

# Задача о погоне - вариант 53

---

Шаян Фаисал НФИбд-02-19<sup>1</sup>

14 февраля, 2022, Москва, Россия

<sup>1</sup>Российский Университет Дружбы Народов

# Цель работы

---

## Цель лабораторной работы

Дана задача: На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в  $n$  раз больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку. Нам необходимо разобраться в том, как решить эту задачу, написать код для решения диф.уравнений, которые лягут в основу решения, после чего необходимо будет смоделировать математическую модель, с помощью которой можно будет наглядно определить оптимальный путь береговой охраны.

## Задание к лабораторной работе

1. Теоретически выделить необходимые сведения из задачи и сопутствующих источников.
2. Вывести диф.уравнения для двух случаев ( когда скорость катера больше скорости лодки в  $n$  раз и наоборот).
3. Написать код программы.
4. Построить траектории движения.
5. Определить по графикам наиболее выгодный путь.

# **Процесс выполнения лабораторной работы**

---

## Теоретический материал :

- Для того, чтобы начать составлять уравнение необходимо определить важные параметры, а именно: место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения - будет приниматься за  $t_0 = 0$ ,  $X_0 = 0$  место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки - будет приниматься за  $X_0 = k$ .
- 3. Чтобы найти расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса ( $x$ ), необходимо составить простое уравнение: пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $x - k$  (или  $x + k$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{v}$  или  $\frac{x+k}{v}$  (для второго случая  $\frac{x-k}{v}$ ). Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся

Отсюда мы найдем два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев:

1.  $x_1 = \frac{k}{n+1}$ , при  $\theta = 0$

2.  $x_2 = \frac{k}{n-1}$ , при  $\theta = -\pi$

Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$ . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость  $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$ . Поскольку, радиальная скорость равна  $v$ , то тангенциальную скорость находим из уравнения  $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$ . Следовательно,  $v_r = v \sqrt{n^2 - 1}$ . Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$



Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1} \end{cases}$$

с начальными условиями

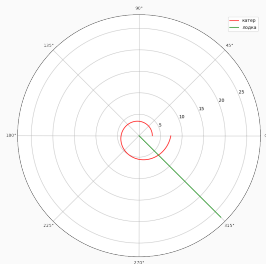
$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{k}{n+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{k}{n-1} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:  $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

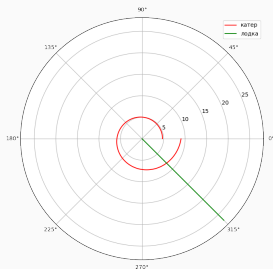
Уточним условия задачи: На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 17.6 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4.7 раза больше скорости браконьерской лодки



**Figure 1:** траектории для случая 1

точка пересечения катера и лодки

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 6.38 \end{cases}$$



**Figure 2:** траектории для случая 2

точка пересечения катера и лодки

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 8.05 \end{cases}$$

## **Выводы по проделанной работе**

---

Мы рассмотрели задачу о погоне катера за лодкой, научились применять ранее изученные дисциплины, написали код программы, который позволяет проанализировать смоделированные ситуации. Сделали вывод с помощью моделей.