作业册答案

7-8 章

赵顺龙

说　　明

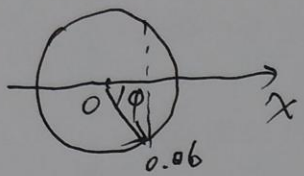
发布此答案的目的只用于大家有个参考，勿用作不良用途。此答案是我自己所写，字迹有些潦草，请见谅。另外，难免有错误之处，若发现，还请提出，我会加以修改，以免误导他人，谢谢。（答案中包含部分老版本作业册题目，请看清楚；qq 群：大学物理 zsl，469487252）

专业________________ 姓名____________ 学号_____________________ 序号________

第七章 振动

1. 一质点沿x 轴作简谐振动，振幅为 $0.12m$，周期为$2s$ ，当$t=0$ 时，质点的位置在$0.06m$处，且向x 轴正方向运动，求：（1）质点振动的运动方程（2） $t=0.5s$ 时，质点的位置、速度、加速度（3）质点在$x=-0.06$m 处，且向x 轴负方向运动，再回到平衡位置所需最短的时间．

(1) $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{2}=\pi$.



由左图知 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$.

$\therefore\ x=0.12\cos(\pi t\cancel{+}-\frac{\pi}{3})$.

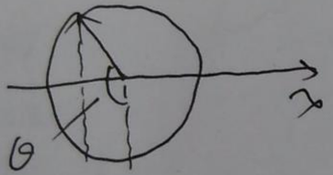
(2). $v=-0.12\pi\sin(\pi t-\frac{\pi}{3})$.

$a=-0.12\pi^2\cos(\pi t-\frac{\pi}{3})$.

将 $t=0.5s$ 代入、$x=\cancel{0.1}\ 0.10$ m.

$v=-0.19$ m/s., $a=-1$ m/s^2.

(3).



由图知. $\theta=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}$.

$\therefore\ \Delta t=\frac{\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}}{\pi}=\frac{5}{6}=0.83s$.

2. 一弹簧振子沿 x 轴作简谐振动（弹簧为原长时振动物体的位置取作 x 轴原点）．已知振动物体最大位移为 $x_m=0.4$ m，最大恢复力为 $F_m=0.8$ N，最大速度为 $v_m=0.8\pi$ m/s，又知 $t=0$ 的初位移为+0.2 m，且初速度与所选 x 轴方向相反．

(1) 求振动能量；

(2) 求此振动的表达式．

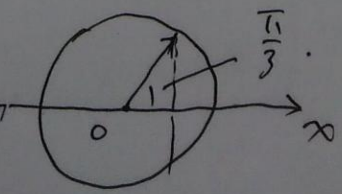
(1). $A=x_m=0.4m$. 据 $F=-kx$. $k=\frac{F}{x}=\frac{F_m}{x_m}=\frac{0.8}{0.4}=2$.

$\therefore\ E=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\times2\times0.4^2=0.16$ J.

(2). $v=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)$.

$v_m=0.8\pi=A\omega$

$\Rightarrow\ \omega=\frac{0.8\pi}{0.4}=2\pi$.



$\therefore\ \cancel{A}$

$x=0.4\cos(2\pi t+\frac{\pi}{3})$.

3. 一质点按如下规律沿 x 轴作简谐振动：$x = 0.1\cos(8\pi t + \frac{2}{3}\pi)$ (SI)．求此振动的周期、振幅、初相、速度最大值和加速度最大值．

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{8\pi} = 0.25\,s$.

$A = 0.1\,m$.

$\varphi = \frac{2}{3}\pi$.

$v = -0.1 \times 8\pi \underline{\sin(8\pi t + \frac{2}{3}\pi)}$ 取1时.

$\therefore v_m = 0.8\pi = 2.5\,m/s$.

$a = -\omega^2 x$. $\therefore a_m = (8\pi)^2 \times 0.1 = 6.4\pi^2 = 63\,m/s^2$

4. 一质量为 0.20 kg 的质点作简谐振动，其振动方程为 $x = 0.6\cos(5t - \frac{1}{2}\pi)$ (SI)．求：(1) 质点的初速度；(2) 质点在正向最大位移一半处所受的力．

(1). $v = -0.6 \times 5 \sin(5t - \frac{1}{2}\pi)$.

$= -3.0 \sin(5t - \frac{1}{2}\pi)$.

$t=0$. $v_0 = 3.0\,m/s$.

(2). $F = -kx$.

