

# Модель эпидемии SIR

---

Хасан Факи Акбар<sup>1</sup>

02 апреля, 2025, Москва, Россия

<sup>1</sup>Российский Университет Дружбы Народов

# Цели и задачи работы

---

# Цель лабораторной работы

Изучить модель эпидемии  $SIR$

## Задание к лабораторной работе

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:  $I(0) \leq I^*$ ,  $I(0) > I^*$

# **Процесс выполнения лабораторной работы**

---

Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи -  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также являются распространителями инфекции -  $I(t)$ . А третья группа  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Скорость изменения числа инфекционных особей:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$



Скорость изменения выздоравливающих особей:

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha$ ,  $\beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$

## Условие задачи

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове  $N = 5000$  в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 30$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 1$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1.  $I(0) \leq I^*$
2.  $I(0) > I^*$

# Графики изменения численности в первом случае

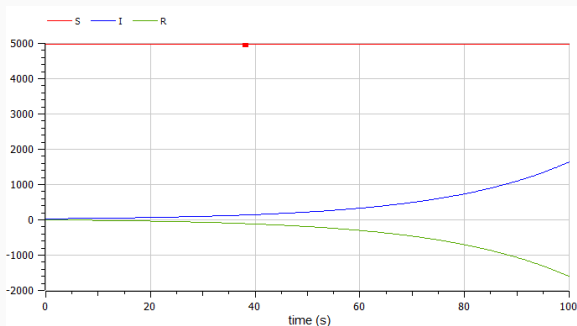


Рис. 1: График численности групп

# Графики изменения численности во втором случае

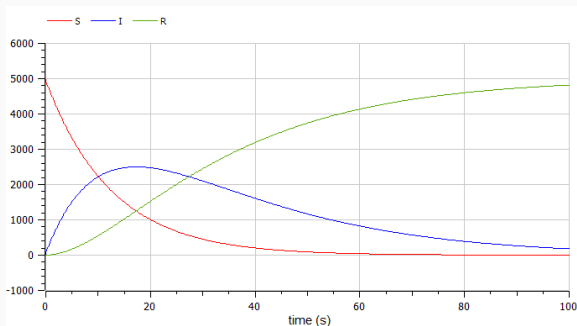


Рис. 2: График численности групп

## **Выводы по проделанной работе**

---

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель  $SIR$  и построены графики.