

## HAREKETİN KİNEMATİK İNCELENMESİ

Kinematik, cisimlerin hareketlerini, bu hareketlere neden olan ya da bu hareketler sonucunda oluşan kuvvetlerden bağımsız olarak inceleyen fizik dalıdır. Klasik mekaniğin bir alt dalı olan ve hareketi soyut olarak ele alan kinematik, hareketli cisimlerdeki noktaların *uzaydaki konumlarını*, bu noktaların *birim zamanda aldığıları yolu (hız)* ve *hızlarında birim zamanda ortaya çıkan değişimleri (ivme)* açıklamayı amaçlar. Harekete neden olan kuvvetler dikkate alınmazsa, yalnızca hareketleri kısıtlanmış noktaların, bir başka deyişle, belirli bir yol üzerinde hareket eden noktaların hareketleri betimlenebilir. Kısıtlamasız ya da serbest harekette ise izlenecek yolu cismi etkileyen kuvvetler belirler. Bir doğru üzerinde yol alan bir noktanın hareketini betimlemek için noktanın belirli zamanlardaki konumlarını saptamak yeterlidir. Böyle bir hareketin sürekli bir tanımı için, konumu zamanın fonksiyonu olarak veren matematiksel bir eşitlik gereklidir.

Eğri bir yol üzerinde hareket eden bir noktanın konumunun betimlenmesi problemi daha karmaşıktır ve iki ya da üç boyut içermek zorundadır. Böyle bir hareketin grafik ya da matematiksel eşitlik biçimindeki sürekli tanımdan yararlanmak uygun bir yöntem değildir. Örneğin, dairesel bir yörunge üzerinde hareket eden bir noktanın konumu, bir ucu dairenin merkezine, öteki ucu da hareket eden noktaya bağlı kalacak biçimde dönen bir yarıçap aracılığıyla kolaylıkla belirlenebilir. Bu dönen yarıçapa, hareketli noktanın konum vektörü denir; konum vektörü ile sabit bir yarıçap arasındaki açının değeri, zamanın fonksiyonu olarak biliniyorsa, noktanın hızının ve ivmesinin büyüklükleri hesaplanabilir. Hız ve ivme vektörel nicelikler olduğundan bunların büyüklüklerinin yanı sıra doğrultularının ve yönlerinin de belirlenmesi gerekir. Hız vektörü izlenen yola her zaman teğettir; ivme vektörünün ise, biri izlenen yola teğet, öteki bu teğete dik olmak üzere iki bileşeni vardır.

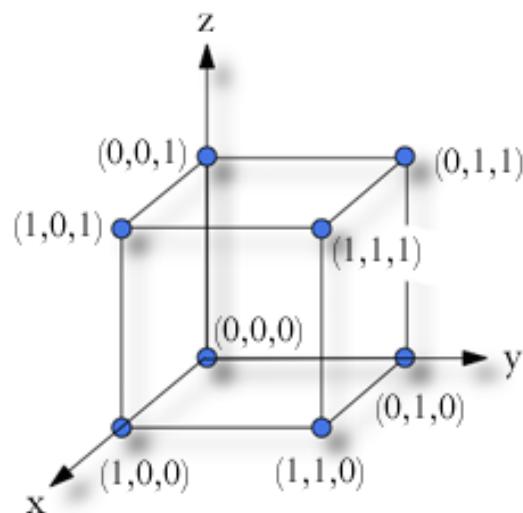
- Temel Fizik derslerinde, cisimlerin hareketleri incelenirken, cisimler boyutlarından bağımsız kütle merkezlerinde bir noktadan ibaretmiş gibi ( $m$  kütleli bir parçacık gibi) kabul edilirler ve hesaplamalar bu kabul doğrultusunda yapılır.

## Kinematiğin Temel Kavramları

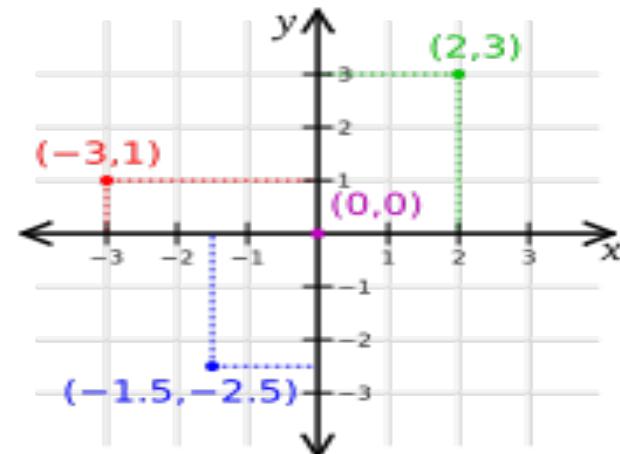
Bir hareketi tarif ederken mutlaka başlangıç noktasını (referans noktası) belirtmemiz gereklidir. Fiziksel dünyada bu bir ağaç, ev ya da herhangi bir cisim olabilir. Ancak kağıt üzerinde bilimsel bir hesaplama yaparken koordinat sistemi seçilmeli, çizilmeli ve hareket bu koordinat ekseninin orijinine (0;0) göre tarif edilmelidir.

### Konum

Bir cismin seçilen koordinat ekseninin orijinine (başlangıç noktası) göre bulunduğu yere konum denir. Konum, Kartezyen koordinat sisteminde üç boyutlu ise  $(x;y;z)$ , iki boyutlu ise  $(x;y)$  uzaklıklarını verilerek belirtilir.

