

5. BÖLÜM: MOMENTUM

İTME

Bir cisme etki eden kuvvet ile kuvvetin etkiye süresinin çarpımına itme denir. İtme vektörel bir niceliktir.

İtme = Kuvvet x Zaman

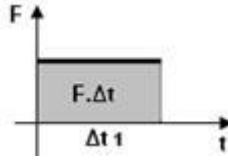
$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

I: İtme (N.s)

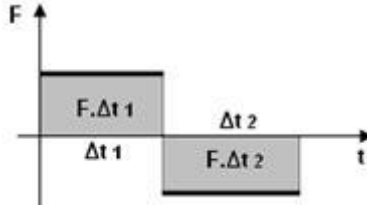
F: Kuvvet (N)

t: Zaman (s)

Kuvvet-zaman grafiğinin altındaki alan itmeyi verir.



Bir cisme uygulanan net kuvvetlerin zamana göre değişim grafiklerinde grafikte zaman eksenini arasındaki alanların cebirsel toplamı toplam itmeyi verir.



Eğer bir cisme aynı doğrultularda kuvvetler uygulanırsa itmelerin toplamı, toplam itmeye eşittir. Bu işlem yapılırken bir yöndeki kuvvetlerin işareti (+) alınırsa diğer yöndeki kuvvetlerin işareti (-) alınır.

$$I_{\text{toplama}} = \sum F \cdot \Delta t = F_1 \cdot \Delta t_1 + F_2 \cdot \Delta t_2 + F_3 \cdot \Delta t_3 + \dots$$

MOMENTUM

Bir cisminin kütlesiyle hızının çarpımına momentum denir. Vektörel bir büyüklüktür.

Momentum = Hız x Kütle

$$P=m \cdot V$$

$$\vec{P} = m \cdot \vec{V}$$

P: Momentum (kgm/s)

V: Hız (m/s)

m: Kütle (kg)

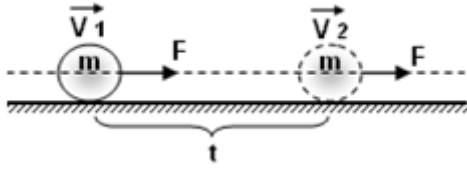
Newton'un II. Kanununa göre;

$$F = m \cdot a$$

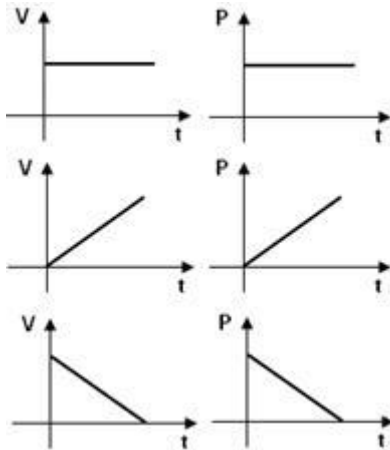
$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow F = m \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{V}$$

m kütesinin hız değışimi itmeye eşittir.



Momentum vektörü hız vektörü ile aynı yöndedir. Momentum vektörü ile hız vektörü karıştırılmamalıdır.



Hız vektörü hareketin ne kadar çabuk olduğunu ve cismin hangi yönde gittiğini gösterir. Momentum değışimi gerekli itme miktarını gösterir. Momentum cismin hızının büyüklüğünü belirtmez, ancak hareketin yönünü gösterir. **Momentum vektörü** ile hız vektörünün büyüklüğü doğru orantılıdır.

Momentum değişimi:

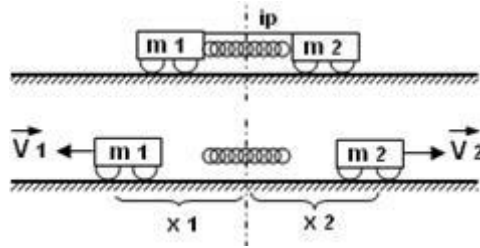
Hareketli bir cismin hızı değişirse momentumu da değişir. Momentum değişimi;

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_{son} - \vec{P}_{ilk} = m \cdot \vec{V}_{son} - m \cdot \vec{V}_{ilk} = m \cdot (\vec{V}_{son} - \vec{V}_{ilk})$$
$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P} = \vec{P}_{son} - \vec{P}_{ilk}$$

