

Отчет 1. Деревья. Терминология деревьев. Классификация деревьев.
Представление деревьев.

Терминология деревьев

Дерево – одна из наиболее широко распространенных структур данных в информатике, эмулирующая древовидную структуру в виде набора связанных узлов.

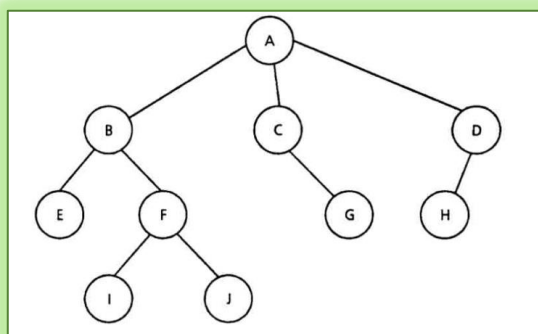
Древовидная структура характеризуется множеством **узлов**, происходящих от единственного начального узла, называемого **корнем**. В терминах генеалогического дерева узел можно считать **родителем**, указывающим на 0, 1 или более узлов, называемых **сыновьями**. Дерево может представлять несколько поколений семей. Сыновья узла и сыновья их сыновей называются **потомками**, а родители и прародители – **предками** этого узла. Каждый некорневой узел имеет только одного родителя, и каждый родитель имеет 0 или более сыновей. Узел, не имеющий детей, называется **листом**.

На рисунке:

А – корень

В – родитель сыновей Е и F

Е, F, I, J – потомки узла В

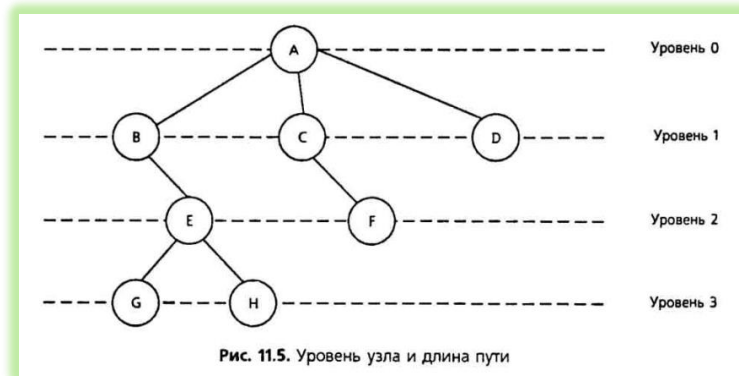


Каждый узел является корнем **поддерева**, которое определяется данным узлом и всеми потомками этого узла.

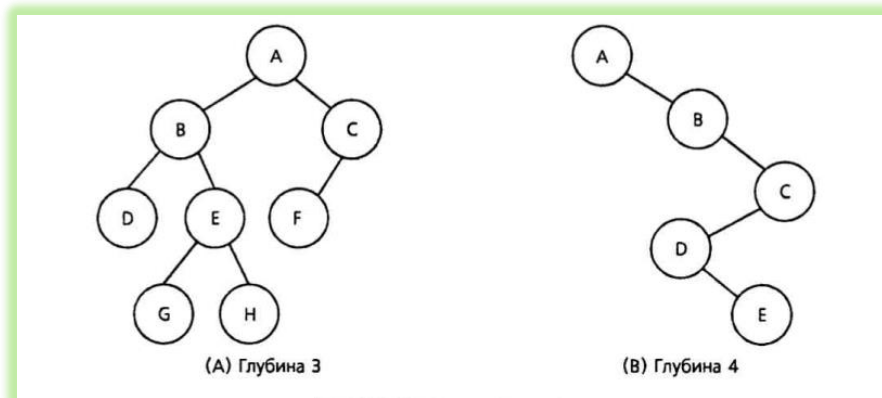
Прохождение от родительского узла к его дочернему узлу и к другим потомком осуществляется вдоль **пути**. Тот факт, что каждый некорневой узел имеет единственного родителя, гарантирует, что существует единственный путь из любого узла к его потомкам. Путь от корня к узлу дает

меру, называемую **уровнем** узла. Уровень узла есть длина пути от корня к этому узлу. Уровень корня равен 0. Каждый сын корня является узлом 1 уровня, следующее поколение – 2 уровня и тд.

Глубина дерева есть максимальный уровень любого его узла либо глубина дерева есть длина самого длинного пути от корня до узла.



Бинарные деревья



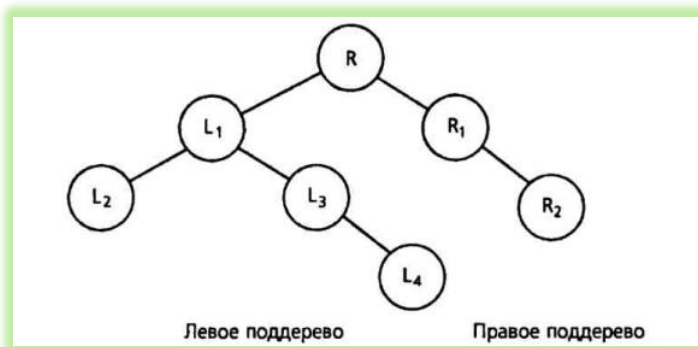
У каждого узла бинарного дерева может быть 0,1 или 2 сына. По отношению к узлу слева будем употреблять термин левый сын, а по отношению к узлу справа – правый сын. Наименования левый и правый относятся к графическому представлению дерева. Бинарное дерево является рекурсивной структурой. Каждый узел – это корень своего собственного поддерева. У него есть сыновья, которые сами являются корнями деревьев, называемых левым и правым поддеревом соответственно.

Бинарное дерево – это такое множество узлов В, что:

- В является деревом, если множество узлов пусто (пустое дерево – тоже дерево)
- В разбивается на три непересекающихся подмножества:

$\{R\}$ корневой узел
 $\{L_1, L_2, \dots, L_m\}$ левое поддерево R
 $\{R_1, R_2, \dots, R_m\}$ правое поддерево R

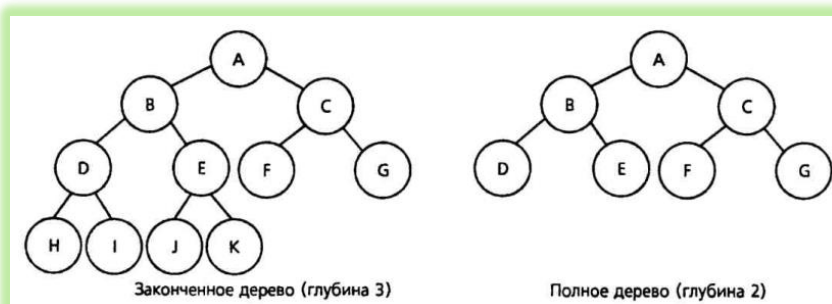
На любом уровне n бинарное дерево может содержать от 1 до 2^n узлов. Число узлов, приходящееся на уровень, является показателем плотности дерева. Интуитивно плотность есть мера величины дерева (число узлов) по отношению к глубине дерева.



Быстрый поиск – главное, что обуславливает использование деревьев для хранения данных.

Вырожденные деревья – такие деревья, у которых есть единственный лист и каждый нелистовой узел имеет только одного сына. Такое дерево эквивалентно связанному списку.

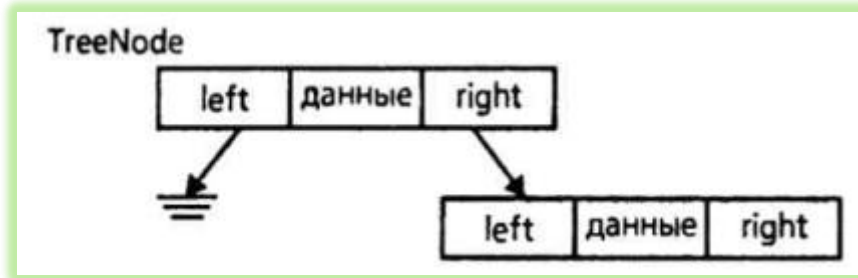
Законченные бинарные деревья - глубины N , где каждый уровень $0..N-1$ имеет полный набор узлов и все листья уровня N расположены слева. Законченное бинарное дерево, содержащее 2^N узлов на уровне N является **полным**.



Структура бинарного дерева

Структура бинарного дерева построена из узлов. Как и в связанном списке, эти узлы содержат поля данных и указатели на другие узлы в коллекции.

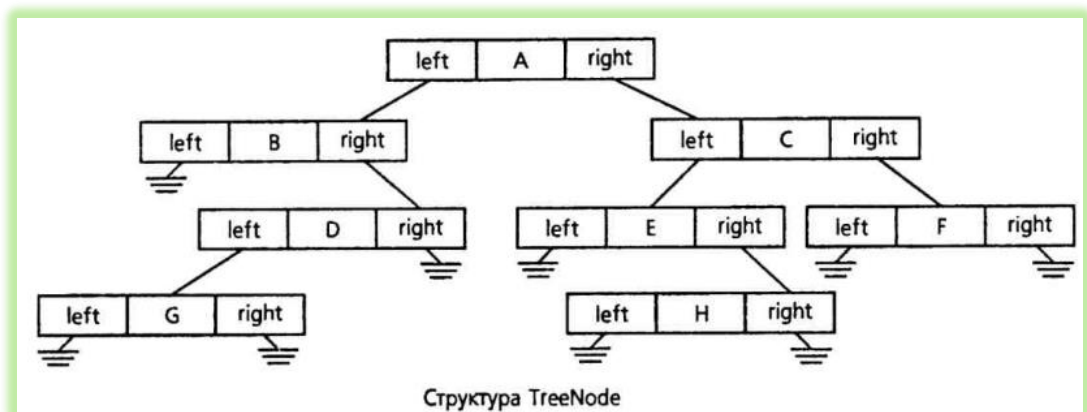
Узел дерева содержит поле данных и два поля с указателями. Поля указателей называются левым и правым указателем, так как они указывают на правое и левое поддерево соответственно. Значение NULL является признаком пустого дерева.



Корневой узел определяет входную точку дерева, а поле указателя – узел следующего уровня. Листовой узел содержит NULL в поле правого и левого указателей.

Проектирование класса TreeNode

В этом разделе разрабатывается класс `TreeNode`, в котором объявляются объекты-узлы бинарного дерева. Узел состоит из поля данных, которое является открытым (`public`) элементом, т.е. к которому пользователь может обращаться непосредственно. Это позволяет клиенту читать или обновлять данные во время прохождения дерева, а также допускает возвращение ссылки на данные. Последняя особенность используется более сложными структурами данных, такими как словари. Два поля с указателями являются закрытыми (`private`) элементами, доступ к которым осуществляется посредством функций `Left()` и `Right()`. Объявление и определение класса `TreeNode` содержатся в файле `treenode.h`.



Спецификация класса `TreeNode`

ОБЪЯВЛЕНИЕ

```
// BinSTree зависит от TreeNode
template <class T>
class BinSTree;

// объявление объекта для узла бинарного дерева
template <class T>
class TreeNode
{
private:
    // указатели левого и правого дочерних узлов
    TreeNode<T> *left;
    TreeNode<T> *right;

public:
    // открытый элемент, допускающий обновление
    T data;

    // конструктор
    TreeNode (const T& item, TreeNode<T> *lptr = NULL,
              TreeNode<T> *rptr = NULL);

    // методы доступа к полям указателей
    TreeNode<T>* Left(void) const;
    TreeNode<T>* Right(void) const;

    // сделать класс BinSTree дружественным, поскольку необходимо
    // доступ к полям left и right
    friend class BinSTree<T>;
};

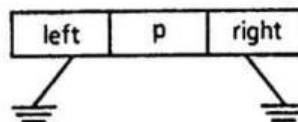
ОПИСАНИЕ
```

Построение бинарного дерева

Бинарное дерево состоит из коллекции объектов `TreeNode`, связанных посредством своих полей с указателями. Объект `TreeNode` создается динамически с помощью функции `new`.

```
TreeNode<int> *p;    // объявление указателя
                    // на целочисленный узел дерева

p = new TreeNode(item); // левый и правый указатели равны NULL
```



Вызов функции `new` обязательно должен включать значение данных. Если в качестве параметра передается также указатель объекта `TreeNode`, то он используется вновь созданным узлом для присоединения дочернего узла. Определим функцию `GetTreeNode`, принимающую данные и ноль или более указателей объекта `TreeNode` для создания и инициализации узла бинарного

дерева. При недостаточном количестве доступной памяти программа прекращается сразу после выдачи сообщения об ошибке.

```
// создать объект TreeNode с указательными полями lptr и rptr.  
// по умолчанию указатели содержат NULL.  
template <class T>  
TreeNode<T> *GetTreeNode(T item, TreeNode<T> *lptr = NULL,  
                        TreeNode<T> *rptr = NULL)  
{  
    TreeNode<T> *p;  
  
    // вызвать new для создания нового узла  
    // передать туда параметры lptr и rptr  
    p = new TreeNode<T> (item, lptr, rptr);  
  
    // если памяти недостаточно, завершить программу сообщением об ошибке  
    if (p == NULL)  
    {  
        cerr << "Ошибка при выделении памяти!\n";  
        exit(1);  
    }  
  
    // вернуть указатель на выделенную системой память  
    return p;  
}
```

Функция FreeTreeNode принимает указатель на объект TreeNode и освобождает занимаемую узлом память, вызывая функцию c++ delete.

```
// освободить динамическую память, занимаемую данным узлом  
template <class t>  
void FreeTreeNode(TreeNode<T> *p)  
{  
    delete p;  
}
```

Обе эти функции находятся в файле treelib.h вместе с функциями обработки бинарного дерева.

Источники:

- «Структуры данных в С++» - Уильям Топ Уильям Форд
- [https://ru.wikipedia.org/wiki/Дерево_\(структура_данных\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Дерево_(структура_данных))