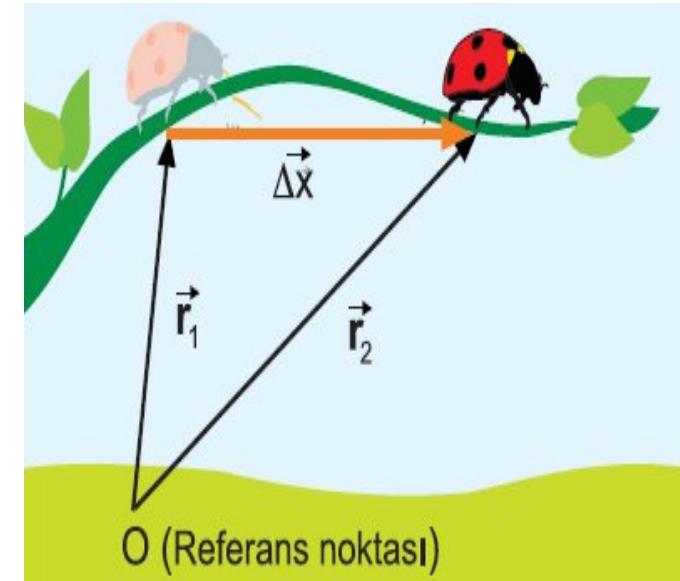
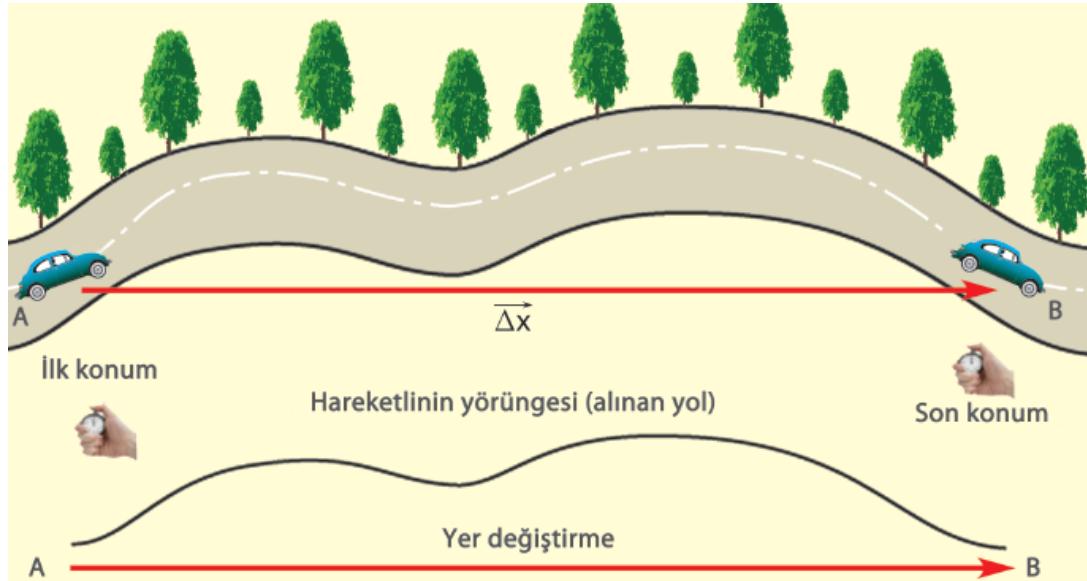


Üç boyutlu uzayda cismin konumunun belirlenmesi

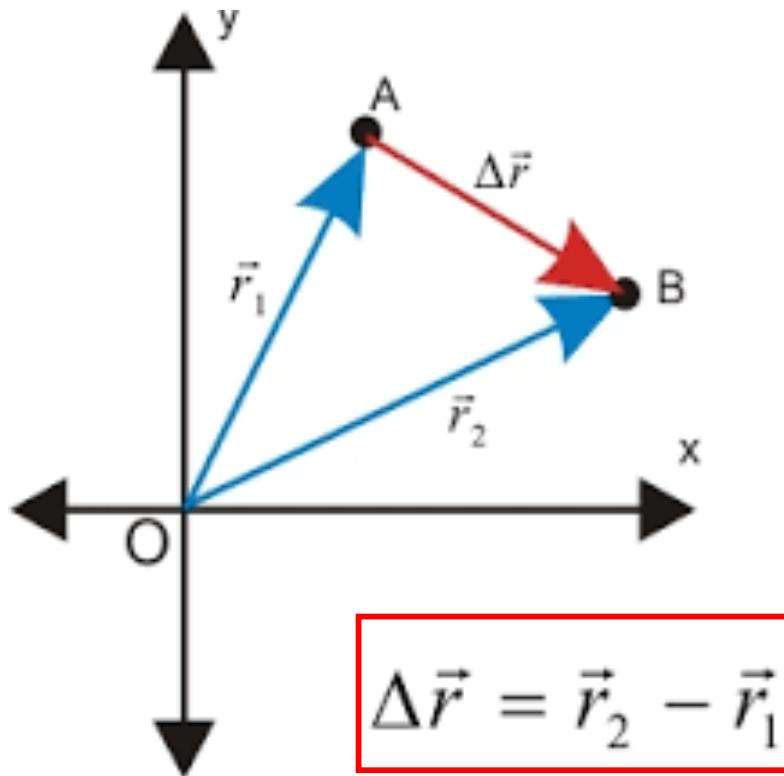


İki boyutlu düzlemede cismin konumunun belirlenmesi

## Alınan Yol ve Yer Değiştirme



Cisim bulunduğu konuma giderken farklı yollar izleyebilir. Cismin bulunduğu konuma giderken, farklı zamanlarda bulunduğu konumları birleştiren çizgiye alınan yol ya da cismin yörüngesi denir. Alınan yol skaler bir değer olup SI birim sisteminde uzunluk birimi olan metre ile ölçülür. Oysa ki cismin başlangıç noktası ile bulunduğu konumu birleştiren doğru büyüklüğündeki vektöre konum vektörü denir. Konum vektörü vektörel bir büyüklük olup  $\vec{r}$  simbolü ile gösterilir ve alınan yoldan bağımsızdır. SI birim sisteminde birimi metre' dir.