İki Cismin arpışmasındaki Momentum Değişimi:

1.) Duran iki cismin etkileşmesi:

Sıkıştırılmış esnek bir yayın iki ucuna iki deney arabasını bir ipile bağlayalım. İp aniden kesilirse cisimler zıt ynde harekete başlar.



$$\vec{I}_1 = -\vec{I}_2$$

$$\Delta \vec{P}_1 = -\Delta \vec{P}_2$$

$$m_1 \cdot V_1 = -m_2 \cdot V_2$$

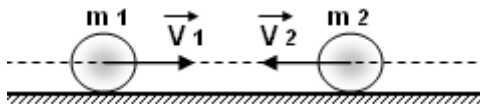
$$m_1 = m_2 \Rightarrow V_1 = V_2$$

$$m_1 > m_2 \Rightarrow V_1 < V_2$$

$$m_1 < m_2 \Rightarrow V_1 > V_2$$

2.) Hareketli iki cismin çarpışması ve momentum korunumu:

Çarpışan cisimlerden herhangi birinin kaybettiği momentumu diğeri kazanır. Yani momentum değişimleri büyüklükçe eşit ve zıt yönlüdür.



$$\Delta \vec{P}_1 = \Delta \vec{P}_2$$

$$\Delta \vec{P}_1 + \Delta \vec{P}_2 = 0$$

Bu bağıntıya göre bir sistemin toplam momentumu sabittir. Buna momentum korunumu denir. Buna göre çarpışmalardan önceki toplam momentum çarpışmalardan sonraki toplam momentuma eşittir.

$$\sum \vec{P}_{ilk} = \sum \vec{P}_{son}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2'$$

Geri tepme:

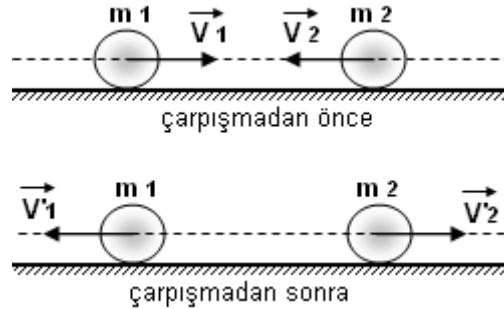
Bir tabancanın ateşlenmesinden önce tabanca ve merminin momentumları sıfıra eşittir. Tabanca ateşlendiğinde de barutun gaz basıncı tabancaya ve mermiye aynı itmeyi verir.

$$\Delta \vec{P}_1 = -\Delta \vec{P}_2$$

$$\Delta \vec{P}_1 + \Delta \vec{P}_2 = 0$$

$$m_1 \cdot V_1 = -m_2 \cdot V_2$$

Merkezi Esnek Çarpışma:



İki cismin merkezleri bir doğru üzerinde olacak şekildeki çarpışmalardır. Kütleler değişime uğramadan ayrı ayrı hareket ederler. Hem momentum hem de kinetik enerji korunacaktır.

$$\sum \vec{P}_{ilk} = \sum \vec{P}_{son}$$

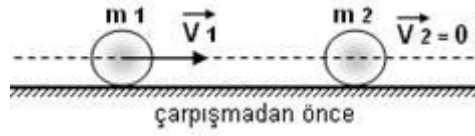
$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}_1' + m_2 \vec{V}_2'$$

$$\sum E_{ilk} = \sum E_{son}$$

$$\frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2'^2$$

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{V}_1' + \vec{V}_2'$$

Cismin biri hareketli diğeri durgun ise son hızları yukarıdaki bağıntılar yardımıyla bulunabilir.

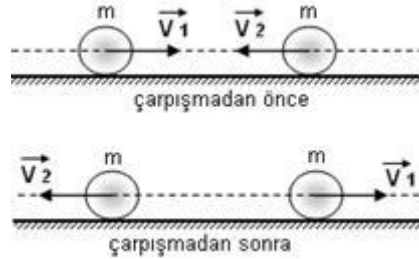


$$V_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot V_1$$

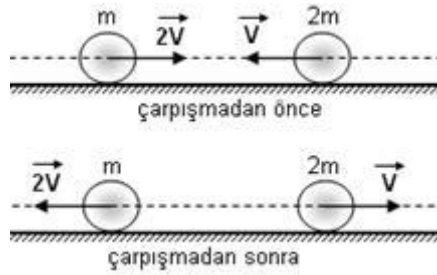
$$V_2' = \frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot V_1$$

Özel Durumlar:

1.) Cisimlerin kütleleri eşitse cisimler çarpıştıktan sonra, çarpışmadan önceki hızlarını değiştirirler.

