

# 基于 GPU 异构加速的 FDTD 算法研究

张博森, 余飞龙, 江树刚

(西安电子科技大学 陕西省超大规模电磁计算重点实验室, 西安 710071)

ZhangBosen@stu.xidian.edu.cn

**摘要:** 时域有限差分法(FDTD)是求解电磁学中麦克斯韦方程组的重要方法之一,但是应用于电大尺寸或者复杂结构目标的电磁问题时,存在巨大的耗时间问题。本文利用 GPU 的并行处理特性,结合统一计算架构(CUDA),对 FDTD 算法进行加速计算。以介质滤波器为算例,分别实现了一千万和两千万网格下的 FDTD 加速计算。对比结果表明该方法最高获得了 57 倍的加速并且仿真结果吻合良好。

**关键词:** 计算电磁学;时域有限差分法;异构计算

## Research on FDTD algorithm based on GPU heterogeneous acceleration

Zhang Bosen, Yu Feilong, Jiang Shugang

(Shaanxi Key Laboratory of Large-scale Computation Electromagnetic, Xidian University, Xi'an 710071)

**Abstract:** The Finite-Difference Time-Domain (FDTD) method is an important technique for solving Maxwell's equations in Electromagnetic. But there are huge time-consuming problems when applied to electromagnetic problems of electrically large size or complex structural targets. In this paper, the parallel processing capabilities of GPUs are utilized, combined with the Compute Unified Device Architecture(CUDA), to accelerate the FDTD algorithm. Taking a dielectric filter as an example, FDTD accelerator computations were implemented with grid sizes of 10 million and 20 million. The comparative results indicate that this method achieved a maximum acceleration of 57 times and exhibited excellent agreement with the simulation results.

**Keywords:** Computational electromagnetics; The Finite-Difference Time-Domain; Heterogeneous computing

## 1 引言

时域有限差分法于 1966 年由 Yee K. S.<sup>[1]</sup>首次提出,适用于求解具有复杂几何特征的问题以及含有任意非均匀材料的问题。作为一种时域方法, FDTD 可以单次模拟覆盖很宽的频率范围,因此适用于求解频点较多的天线或滤波器等电磁模型。而传统 FDTD 算法在分析电大尺寸或者复杂结构目标的电磁问题时,仿真时间过长,计算性能降低。由于在 CPU 上进行大规模并行 FDTD 算法成本高昂,而 GPU 具有 CPU 不可比拟的并行计算能力,且成本较低,为实现并行 FDTD 算法提供了良好的平台。2008 年 M. J. Inman 等人<sup>[2]</sup>在 MATLAB 上使用基于 GPU 的 FDTD 算法来求解用于设计微带贴片天线和平面滤波器的参数。2012 年,Bo Zhang 等人<sup>[3]</sup>提出了一种应用在双节点工作集群上的硬件加速 FDTD 算法,并且双 GPU 的并行效率超过 80%。2021 年,S. Liu 等人<sup>[4-5]</sup>提出了一种动态负

载均衡异构 CPU+GPU 加速 FDTD 方法求解散射问题,将异构系统的数据处理量最大化。2022 年,M. Gunawardana<sup>[6]</sup>提出了一种用于求解传输线模型的 GPU 加速 FDTD 算法。目前的 FDTD 异构加速仿真实例很少针对实际物理目标进行建模计算,通用性和实用性不强。

针对上述问题,本文在 CPU+GPU 的异构计算环境下通过 CUDA 实现对 FDTD 算法的设计与实现,并以介质滤波器为例,以 CPU 计算的结果与计算速度为参照,验证该方法的准确性和高速性。

## 2 基于 CUDA 的三维 FDTD 算法

### 2.1 三维 FDTD 算法

FDTD 算法在空间和时间上采用中心差分离散将 Maxwell 旋度方程转为具有二阶精度的差分方程递推电磁场,在满足稳定性条件下,FDTD 可得到正确收敛的电磁场仿真计算结果。对于线性、各向同性和非色散媒质,麦克斯韦时域微分方程如式

(1)–(2)所示:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma^e + \mathbf{J}_i \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \sigma^m - \mathbf{M}_i \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{E}$  为电场强度,  $\mathbf{H}$  为磁场强度,  $\epsilon$  为媒质的介电常数,  $\mu$  为媒质的磁导率,  $\sigma^e$  为电导率,  $\sigma^m$  为磁导率,  $\mathbf{J}_i$ 、 $\mathbf{M}_i$  分别为施加电流和磁流密度。

FDTD 算法应用于三维结构时在空间上以 Yee 单元的方式进行网格化,在时间上交替抽样,然后用中心差分取代微分递推方程组。以分量  $E_x$  为例, FDTD 的递推式为

$$E_x^{n+1}(i, j, k) = \frac{2\epsilon - \Delta t \sigma^e}{2\epsilon + \Delta t \sigma^e} E_x^n(i, j, k) + \frac{2\Delta t}{(2\epsilon + \Delta t \sigma^e) \Delta y} (H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)) + \frac{2\Delta t}{(2\epsilon + \Delta t \sigma^e) \Delta z} (H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1)) + \frac{2\Delta t}{2\epsilon + \Delta t \sigma^e} \times J_{ix}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) \quad (3)$$

其中,  $i, j, k$  代表当前场量的坐标,  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  分别表示在  $x, y, z$  方向上的空间步长,  $n$  代表时域循环中的时间步;  $\Delta t$  表示时间步长,  $n\Delta t$  为当前取样时刻。

从式(3)中可以看出,当前时刻( $n$ )的  $E_x$  分量只与上一时刻( $n-1$ )的  $E_x$  分量和( $n-1/2$ )时刻的  $H_y, H_z$  分量有关,与其他场量无关。同样地,当前时刻( $n+1/2$ )的  $H_x$  分量只与上一时刻( $n-1/2$ )的  $H_x$  分量和  $n$  时刻的  $E_y, E_z$  分量有关。由此可见, FDTD 方法中电磁场的递推只需要其周围部分相关的场信息,不需要考虑整体场的分布,在 GPU 上具有很好的并行特性。

## 2.2 FDTD 算法的 CUDA 实现

CUDA 是一种将 GPU 作为数据并行计算设备的软硬件体系结构, GPU 是带有存储体系和一些独立流多处理器 SM(Streaming Multiprocessors)的设备。CUDA 能够生成数千个 GPU 线程,并在 GPU 中的数千个流处理器上并发执行 CUDA 内核程序。在 CPU+GPU 异构系统中, CUDA 编程模型将 CPU 作为主机端(Host), GPU 作为设备端(Device),二者协同工作,各司其职。对于 GPU 加速的 FDTD 算法,将目标网格的每一个 Yee 网格对应 CUDA 中的一个线程,在一个时间步内并发执行所有网格的电磁场更新操作。整体实现的具体流

程图如图 1 所示,在 CPU 端进行模型建模及网格剖分、初始化场量和更新系数、对 GPU 端的场值及相关系数的初始化及显存分配,和更新完成后的后处理操作;在 GPU 端进行电磁场更新,边界条件更新和添加激励源等操作。

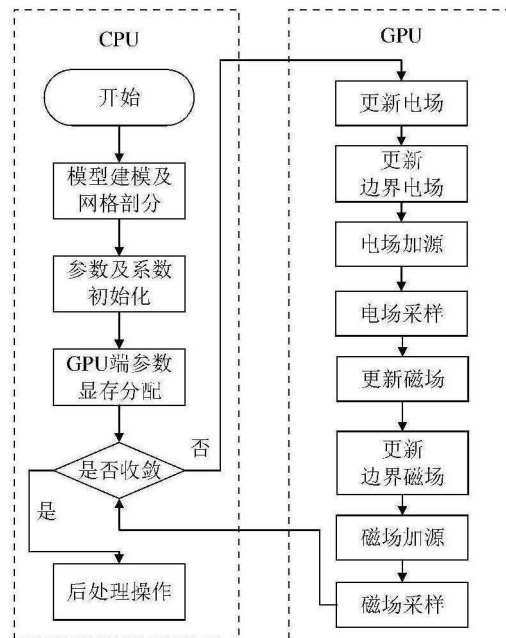


图 1 基于 CUDA 的 GPU 加速 FDTD 算法流程图

## 3 数值算例

本文以西电浪潮计算集群的一个 GPU 节点为实验平台,该节点的 GPU 卡为 Volta 架构的 Tesla V100 NVLink GPU 卡,位宽 4096 比特,显存为 32GB, CUDA 核心数量为 5120,对比 CPU 实验平台为 Inter Xeon 6248R 处理器,内存为 1TB,对比运行程序为 FDTD 串程序。选用一种介质滤波器作为数值算例,滤波器几何模型及馈电端口如图 2 所示。

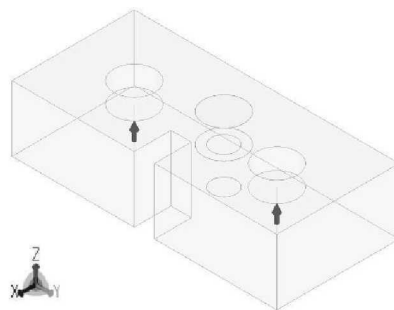


图 2 介质滤波器及馈电端口示意图

为客观评价本文所提算法的性能,需要一种量化的指标进行评价。对于计算密集型任务,虽然 GPU 比 CPU 计算速度快,但用 GPU 实现的 FDTD

算法仍与 GPU 的理论计算峰值相差甚远。对于一个实际的计算电磁学为例,评价指标即为计算速度、加速比和计算准确性。

对模型网格剖分大小分别为  $237 \times 426 \times 103$ , 共 1040 万网格,和  $321 \times 525 \times 121$ ,共 2039 万网格两种情况进行计算。由于滤波器收敛时间较长,由 2.1 节可知 FDTD 算法每一时间步的运行时间均相同,为节约计算资源,统计前 300 时间步的 GPU 和 CPU 的运行时间作为比较依据。表 1 为两种网格数量下分别在 GPU 和 CPU 端 300 个时间步的运行时间和加速效果。图 3 和图 4 分别为网格数量为一千万时计算得到的 S 参数以及滤波器内部横截面的电场分布图。

表 1 不同网格数量下算法性能对比

网格数量	CPU/s	GPU/s	加速比
$237 \times 426 \times 103$	76.83	1.35	56.9
$321 \times 525 \times 121$	150.4	2.62	57.4

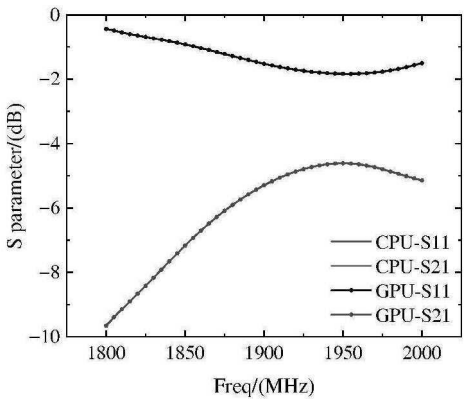


图 3 介质滤波器的频率特性

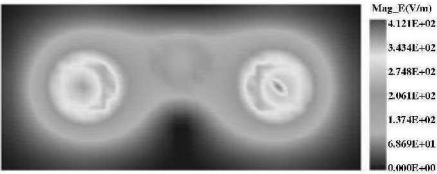


图 4 电场分布图

4 结论

本文利用图形处理器(GPU)的并行处理特性,结合计算统一设备架构(CUDA),以介质滤波器为算例,分别剖分数量为一千万和两千万的网格,实现了三维 FDTD 的高性能加速计算。实验结果表明,在西电集群的 GPU 节点上,与串行算法相比, GPU 获得了 57 倍的加速效果,说明本文设计的算法求解器具有高效率的特点。求解得到的结果均

与串行算法吻合良好,说明该求解器具有精度高、实用性强的特点。因此该方法在电磁场问题中的应用具有较好的实际意义。

参考文献:

[1] YEE K S. Numerical solution of initial boundary value Problems involving Maxwell equations inisotrc Picme-dia [J]. IEEE Trans Antennas ProPagat,May 1966,14(3): 302-307.

[2] INMAN M J, ELSHERBENI A Z. MATLAB graphical interface for GPU based FDTD method[C]//2008 Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility and 19th International Zurich Symposium on Electromagnet-ic Compatibility, 2008: 48-51.

[3] ZHANG B, XUE Z, REN W. Research on GPU Clus-ter acceleration of FDTD algorithm[C]//2012 Interna-tional Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT),2012: 1-4.

[4] LIU S, ZOU B, ZHANG L, et al. Heterogeneous CPU +GPU-Accelerated FDTD for Scattering Problems With Dynamic Load Balancing[J]. IEEE Transactions on An-tennas and Propagation, 2020, 68(9): 6734-6742.

[5] LIU S, TAN E L, ZOU B. Multi-GPU based Leapfrog CDI-FDTD Method for Large-Scale Electromagnetic Problems[C]//2021 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Sci-ence Meeting(APS/URSI),2021: 1545-1546.

[6] GUNAWARDANA M, KORDI B. GPU and CPU- Based Parallel FDTD Methods for Frequency-Dependent Transmission Line Models[J]. IEEE Letters on Electro-magnetic Compatibility Practice and Applications, 2022, 4(3): 66-70.

基金项目:陕西省重点研发计划项目(2022ZDLGY02-02、2021GX1H-02)、中央高校基本科研业务费专项资金资助(QTZX22160)

作者简介:

张博森,男,河北人,西安电子科技大学电子工程学院,硕士在读,研究方向为计算电磁学,E-mail:ZhangBosen@stu.xidian.edu.cn;

余飞龙,男,河南人,西安电子科技大学电子工程学院,硕士在读,研究方向为计算电磁学,E-mail:yufeilong@stu.xidian.edu.cn;