

Отчет по лабораторной работе №6

Модель эпидемии - вариант 53

Шаян Фаисал НФИбд-02-19

Содержание

1	Цель работы	4
1.1	Цель лабораторной работы	4
2	Задание	5
3	Выполнение лабораторной работы	6
3.1	Теоретические сведения	6
3.2	Задача	7
3.3	Код программы	8
3.4	Код программы	8
3.5	Результаты работы программы в случае $I(0) \leq I^*$	9
3.6	Результаты работы программы в случае $I(0) > I^*$	10
4	Выводы	11
	Список литературы	12

List of Figures

3.1	Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$	9
3.2	Графики численности в случае $I(0) > I^*$	10

1 Цель работы

1.1 Цель лабораторной работы

Изучаем простейшую модель эпидемии SIR . Для этого мы используем условия из варианты. После задаем начальные условия и коэффициенты в уравнение. Далее нам необходимо построить графики изменения численностей трех групп в двух случаях, которые были представлены в лабораторной работе.

2 Задание

1. Изучить теоритические сведения о простейшей модели эпидемии SIR .
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп для двух случаев используя начальные данные из варианта.
3. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в двух случаях: $I(0) \leq I^*$,
 $I(0) > I^*$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Сделаем предположением, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

3.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 6159$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 173$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 61$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в двух случаях: 1. $I(0) \leq I^*$ 2. $I(0) > I^*$

3.3 Код программы

```
model Project
  parameter Real a=0.18;
  parameter Real b=0.01;

  Real S(start=5925);
  Real I(start=173);
  Real R(start=61);

  equation
    der(S) = 0;
    der(I) = -b*I;
    der(R) = b*I;

    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=200, Tolerance=1e-
06, Interval=0.05));

end Project;
```

3.4 Код программы

```
model Project
  parameter Real a=0.18;
  parameter Real b=0.01;

  Real S(start=5925);
```



```

Real I(start=173);
Real R(start=61);

equation
  der(S) = -a*S;
  der(I) = a*S-b*I;
  der(R) = b*I;

annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=200, Tolerance=1e-
06,Interval=0.05));

end Project;

```

3.5 Результаты работы программы в случае $I(0) \leq I^*$

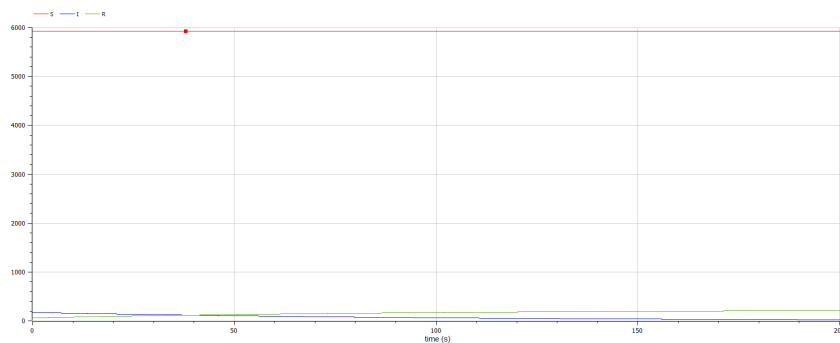


Figure 3.1: Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$

3.6 Результаты работы программы в случае $I(0) > I^*$

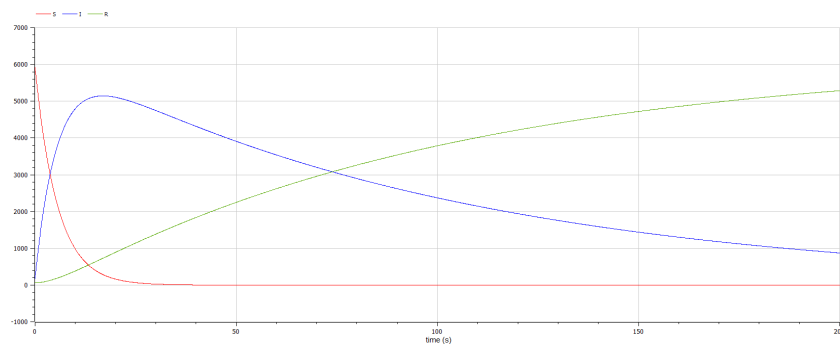


Figure 3.2: Графики численности в случае $I(0) > I^*$

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена простейшая модель эпидемии и построены графики для двух случаев: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$.

Список литературы

1. SIR models of epidemics
2. Конструирование эпидемиологических моделей