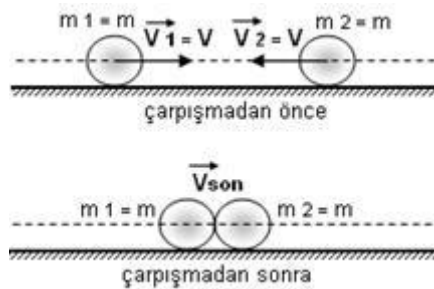


2.) Cisimleri momentumları eşit ve ters yönlü ise cisimler çarpıştıktan sonra aynı büyüklükteki hızlarını alarak geri dönerler.



Esnek olmayan çarpışma:

Cisimler çarpıştıktan sonra birbirine yapışarak hareket ederler.

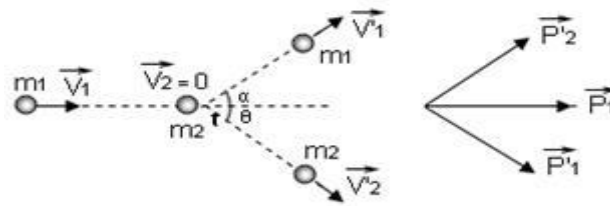


Bu çarpışmada momentum korunur ancak enerji korunmaz.

$$\begin{aligned}\sum \vec{P}_{ilk} &= \sum \vec{P}_{son} \\ m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 &= (m_1 + m_2) \cdot \vec{V}_{ortak} \\ \sum E_{ilk} &> \sum E_{son}\end{aligned}$$

Merkezi olmayan çarpışma:

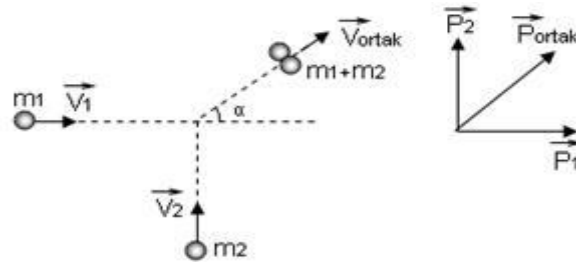
Bir cisim duran bir cisme merkezi olmayan bir doğrultuda çarparsa cisimler farklı doğrultulara saçılır.



Çarpışmadan nceki ve sonraki momentumları eşittir.

$$\begin{aligned}\sum \vec{P}_{ilk} &= \sum \vec{P}_{son} \\ \vec{P}_1 + \vec{P}_2 &= \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2\end{aligned}$$

1. İki cismin kütleleri eşitse çarpışmadan sonra aralarındaki açı 90 derece olur.
2. Cisimler arpışmadan sonra ortak hareket ederlerse son hızları momentum korunumundan yararlanılarak bulunur.

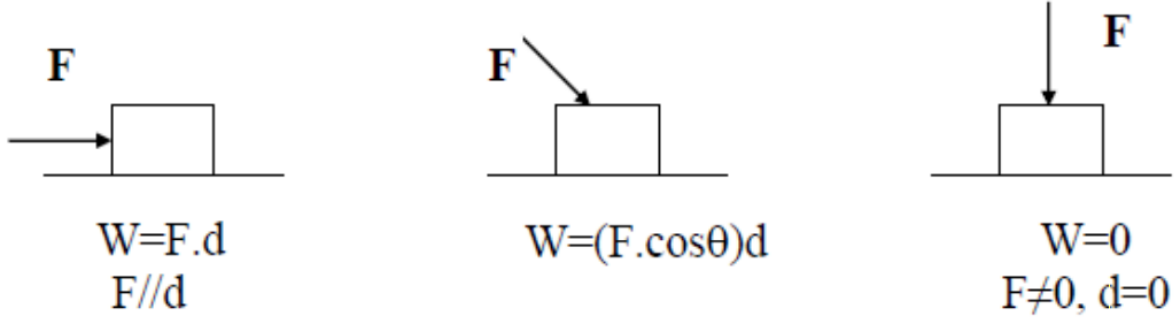
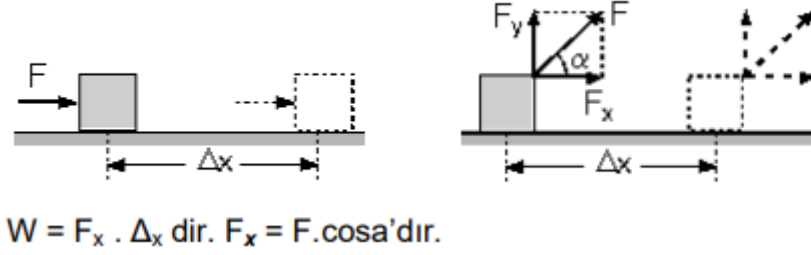


