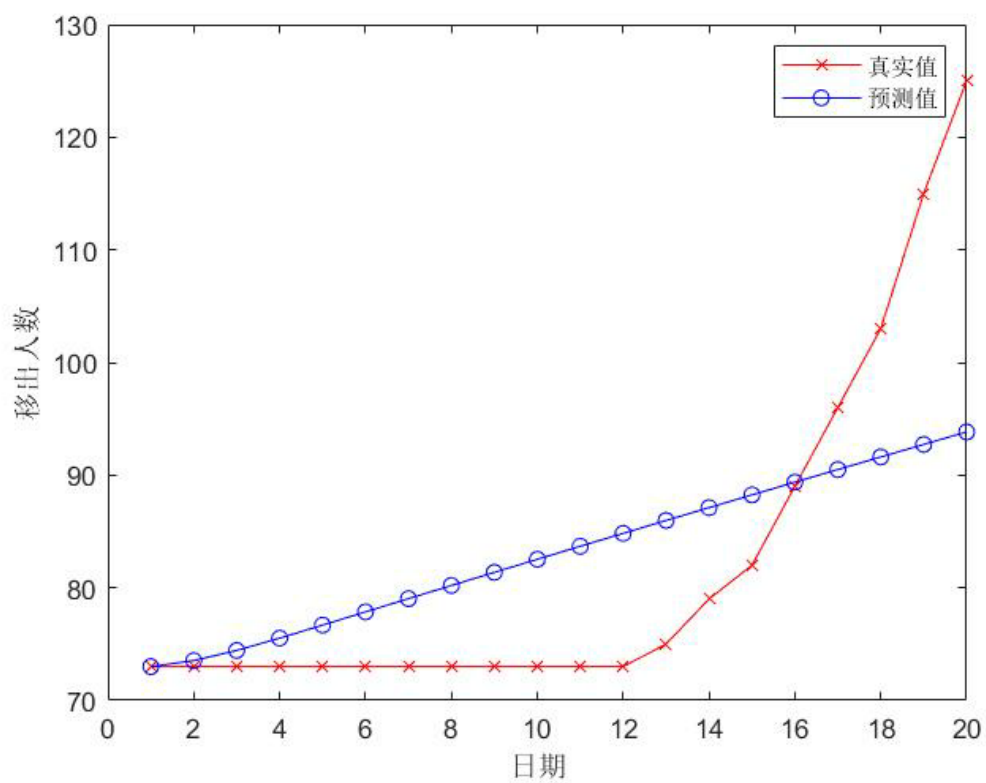
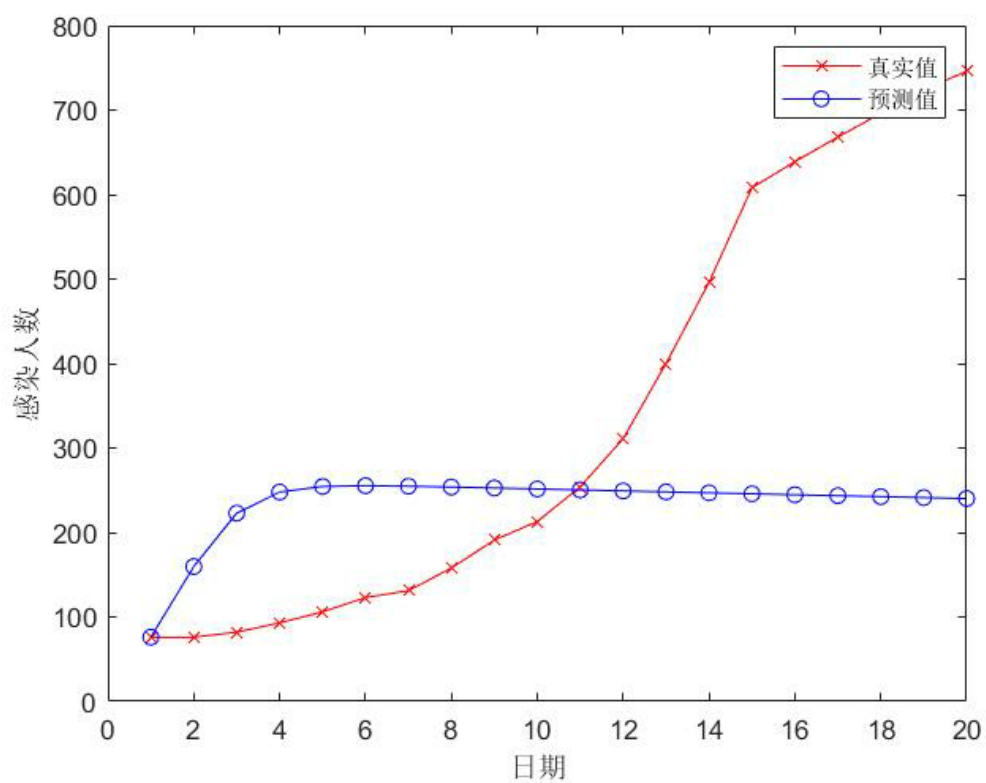
$$\begin{cases} \frac{di(t)}{dt} = k_0 s(t) i(t) - \frac{dr(t)}{dt}, & i(0) = i_0, \\ \frac{dr(t)}{dt} = k_2 i(t), & r(0) = 0, \\ \frac{ds(t)}{dt} = -k_0 s(t) i(t), & s(0) = N - i_0. \end{cases}$$

