

# Модель гармонических колебаний.

## Лабораторная №4

---

Шаян Фаисал НФИбд-02-19<sup>1</sup>

1 марта, 2022, Москва, Россия

<sup>1</sup>Российский Университет Дружбы Народов

# Цели и задачи работы

---

## Цель лабораторной работы

Изучить уравнение гармонического осциллятора без затухания. Записать данное уравнение и построить фазовый портрет гармонических и свободных колебаний.

## Задание к лабораторной работе

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. После построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить решение и фазовый портрет.

## **Ход работы лабораторной:**

---

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0$$

При отсутствии потерь в системе (  $\gamma = 0$  ) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ x(\dot{t}_0) = y_0 \end{cases}$$



Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x = y \\ y = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

## Условие задачи

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

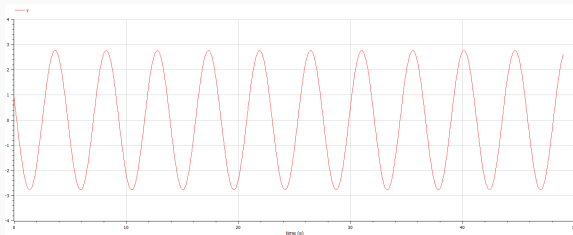
1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 21x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 2.2\dot{x} + 2.3x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы  $\ddot{x} + 2.4\dot{x} + 2.5x = 0.2 \sin 2.6t$

На интервале  $t \in [0; 49]$ , шаг 0.05,  $x_0 = 1.9$ ,  $y_0 = 0.9$

## Случай 1.

- Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 1.9x = 0$$

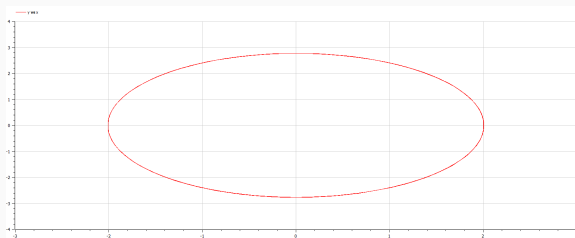


**Figure 1:** График решения для случая 1

## Случай 1.

- Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 1.9x = 0$$

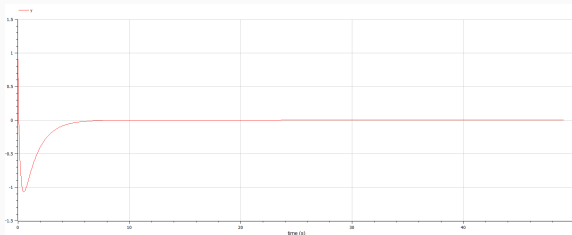


**Figure 2:** Фазовый портрет для случая 1

## Случай 2.

- Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 2.9\dot{x} + 3.9x = 0$$

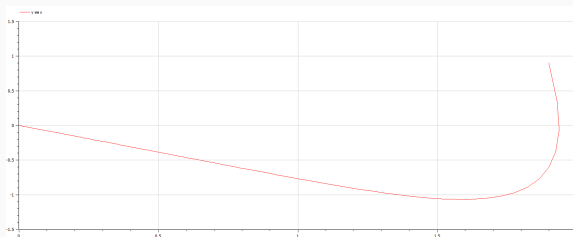


**Figure 3:** График решения для случая 2

## Случай 2.

- Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 2.9\dot{x} + 3.9x = 0$$

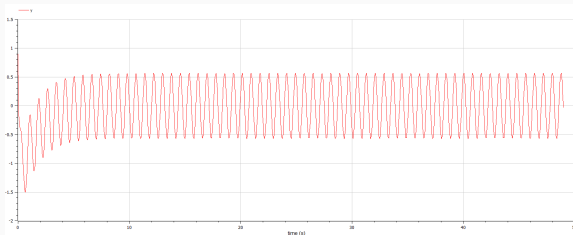


**Figure 4:** Фазовый портрет для случая 2

### Случай 3.

- Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 4.9\dot{x} + 5.9x = 6.9 \sin 7.9t$$



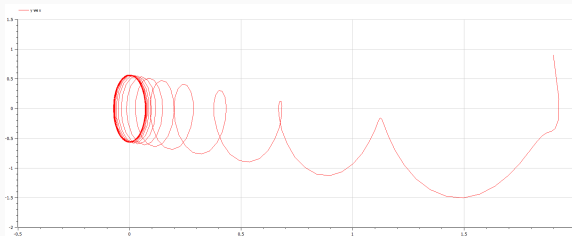
**Figure 5:** График решения для случая 3



### Случай 3.

- Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 4.9\dot{x} + 5.9x = 6.9 \sin 7.9t$$



**Figure 6:** Фазовый портрет для случая 3

## **Выводы по проделанной работе**

---

В ходе выполнения лабораторной работы мы построили решения уравнений гармонического осциллятора, а также фазовые портреты для трех случаев: 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы