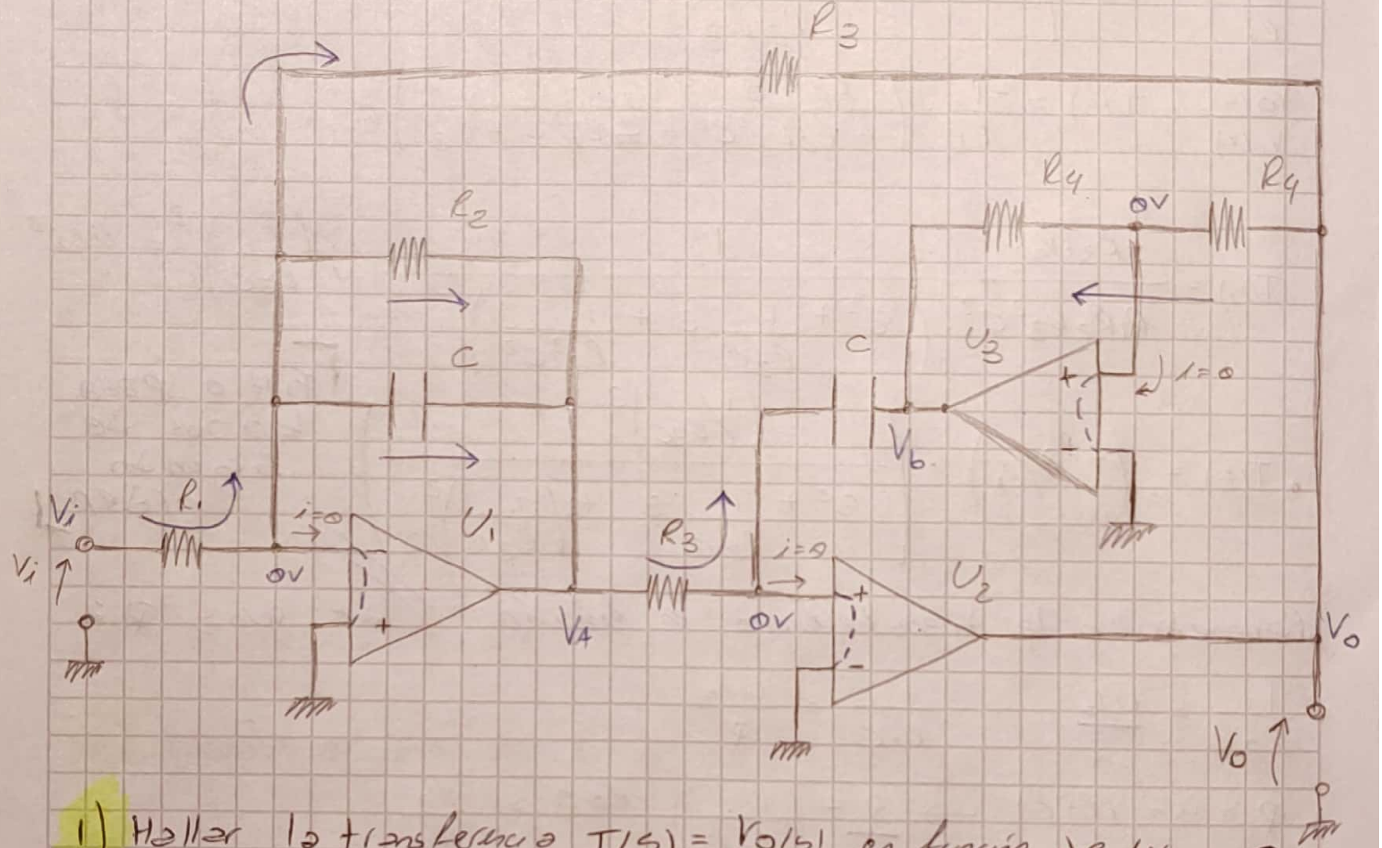
Albero Federico

1

TS2

Trabajo Semanal II

Red circuital: (Configuración Ackerberg - Mossberg)



1) Hallar la transferencia $T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ en función de ω_o y Q.