由于 $s(t)+i(t)+r(t)=N$ ，上面的方程组可化为

$$\begin{cases} \frac{di(t)}{dt} = [k_0 s(t) - k_2] i(t), & i(0) = i_0, \\ \frac{ds(t)}{dt} = -k_0 s(t) i(t), & s(0) = N - i_0. \end{cases}$$

文献【6】

通过拟合求解得：



图形源代码见附页 1

由图像我们可以看出，预测效果不理想，则使用模型二来进行预测

模型二：

参数说明与假设

我们利用 Logistic 函数模型函数模型来进行非线性回归[9]

1. 疫区封闭，即总人数为 N
2. 初始时刻的病人数为 i_0
3. 在单位时间内一个病人能接触到的人数为定量，记作 k_0 ，称为接触率，并将接触到的人中的健康人传染成病人

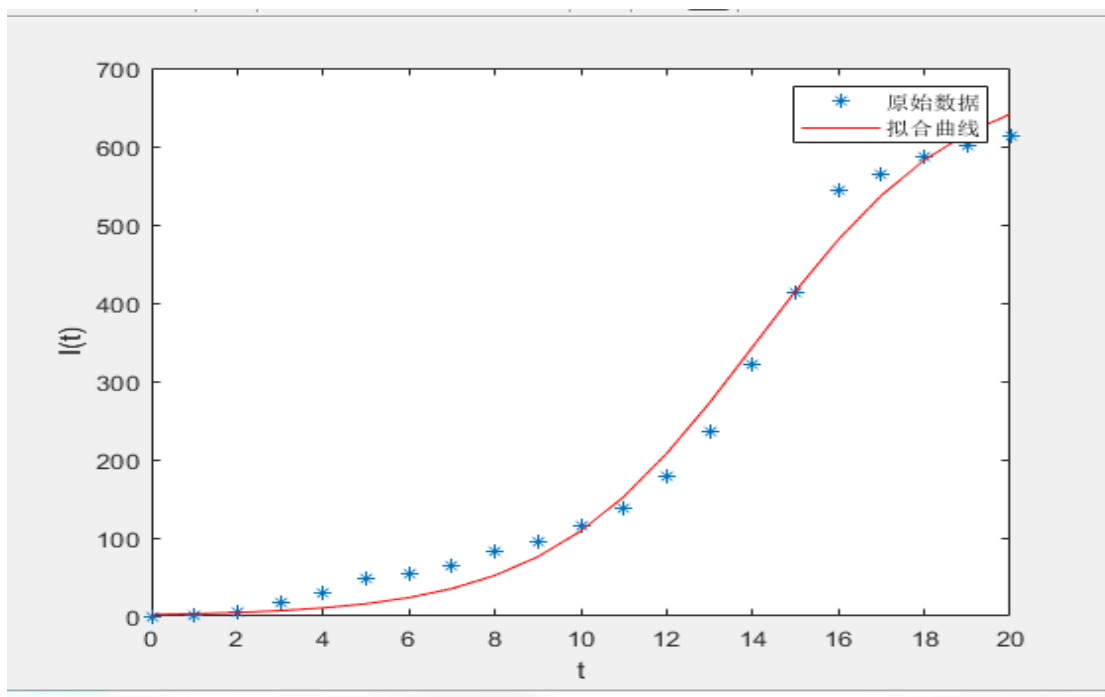
模型分析：

$$\begin{cases} \frac{di(t)}{dt} = k_0 \left(1 - \frac{i(t)}{N} \right) i(t), \\ i(0) = i_0. \end{cases}$$