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2 = 0.2 \times 5^2 = 5\,N\,m^{-1}$.

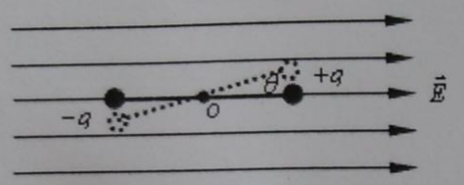
$F = -5 \times 0.3 = -1.5\,N$.

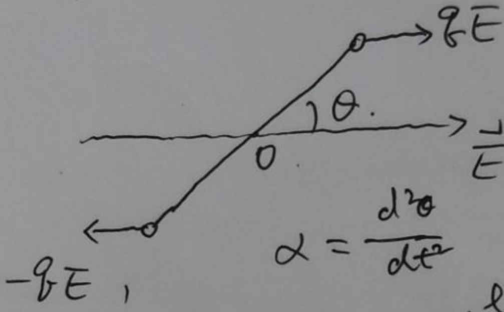
或 $a = -\omega^2 x$.

$F = ma = -m\omega^2 x = -0.2 \times 5^2 \times 0.3 = -1.5\,N$.

专业________________ 姓名______________ 学号________________________ 序号__________

5. 如图所示，在电场强度为 $\vec{E}$ 的匀强电场中，放置一电偶极矩 $\vec{P}=q\vec{l}$ 的电偶极子，+q 和-q 相距 l，且 l 不变．若有一外界扰动使这对电荷偏过一微小角度，扰动消失后，这对电荷会以垂直于电场并通过 l 的中心点 o 的直线为轴来回摆动．试证明这种摆动是近似的简谐振动，并求其振动周期．设电荷的质量皆为 m，重力忽略不计．





(θ正方向，M与之相反).

利用 $M=J\alpha$，设合力矩为零处为平衡位置，$\theta=0$处

$$M=-qE\cdot\frac{l}{2}\sin\theta\cdot 2=-qEl\sin\theta.$$

（因 M之方向与θ之方向相反）.

$$\alpha=\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$J=2\times m\left(\frac{l}{2}\right)^2=\frac{1}{2}ml^2.$$

$$\therefore M=-qEl\sin\theta=\frac{1}{2}ml^2\cdot\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

利用小角度时 $\sin\theta\simeq\theta$.

$$\therefore \frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{2qE}{ml}\theta=0.$$

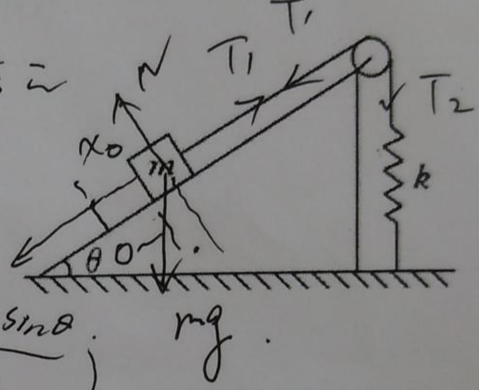
令 $\omega^2=\frac{2qE}{ml}$.

有 $\theta=\theta_0\cos(\omega t+\varphi)$

$$=\theta_0\cos\left(\sqrt{\frac{2qE}{ml}}\,t+\varphi\right).$$

$$\therefore T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{ml}{2qE}}.$$ 证毕

6. 如图所示，物体的质量为 m，放在光滑斜面上，斜面与水平面的夹角为 θ，弹簧的倔强系数为 k，滑轮的转动惯量为 I，半径为 R．先把物体托住，使弹簧维持原长，然 后由静止释放，试证明物体作简谐振动，并求振动周期．



建图示坐标系．(原点在放手后之平衡位置，则 平衡后 弹簧伸长 x_0: $mg\sin\theta = kx_0$ $\Rightarrow x_0 = \frac{mg\sin\theta}{k}$

物体受力． $F = ma = mg\sin\theta - T_1$

滑轮：$(T_1 - T_2)R = I\alpha$.

弹簧：$T_2 = k(x + x_0)$.