$U_1: \frac{(V_i - 0V)}{R_1} = \frac{(0V - V_A)}{R_2} + (0V - V_A)\cdot sC + \frac{(0V - V_o)}{R_3}$

$\frac{V_i}{R_1} = \frac{-V_A}{R_2} - V_A sC - \frac{V_o}{R_3}$; $\frac{V_i}{R_1} = -V_A \cdot \left(\frac{1}{R_2} + sC\right) - \frac{V_o}{R_3}$

$\frac{V_i}{R_1} = -V_A \cdot \left(\frac{1 + sCR_2}{R_2}\right) - \frac{V_o}{R_3}$ (1)

$U_2: \frac{(V_A - 0V)}{R_3} = (0V - V_b)\cdot sC$; $\frac{V_A}{R_3} = -V_b \cdot sC$ (2)

$U_3: \frac{(V_o - 0V)}{\cancel{R_4}} = \frac{(0V - V_b)}{\cancel{R_4}}$; $V_o = -V_b$ (3)

(3) → (2) $\frac{V_A}{R_3} = -\underbrace{(-V_o)}_{V_b}\cdot sC$; $\frac{V_A}{R_3} = V_o \cdot sC$ → $V_A = V_o \cdot sR_3C$ (4)

(4) → (1) $\frac{V_i}{R_1} = -\underbrace{(V_o \cdot sR_3C)}_{V_A}\cdot\left(\frac{1 + sCR_2}{R_2}\right) - \frac{V_o}{R_3}$

(→ sigue)

$$\frac{V_i}{R_1} = -V_0 \cdot \left(\frac{sR_3C + s^2 R_2 R_3 C^2}{R_2} \right) - \frac{V_0}{R_3}$$

$$\frac{V_i}{R_1} = -V_0 \cdot \left(\frac{s^2 R_2 R_3 C^2 + sR_3 C}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$\frac{V_i}{R_1} = -V_0 \cdot \left(\frac{s^2 R_2 R_3^2 C^2 + sR_3^2 C + R_2}{R_2 R_3} \right)$$

$$\frac{V_0(s)}{V_i(s)} = T(s) = \frac{-1}{R_1} \cdot \left(\frac{R_2 R_3}{s^2 R_2 R_3^2 C^2 + sR_3^2 C + R_2} \right)$$

$$T(s) = \frac{-\cancel{R_2} \cdot R_3}{R_1 \cancel{R_2} R_3^2 C^2} \cdot \frac{1}{\left(s^2 + \frac{1}{R_2 C} s + \frac{1}{R_3^2 C^2} \right)} \quad ; \left(\frac{1}{R_3 C} \right)^2 = \omega_0^2$$

- $$T(s) = \left({}^{-R_3}/_{R_1} \right) \cdot \left(\frac{\left({}^{1}/_{R_3 C} \right)^2}{s^2 + \frac{1}{R_2 C} s + \left(\frac{1}{R_3 C} \right)^2} \right)$$

Filtro pasa bajos de segundo orden

- Parametrizo la transferencia en función de ω_0 y Q:

- $\frac{1}{R_3 C} = \omega_0$; $\frac{1}{R_2 C} = \frac{\omega_0}{Q}$

- $Q = \omega_0 \cdot (R_2 C) \rightarrow Q = \left(\frac{1}{R_3 C} \right) \cdot R_2 C = \frac{R_2}{R_3}$

- $$T(s) = \left({}^{-R_3}/_{R_1} \right) \cdot \left(\frac{\omega_0^2}{s^2 + {}^{\omega_0}/_{Q} s + \omega_0^2} \right)$$

- normalizo en frecuencia: $\omega_0 = \frac{1}{R_3 C}$; $\Omega_\omega = \omega_0$

(norma de frecuencia)

$$T(\$) = T(s) \Big|_{s = \$ \cdot \Omega_\omega}$$

$$T(\$) = \left({}^{-R_3}/_{R_1} \right) \cdot \left(\frac{\omega_0^2}{\$^2 \omega_0^2 + \frac{\omega_0^2}{Q} \$ + \omega_0^2} \right)$$

$$T(\$) = \left({}^{-R_3}/_{R_1} \right) \cdot \left(\frac{\cancel{\omega_0^2}}{\cancel{\omega_0^2} \cdot \left(\$^2 + {}^{1}/_{Q} \$ + 1 \right)} \right)$$

- $$T(\$) = \underbrace{\left({}^{-R_3}/_{R_1} \right)}_{} \cdot \left(\frac{1}{\$^2 + {}^{1}/_{Q} \$ + 1} \right)$$

* K: ganancia del filtro activo

2) Obtener el valor de los componentes del circuito tal que $\omega_0 = 1$ y $Q = 3$

- $\omega_0 = \frac{1}{R_3 C} = 1 \rightarrow C = \frac{1}{R_3}$ //

- $Q = \frac{R_2}{R_3} = 3 \rightarrow R_2 = 3R_3$ //

- Normalización en impedancia: $\Omega_Z = R_3$ (así puedo simplificar R_3)

- $R_3' = \frac{R_3}{\Omega_Z} = \frac{R_3}{R_3} = 1$
- $R_1' = \frac{R_1}{\Omega_Z} = \frac{R_1}{R_3}$ (#)
- $R_2' = \frac{R_2}{\Omega_Z} = \frac{3\cancel{R_3}}{\cancel{R_3}} = 3$
- $R_4' = 1$ (le asigno valor unitario ya que R_4 no se ve involucrada en la transferencia del filtro)
- $C' = C \cdot \Omega_Z = \frac{1}{\cancel{R_3}} \cdot \cancel{R_3} = 1$

