

## A. Pertidaksamaan Irasional

### Definisi

Pertidaksamaan Irasional adalah pertidaksamaan (dilambangkan dengan tanda  $>$ ,  $<$ ,  $\geq$ , dan  $\leq$ ) yang memiliki variabel  $x$  di dalam tanda akar.

### Bentuk Umum

- $\sqrt{f(x)} > g(x)$
- $\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)}$
- $\sqrt{f(x)} < g(x)$
- $\sqrt{f(x)} < \sqrt{g(x)}$
- $\sqrt{f(x)} \leq g(x)$
- $\sqrt{f(x)} \leq \sqrt{g(x)}$
- $\sqrt{f(x)} \geq g(x)$
- $\sqrt{f(x)} \geq \sqrt{g(x)}$

### Langkah Penyelesaian

1. Lakukan syarat, yaitu setiap operasi yang mengandung  $x$  di dalam akar  $\geq 0$ .
2. Kuadratkan kedua ruas agar tanda akar hilang.
3. Ruas kanan dijadikan 0. Operasi dilakukan di ruas kiri.
4. Bila mengandung operasi kuadrat, maka faktorkan.
5. Tentukan harga nol variabel  $x$ .
6. Masukkan harga nol  $x$  serta syarat ke dalam garis bilangan.
7. Tentukan Himpunan Penyelesaiannya, yaitu irisan antara garis-garis bilangan tersebut.

Memang membaca metode penyelesaian itu terlihat sulit, namun agar tidak sulit, mari coba ke dalam bentuk soal.

#### Contoh 1

$$\sqrt{x-5} < 3$$

syarat!  $x - 5 \geq 0$

$$x - 5 \geq 0$$

$$\boxed{x \geq 5}$$

kuadratkan!  $(\sqrt{x-5})^2 < 3^2$

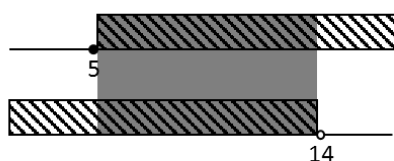
$$x - 5 < 9$$

pindahkan  
ke kiri!  $x - 5 - 9 < 0$

$$x - 14 < 0$$

tent. harga nol!  $\boxed{x < 14}$

masukkan ke garis!



$$HP = \{x | 5 \leq x < 14\}$$

8.

Jika terjadi kesulitan di contoh kedua ini, pelajari dahulu Pertidaksamaan Kuadrat.

### Contoh 2

$$\sqrt{x^2 + 2x - 3} > x + 2$$

syarat!  $x^2 + 2x - 3 \geq 0$

$$(x - 1)(x + 3) \geq 0$$

$$\boxed{x \leq -3 \text{ atau } x \geq 1}$$

kuadratkan!  $(\sqrt{x^2 + 2x - 3})^2 > (x + 2)^2$

$$x^2 + 2x - 3 > x^2 + 4x + 4$$

pindahkan ke kiri!  $x^2 + 2x - 3 - x^2 - 4x - 4 > 0$

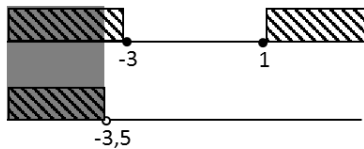
$$-2x - 7 < 0$$

$$-2x < 7$$

$$2x > -7$$

tent. harga nol!  $\boxed{x < -3,5}$

masukkan ke garis!



$$\text{HP} = \{x | x < -3,5\}$$

## B. Pertidaksamaan Rasional

Dalam beberapa kasus pertidaksamaan, selain pertidaksamaan linear ataupun persamaan kuadrat yang sering kita temui terdapat juga pertidaksamaan dalam bentuk pecahan, yaitu :

$$\frac{u(x)}{v(x)} < 0$$

$$\frac{u(x)}{v(x)} > 0$$

$$\frac{u(x)}{v(x)} \leq 0$$

$$\frac{u(x)}{v(x)} \geq 0$$

Dengan  $u(x)$  dan  $v(x)$  merupakan fungsi fungsi dalam  $u(x)$  dan  $v(x)$ . Penyelesaian pertidaksamaan berbentuk pecahan dapat ditunjukkan dengan menggunakan notasi himpunan dan garis bilangan.

