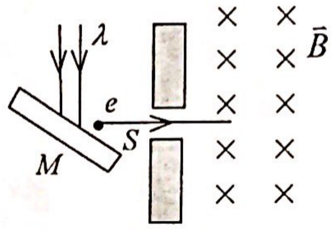
专业________________ 姓名_____________ 学号_______________________ 序号_________

第二十三章　波粒二象性

1. 波长为λ 的单色光照射某金属 M 表面发生光电效应，发射的光电子(电荷绝对值为 e，质量为 m)经狭缝 S 后垂直进入磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场(如图示)，今已测出电子在该磁场中作圆运动的最大半径为 R．求



(1) 金属材料的逸出功 A；

(2) 遏止电势差 U_a.

解：$R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow v = \frac{ReB}{m}$. ← 电子受洛伦兹力，做圆周运动

$\therefore E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{R^2e^2B^2}{2m}$.

$A = h\nu - E_K = \frac{hc}{\lambda} - \frac{R^2e^2B^2}{2m}$. (逸出功)

$eU_a = E_K = \frac{R^2e^2B^2}{2m} \Rightarrow U_a = \frac{R^2eB^2}{2m}$.

遏止电势差即为光电流为0时的反向电压，其用来抵消电子动能.

2. 以波长 λ =410 nm　(1 nm = 10^{-9} m)的单色光照射某一金属，产生的光电子的最大动能 E_K= 1.0 eV，求能使该金属产生光电效应的单色光的最大波长是多少？ 即最低频率(红限频率)

(普朗克常量 h =6.63×10^{-34} J·s)

解：$E_K = h\nu - A \Rightarrow A = h\nu - E_K = \frac{hc}{\lambda} - 1.6\times10^{-19}\times1$.

红限频率 $\nu_0 = \frac{A}{h}$. ~~则 λ_0 =~~

$h\frac{c}{\lambda_0} = A = \frac{hc}{\lambda} - 1.6\times10^{-19}\times1$.

代入数值. $\lambda_0 = 610\ nm$.

3. 已知 X 射线光子的能量为 0.60 MeV，若在康普顿散射中散射光子的波长为入射光子的 1.2 倍，试求反冲电子的动能.

解：$\because \varepsilon = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = 0.6\,\text{MeV}$.

$\therefore \varepsilon' = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{1.2\lambda_0} = 0.5\,\text{MeV}$.

$\therefore$ 反冲电子动能 $E_K = 0.1\,\text{MeV}$. （能量守恒）.

4. 在康普顿散射中，入射光子的波长为 0.030 Å，反冲电子的速度为 $0.60c$，求散射光子的波长及散射角.

(普朗克常量 $h=6.63\times10^{-34}$ J·s，电子静止质量 $m_e=9.11\times10^{-31}$ kg)

解：据能量守恒. $h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$.

有 $$\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\frac{(0.6c)^2}{c^2}}} - m_e c^2 = 0.25\,m_e c^2.$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} - \frac{0.25\,m_e c}{h}$$

$\lambda = 0.0435\,\text{Å}$.

$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\varphi) = \underline{2.43\times10^{-2}}\,(1-\cos\varphi)$. ~~nm~~ Å.

记住. $\Rightarrow$ 以 Å 为单位.

$\Rightarrow$ ~~$\cos\varphi =$~~

$\varphi =$ ~~62.29~~ $62.3°$.

5. 当电子的德布罗意波长与可见光波长(λ=5500 Å)相同时，求它的动能是多少电子伏特？(电子质量 $m_e=9.11\times10^{-31}$ kg，普朗克常量 $h=6.63\times10^{-34}$ J·s, 1 eV $=1.60\times10^{-19}$ J)

解: $p=\frac{h}{\lambda}=\frac{6.63\times10^{-34}}{5500\times10^{-10}}$

$v=\frac{p}{m_e}=\frac{6.63\times10^{-34}}{5500\times10^{-10}\times9.11\times10^{-31}}=1.32\times10^{3}\ m/s.$

$E_k=\frac{1}{2}mv^2=7.94\times10^{-25}\ J.=4.96\times10^{-6}\ eV.$

6. 在宽为a的一维无限深方势阱中，当n=1时，求介于阱壁和$\frac{a}{3}$之间粒子出现的概率.

超纲，不管.