A: cismin ilk konumu

B: cismin son konumu

$\vec{r}_1$ : referans noktasından cismin ilk konumuna çizilen yönlü çizgi

$\vec{r}_2$ : referans noktasından cismin son konumuna çizilen yönlü çizgi

$\Delta\vec{r}$ : cismin konumundaki değişim

veya derste kullanacağımız bilimsel isimleriyle;

$\vec{r}_1$ : A noktası için *konum vektörü*

$\vec{r}_2$ : B noktası için *konum vektörü*

$\Delta\vec{r}$ : cismin bir konumdan (A) başka bir konuma (B) gidişini gösteren *yer değiştirme vektörü*

## Ortalama Hız ve Ortalama Sürat

Ortalama hız bir cismin, yer değiştirme hareketinin yavaşlığını ya da çabukluğunu anlatmak için kullanılan bir kavramdır. Hız, vektörel bir büyüklük olup yer değiştirme vektörünün birim zamandaki değişimidir ve

$$\vec{v}_{ort} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (m/s) \qquad \Delta t = t_2 - t_1: \text{geçen zaman}$$

bağıntısı ile verilir.

Ortalama sürat ise cismin hareketi boyunca izlediği toplam yol ne kadar yavaş veya çabuk allığıyla ilgili bir büyüklük olup skaler bir değerdir.

$$v_{ort} = \frac{\text{alınan toplam yol}}{\text{geçen toplam zaman}} \quad (m/s) \quad (\text{SKALER NİCELİK})$$

- Hem ortalama hızın hemde ortalama süratin SI birim sistemindeki birimleri  $m/s$ ' dir.
- Eğer cisim doğrusal bir yol boyunca hareket ediyorsa ortalama sürat ortalama hızın büyüklüğüne eşit olur.

Örneğin bir araba 20 m/s hızla güneye gidiyor denildiğinde, bu ifade arabanın hem süratini hem de yönünü bize söyler. Kısaca hız arabanın izlediği yol doğrusal olduğundan arabanın süratı hız vektörünün büyüklüğüne, 20  $m/s$ , eşit olur.

## Ortalama İvme

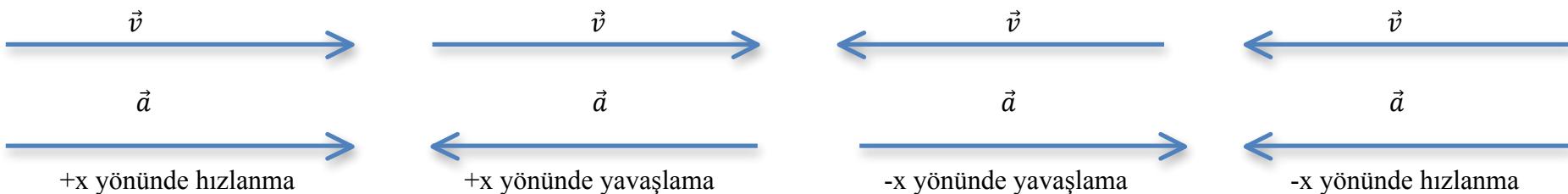
İvme hareket eden cismin hızının zamanla değişim oranının ölçüsüdür. Ortalama ivme;

$$\vec{a}_{ort} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

bağıntısı ile verilir. Vektörel bir büyüklüktür ve SI birim sistemindeki birimi  $m/s^2$ ' dir.

- Bir cisim sabit hızla hareket ediyorsa, hızının değişmediği dolayısı ile hız vektörünün değişim oranının yani ivmesinin sıfır olduğu unutulmalıdır.
- Negatif ivmenin; hızda azalma (yavaşlama) anlamına gelmediği, ivme vektörel bir büyüklük olduğundan eksi işaretinin azalmayı değil yönü gösterdiği unutulmamalıdır.

Örneğin sağa doğru olan doğrultuyu +x doğrultusu olarak seçersek;



## Ani Hız ve Ani İvme

Adlarının da ifade ettiği gibi herhangi bir “an” daki hız ve ivme kavramlarıdır. An dediğimizde aslında en kısa zamandan bahsetmekteyiz, bu durumun matematiksel karşılığı zamanın sıfıra gitmesidir. Dolayısıyle;

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

ani hız ifadesi olur. Ayrıca  $\vec{v} = v\hat{r} \equiv \text{Sürat} \times \text{Yön}$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

ise ani ivme ifadesi olur.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \text{ ve } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

ifadeleri fizikte kinematik eşitlikler  
adını alır.

- Eğer hareket **sabit ivme** ile gerçekleştiriliyor ise; bu iki kinematik eşitlik düzenlenip integral alındıktan sonra aşağıda hız ve pozisyon için verilen sadece sabit ivmeli hareket için geçerli iki denklem elde edilir:

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t_f$$

:hız denklemi,

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t_f + \frac{1}{2} \vec{a} t_f^2$$

:konum denklemi.