### Contoh 1

Tentukan nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan

$$\frac{2x-1}{x-3} < 1, x \neq 3$$

Penyelesaian:

$$\frac{2x-1}{x-3} < 1,$$

$$\frac{2x-1}{x-3} - 1 < 0$$

$$\frac{2x-1}{x-3} - \frac{x-3}{x-3} < 0$$

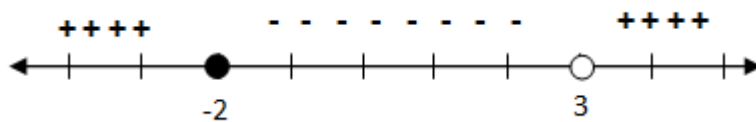
$$\frac{x+2}{x-3} < 0$$

Dari bentuk terakhir kita mendapatkan pembuat nol (0) yaitu

Nilai faktor pembilang adalah  $x = -2$

Nilai faktor penyebut adalah  $x = 3$

Dengan menguji nilai-nilai  $x$  akan diperoleh



Karena nilai pertidaksamaan yang diminta adalah negatif ( $< 0$ )

Maka,  $H_p \{x | -2 < x < 3\}$

### Contoh 2

Tentukan nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan

$$\frac{x^2 - 5x - 6}{2x^2 - 3x - 5} \leq 0$$

Penyelesaian:

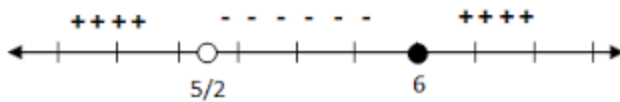
$$\frac{x^2 - 5x - 6}{2x^2 - 3x - 5} \leq 0$$
$$\frac{(x+1)(x-6)}{(2x-5)(x+1)} \leq 0$$
$$\frac{x-6}{2x-5} \leq 0$$

Dari bentuk terakhir kita mendapatkan pembuat nol (0) yaitu

Nilai faktor pembilang adalah  $x=6$

Nilai faktor penyebut adalah  $x=5/2$

Dengan menguji nilai-nilai  $x$  maka akan diperoleh



Karena nilai pertidaksamaan yang diminta adalah negatif ( $<0$ )

Maka,  $H_p \{x | 5/2 < x \leq 6\}$

## C. Persamaan Irrasional

Persamaan irasional ialah persamaan yang memuat variabel atau perubahnya berada dalam tanda akar.

Contoh :

1.  $\sqrt{x^2 - 4} = \sqrt{x + 2}$

2.  $\sqrt{(x-5)} = 2x - 11$

3.  $1 + x\sqrt{5} = \sqrt{5-x}$

Berikut ini bukan persamaan irasional meskipun ia mengandung tanda akar :

1.  $2x - 11 = \sqrt{5}$

2.  $1 + x\sqrt{3} = \sqrt{2}$

Hal ini karena tidak ada variabel di dalam tanda akar.

Secara umum persamaan irasional berbentuk :

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \text{ atau } \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$$

Dengan  $F(x)$  dan  $G(x)$  suatu bilangan polinomial.

Setiap bilangan real yang jika disubstitusikan ke dalam persamaan irasional memberikan pernyataan yang benar disebut penyelesaian atau akar persamaan irasional.

Contoh :

Tentukan nilai yang memenuhi  $\sqrt{(x-3)} = x-5$

Penyelesaian :

Agar berlaku  $\sqrt{(x-3)} = x-5$  harus dipenuhi :

1.  $(x-3) \geq 0$  , diperoleh  $x \geq 3$ .
2.  $x-5 \geq 0$  , diperoleh  $x \geq 5$

Kedua syarat ini dapat di gabung menjadi  $x \geq 5$

Lalu selesaikan persamaannya

$$\sqrt{(x-3)} = x-5 \Rightarrow (x-3) = (x-5)^2 \Leftrightarrow x-3 = x^2 - 10x + 25$$

$$\Leftrightarrow x-3 = x^2 - 10x + 25$$

$$\Leftrightarrow (x-7)(x+3) = 0$$

Jadi diperoleh  $x = 7$  atau  $x = 3$ . Karena harus memenuhi  $x \geq 5$  maka nilai yang memenuhi adalah  $x = 7$ . Ini merupakan contoh persamaan irasional yang mempunyai penyelesaian tunggal.

**SOAL-SOAL YANG HARUS DIKERJAKAN DAN KEMUDIAN JAWABAN HARUS DIKIRIMKAN SEBELUM BATAS WAKTU YANG SUDAH DITENTUKAN**

1.  $\sqrt{x^2 - 4} = \sqrt{x+2}$

2.  $\sqrt{(x-5)} = 2x-11$

3.  $1+x\sqrt{5} = \sqrt{5-x}$