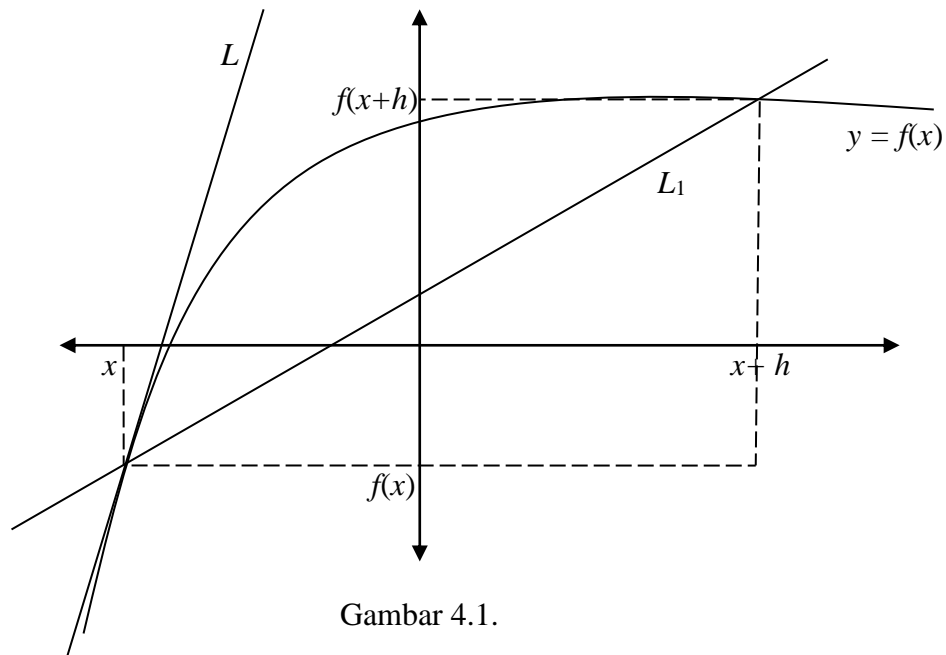


TURUNAN FUNGSI (Jemakmun)

1. Pengertian dan Sifat Turunan

Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas, garis L menyinggung kurva $y = f(x)$ di titik $(x, f(x))$, sedangkan garis L_1 melalui titik $(x, f(x))$ dan titik $(x+h, f(x+h))$. Jika h mendekati nol, maka garis L_1 akan mendekati garis L , sehingga gradien garis L_1 akan mendekati gradien garis L . Hal ini dapat dinyatakan dalam bentuk limit sebagai berikut:

$$m_L = \lim_{h \rightarrow 0} m_{L_1} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

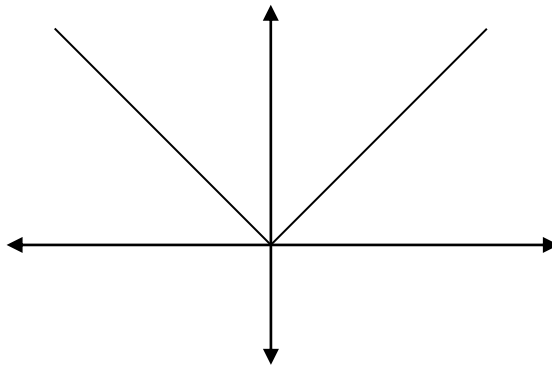
Bentuk $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ dikenal sebagai turunan fungsi $y = f(x)$, yang dinotasikan dengan

$$\frac{dy}{dx}, y', \frac{df}{dx}, \text{ atau } f'(x).$$

Dengan demikian secara geometri, turunan fungsi merupakan gradien dari garis singgung kurva fungsi tersebut.

Karena turunan didefinisikan dengan menggunakan limit sedangkan limit fungsi bisa tidak ada, maka fungsi mungkin tidak mempunyai turunan di beberapa titik tertentu.

Sebagai contoh, perhatikan fungsi nilai mutlak $f(x) = |x|$, yang grafiknya diberikan dalam gambar di bawah ini.



Gambar 4.2.

Jika kita memperhatikan gambar dengan cermat, maka kita akan dapatkan bahwa grafik fungsi nilai mutlak di atas berupa garis lurus, yang sebelah kanan sumbu y adalah berupa garis $y = x$ sedangkan yang sebelah kiri sumbu y berupa garis $y = -x$. Garis di kanan dan kiri sumbu y mempunyai gradien yang berbeda, sehingga patut dicurigai bahwa fungsi $f(x) = |x|$ tidak mempunyai turunan di perpotongan kurva dengan sumbu y , yaitu titik $(0,0)$. Pembuktian bahwa fungsi $f(x) = |x|$ tidak mempunyai turunan di titik $(0,0)$ diberikan di bawah ini.