- Bu denklemdeki vektörel parametrelerin birim vektör notasyonunda yazılması gerekliliği unutulmamalıdır

*Örnek:* Bir öğrenci A noktasında bisiklette binerek pedal çevirmeye başlar. Düz bir çizgi üzerinde sabit  $\ddot{a} = 0.002\hat{i}\text{ m/s}^2$  lik ivme ile 30 dakika boyunca ilerler ve B noktasına varır. B noktasında U-dönüştürücü yapar ve bu noktada ulaştığı sabit süratini koruyarak  $1\text{ km}$  mesafe kat ederek C noktasına varır.

- a) A noktası ile B noktası arasındaki mesafeyi hesaplayınız.
- b) öğrencinin B noktasında ulaştığı süratini hesaplayınız.
- c) öğrencinin bu hareket boyunca kat etiği toplam mesafeyi hesaplayınız.
- d) öğrencinin toplam yer değiştirmesini hesaplayınız.
- e) öğrencinin ortalama süratini hesaplayınız.
- f) öğrencinin ortalama hızını hesaplayınız.

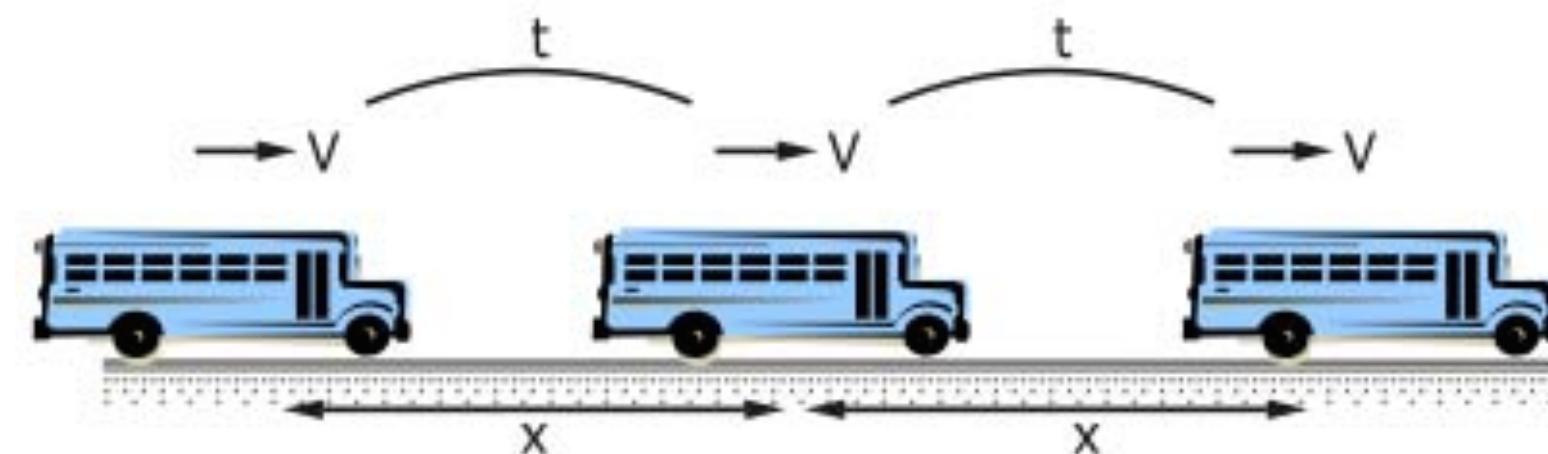
*Örnek:* Bir parçacık  $x$ -ekseni boyunca  $x = 2t^2 + t - 4$  denklemine göre hareket etmektedir. Buna göre parçacığın;

- a)  $t = 2\text{ s}$  ve  $t = 5\text{ s}$  zaman aralığındaki yer değiştirmesinin büyüklüğünü belirleyiniz.
- b)  $t = 2\text{ s}$  ve  $t = 5\text{ s}$  zaman aralığındaki ortalama hızının büyüklüğünü belirleyiniz.
- c) herhangi bir  $t$  anındaki hızını belirleyiniz, ve  $t = 4\text{ s}$  anındaki hızını bulunuz.
- d) herhangi bir  $t$  anındaki ivmesini belirleyiniz, ve  $t = 4\text{ s}$  anındaki ivmesini bulunuz.