辅助：$a = R\alpha$.

$$\Rightarrow F = ma = mg\sin\theta - T_1 = mg\sin\theta - \left(T_2 + \frac{I\alpha}{R}\right) = mg\sin\theta - k(x+x_0) - \frac{Ia}{R^2}$$

$$\Rightarrow \left(m + \frac{I}{R^2}\right)a = -kx.$$

$$\Rightarrow a = -\frac{k}{m + \frac{I}{R^2}}x.$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m+\frac{I}{R^2}}x = 0.$$

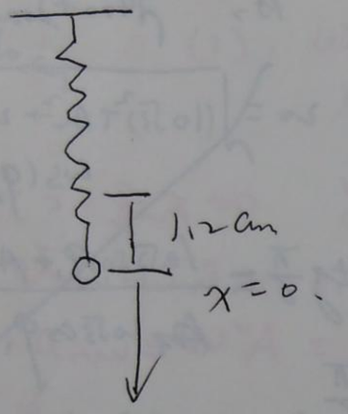
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+\frac{I}{R^2}}}.$$

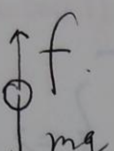
即物体做简谐振动．

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + I/R^2}{k}}.$$

5. 在一竖直轻弹簧的下端悬挂一小球，弹簧被拉长 $l_0 = 1.2$ cm 而平衡．再经拉动后，该小球在竖直方向作振幅为 $A = 2$ cm 的振动，试证此振动为简谐振动；选小球在正最大位移处开始计时，写出此振动的数值表达式．

取平衡处 $x=0$，正方向向下.





$F = mg - f = mg - k(x+1.2)\times10^{-2}$

$= mg - 1.2\times10^{-2}k - kx$

$= -kx.$

∴为简谐振动.

求 $\frac{k}{m}$

$1.2\times10^{-2}k = mg.$

$\frac{k}{m} = \frac{100g}{1.2}.$

$x = A\cos(\omega t+\varphi)$，$t=0$，~~x~~最大，$\varphi=0$，

∴ $x = 2\times10^{-2}\cos\sqrt{\frac{100g}{1.2}}\,t$.

6. 一物体质量为 0.25 kg，在弹性力作用下作简谐振动，弹簧的劲度系数 $k = 25\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$，如果起始振动时具有势能 0.06 J 和动能 0.02 J，求

∴振动守恒.

(1) 振幅；

(2) 动能恰等于势能时的位移；

(3) 经过平衡位置时物体的速度．

(1). $\frac{1}{2}kA^2 = 0.06+0.02 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2\times0.08}{25}} = 0.08\,m.$

(2). $\left(\frac{1}{2}kx^2\right)\times2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 2x^2 = A^2.$

$x = \pm\frac{A}{\sqrt2} = \pm0.0566\,m.$

(3). $\frac{1}{2}mv^2 = 0.08\,J.$

$v = \pm\sqrt{\frac{0.08}{\frac{1}{2}\times0.25}} = \pm\frac{0.4}{0.5} = \pm0.8\,m/s.$

8. 一质点同时参与两个同方向的简谐振动，其振动方程分别为

$x_1 = 5\times10^{-2}\cos(4t+\pi/3)$ (SI)，$x_2 = 3\times10^{-2}\sin(4t-\pi/6)$ (SI)；

画出两振动的旋转矢量图，并求合振动的振动方程．

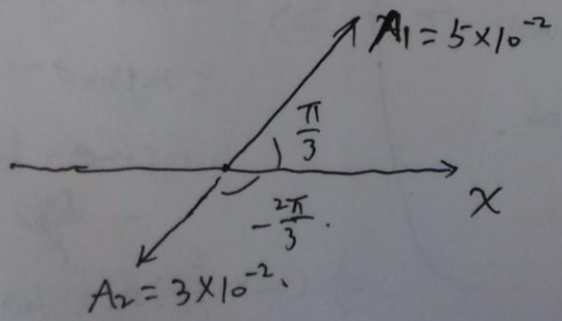
x_2是sin而非cos．故而需先化作cos之形式．

$$x_2 = 3\times10^{-2}\sin\left(4t-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 3\times10^{-2}\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(4t-\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$= 3\times10^{-2}\cos\left(\frac{2\pi}{3}-4t\right)$$

$$= 3\times10^{-2}\cos\left(4t-\frac{2\pi}{3}\right).$$



由旋转矢量图．知

合振幅

$$A = (5-3)\times10^{-2}$$

$$= 2\times10^{-2}$$

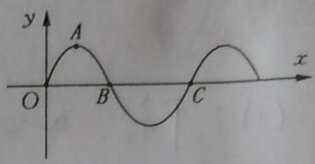
$\varphi = \frac{\pi}{3}$．（两个矢量之合矢量沿A_1方向）．

$$\therefore x = 2\times10^{-2}\cos\left(4t+\frac{\pi}{3}\right).$$

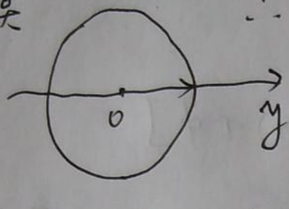
专业________________ 姓名______________ 学号________________________ 序号_________

第八章 波动

1. 如图是沿 x 轴传播的平面余弦波在 t 时刻的波形曲线．
(1) 若波沿 x 轴正向传播，该时刻 O，A，B，C 各点的振动位相是多少?
(2) 若波沿 x 轴负向传播，上述各点的振动位相又是多少?