Karena

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|h| - |0|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} 1 = 1$$

dan

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{|h| - |0|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} (-1) = -1,$$

maka

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} \neq \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h},$$

sehingga $f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$ tidak ada.

Contoh:

Tentukan garis singgung kurva $y = x^2$ di titik (2,4)

Penyelesaian:

Gradien garis singgung kurva $y = x^2$ di titik (2,4) adalah

$$m = f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 2^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (4+h) = 4.$$

Oleh karena itu persamaan garis singgungnya adalah

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Leftrightarrow y - 4 = 4(x - 2) \Leftrightarrow y = 4x - 4$$

Jika kita menentukan turunan secara langsung dengan menggunakan definisi turunan, maka kita akan mendapatkan banyak kesulitan dan memakan waktu lama. Untuk itu, diperlukan cara lain di samping dengan menggunakan definisi secara langsung, yaitu dengan menggunakan sifat dan rumus turunan.

Berikut diberikan beberapa sifat penting dalam pencarian turunan suatu fungsi.

1. Aturan perkalian dengan konstanta.

Jika c konstanta dan f fungsi yang dapat diturunkan, maka

$$\frac{d}{dx}[cf(x)] = c \frac{d}{dx} f(x)$$

2. Aturan jumlah.

Jika f dan g keduanya dapat diturunkan, maka

$$\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x)$$

3. Aturan selisih.

Jika f dan g keduanya dapat diturunkan, maka

$$\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = \frac{d}{dx} f(x) - \frac{d}{dx} g(x)$$

4. Aturan hasil kali.

Jika f dan g keduanya dapat diturunkan, maka

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)\frac{d}{dx}g(x) + g(x)\frac{d}{dx}f(x)$$

5. Aturan hasil bagi.

Jika f dan g keduanya dapat diturunkan, maka

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x)\frac{d}{dx}f(x) - f(x)\frac{d}{dx}g(x)}{[g(x)]^2}$$

Bukti:

1. Aturan perkalian dengan konstanta.

Jika c konstanta dan f fungsi yang dapat diturunkan, maka

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}[cf(x)] &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{cf(x+h) - cf(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c(f(x+h) - f(x))}{h} \\ &= c \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = c \frac{d}{dx}[f(x)]\end{aligned}$$

2. Aturan jumlah.

Jika f dan g keduanya dapat diturunkan, maka

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x+h) + g(x+h)] - [f(x) + g(x)]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x+h) - f(x)] + [g(x+h) - g(x)]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \\ &= \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x)\end{aligned}$$

3. Aturan selisih.

Untuk latihan

4. Aturan hasil kali.

Jika f dan g keduanya dapat diturunkan, maka

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)[g(x+h) - g(x)] + g(x)[f(x+h) - f(x)]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)[g(x+h) - g(x)]}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x)[f(x+h) - f(x)]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} f(x+h) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[g(x+h) - g(x)]}{h} + g(x) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x+h) - f(x)]}{h} \\
&= f(x) \frac{d}{dx} g(x) + g(x) \frac{d}{dx} f(x)
\end{aligned}$$

5. Aturan hasil bagi.

Untuk latihan.

Selanjutnya di bawah ini diberikan beberapa rumus dasar turunan.

Nomor	Fungsi	Turunan fungsi
1	$y = k, k$ konstanta	$y' = 0$
2	$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
3	$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$

Bukti:

- $y = k \Rightarrow y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k - k}{h} = 0$
- $y = x^n \Rightarrow y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h^2 + \dots + h^n - x^n}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h[nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h + \dots + h^{n-1}]}{h} \quad s \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} [nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h + \dots + h^{n-1}] \\
&= nx^{n-1}
\end{aligned}$$
- $y = \ln x \Rightarrow y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h}$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln \frac{x+h}{x}}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln[1 + \frac{h}{x}]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \ln(1 + \frac{h}{x})^{\frac{1}{h}} \\
&= \ln \left[\lim_{h \rightarrow 0} \left(1 + \frac{h}{x}\right)^{\frac{x}{h} \cdot \frac{1}{x}} \right] \\
&= \ln e^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x}
\end{aligned}$$

Contoh:

1. Jika $h(x) = xg(x)$ dan $g(3) = 5$ dan $g'(3) = 2$, carilah $h'(3)$.
2. Carilah turunan fungsi:

a. $y = x^8 + 12x^5 - 4x^4 + 10x^3 - 6x + 5$

b. $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^3 + 6}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
1. \quad h(x) = xg(x) &\xrightarrow{\text{aturan perkalian}} h'(x) = 1 \cdot g(x) + xg'(x) \\
&\Rightarrow h'(3) = g(3) + 3g'(3) = 11
\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
a. \quad y' &= \frac{d}{dx}(x^8) + 12 \frac{d}{dx}(x^5) - 4 \frac{d}{dx}(x^4) + 10 \frac{d}{dx}(x^3) - 6 \frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(5) \\
&= 8x^7 + 60x^4 - 16x^3 + 30x^2 - 6
\end{aligned}$$

b.

$$y = \frac{x^2 + x - 2}{x^3 + 6} \xrightarrow{\text{aturan pembagian}} y' = \frac{u}{v}, u = x^2 + x - 2, v = x^3 + 6$$

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{(2x+1)(x^3+6) - (x^2+x-2) \cdot 3x^2}{(x^3+6)^2}$$

$$y' = \frac{-x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 12x + 6}{(x^3 + 6)^2}$$

2. Aturan Rantai.

Di bawah ini diberikan aturan rantai yang banyak digunakan untuk menentukan turunan fungsi.

Jika f dan g keduanya mempunyai turunan, dan $h = f \circ g$ adalah fungsi komposisi yang didefinisikan oleh $h(x) = f(g(x))$, maka h mempunyai turunan, yaitu h' yang dinyatakan oleh

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Dalam notasi Leibniz, jika $y = f(u)$ dan $u = g(x)$ keduanya fungsi yang mempunyai turunan, maka

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}.$$

Bukti:

$$\begin{aligned} h'(x) &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{h(x+t) - h(x)}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(g(x+t)) - f(g(x))}{t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \left[\frac{f(g(x+t)) - f(g(x))}{g(x+t) - g(x)} \cdot \frac{g(x+t) - g(x)}{t} \right] \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(g(x+t)) - f(g(x))}{g(x+t) - g(x)} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{g(x+t) - g(x)}{t} \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{f(g(x) + p) - f(g(x))}{p} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{g(x+t) - g(x)}{t} \\ &= f'(g(x)) g'(x) \end{aligned}$$

Dengan menggunakan aturan rantai dan dengan menggunakan rumus sebelumnya kita akan dapatkan rumus-rumus di bawah ini.

Nomor	Fungsi	Turunan fungsi
1	$y = e^x$	$y' = e^x$
2	$y = a^x, a \neq 1$	$y' = a^x \ln a$
3	$y = {}^a\log x, a > 0, a \neq 1$	$y' = \frac{1}{x \ln a}$

Bukti:

$$1. \quad y = e^x \Rightarrow x = \ln y \xrightarrow{\text{aturan rantai}} 1 = \frac{1}{y} \cdot y' \Rightarrow y' = y = e^x$$

3. Turunan Fungsi Implisit dan Fungsi Parametrik

Dalam pembahasan sebelumnya, kita telah membahas turunan fungsi eksplisit. kali ini kita akan membahas turunan fungsi implisit dan fungsi parametrik. Metode yang digunakan serupa dengan turunan fungsi eksplisit.

Contoh :

a. Jika $x^2 + y^2 = 25$, carilah $\frac{dy}{dx}$

b. Jika $x = 2t + 1$

$$y = t^2 + t$$

tentukan $\frac{dy}{dx}$.

Penyelesaian:

- a. Jika kita turunkan kedua ruas persamaan $x^2 + y^2 = 25$ terhadap x , maka akan kita peroleh:

$$\frac{d}{dx}(x^2 + y^2) = \frac{d}{dx}(25)$$

$$\frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(y^2) = 0$$

Mengingat y adalah fungsi dari x dan dengan menggunakan aturan rantai, diperoleh

$$\frac{d}{dx}(y^2) = \frac{d}{dy}(y^2) \frac{dy}{dx} = 2y \frac{dy}{dx}$$

Oleh karena itu $2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$, sehingga $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$

- b. Jika variabel x dan y kita turunkan terhadap parameter t , maka akan kita peroleh

$$\frac{dx}{dt} = 2 \text{ sedangkan } \frac{dy}{dt} = 2t + 1.$$

Karena yang akan kita cari adalah $\frac{dy}{dx}$ maka

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t+1}{2}.$$

4. Turunan Fungsi Trigonometri dan Siklometri

Rumus dasar dari turunan trigonometri adalah turunan fungsi sinus dan cosinus, sedangkan turunan fungsi trigonometri yang lainnya dan turunan fungsi siklometri dapat ditentukan dengan rumus turunan sinus dan cosinus, sifat turunan, dan aturan rantai.