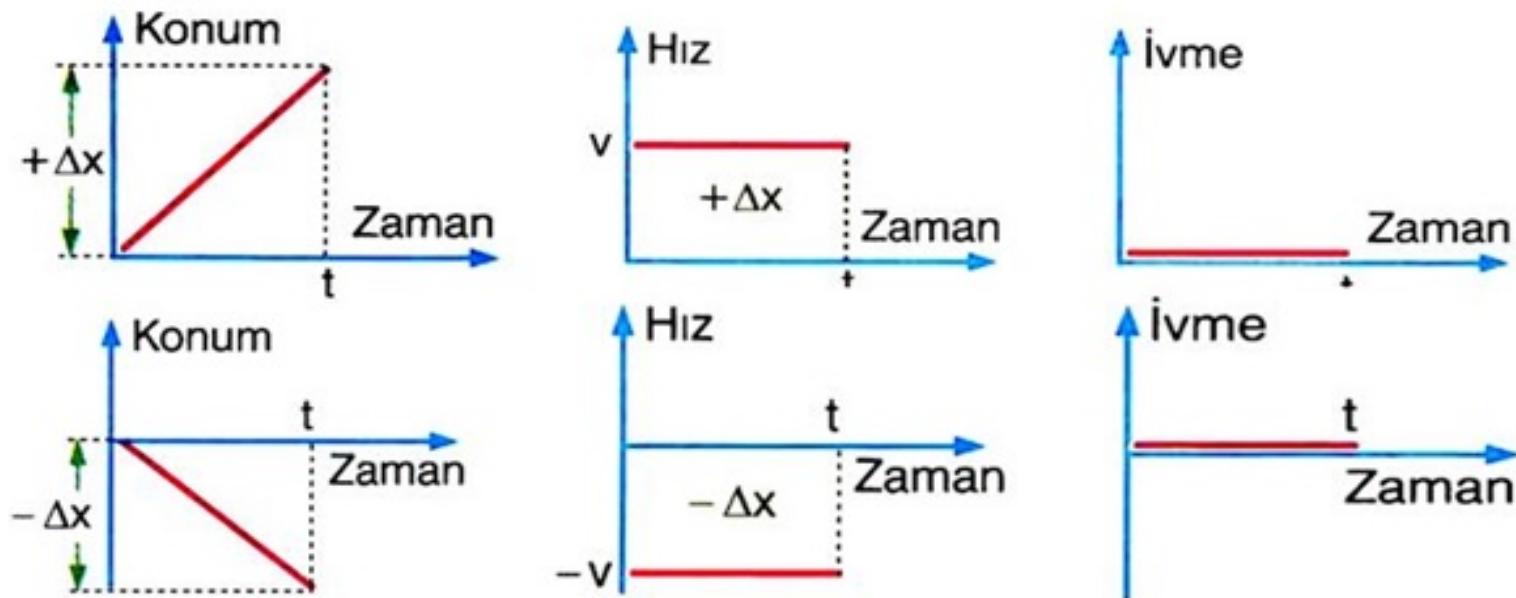
## BİR BOYUTTA HAREKET

### Düzgün Doğrusal Hareket

Hareketli bir cisim bir doğru üzerinde eşit zaman aralıklarında eşit miktarda yer değiştirmeler yapıyorsa bu cismin hareketine düzgün doğrusal hareket denir. Hareket doğrusal olduğundan tek boyutludur. Hareketin tek boyutlu olması demek; hareketin sadece x, y veya z ekseninde olduğu anlamına gelir ve bu eksenlerde hareket ya ileri doğrudur (pozitif eksen yönünde) ya da geriye doğrudur (negatif eksen yönünde).



Şekil: düzgün doğrusal hareket yapan bir otobüsün hareketi. Otobüs sabit v hızı ile eşit t zamanlarında eşit x yollarını kat eder.



Şekil: düzgün doğrusal hareket yapan bir cismin konum-zaman, hız-zaman, ve ivme-zaman grafikleri. Üstteki grafikler  $+x$  doğrultusunda sabit  $+v$  hızı ile ilerleyen bir cismi, aşağıdakiler ise  $-x$  doğrultusunda sabit  $-v$  hızı ile ilerleyen bir cismi gösterir.

- Doğrusal hareket  $x$  ekseni üzerinde gerçekleşiyor ise konum vektörü ( $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ ),  $x'$  e, hız vektörü ( $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$ ),  $v_x'$  e ve ivme vektörü ( $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ ) ise  $a_x'$  e indirgenir.
- Doğrusal hareket  $y$  ekseni üzerinde gerçekleşiyor ise konum vektörü ( $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ ),  $y'$  ye, hız vektörü ( $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$ ),  $v_y'$  ye ve ivme vektörü ( $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ ) ise  $a_y'$  ye indirgenir.
- Düzgün doğrusal harekette cismin hızı sabittir ve hız sabit olduğundan dolayı da ivmesi sıfırdır.

## Düzgün Değişen Doğrusal Hareket

Hareketli bir cisim bir doğru üzerinde ilerlerken hızı, eşit zaman aralıklarında eşit miktarlarda artıyor ya da azalıyorsa bu cisim düzgün değişen doğrusal hareket yapıyor, denir. Bu harekette cismin ivmesi sabittir. Hareket doğrusal olduğundan tek boyutlu bir harekettir.