专业______________ 姓名__________ 学号__________________ 序号________

5. 当电子的德布罗意波长与可见光波长(λ=5500 Å)相同时，求它的动能是多少电子伏特？（电子质量 $m_e=9.11\times10^{-31}$ kg，普朗克常量 $h=6.63\times10^{-34}$ J·s，1 eV $=1.60\times10^{-19}$ J)

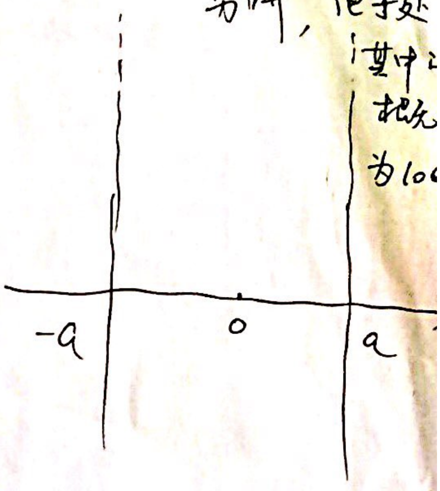
6. 已知粒子在一维矩形无限深势阱中运动，其波函数为：

$$\psi(x)=\frac{1}{\sqrt{a}}\cos\frac{3\pi x}{2a} \qquad (-a\le x\le a)$$

求粒子在 $x=\frac{5}{6}a$ 处出现的概率密度.

6. 解：粒子处在势阱中的概率为1（即100%）

无限深势阱，电子处于其中的概率为10…



即 $\int_{-a}^{a}|\psi^0|^2dx=1$

$$\Rightarrow \int_{-a}^{a}\frac{1}{a}\cos^2\frac{3\pi x}{2a}dx$$

$$=\frac{1}{a}\int_{-a}^{a}\frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{3\pi x}{a}\right)dx$$

$$=1+\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\frac{a}{3\pi}d\left(\sin\frac{3\pi x}{a}\right).$$

$$=1+\frac{1}{6\pi}\left[\sin\frac{3\pi a}{a}-\sin\frac{3\pi(-a)}{a}\right].$$

$=1.$

证明原波函数 $\psi^0(x)$ 已归一化. 则.

在 $x=\frac{5}{6}a$ 处出现的概率密度为

$$|\psi|^2=\left|\psi^0\left(x=\frac{5}{6}a\right)\right|^2=\frac{1}{a}\cos^2\frac{3\pi\cdot\frac{5}{6}a}{2a}=\frac{1}{2a}.$$

若原ψ未归一化，则需先归一化，即乘以系数，使其在(-a,a)上平方的积分为1.

另：若求 $0\sim\frac{a}{3}$ 区间内的概率，则

求：$\int_0^{\frac{a}{3}}|\psi|^2dx=\cdots$、即可.

即：概率密度＊间隔(dx) 然后在所求的区间积分.

7. 在一束电子中，电子的动能为 200eV，求此电子的德布罗意波长.

解：$\frac{1}{2}mv^2 = 200\ eV$. $\Rightarrow p = mv = \sqrt{400 \cdot m \cdot \hat{eV}}$.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63\times10^{-34}}{\sqrt{400\times1.60\times10^{-19}\times9.11\times10^{-31}}}$$

$= 0.868\times10^{-10}\ m$.

$1\ eV = 1.60\times10^{-19}\ J$

$= 1.60\times10^{-19}\ C \times 1V$.

$= 0.868\ \mathring{A}$.

8. 同时测量能量为 1keV 作一维运动的电子的位置与动量时，若位置的不确定值在 0.1 nm (1 nm = 10^{-9} m)内，则动量的不确定值的百分比 $\Delta p / p$ 至少为何值？
(电子质量 m_e=9.11×10^{-31} kg，1 eV =1.60×10^{-19} J，普朗克常量 h =6.63×10^{-34} J·s)

解：$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$.

$\Delta p_x \geq \frac{\frac{\hbar}{2}}{\Delta x} = \frac{h}{4\pi\cdot\Delta x}$.

$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = 1000\ eV \Rightarrow p = mv = \sqrt{2mE_K}$.

$\therefore \frac{\Delta p_x}{p} \geq \frac{h/(4\pi\cdot\Delta x)}{\sqrt{2mE_K}} = 3.1\%$.