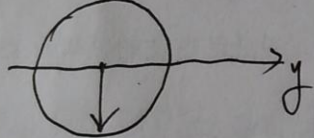
(1). A点



$\therefore \varphi_A = 0$. 同理 O. B. C 相位分别为 $\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}$.

△ 注意区分是振动曲线还是波形图，另外，还需注意 O. A. B. C. 各点相位依次滞后，(朝x正向传播)，尤其 C点应取 $-\frac{3\pi}{2}$，不能取 $\frac{\pi}{2}$.(若已取定 O 为 $\frac{\pi}{2}$).

(2). O点:



$\varphi_O = -\frac{\pi}{2}$. 则 $\varphi_A = 0$. $\varphi_B = \frac{\pi}{2}$. $\varphi_C = \frac{3\pi}{2}$.

分析同上.

2. 一横波沿绳子传播，其波的表达式为 $y = 0.05\cos(100\pi t - 2\pi x)$ (SI)
(1) 求此波的振幅、波速、频率和波长．
(2) 求绳子上各质点的最大振动速度和最大振动加速度．
(3) 求 $x_1 = 0.2$ m 处和 $x_2 = 0.7$ m 处二质点振动的相位差．

(1). $A = 0.05\,m$; $\omega = 100\pi$, $\therefore \nu = 50\,Hz$; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi$. $\therefore \lambda = 1\,m$.

$\therefore u = \lambda\nu = 50\ m/s$.

(2). 取 $x=0$. $y = 0.05\cos(100\pi t)$.

$v_{max} = \omega A = 100\pi \times 0.05 = 5\pi = 15.7\ m/s$.

$a_{max} = \omega^2 A = (100\pi)^2 \times 0.05 = 4.93\times10^3\ m/s^2$

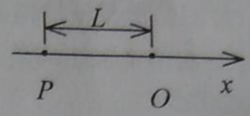
(3). $\Delta\varphi = \frac{-2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = -\pi$. ("-"是考虑了超前、滞后之分).

或者 t 取相同数值，让 cos( ) 括号内之数相减即可.

3. 如图，一平面简谐波沿 Ox 轴传播，波动表达式为 $y = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)+\phi]$ (SI)，求

(1) P 处质点的振动方程；

(2) 该质点的速度表达式与加速度表达式.



(1). P点. $x=-L$. 代入

$y=A\cos[2\pi(\nu t+L/\lambda)+\phi]$.

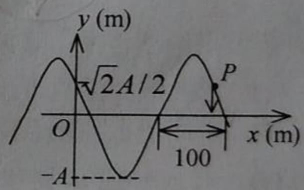
(2). $v_p=-2\pi\nu A\sin[2\pi(\nu t+L/\lambda)+\phi]$. (上式求导)

$a_p=-4\pi^2\nu^2A\cos[2\pi(\nu t+L/\lambda)+\phi]$. (再求导)

4. 如图所示为一平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，设此简谐波的频率为 250 Hz，且此时质点 P 的运动方向向下，求

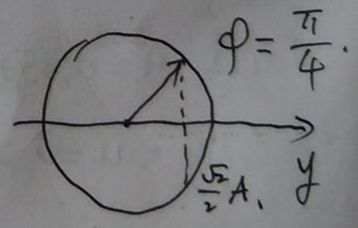
(1) 该波的表达式；

(2) 在距原点 O 为 100 m 处质点的振动方程与振动速度表达式.



(1). 由图知. $\lambda=200$ m. 波向负方向传

由O点旋转矢量图知. $\phi_A=\frac{\pi}{4}$ (t=0时).



O点.

$\cancel{u=\lambda\nu=}$

$\therefore\ y=A\cos\left[2\pi\left(250t+\frac{x}{200}\right)+\frac{\pi}{4}\right]$.