Turunan rumus sinus dan cosinus diberikan di bawah ini.

Nomor	Fungsi	Turunan fungsi
1	$y = \sin x$	$y' = \cos x$
2	$y = \cos x$	$y' = -\sin x$

Bukti:

$$\begin{aligned}
 1. \quad y = \sin x &\Rightarrow y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos \frac{2x+h}{2} \sin \frac{h}{2}}{h} \\
 &= 2 \lim_{h \rightarrow 0} \cos \frac{2x+h}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} \cdot \frac{1}{2} = 2 \cos x \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \\
 &= \cos x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad y = \cos x &\Rightarrow y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2 \sin \frac{2x+h}{2} \sin \frac{h}{2}}{h} \\
 &= -2 \lim_{h \rightarrow 0} \sin \frac{2x+h}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} \cdot \frac{1}{2} = -2 \sin x \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \\
 &= -\sin x
 \end{aligned}$$

Contoh:

1. Carilah turunan fungsi:

a. $y = \tan x$

b. $y = \cot x$

c. $y = \sec x$

d. $y = \csc x$

e. $y = \arcsin x$

f. $y = \arctan x$

g. $y = \operatorname{arcsec} x$

2. Carilah turunan fungsi:

a. $y = \sin^4(e^x + \ln x)$

b. $y = e^x \sin^2(x^2 + 1)$

Penyelesaian:

1.

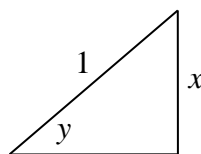
a. $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \xrightarrow{\text{aturan pembagian}} y' = \frac{\cos x \cos x - \sin x \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} = \sec^2 x$

b. $y = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \xrightarrow{\text{aturan pembagian}} y' = \frac{-\sin x(\sin x) - \cos x \cdot (\cos x)}{\sin^2 x} = -\csc^2 x$

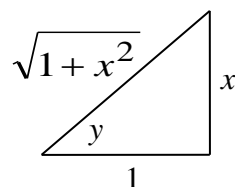
c. $y = \sec x = \frac{1}{\cos x} \xrightarrow{\text{aturan pembagian}} y' = \frac{0 \cdot (\cos x) - 1 \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} = \sec x \tan x$

d. $y = \csc x = \frac{1}{\sin x} \xrightarrow{\text{aturan pembagian}} y' = \frac{0 \cdot (\sin x) - 1 \cdot (\cos x)}{\sin^2 x} = -\csc x \cot x$

e. $y = \arcsin x \Rightarrow x = \sin y \xrightarrow{\text{aturan rantai}} 1 = y' \cos y \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

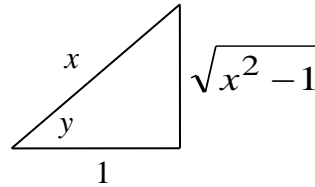


f. $y = \arctan x \Rightarrow x = \tan y \xrightarrow{\text{aturan rantai}} 1 = y' \sec^2 y \Rightarrow y' = \cos^2 y = \frac{1}{1+x^2}$



g. $y = \operatorname{arcsec} x \Rightarrow x = \sec y \xrightarrow{\text{aturan rantai}} 1 = y' \sec y \tan y$

$$y' = \cos y \cot y = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$



2.

a. $y = \sin^4(e^x + \ln x) \xrightarrow{\text{aturan rantai}} y = u^4, u = \sin(e^x + \ln x), u = \sin v, v = e^x + \ln x$

$$\frac{dv}{dx} = e^x + \frac{1}{x}, \quad \frac{du}{dx} = \frac{d}{dv}(\sin v) \frac{dv}{dx} = v' \cos v = (e^x + \frac{1}{x}) \cos(e^x + \ln x)$$

$$y' = \frac{du^4}{du} \cdot \frac{du}{dx} = 4u^3 (e^x + \frac{1}{x}) \cos(e^x + \ln x) = 4(e^x + \frac{1}{x}) \cos(e^x + \ln x) \sin^3(e^x + \ln x)$$

b.

$$y = e^x \sin^2(x^2 + 1) \xrightarrow{\text{aturan rantai dan perkalian}}$$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{de^x}{dx} \sin^2(x^2 + 1) + e^x \frac{d \sin^2(x^2 + 1)}{dx} \\ &= e^x \sin^2(x^2 + 1) + e^x \cdot 2 \sin(x^2 + 1) \cdot \cos(x^2 + 1) \cdot 2x \\ &= e^x \sin^2(x^2 + 1) + 2xe^x \cdot 2 \sin(x^2 + 1) \cos(x^2 + 1) \\ &= e^x \sin^2(x^2 + 1) + 2xe^x \sin 2(x^2 + 1) \end{aligned}$$

Turunan Tingkat Tinggi

Jika f fungsi yang dapat diturunkan, maka turunannya (f') juga berupa fungsi. Jika f' mempunyai turunan, maka turunan f' kita notasikan dengan f'' .

