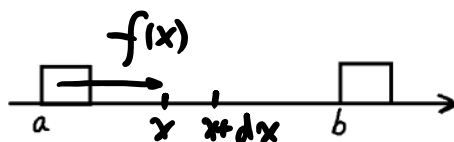


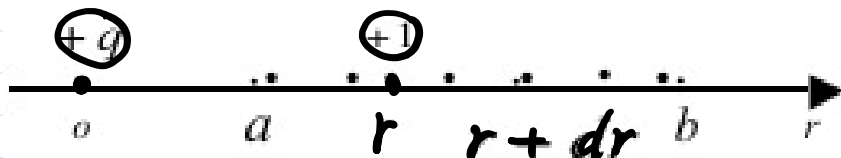
1. 变力沿直线做功



功元量: $dW = f(x) dx$

$$\therefore W = \int_a^b dW = \int_a^b f(x) dx.$$

例1. 带 $+q$ 电量之点电荷置于原点. 在 r 轴上放置一单位正电荷. 求单位正电荷正电场力之作用力由 $r=a$ 移动到 $r=b$ 过程中电场力所做的功.



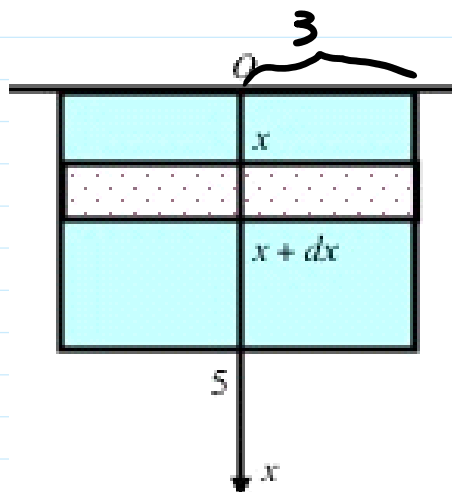
解: $F(r) = k \cdot \frac{q}{r^2}$

$$\therefore W = \int_a^b F(r) dr = \int_a^b k \cdot \frac{q}{r^2} dr = kq \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

注: $W = \int_a^{+\infty} F(r) dr = kq \cdot \frac{1}{a}.$

例2. 一圆柱形蓄水池高为5米, 底半径为3米. 装满水.

问将水全部抽去 需做多少功?



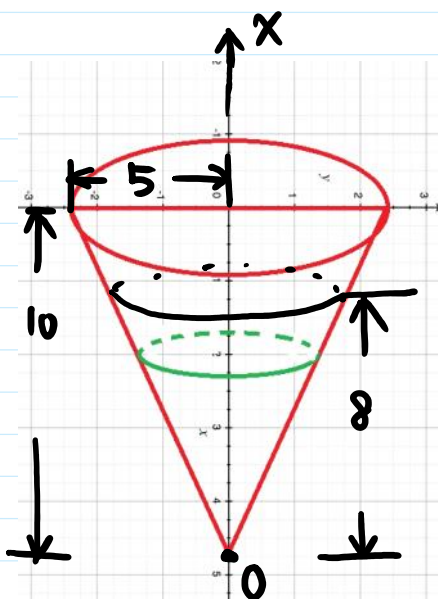
解. 如图建系. 以 x 为积分变量 $0 \leq x \leq 5$.

$$dW = mgx = \underbrace{\rho dV}_{F} g x = 9\pi\rho g x dx$$

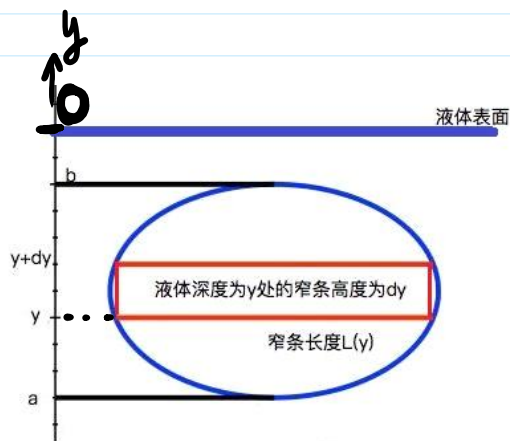
$$\therefore W = \int_0^5 dW = 9\pi\rho g \int_0^5 x dx = \frac{225}{2}\pi\rho g.$$

$$= \frac{225}{2}\pi\gamma$$

练习: (1) 高为10米之圆锥形水池, 底面半径为5米.
池内水深8米. 求将水抽收所做之功.



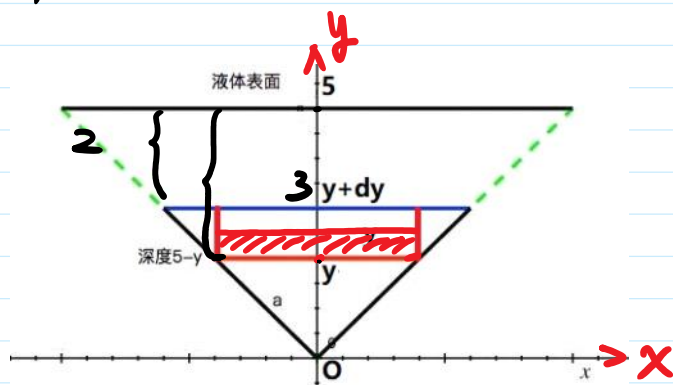
2. 水压力.



平面薄板竖直置于水中. 求一侧所受水的压力.

$$F = \int_a^b \rho g y L(y) dy$$

例3 板长 6 米, 高为 3 米的等腰直角三角形薄板斜边平行于水面且顶点没入水中 2 米处. 求一侧所受水的压力.

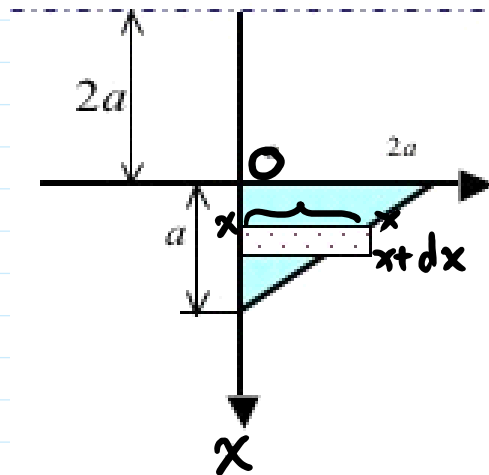


解. 如图建立.

$$F = \int_0^3 \rho g (5-y) 2y dy = 27 \rho g$$

例4. 将直角边分别为 a 和 $2a$ 的直角三角形薄板垂直放入水中 (如图). 水平直角边到水面的距离等于

该边以长微. 求薄板. 侧所受压力.



解: 如图建立

$$F = \int_0^a \underbrace{pg(2a+x)}_{\text{压强}} \underbrace{2(a-x)dx}_{\text{面积}} = \frac{7}{3}pg a^3.$$