(2). $y=A\cos\left[2\pi\left(250t+\frac{1}{2}\right)+\frac{\pi}{4}\right]=A\cos\left[500\pi t+\frac{5}{4}\pi\right]$.

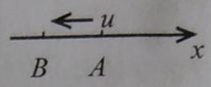
$v=-500\pi A\sin\left[500\pi t+\frac{5}{4}\pi\right]$

此时 100 m 取"+"，题中表述不够清晰. 亦可取"-".

专业__________________ 姓名______________ 学号________________________ 序号__________

5. 如图，一平面波在介质中以波速 $u = 20$ m/s 沿 x 轴负方向传播，已知 A 点的振动方程为

$y = 3\times10^{-2}\cos 4\pi t$ (SI).



(1) 以 A 点为坐标原点写出波的表达式；

(2) 以距 A 点 5 m 处的 B 点为坐标原点，写出波的表达式．

(1). $y = 3\times10^{-2}\cos\left[4\pi\left(t+\frac{x}{20}\right)\right]$. (SI).

(2). $y = 3\times10^{-2}\cos\left[4\pi\left(t-\Delta t\right)\right]$

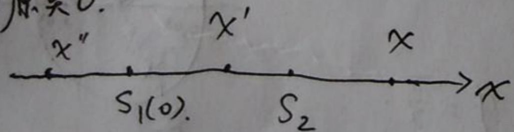
$\Delta t = \frac{5-x}{u}$. 代入上式.

$y = 3\times10^{-2}\cos\left[4\pi\left(t+\frac{x-5}{20}\right)\right]$. (SI).

注意:从理解波函数的意义入手. Δt取点时在已知点的"下游"取更容易些.

6. 相干波源 S_1 和 S_2，相距 11 m，S_1 的相位比 S_2 超前 $\frac{1}{2}\pi$．这两个相干波在 S_1、S_2 连线和延长线上传播时可看成两等幅的平面余弦波，它们的频率都等于 100 Hz，波速都等于 400 m/s. 试求在 S_1、S_2 的连线上及延长线上，因干涉而静止不动的各点位置．

取S_1为原点O.



$\Delta\varphi = \varphi_2-\varphi_1 = \varphi_{20}-\varphi_{10}-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$

$= -\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$.

$\lambda = u/\nu = 4m$.

(1). x在S_2右侧: $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{4}(S_2x - S_1x) = -\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\times(-11) = 5\pi$.

即所有点全部静止.($x>11$ 全满足)

(2). x在$S_1.S_2$之间. $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{4}(S_2x'-S_1x') = -\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}[(11-x')-x']$

$= -6\pi+\pi x'$. ∴当$x'=1,3,5,7,9,11$时满足.

(3) x在S_1左侧: $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{4}(S_2x''-S_1x'') = -\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\times 11 = -6\pi$, 不满足.

7. 一平面简谐波沿直径为 0.14m 的圆柱形管行进（管中充满空气），波的强度为 $18\times10^{-3}\text{J}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$，频率为 300Hz，波速为 $300\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$．问（1）波的平均能量密度和最大能量密度是多少？（2）每两个相邻的，相位差为2π的波振面之间的波段中有多少能量？

(1) 波之强度为单位面积、单位时间之能量.

故有. $I = \bar{w}u$.

$\bar{w} = I/u = 18\times10^{-3}/300 = 6\times10^{-5}\ \text{J/m}^3$.

最大 $w_{max} = 2\bar{w} = 1.2\times10^{-4}\ \text{J/m}^3$.

(2). $E = \bar{w}\cdot\lambda\cdot S = 6\times10^{-5}\times1\times\cancel{(0.14)^2}\times\pi\times\left(\frac{0.14}{2}\right)^2 = 9.24\times10^{-7}\ \text{J}$.

(相差2π. 即一个λ. S为截面积.)

$\lambda = \frac{u}{\nu} = 1\ \text{m}$.

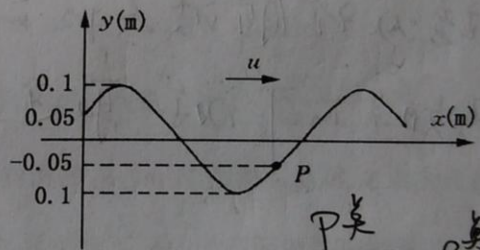
8. 一列机械波沿 x 轴正向传播，t=0 时的波形如图所示，已知波速为10 m/s，波长为2m，求：

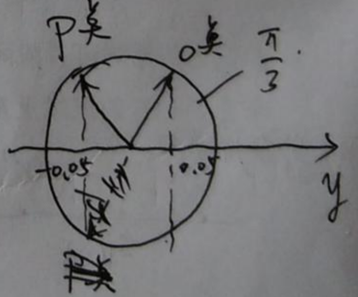
(1) 波动方程；

(2) P 点的振动方程及振动曲线；

(3) P 点的坐标；

(4) P 点回到平衡位置所需的最短时间.