分离变量后化简为：

$$i(t) = \frac{N}{1 + \left(\frac{N - i_0}{i_0} \right) e^{-k_0 t}}.$$

文献[7]



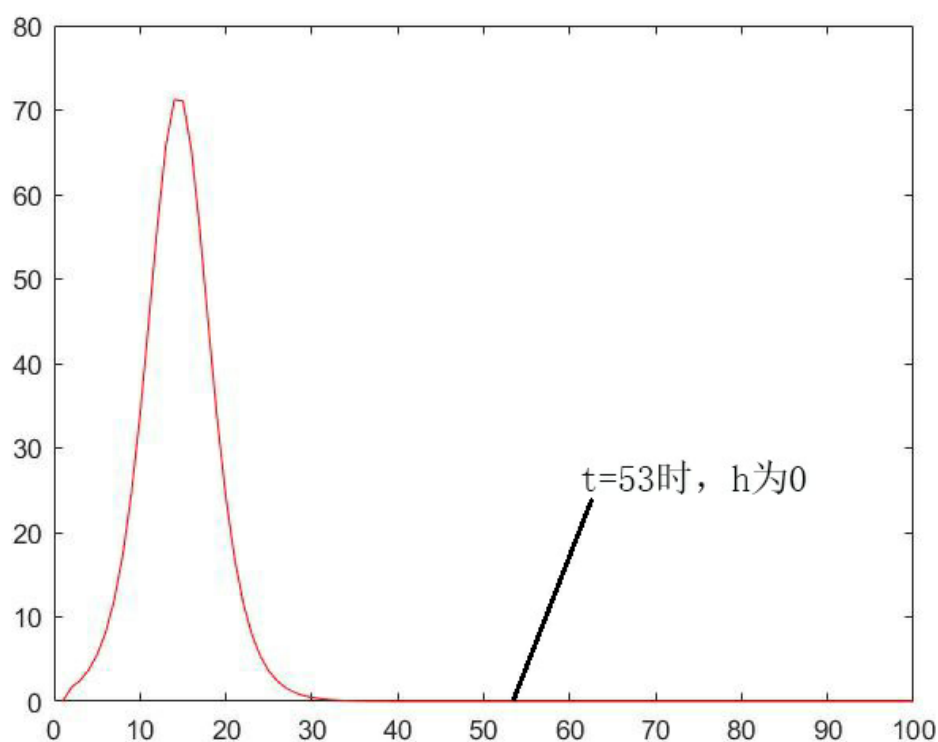
图像代码见附页 2

问题 1: 建立新型冠状病毒肺炎传播的数学模型，使用乌鲁木齐市 7 月 15 日-8 月 4 日疫情数据评价所建立模型的合理性和实用性。

解答：我们先后使用了模型一和模型二来进行拟合预测，通过图像我们可以看出模型一的预测失常，而我们使用的模型二它的预测结果更合理一些，且模型二是 Logistic 函数模型，系统刻画的简化了的传染病数学模型。

问题 2: 运用所建立数学模型分析预判 8 月 4 日之后的疫情动态趋势，预测“病例零新增”的日期，以及医院医院收治的所有确诊病例“清零”日期。

解答：运用模型二，我们进行了疫情的动态趋势，预测“病例零新增”的日期为 53 天后，即 9 月 5 号清零



图形代码附页 3

问题 3:梳理乌鲁木齐市卫生部门采取的措施及时点日期,对于卫生部门所采取的措施做出定量分析和评论,如:提前或延后 5 天采取严格的隔离措施,对疫情传播所造成的影响做出估计。

解答:

采取措施:

7 月 17 号	新疆昌吉公交暂停营运
7 月 18 号	乌鲁木齐全市免费核酸检测
7 月 20 日	乌鲁木齐为差旅人员提供免费食宿
7 月 21 日	乌鲁木齐公交地铁停运

分析拟合累计确诊病例

$$I=695.65/(1+(695.65/2.104-1)*\exp(-0.415t))$$

(1)

$$I'(t)=(35153*\exp(-0.415.*t))./(1+329*\exp(-0.415*t)).$$

(2)