$$V_0=15 \text{ m/s}$$



$$V_1= 10 \text{ m/s}$$



$$V_2= 5 \text{ m/s}$$



$$V_3= 0 \text{ m/s}$$



$$t_0=0$$

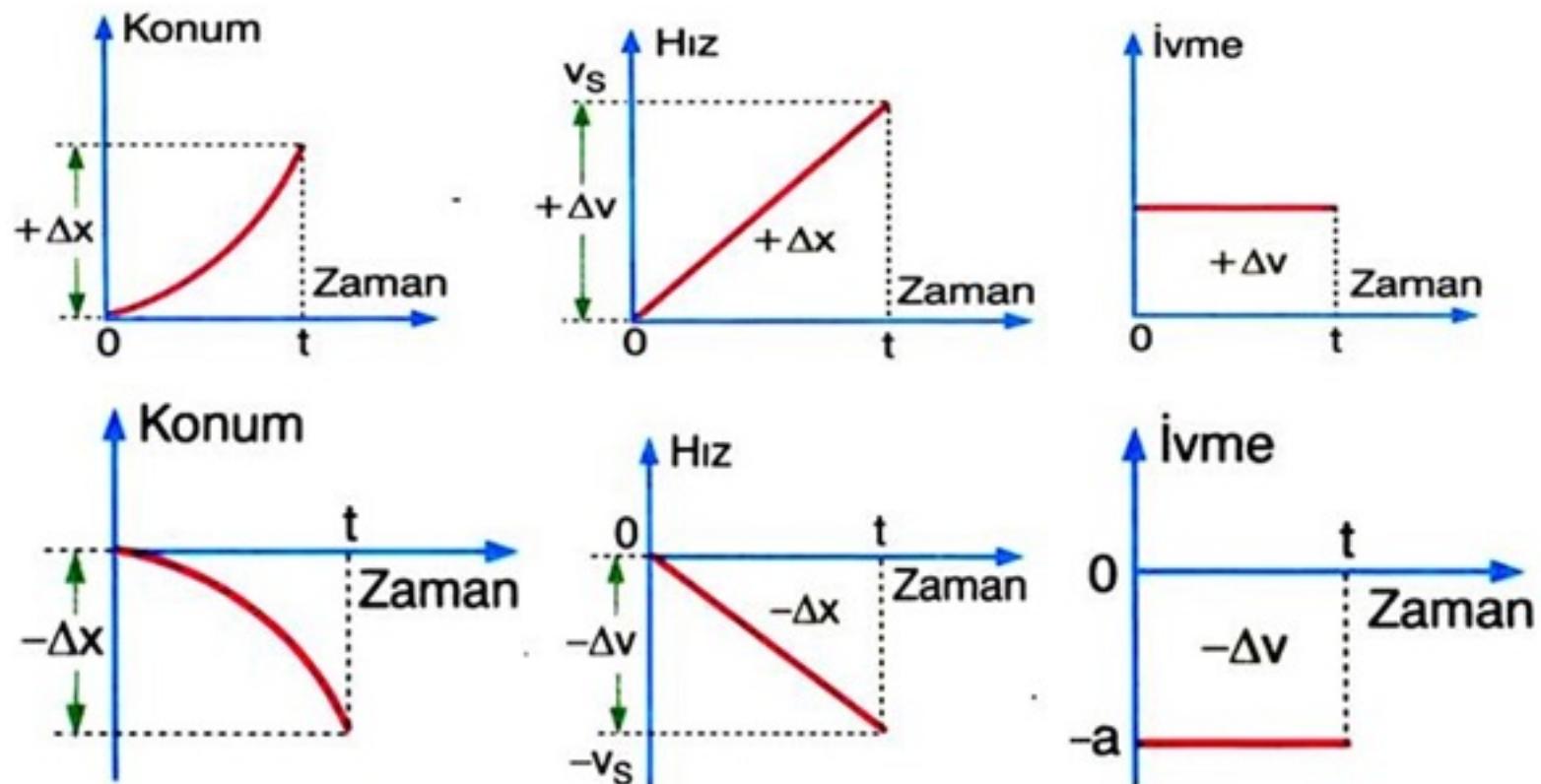
$$t_1= 5 \text{ s}$$

$$t_2= 10 \text{ s}$$

$$t_3= 15 \text{ s}$$

Şekil: sabit ivmeyle +x yönünde yavaşlayan araba. Yavaşlama sabit ivmeyle gerçekleştiği için arabanın süratini eşit zaman aralıklarında eşit miktarda azaltır.

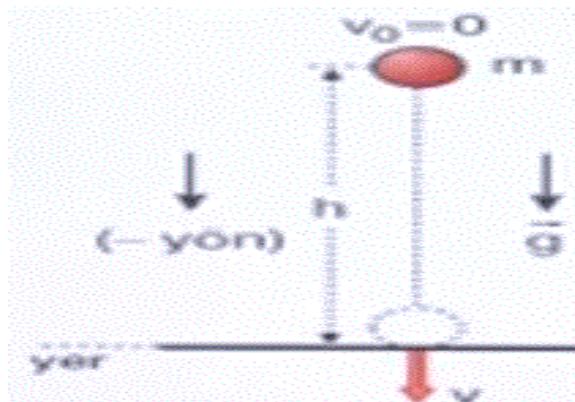
*Örnek:* Doğrusal bir yolda  $90 \text{ km/saat}$  sabit süratle ilerleyen bir araba  $30 \text{ dakika}$  da kaç metre yol alır?



Şekil: düzgün değişen doğrusal hareket yapan bir cismin konum-zaman, hız-zaman, ve ivme-zaman grafikleri. Üstteki grafikler durgun halden başlayıp  $+x$  doğrultusunda  $+a$  ivmesi ile hızlanan, aşağıdakiler ise durgun halden başlayıp  $-x$  doğrultusunda sabit  $-a$  ivmesi ile hızlanan bir cismi gösterir.

## Serbest Düşme Hareketi

Bir cisim belli bir yükseklikten ilk hızı sıfır olacak şekilde serbest bırakılırsa, cisim hızlanarak yere doğru düşer. Cismin bu hareketine serbest düşme denir. Bu durumda havanın sürtünmesi ihmali edildiğinde cisme sadece yer çekimi ivmesi etki eder ve bu ivme cismin düzgün hızlanarak yere düşmesine neden olur. Yer çekimi ivmesinin simbolü  $\vec{g}$  olup büyüklüğü  $|\vec{g}| = 9,81 \text{ m/s}^2$  dir. Yönü daima yer kürenin merkezine doğrudur.



Şekil: serbest düşme hareketi; ağaçtan kopan bir elma veya belli bir yükseklikten ilk hızsız bırakılan bir cisim sadece yer çekimi ivmesinin etkisi altındadırlar ve serbest düşme hareketi yaparlar.

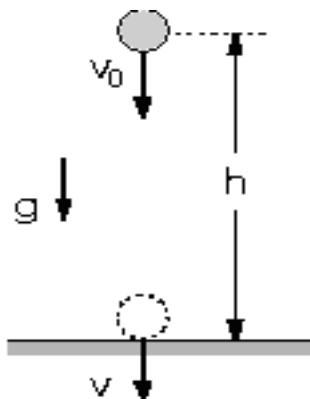
*Örnek:* Bir tenis topu 1 m yükseklikten serbest bırakıldığından top;

- Ne kadar sürede yere düşer?
- Yere çarptığı andaki hızı ve süratini nedir?