(1). 图中原点之旋转矢量如图所示，可知 $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

O点振动 $y = 0.1\cos(\omega t + \varphi)$

$\nu = \frac{u}{\lambda} = 5$. $\omega = 2\pi\nu = 10\pi$. $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

$y = 0.1\cos(10\pi t + \frac{\pi}{3})$. 波向~~右传~~正方向传，所以有

$y = 0.1\cos\left[10\pi\left(t - \frac{x}{10}\right) + \frac{\pi}{3}\right]$.

(2,3). 由P点旋转矢量知P比O滞后 $\frac{5\pi}{3}$，即P与O距离 $\frac{\frac{5\pi}{3}}{2\pi}\times\lambda = \frac{5}{6}\lambda$

∴P之坐标为 $\frac{5}{3}$. $y_P = 0.1\cos\left[10\pi\left(t - \frac{1}{6}\right) + \frac{\pi}{3}\right] = 0.1\cos\left[10\pi t - \frac{4\pi}{3}\right]$.

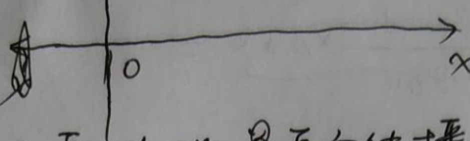
(4). $\Delta t = \frac{\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}}{10\pi} = \frac{1}{12}\ \text{s}$. (见矢量图).

9. 设入射波的表达式为 $y_1 = A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}+\frac{t}{T}\right)$，在 $x=0$ 处发生反射，反射点为一固定端. 设反射时无能量损失，求

— 向负向传.

(1) 反射波的表达式;

(2) 合成的驻波的表达式;



(1). 坐标轴如图. 入射波沿x负向传播

O点处振动: $y_{10} = A\cos\frac{2\pi}{T}t$
($x=0$)

反射波在O点的振动. (固定端反射, 有半波损失).

$y_{20} = A\cos\left[\frac{2\pi}{T}t \pm \pi\right]$. (取"+""−"均可).

则反射波 $y_2 = A\cos\left[\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{u}\right)\pm\pi\right]$ $u=\frac{\lambda}{T}$.
(向正方向传)

$$= A\cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x \pm \pi\right].$$

(2). $y_2 = -A\cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right]$

$\therefore y_1 + y_2 = -2A\sin\frac{2\pi}{T}t\,\sin\frac{2\pi}{\lambda}x. = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{2}\right).$

或 $= 2A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t-\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\pi}{2}\right).$

~~(3)~~

10. 火车以 $u=30$ m/s 的速度行驶，汽笛的频率为 $\nu_0=650$ Hz．在铁路近旁静止的人听到火车鸣笛的声音频率是多少？（设空气中的声速为 330m/s）

火车．

+：远离

−：火车靠近．

$$\cancel{\nu=\frac{330\pm30}{330}\times650=}$$

$$\nu=\frac{u}{u\pm V_s}=\frac{330}{330\pm30}$$

书上答案是取声速 340．故而由上式再算与答案略有出入．

11. 利用多普勒效应监测车速，固定波源发出频率为 $\nu=100$kHz 的超声波，当汽车向波源行驶时，与波源安装在一起的接收器接收到从汽车反射回来的波的频率为 $\nu'=110$kHz．已知空气中的声速为 330m/s，求车速．

此题分成两部分处理．

①. ~~[illegible]~~

在汽车看来，波源固定，而接收者运动（汽车）．

$$\nu_车=\frac{330+V_车}{330}\nu \quad (“+”波速增加)．$$

②. 在接收器看来，汽车反射波（相当于波源）．

波源动．而接收器不动．

$$\nu'=\frac{330}{330-V_车}\nu_车．(“-”波长变短)．$$

$$\therefore \nu'=110\text{ kHz}=\frac{330+V_车}{330}\times\frac{330}{330-V_车}\nu=\frac{330+V_车}{330-V_车}\times100．$$

$\therefore V_车=15.71$ m/s．