表示 t 时刻累积确诊病人的变化率。

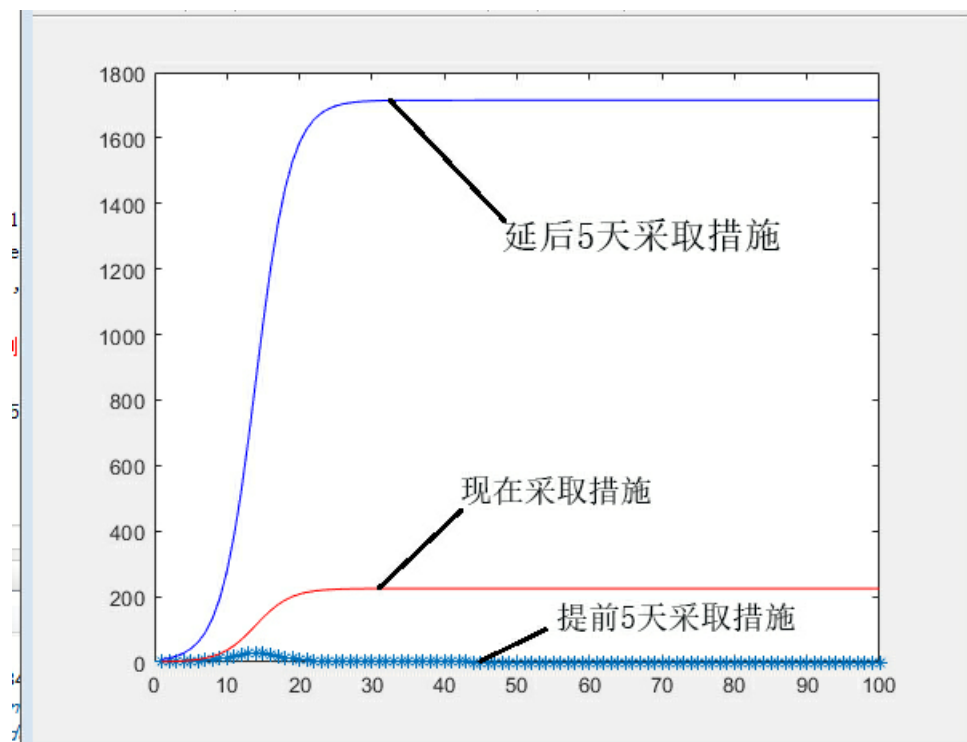
根据公式(2)可计算出: $H(0)=0.3228$,

可知初始时刻累积确诊病例变化率 0.3228,

延迟 5 天: $H(5)=2.4658$, 是原来的 7.639 倍

提前 5 天: $H'(-5)=0.0407$, 是原来的 0.013 倍

重新估计累积确诊病例, 分别做出结果延迟和提前 5 天后累积确诊病
曲线图与原始数据的比较见下图:



源代码见附页 4

评论: 综上可得知乌鲁木齐市卫生部门采取了有效措施, 使得乌鲁木齐的疫情得到了有效的防控。

问题 4: 说明建立传染病数学模型的重要性，特别是怎样建立一个真正能够预测以及能为预防和控制提供可靠，足够的信息模型，这样做的困难在哪里？

解答：

建立传染病数学模型的重要性：

数学模型是通过大量的实际数据，根据已有的数学知识建立，可以很好的体现数据变化，所以，建立一个传染病数学模型是非常重要的，利用传染病数学模型还可以对未来的疫情进行预测，进而可以未雨绸缪，更好的控制疫情。

建立模型时一定要数据真实精准，数据量充足，多做几个模型，并将其进行对比，选出最优模型进行预测。

这样做的困难有：

1. 当数据量较小或者不完整时，无法精准预测
2. 模型预测会有一定风险，不可避免。
3. 不定因素较多

附页 1：

%该部分用于计算移出率 b (即 k_2)