### Yukarıdan Aşağıya Düşey Atış Hareketi

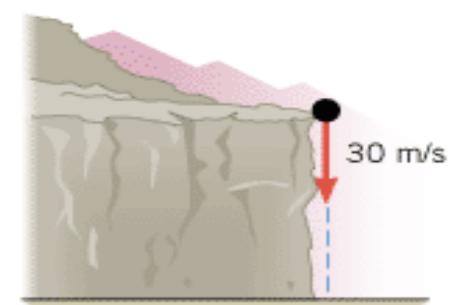
Bir cisim yukarıdan aşağıya bir ilk hız ( $v_i$ ) ile fırlatılır ise cisim yer çekim ivmesinin etkisi altında hızlanarak hareketine devam edecek ve yere düşecektir.



Şekil: yukarıdan aşağıya ilk hızla başlayarak hareket; yukarıdan aşağıya düşey atış hareketi.

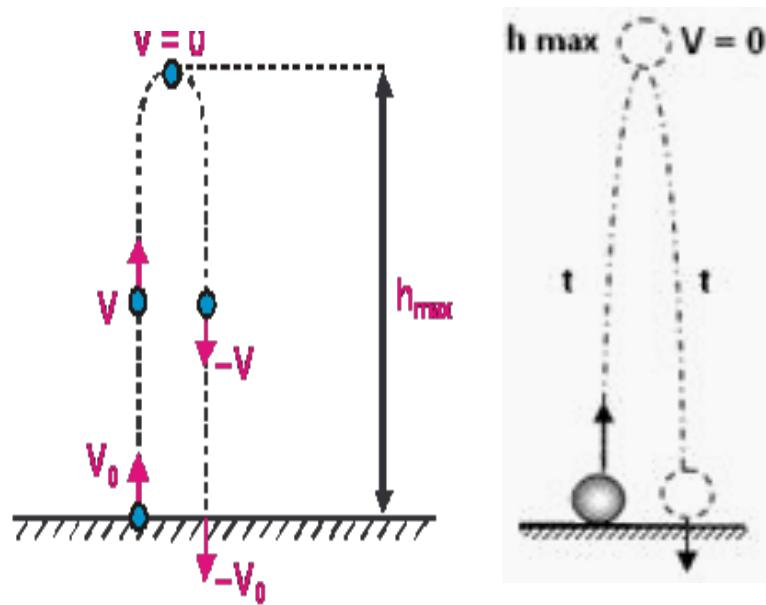
*Örnek:* Bir taş 100 m yüksekliğindeki bir uçurumun tepesinden  $30 \text{ m/s}$  süratle aşağıya atılıyor.

- Taş ne kadar sürede yere düşer?
- Taşın yere çarptığı andaki hızı nedir?



## Aşağıdan Yukarıya Düşey Atış

Eğer bir cisim aşağıdan yukarıya doğru  $v_i$  ilk sürat ile atılırsa sürtünmenin ihmali edildiği durumda cisim aşağıdan yukarıya düşey hareket yapar. Böyle bir cisim sahip olduğu ilk hızla yükselmeye başlar. Üzerine aşağı yönlü yerçekimi etki edecekinden cismin süratı gittikçe azalır, yani cismin yukarı hareketi yavaşlayan bir harekettir. Belli bir noktaya gelindiğinde cismin süratı sıfırlanır, bu noktaya cismin ulaşabileceği maksimum yükseklik denir. Bu noktada, cisim yerçekimi etkisinde serbest düşmeye başlar ve hızlanarak gidiş güzergahını aynen geri inmeye başlar. Enerji korunum ilkeleri gereği cisim yukarı çıkarken ve aşağı inerken aynı yükseklikteki hızlarının aynı olması gerekliliği unutulmamalıdır.



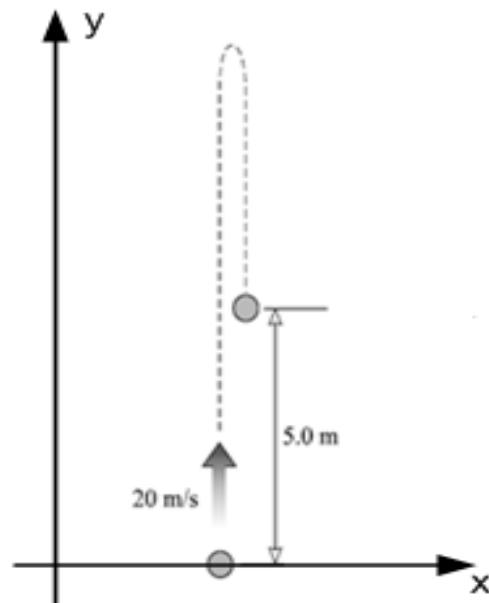
Şekil: aşağıdan yukarıya düşey atış. Hiçbir cisim ilk hız verilmeden kendiliğinden yükselmeye başlayamaz. İlk hızla yükselen her cisim ise yer çekimi etkisinden dolayı önce yavaşlar, sonra durur ve daha sonra geri aşağı inmeye başlar.

*Örnek:* Bir top yerden dikey olarak yukarı doğru  $30 \text{ m/s}$  süratle fırlatılıyor.

- a) Topun çıkabileceği maksimum yükseklik nedir?
- b) havada kalma süresi nedir?

*Örnek:* Bir taş düşey olarak yukarıya doğru  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ ' lik ilk süratle fırlatılmıştır. Taş aşağıya doğru düşerken fırlatıldığı noktanın  $5\text{m}$  üzerinde fırlatıcı tarafından tekrar yakalanmıştır.