Notasi lain untuk turunan kedua dari $y = f(x)$ adalah

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2 y}{dx^2} = D^2 f(x).$$

Umumnya turunan ke- n dari $y = f(x)$ dinyatakan dengan

$$y^{(n)} = \frac{d^n y}{dx^n} = D^{(n)} f(x).$$

Contoh:

1. Carilah $\frac{d^2 y}{dx^2}$ dari :

a. $x^2 + y^2 = 25$

b. $y = \ln t, x = e^t$

c. $y = e^{t^2+t}, x = \ln(e^t + 1)$

2. Carilah turunan ke n dari fungsi di bawah ini:

a. $y = e^{kx}$

b. $y = \ln x$

Penyelesaian :

1. Dari contoh sub bab sebelumnya telah diperoleh $\frac{dy}{dx}$ dari $x^2 + y^2 = 25$, yaitu

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}.$$

Karena $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(-\frac{x}{y}\right)$

Dan mengingat y adalah fungsi dari x , dengan aturan pembagian dan aturan rantai, diperoleh

$$\frac{d}{dx}\left(-\frac{x}{y}\right) = -\frac{y \cdot \frac{dx}{dx} - x \cdot \frac{dy}{dx}}{y^2} = -\frac{y \cdot 1 - x \cdot \left(-\frac{x}{y}\right)}{y^2} = -\frac{y \cdot 2 + x^2}{y^3}$$

Jadi $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{y \cdot 2 + x^2}{y^3}$

2.a. $y = \ln t, x = e^t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{1}{t}}{e^t} = \frac{1}{te^t}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} =$$

Oleh karena $\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{te^t}\right) = -\frac{e^t + te^t}{t^2e^{2t}} = -\frac{1+t}{t^2e^t}$ dan $\frac{dx}{dt} = e^t$ maka

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-\frac{1+t}{t^2e^t}}{e^t} = -\frac{1+t}{t^2e^{2t}}.$$

b. $y = e^{t^2+t}$, $x = \ln(e^t + 1)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(2t+1)e^{t^2+t}}{e^t/(e^t+1)} = (2t+1)(e^t+1)e^{t^2}$$

$$\begin{aligned}\frac{d^2y}{dx^2} &= \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx} = \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)/dt}{dx/dt} \\ &= \frac{2(e^t+1)e^{t^2} + (2t+1)e^{t^2+t} + 2t(2t+1)(e^t+1)e^{t^2}}{e^t/(e^t+1)}\end{aligned}$$

$$= 2(e^t+1)^2e^{t^2-t} + (2t+1)(e^t+1)e^{t^2} + 2t(2t+1)(e^t+1)^2e^{t^2-t}$$

3. a. $y = e^{kx} \Rightarrow y' = ke^{kx} \Rightarrow y'' = k^2e^{kx} \Rightarrow y''' = k^3e^{kx} \Rightarrow \dots \Rightarrow y^{(n)} = k^ne^{kx}$

b. $y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x} \Rightarrow y'' = (-1)\frac{1}{x^2} \Rightarrow y''' = \frac{(-1)^2}{1 \cdot 2x^3} = \frac{(-1)^2}{2!x^3} \Rightarrow \dots \Rightarrow y^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!x^n}$

**SOAL-SOAL YANG HARUS DIKERJAKAN DAN JAWABAN HARUS
DIKIRIMKAN SEBELUM BATAS WAKTU YANG SUDAH
DITENTUKAN**

1. Tentukan persamaan garis singgung pada kurva berikut pada titik

yang diberikan.; a. $y = 1 - 2x - 3x^2$ di titik $(-2, -7)$, b. $y = \frac{1}{x^2}$, di titik $(1,1)$

2. Tentukan turunan fungsi-fungsi berikut:

a. $G(y) = (y^2 + 1)(2y - 7)$. $h(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$. c. $y = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}$

3. Carilah turunan kedua untuk fungsi-fungsi di bawah ini

a. $3x^3 + 3x^2y - 8xy^2 + 2y^3 = 0$. b. $xy + y^3 = 2$, c. $y = x^3 \ln(x^2 + 1)$