$$\begin{aligned}\sum \vec{P}_{ilk} &= \sum \vec{P}_{son} \\ \vec{P}_1 + \vec{P}_2 &= \vec{P}'_{ortak} \\ m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 &= (m_1 + m_2) \vec{V}_{ortak}\end{aligned}$$

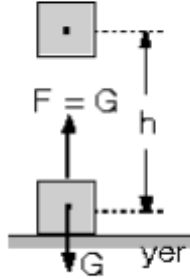
6. BÖLÜM: İŞ, ENERJİ ve GÜÇ

İŞ

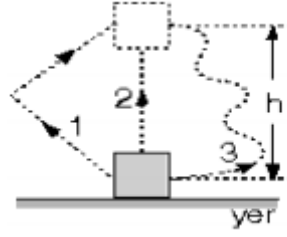
Yola paralel bir F kuvveti cisme yol aldırabiliyorsa iş yapıyor demektir. Yapılan iş, kuvvet ile yolun çarpımına eşittir. İş W sembolü ile gösterilirse, $W = F \cdot \Delta x$ olur. Burada F ile Δx yolunun paralel olması gerekir. Eğer F kuvveti yola paralel değilse işi yapan kuvvet F kuvvetinin yola paralel olan F_x bileşenidir.



Hareket doğrultusuna dik olan kuvvetler iş yapmazlar. Duran ya da hareket eden bir cisme uygulanan F kuvveti cismin başlangıç şartlarına bağlı olarak değişik hareketlere neden olabilir. Örneğin duran bir cisme sabit bir kuvvet uygulanarak iş yapılırsa, cisim düzgün hızlanan hareket yapar. Herhangi bir kuvvet yönünde yapılan iş pozitif ise, ters yönde uygulanan kuvvetin yaptığı iş negatiftir. $W = F \cdot \Delta x$ bağıntısına göre, iş yapılabilmesi için kuvvet cisme yol aldırılmalı ve kuvvet ile yol paralel olmalıdır. Bir cisim yerden yukarı doğru cismin ağırlığına eşit bir kuvvetle hareket ettirilirken yerçekimine karşı iş yapılır. Yapılan iş kuvvet ile kuvvete paralel h yolunun çarpımına eşittir. $W = F \cdot h$ $W = m \cdot g \cdot h$ 'dir.



Eğer cisim h yüksekliğinden serbest bırakılıp aşağı doğru düşerse, yerçekimi iş yapmıştır. Bir cismi h yüksekliğine çıkarmak için yapılan iş, cismi çıkarırken izlenen yolun şekline ve uzunluğuna bağlı değildir. Yani yapılan bu iş yoldan bağımsızdır. SI (MKS) birim sisteminde iş birimi Joule'dir. İş bağıntısından görüleceği gibi Joule = N.m'dir,



GÜÇ

Birim zamanda yapılan işe güç denir.

$$\text{Güç} = \frac{\text{İş}}{\text{Zaman}} \Rightarrow P = \frac{W}{t} \text{ dir.}$$

SI (MKS) birim sisteminde güç birimi

$$\text{Watt} = \frac{\text{Joule}}{\text{saniye}} \text{ dir.}$$

$$1 \text{ kw} = 1000 \text{ watt tır.}$$

ENERJİ

Fizikte iş yapmanın hedefi enerji aktarımıdır. Kuvvet uygulayarak gerçekleştirilen enerji alış-verişine iş denir. Sistemin iş yapabilme kabiliyeti enerji olarak tanımlanabilir. Enerji skaler bir büyüklüktür. Yani enerjinin yönü, bileşeni ve uygulama noktası gibi vektörel özellikleri yoktur. Bir sisteme uygulanan kuvvet iş yapıyorsa yapılan iş enerjideki değişime eşittir.