(#) la ganancia K del filtro está en función de R_1 (punto 3)

3) Ajustar el valor de R_1 de tal forma que $|T(0)| = 20\,dB$

Utilizo la expresión sin normalizar:

$$T(\omega) = T(s)\Big|_{s=j\omega} = (-R_3/R_1) \cdot \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2 + \omega_0/Q \cdot j\omega + \omega_0^2}$$

$$T(\omega) = (-R_3/R_1) \cdot \frac{\omega_0^2}{(\omega_0 - \omega) + j\frac{\omega_0 \cdot \omega}{Q}}$$

$$|T(\omega)| = |R_3/R_1| \cdot \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0-\omega)^2 + \left(\frac{\omega_0 \cdot \omega}{Q}\right)^2}} \rightarrow |T(\omega=0)| = \frac{R_3}{R_1}$$

(Utilizando la transferencia normalizada $T(q)$ se hubiese llegado al mismo resultado)

$$20\,dB = 20\log(|K|) \longrightarrow \cancel{20}\,dB = \cancel{20}\log(R_3/R_1)$$

$$1 = \log_{10}(R_3/R_1) \longrightarrow \frac{R_3}{R_1} = 10 \text{ (veces)}$$ → se debe cumplir esa relación entre componentes.

$$\frac{R_3'}{R_1'} = 10 \;,\; R_3' = 1 \longrightarrow \frac{1}{R_1'} = 10 \longrightarrow R_1' = \frac{1}{10}$$

(normalizado) $R_1' = 0{,}1$ //

Bonus I: Obtener los valores de la red normalizados en frecuencia e impedancia

$$\begin{cases} R_1' = 0{,}1 \text{ (punto 3)} \\ R_2' = 3 \\ R_3' = 1 \\ R_4' = 1 \\ C' = 1 \end{cases}$$

Bonus II: Calcular las sensibilidades $S_C^{\omega_0}, S_{R_2}^{Q}, S_{R_3}^{Q}$

$\omega_0 = \frac{1}{R_3 C}$; $Q = \frac{R_2}{R_3}$

- $S_C^{\omega_0}$ = "sensibilidad de ω_0 respecto de C"

$$= \frac{C}{\omega_{0(C)}} \cdot \frac{\partial \omega_{0(C)}}{\partial C} = \frac{C}{1/R_3 C} \cdot \frac{\partial}{\partial C}\left\{\frac{1}{R_3} \cdot C^{-1}\right\}$$

$$= \cancel{R_3} \cancel{C^2} \cdot \frac{1}{\cancel{R_3}} \cdot \frac{-1}{\cancel{C^2}} = (-1)$$

- $S_{R_2}^{Q} = \frac{R_2}{Q_{(R_2)}} \cdot \frac{\partial Q_{(R_2)}}{\partial R_2}$

$$= \frac{R_2}{R_2/R_3} \cdot \frac{\partial}{\partial R_2}\left\{\frac{1}{R_3} \cdot R_2\right\} = \frac{\cancel{R_2} \cdot \cancel{R_3}}{\cancel{R_2}} \cdot \frac{1}{\cancel{R_3}} \cdot 1 = 1$$

- $S_{R_3}^{Q} = \frac{R_3}{Q_{(R_3)}} \cdot \frac{\partial Q_{(R_3)}}{\partial R_3}$

$$= \frac{R_3}{R_2/R_3} \cdot \frac{\partial}{\partial R_3}\left\{R_2 \cdot \frac{1}{R_3}\right\} = \frac{\cancel{R_3^2}}{\cancel{R_2}} \cdot \cancel{R_2} \cdot \left(\frac{-1}{\cancel{R_3^2}}\right) = (-1)$$

Bonus IV: Simulación circuital

- Para simular el circuito en LTspice, debo desnormalizar los componentes para así poder obtener los valores reales de los mismos.

* Adopto $\underline{\Omega_Z} = R_3 = 1K\Omega$ y $\underline{\omega_0} = 1$ 1/s

- $R_1 = R_1' \cdot \Omega_Z = 0{,}1 \cdot 1K = 0{,}1K$
- $R_2 = R_2' \cdot \Omega_Z = 3 \cdot 1K = 3K$
- $R_3 = R_3' \cdot \Omega_Z = 1 \cdot 1K = 1K$
- $R_4 = R_4' \cdot \Omega_Z = 1 \cdot 1K = 1K$
- $C = \frac{C'}{\Omega_Z \cdot \Omega_\omega} = \frac{1}{1K \cdot 1} = 1mF$

recordar que $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0$

- $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} = 0{,}159$ Hz

(ya que en LTspice, los ejes están en Hz y no en rad/seg)