load data3

for n = 1:length(r)-1

$r0(n) = (r(n+1) - r(n))./i(n);$

end

$b = \text{mean}(r0)$

%b 取 data3 数据结果为 0.0046

main.m

%用最小二乘法估计 $s(t)$ 初值和感染系数 a (即 k_0)

```

clc
clear
load data3.mat
b=0.0046; % 由 Nmub 计算所得
%该部分用于计算 a 和 s 的初值 采用最小二乘法
s0 = 100:5:30000; % 估计 s 初值的取值范围
for n = 1:length(s0)
    s1 = s0(n) + i(1) - i(2) - r(2);
    m = (s0(n) - s1)./(s0(n).*i(1));
    t = 1:15;
    [T,Y] = ode45('sir',t,[s0(n),i(1),r(1),m,b]);
    for p = 1:15
        SE(p) = (Y(p,2) - i(p)).^2;
    end
    SEE(n) = sum(SE); %此时的残差平方和
end
[v,address] = min(SEE);
s = s0(address); %残差平方和最小的 s(t)初值
s1 = s + i(1) - i(2) - r(2);
m = (s - s1)./(s.*i(1)); %残差平方和最小的感染系数 a
tspan = 1:70;
[T,Y] = ode45('sir',tspan,[s,i(1),r(1),m,b]);
a=m*Y(1)
figure(1);
t = 1:length(i);
plot(t,i,'rx-');
hold on;
y = Y(1:length(i),2);
y = y';
plot(t,y,'bo-');
legend('真实值','预测值');
xlabel('日期');ylabel('感染人数');
figure(2);
R = Y(1:length(r),3);
R = R';
plot(t,r,'rx-');
hold on;
plot(t,R,'bo-');
legend('真实值','预测值');
xlabel('日期');ylabel('移出人数');
save finaldat

sir.m

```

```

function [ y ] = sir(t,x)
%描述 sir 模型的微分方程
%数组 x 前三个值分别为 s i r 初值，后两个值存储感染系数 a 恢复系数 b
y=[-x(4)*x(1)*x(2),x(4)*x(1)*x(2)-x(5)*x(2),x(5)*x(2),0,0]; %s 增长率， i 增长率， r 增长率
end

```

forecast.m

```

%用最小二乘法估计 s(t)初值和感染系数 a (即 k0)

```

```

clc

```

```

clear

```

```

load data3.mat

```

```

b=0.0046; % 由 Nmub 计算所得

```

```

%该部分用于计算 a 和 s 的初值 采用最小二乘法

```

```

s0 = 1500:10:30000; % 估计 s 初值的取值范围

```

```

for n = 1:length(s0)

```

```

    s1 = s0(n) + i(1) - i(2) - r(2);

```

```

    a = (s0(n) - s1)./(s0(n).*i(1));

```

```

    t = 1:8;

```

```

    [T,Y] = ode45('sir',t,[s0(n),i(1),r(1),a,b]);

```

```

    for p = 1:8

```

```

        SE(p) = (Y(p,2) - i(p)).^2;

```

```

    end

```

```

    SEE(n) = sum(SE); %此时的残差平方和

```

```

end

```

```

[v,address] = min(SEE);

```

```

s = s0(address); %残差平方和最小的 s(t)初值

```

```

s1 = s + i(1) - i(2) - r(2);

```

```

a = (s - s1)./(s.*i(1)); %残差平方和最小的感染系数 a

```

```

tspan = 1:30;

```

```

[T,Y] = ode45('sir',tspan,[s,i(1),r(1),a,b]);

```

```

%a 变为原来 1/2

```

```

a = a/2;

```

```

tspan = 1:30;

```

```

[T1,Y1] = ode45('sir',tspan,[s,i(1),r(1),a,b]);

```

```

%a 变为原来 2 倍

```

```

a = a*4;

```

```

tspan = 1:30;

```

```

[T2,Y2] = ode45('sir',tspan,[s,i(1),r(1),a,b]);

```

```

figure(1);

```

```

t = 1:25;

```

```

y = Y(1:25,2);
y = y';
plot(t,y,'bo-');
hold on;

y1 = Y1(1:25,2);
y1 = y1';
plot(t,y1,'rx-');

y2 = Y2(1:25,2);
y2 = y2';
plot(t,y2,'yx-');

legend('原感染率','原感染率/2','原感染率*2');
xlabel('日期');ylabel('感染人数');
title('不同感染率下 25 天内疫情趋势预测')

```

附页 2##拟合图像（预测）

```

t=0:1:20;
l=[0 1 6 17 30 47 55 64 82 95 115 137 178 235 322 414 544 565 586 602 614];
func=inline('a(1)./(1+(a(1)/a(2)-1)*exp(-a(3).*t))','a','t');
b=[200 0.34446 2.3874];
a=lsqcurvefit(func,b,t,x);
vpa(a,10)
l1=func(a,t);
['l' l1]
N=a(1);
i0=a(2);
k0=a(3);
plot(t,l,'*',t,l1,'r-')
xlabel('t');ylabel('l(t)')
legend('原始数据','拟合曲线')

```

附页 3

##函数一阶导，当倒数为零时不再新增患病人数

```


t=1:1:100;
l=695.65./(1+(695.65/2.104-1)*exp(-0.415.*t));
h=diff(l);
h=[0,h]
plot(t,h,'r-')