$$W_{\text{dış}} = \Delta E_{\text{sistem}} = E_2 - E_1 \text{ dir.}$$

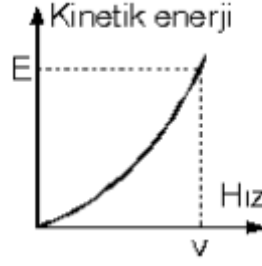
Buna göre, sistemin enerjisinde bir değişme var ise iş yapılmıştır, değişme yok ise iş yapılmamış demektir. Bir sisteme uygulanan kuvvetler bu sistemin enerjisini artırıyor, pozitif iş yapar. Bu kuvvetler sistemin enerjisini azaltıyorsa, negatif iş yapar. Enerji çeşitleri oldukça fazladır. Mekanik enerji, ısı enerjisi, Güneş enerjisi, nükleer enerji, rüzgar enerjisi, bazı enerji çeşitleridir. İş birimleri ile enerji birimleri aynıdır.

Kinetik Enerji

Hareket halindeki cisimlerin sahip olduğu enerjiye kinetik enerji denir. Kütlesi m, hızı v olan bir cismin kinetik enerjisi,

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

şeklinde tanımlanır. Kinetik enerji kütle ile hızın karesinin çarpımı ile doğru orantılıdır. Birimi Joule'dür. Kinetik enerji-hız grafiği şekildeki gibidir. Düz bir yolda cisme F kuvveti uygulandığında, yapılan iş cismin kinetik enerji değişimine eşit olur.



Potansiyel Enerji

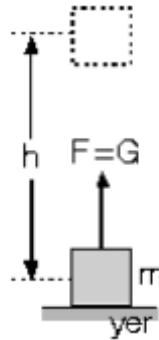
Potansiyel enerjiyi, yer çekim potansiyel enerjisi ve esneklik potansiyel enerjisi olmak üzere iki çeşidi incelenecektir.

Yerçekim Potansiyel Enerjisi

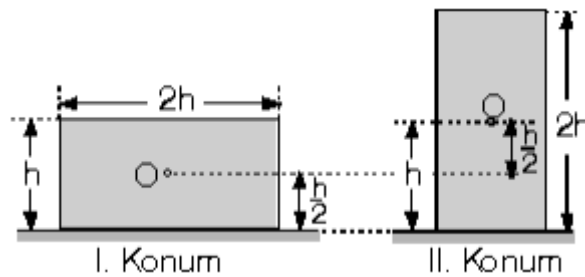
Bu enerji yerçekimi kuvvetinden kaynaklanır. m kütleli bir cismi yer seviyesinde h kadar yükseğe sabit hızla çıkarmak için yapılması gereken iş,

$$W = F \cdot h = m \cdot g \cdot h \text{ dir.}$$

Yapılan işin enerji değişimine eşit olduğunu biliyoruz.



Cisim sabit hızla çıkarıldığı için kinetik enerji değişmemiştir. O halde yapılan iş, cismin potansiyel enerji değişimine eşittir. Buna göre, yerden h kadar yükseklikte cismin yere göre potansiyel enerjisi, $E_p = m \cdot g \cdot h$ bağıntısı ile bulunur. Burada h yüksekliği, cismin potansiyel enerjisi nereye göre soruluyorsa, oraya olan yüksekliktir. Küçük cisimlerin potansiyel enerjisi yazılırken ağırlık merkezinin yeri dikkate alınmaz. Fakat büyük cisimlerde ağırlık merkezinin yeri değiştirildiğinde cismin potansiyel enerjisi değişir.