- a) Taşın maksimum yükseklikteki hızı nedir?
- b) Taşın maksimum yükseklikteki ivmesi nedir?
- c) Taş yükselirken ivmesi ne kadardır?
- d) Taş geri inerken ivmesi ne kadardır?
- e) Taş kaç saniye sonra yakalanmıştır?
- f) Taşın ulaştığı maksimum yükseklik nedir?
- g) Taşın yakalanmadan hemen önceki hızı nedir?
- h) Taşın toplam yer değiştirmesi nedir?
- i) Taşın aldığı toplam yol ne kadardır?
- j) Taşın bu hareket için ortalama hızı nedir?
- k) Taşın bu hareket için ortalama sürat nedir?



## KİNEMATİK ÇALIŞMA SORULARI

**Problem 1:** Düzgün ivmeyle hareket eden bir cismin  $x$  koordinatı  $3 \text{ cm}$  olduğu zaman hızı  $12 \text{ cm/s}^2$  dir.  $2 \text{ s}$  sonra  $x$  koordinatı  $-5 \text{ cm}$  ise, ivmesinin büyüklüğü nedir?

**Problem 2:** Bir öğrenci önce doğu yönünde  $30 \text{ dakika}$  boyunca  $1 \text{ m/s}$  süratle ilerler. Ulaştığı noktada durur ve  $15 \text{ dakika}$  boyunca dinlenir. Sona  $45 \text{ dakikabatı}$  yönünde ilerleyerek  $2000 \text{ m}$  daha yol alır.

- a) öğrencinin doğu yönünde kat ettiği mesafeyi hesaplayınız.
- b) öğrencinin bu hareket boyunca kat ettiği toplam mesafeyi hesaplayınız.
- c) öğrencinin toplam yer değiştirmesini hesaplayınız.
- d) öğrencinin ortalama süratini hesaplayınız.
- e) öğrencinin ortalama hızını hesaplayınız.

**Problem 3:** Bir parçacık x-ekseni boyunca  $5t^2 + 2t - 8$  denklemine göre hareket etmektedir. Buna göre parçacığın;

- (a)  $t = 1 \text{ s}$  ve  $t = 5 \text{ s}$  zaman aralığındaki yer değiştirmesinin büyüklüğünü belirleyiniz.
- (b)  $t = 1 \text{ s}$  ve  $t = 5 \text{ s}$  zaman aralığındaki ortalama hızının büyüklüğünü belirleyiniz.
- (c) herhangi bir  $t$  anındaki hızını belirleyiniz.  
herhangi bir  $t$  anındaki ivmesini belirleyiniz.

**Problem 4:** Bir bisikletli önce  $20 \text{ km/saat}$  sürat ile 240 dakika boyunca doğuya doğru yol alır sonra burdaki kampta 2 saat dinlenmek için durur ve daha sonra 110 dakika boyunca geri batıya doğru pedal çevirerek 4500 metre yol kat eder. SI birim sisteminde,

- a) Bisikletlinin kat ettiği toplam yolu bulunuz..
- b) Bisikletlinin toplam yer değiştirmesini bulunuz.
- c) Bisikletlinin ortalama süratini bulunuz.
- d) Bisikletlinin ortalama hızını bulunuz.

**Problem 5:** Bir cismin zamana bağlı konum vektörü aşağıdaki formda tanımlanmıştır.

$$\vec{r} = (3t + t^2)\hat{i} + (4t - 2t^2)\hat{j} \text{ (m)}$$

burada  $t$  saniye cinsinden zamandır. Bu cismin;

- a)  $t_1=1\text{s}$ ,  $t_2=2\text{s}$  zaman aralığında yapacağı yer değiştirmenin vektörel ifadesini,  $\Delta\vec{r}$ , bulunuz.
- b)  $t = 2\text{s}$  anındaki hız vektörünü,  $\vec{v}$ , bulunuz.
- c)  $t = 2\text{s}$  anındaki ivme vektörünü,  $\vec{a}$ , bulunuz.

**Problem 6:** Bir cismin zamana bağlı konum zamana bağlı konum bileşenleri  $x(t) = 5t^2$  ve  $y(t) = 2t^2 + 4$  olarak tanımlanmıştır.

- a) Cismin zamana bağlı konum denklemini vektörel olarak,  $\vec{r}$ , yazınız.
- b)  $t_1=1\text{s}$ ,  $t_2=5\text{s}$  zaman aralığında yapacağı yer değiştirmenin vektörel ifadesini,  $\Delta\vec{r}$ , bulunuz.
- c)  $t = 2\text{s}$  anındaki hız vektörünü,  $\vec{v}$ , bulunuz.
- d)  $t = 2\text{s}$  anındaki ivme vektörünü,  $\vec{a}$ , bulunuz.

**Problem 7:** Bir harita Atlanta'yı, Dallas'ın  $5^{\circ}$  kuzey-batı yönünde ve  $1150\ km$  uzakta gösteriyor. Aynı harita Chicago'yu, Atlanta'nın  $21^{\circ}$  kuzey-batı yönünde ve  $900\ km$  uzakta olduğunu gösterirse, bu bilgileri kullanarak Dallas'tan Chicago'ya olan yer değiştirmeyi bulunuz.

**Problem 8:** Bir öğrenci  $4m$  yukarıda bulunan bir penceredeki kız kardeşine düşey olarak yukarı doğru bir anahtar fırlatır. Kız kardeş anahtarı  $1,5s$  sonra tutmuştur;

- a) anahtar hangi ilk hız ile fırlatılmıştır?
- b) anahtarın yakalanmadan hemen önceki sürat nedir?