```


附页 4

```
##问题 3，提前 5 天延后 5 天
t=1:1:100;
I=695.65./(1+(695.65/2.104-1)*exp(-0.415.*t));
m2=7.639*I;
m3=0.013*I;
plot(t,I,'*',t,m2,'r-',t,m3,'b')
```

参考文献:


1.基于 SIR 模型的疫情预测作者尘沉尘 

https://blog.csdn.net/cheng_cheng_cheng/article/details/105317181

2.传染病传播模型作者 wmhsjtu 


<https://blog.csdn.net/wmhsjtu/article/details/104084414>

3.用 matlab 编写 SIR 模型对 SARS 期间疫情数据进行模拟 作者梧桐雪


 https://blog.csdn.net/weixin_41855010/article/details/104204412

4.司守奎《数学建模算法与应用》

用爬虫获取新冠疫情历史数据 作者：我就是这样的自己

 https://blog.csdn.net/weixin_42412973/article/details/107106286

5.用爬虫获取新冠疫情历史数据 作者：eAzure


 <https://zhuanlan.zhihu.com/p/154467602>

6. 

[https://x.cnki.net/trilalread/article/readonline?appid=crsp_basic_psmc&topic=&dbcode=cpfd&tablename=cpfd0914&filename=fxfx201008001143&filesourcetype=1&taskid=&from=readinghistory&devtype=&lid=weevrecwsljhsldtteyzvnbfa5jqvdsbvdhvbvmnhzkcnyvtm5bmfhkt0=\\$9a4hf_yauvq5obgvaqnkpcycejkensw4ggi8fm4gtkoukaid8j8gfw!!&token=weevrecwsljhsldtteyzvnbfa5jqvdsbvdhvbvmnhzkcnyvtm5bmfhkt0=\\$9a4hf_yauvq5obgvaqnkpcycejkensw4ggi8fm4gtkoukaid8j8gfw!](https://x.cnki.net/trilalread/article/readonline?appid=crsp_basic_psmc&topic=&dbcode=cpfd&tablename=cpfd0914&filename=fxfx201008001143&filesourcetype=1&taskid=&from=readinghistory&devtype=&lid=weevrecwsljhsldtteyzvnbfa5jqvdsbvdhvbvmnhzkcnyvtm5bmfhkt0=$9a4hf_yauvq5obgvaqnkpcycejkensw4ggi8fm4gtkoukaid8j8gfw!!&token=weevrecwsljhsldtteyzvnbfa5jqvdsbvdhvbvmnhzkcnyvtm5bmfhkt0=$9a4hf_yauvq5obgvaqnkpcycejkensw4ggi8fm4gtkoukaid8j8gfw!)

7. 

[https://x.cnki.net/trilalread/article/readonline?appid=crsp_basic_psmc&topic=&dbcode=cjfd&tablename=cjfdlast2020&filename=kxzz202002018&filesourcetype=1&taskid=&from=readinghistory&devtype=&lid=weevrecwsljhsldtteyzvnbfa5jqvdsbvdhvbvmnhzkcnyvtm5bmfhkt0=\\$9a4hf_yauvq5obgvaqnkpcycejkensw4ggi8fm4gtkoukaid8j8gfw!!&token=weevrecwsljhsldtteyzvnbfa5jqvdsbvdhvbvmnhzkcnyvtm5bmfhkt0=\\$9a4hf_yauvq5obgvaqnkpcycejkensw4ggi8fm4gtkoukaid8j8gfw!](https://x.cnki.net/trilalread/article/readonline?appid=crsp_basic_psmc&topic=&dbcode=cjfd&tablename=cjfdlast2020&filename=kxzz202002018&filesourcetype=1&taskid=&from=readinghistory&devtype=&lid=weevrecwsljhsldtteyzvnbfa5jqvdsbvdhvbvmnhzkcnyvtm5bmfhkt0=$9a4hf_yauvq5obgvaqnkpcycejkensw4ggi8fm4gtkoukaid8j8gfw!!&token=weevrecwsljhsldtteyzvnbfa5jqvdsbvdhvbvmnhzkcnyvtm5bmfhkt0=$9a4hf_yauvq5obgvaqnkpcycejkensw4ggi8fm4gtkoukaid8j8gfw!)

8.  https://blog.csdn.net/weixin_30877181/article/details/98307763
9. https://vhsagj.smartapps.cn/pages/lemma/lemma?lemmaTitle=logistic%E5%9B%9E%E5%BD%92&lemmaId=2981575&from=singlemessage&hostname=baiduboxapp&_swebfr=1