Türdeş ve m kütleli cismi I. durumdan II. duruma getirmek için iş yapılır. Yapılan iş cismin potansiyel enerjisindeki değişime eşittir. Potansiyel enerji değişimi cismin kütle merkezinin

değişiminden bulunur. Cisim I. konumdan II. konuma getirildiğinde, kütle merkezi $h/2$ kadar yükselir. Buna göre, potansiyel enerji değişimi ve yapılan iş

$$W = \Delta E_p = mg \frac{h}{2} \text{ olur.}$$

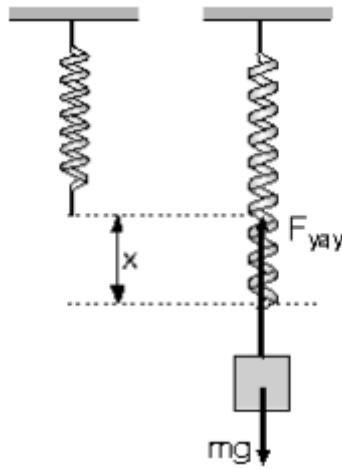
- Net kuvvetin yaptığı iş cismin kinetik enerjisindeki değişme miktarına eşittir.
- Yer çekimi kuvvetine karşı yapılan iş, cismin potansiyel enerji değişimine eşittir.

Esneklik Potansiyel Enerji

Esnek cisimleri denge konumundan ayırmak için iş yapılır ve yapılan iş kadar enerji aktarılır. Denge konumundaki bir yay x kadar sıkıştırılır ya da gerilirse, yayda enerji depolanır. Daha önce öğrenildiği gibi, yay x kadar sıkıştırılır ya da gerilirse yayın geri çağırıcı kuvveti $F = -k \cdot x$ olur. k : Yay sabiti olup yayın cinsine ve uzunluğuna bağlıdır. x kadar sıkıştırılan ya da gerilen yayda depolanan esneklik potansiyel enerji,

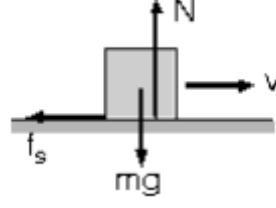
$$E = \frac{1}{2} kx^2$$

bağıntısı ile bulunur. Yaydaki uzama ya da sıkışma arttıkça depolanan enerjide artar.



Sürtünmeden Dolayı Isıya Dönüşen Enerji

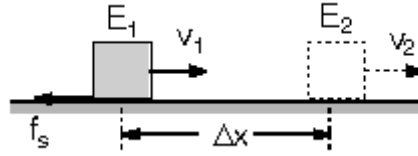
Sürtünmeli bir ortamda hareket eden cisimlere sürtünme kuvveti uygulandığını öğrenmiştik. Tekrar hatırlayalım. Sürtünme kuvveti yüzeyin cisme gösterdiği tepki kuvveti ile doğru orantılıdır. Ayrıca yüzeyin cinsine yani sürtünme katsayısına bağlıdır. Hareket halindeki bir cisme uygulanan sürtünme kuvveti $f_s = k \cdot N$ bağıntısından bulunur.



Sürtünme kuvveti hareketi engelleyici özelliği olduğu için cisimlerin mekanik enerjilerini azaltıcı etki yapar. Azalan mekanik enerji kadar enerji, ısı enerjisine dönüşür.

Isı enerjisine dönüşen enerji iki yoldan bulunur.

1. İki nokta arasında hareket eden cismin, sürtünmeden dolayı ısıya dönüşen enerjisi, her iki noktadaki mekanik enerjiler arasındaki farktan bulunur. Cismin ilk enerjisi E_1 , son enerjisi E_2 ise, sürtünmeden dolayı ısıya dönüşen enerji, $E_{\text{ısı}} = E_1 - E_2$ den bulunur.



2. İlk ve son durumdaki mekanik enerjiler bilinmiyor, fakat sürtünme kuvveti ile yer değiştirme biliniyorsa, ısıya dönüşen enerji sürtünme kuvvetinin yaptığı işe eşit olur. Sürtünme kuvvetinin yaptığı iş,

$$E_{\text{ısı}} = W = f_s \cdot Dx \text{ dir.}$$

Buna göre, sürtünmeden dolayı ısıya dönüşen enerji, sürtünme kuvveti ve yer değiştirme miktarı ile doğru orantılıdır.

ENERJİNİN KORUNUMU

Bir sistemdeki enerji; kinetik ve potansiyel gibi çok farklı türler halinde bulunabilir. Bu enerji türleri kendi aralarında dönüşüme uğrayabilir. Örneğin elektrik enerjisi ütüde ısıya, ampulde ışığa, çamaşır makinesinde hareket enerjisine dönüşür. Enerji kaybolmadan bir türden başka bir tür enerjiye dönüşür. Toplam enerji daima sabittir. Toplam enerji sabit ise, bir tür enerji azalırken başka bir tür enerji aynı oranda artar.

