

Модель боевых действий

Хасан Факи Акбар¹

20 марта, 2025, Москва, Россия

¹Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель лабораторной работы

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие, как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Задание к лабораторной работе

1. Изучить три случая модели Ланчестера
2. Построить графики изменения численности войск
3. Определить победившую сторону

Процесс выполнения лабораторной работы

Рассмотри три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

В первом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. В результате модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Модель ведение боевых действий между партизанскими отрядами с учетом предположений, сделанных в предыдущем случае, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)x(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -h(t)y(t) - c(t)x(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Условие задачи

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 111111 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 99999 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t), Q(t)$ непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

Случай 1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.33x(t) - 0.77y(t) + \sin(t + 11) \\ \frac{dy}{dt} = -0.44x(t) - 0.66y(t) + \cos(t + 11) \end{cases}$$

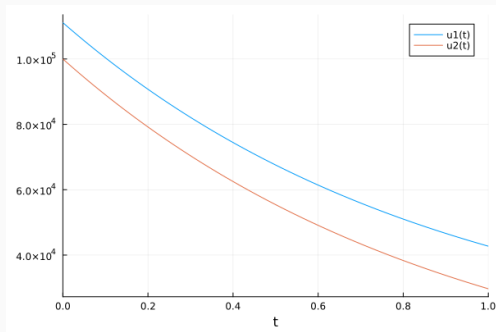


Рис. 1: График численности для случая 1

Случай 2. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.33x(t) - 0.77y(t) + \sin(22t) \\ \frac{dy}{dt} = -0.22x(t)y(t) - 0.88y(t) + \cos(22t) \end{cases}$$

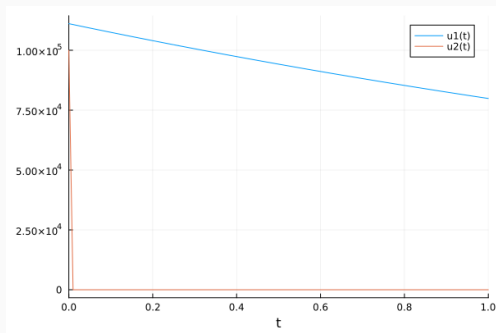


Рис. 2: График численности для случая 2

Выводы по проделанной работе

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделью «Войны и сражения». Проверили, как работает модель в различных ситуациях, построили графики $y(t)$ и $x(t)$ в рассматриваемых случаях.