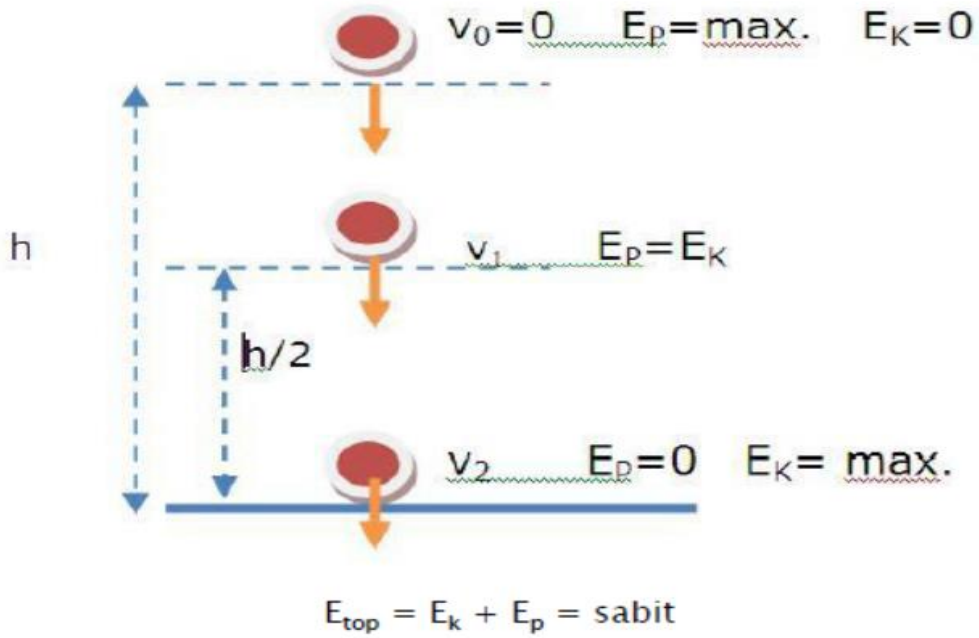
1. Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemlerde kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamı sabittir. Sürtünme olmadığı için ısıya dönüşen enerji olmaz. Mekanik enerji toplam enerjiye eşittir.

$$E_{\text{top}} = E_k + E_p = \text{sabit}$$

Kinetik enerjideki artış, potansiyel enerjideki azalışa ya da kinetik enerjideki azalış, potansiyel enerjideki artışa eşittir.

2. Sürtünmenin olduğu sistemlerde mekanik enerji ($E_k + E_p$) sabit değildir. Zamanla mekanik enerji azalır. Azalma miktarı kadar enerji, sürtünmeden dolayı ısı enerjisine dönüşür. Toplam enerji ise sabittir.

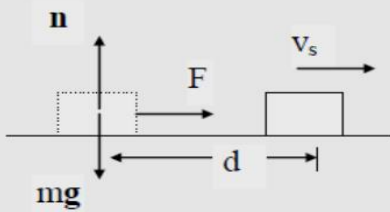
$$E_{\text{top}} = E_k + E_p + E_{\text{ısı}} = \text{sabit}$$



Örnek 1

Başlangıçta durgun olan 6 kg'lık bir blok, 12 N'luk sabit, yatay bir kuvvetle yatay sürtünmesiz bir yüzey boyunca çekilmektedir. Blok 3m'lik bir uzaklığa hareket ettikten sonra hızını bulunuz.

Çözüm:



$$W = F \cdot d = (12\text{N}) \cdot (3\text{m}) = 36 \text{ N} \cdot \text{m} = 36 \text{ J}$$

$$= 1,5 \text{ m/s}$$

İlk kinetik enerji sıfır olduğu dikkate alınırsa

$$W = K_s - K_i = 36 \text{ J}$$

$$K_s - 0 = 36 \text{ J}$$

$$K_s = 36 \text{ J} = (1/2)mv_s^2$$

$$v_s = 3,5 \text{ m/s bulunur.}$$

Verim

Bir makinenin veya bir sistemin verimi üretilen enerjinin tüketilen enerjiye oranıdır. Bir lamba 100 joule elektrik enerjisi harcıyıp 50 joule ışık enerjisi üretiyorsa bu lamba % 50 verimle çalışıyordur manasına gelir.