

Trabajo Práctico Semanal V

1) Se debe diseñar un filtro paso-altos, que presente máxima planicidad en la banda de paso (Atenuación de corte = 300 Hz) y un codo de transmisión en 100 Hz.

• Filtro paso altos \rightarrow máxima planicidad

* $\omega_c = 300 \text{ Hz} \rightarrow \Omega_w = 2\pi \cdot f_c$ (norma de frecuencia)

* $\omega_0 = 1$ \rightarrow frecuencia de corte del HPF, normalizada

$f_0 = 100 \text{ Hz} \rightarrow$ frecuencia del codo de transmisión

\rightarrow * $\omega_0 = \frac{2\pi \cdot 100 \text{ Hz}}{2\pi \cdot 300 \text{ Hz}} = 1/3$ Frecuencia normalizada de codo de transmisión

Observando el gráfico de la fase del filtro para bajas

prototipo, se puede ver como esta empieza en 0° y va descendiendo

monótonamente hasta que se encuentra a los codos de

transmisión y paga un salto de $+180^\circ$. Luego, esta vuelve a

descender monótonamente hasta terminar su desarrollo de fase.

\Rightarrow De este análisis, se puede obtener como resultados que el

salto de $+180^\circ$ en la fase fue producido por un par de ceros

complejos conjugados sobre el eje "jw", mientras que con los

polos, se evidencia que hay 3 de ellos ya que la fase fue

monótonamente descendiente y en $\omega=1$, la cual es la frecuencia de

corte normalizada, se desarrollaron -135° de fase, lo cual el

doble sería -270° recordando que siempre en $\omega=\omega_0$ se

desarrolla la mitad de la fase total de la transferencia.

Como cada polo aporta del origen desarrollo -90° de fase, enfe-

zando desde 0° , se concluye que fueron necesarios 3 polos

para lograr este desarrollo de fase \rightarrow **$n=3$** .

de -270° , interrumpidos por el

salto de $+180^\circ$.

frecuencia
de corte

Justificación
observaciones
gráficos de
fase
LPF
prototipo

Plantilla HPF objetivo \longrightarrow Plantilla LPF Prototipo

$\omega_c = 1$

núcleo de transformación $\omega_c = \frac{1}{\omega_c} = 1$

$\omega_z = 1/3$

transformación $\omega_z = \frac{1}{\omega_z} - \frac{1}{\omega_c} = 3$

orden $n = 3$

el filtro prototipo corresponde a un notch-passabajas, ya que la frecuencia de los polos es mayor a la de los ceros:

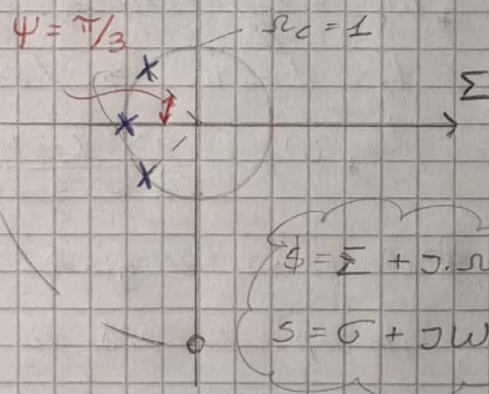
$\omega_z > \omega_c \rightarrow 3 > 1$

$\omega_z = 3$

Diagrama de polos y ceros del LPF - notch prototipo:

Como tengo de dato la frecuencia de corte, esta por definición es:

$|T(\omega = \omega_c)| = -3 \text{ dB}$



* Como tengo 3 dB de atenuación en esta frecuencia, significa que el filtro lo puedo implementar con una función Butterworth.

* Filtro prototipo: LPF Butterworth de orden $n = 3$ + un par de ceros complejos conjugados de transmisión.

Butter $n = 3 \rightarrow$ Polo simple en $\Sigma = 1$

\rightarrow Separación de $\pi/3$ entre singularidades

$Q = \frac{1}{2 \cdot \cos(\psi)} = \frac{1}{2 \cdot \cos(\pi/3)} = 1$

Butter: $\omega_0 = 1$

$T_{LP}(\phi) = \left(\frac{1}{\phi^2 + \phi + 1} \right) \cdot \left(\frac{1}{\phi + 1} \right)$ Transformación LPF Prototipo

$T_{NLP}(\phi) = \left(\frac{1}{\phi^2 + \phi + 1} \right) \cdot \left(\frac{1}{\phi + 1} \right) \cdot (\phi^2 + \omega_z^2)$ Transformación notch-passabajas

Agrego el par de ceros complejos conjugados en la frecuencia del notch.

$T_{NHP}(s) = T_{NLP}(\phi = K(s)) = T_{NLP}(\phi = 1/s) \rightarrow$ Aplico el núcleo de transformación LPF \rightarrow HPF

Para mantener una ganancia en continuo de 0 dB, le agrego a la transformación una constante arbitraria K que compense la ganancia del par de ceros complejos conjugados.

$\lim_{\phi \rightarrow 0} T_{NHP}(\phi) = \left(\frac{1}{0 + 0 + 1} \right) \cdot \left(\frac{1}{0 + 1} \right) \cdot (0 + \omega_z^2) \cdot K = 1 \text{ (en decibels)}$

(→ sigue) $\Rightarrow \Omega_c^2 \cdot H = 1 \rightarrow H = \frac{1}{\Omega_c^2}$

\Rightarrow Transformación para bajos \rightarrow para altos:

$$T_{NHP}(s) = \frac{1}{\left(\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} + 1\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{s} + 1\right)} \cdot \left(\frac{1}{s^2} + \Omega_c^2\right) \cdot \left(\frac{1}{\Omega_c^2}\right)$$

$$T_{NHP}(s) = \frac{1}{\left(\frac{1+s+\Omega_c^2}{s^2}\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1+s}{s}\right)} \cdot \left(\frac{1+\Omega_c^2 s^2}{s^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\Omega_c^2}\right)$$

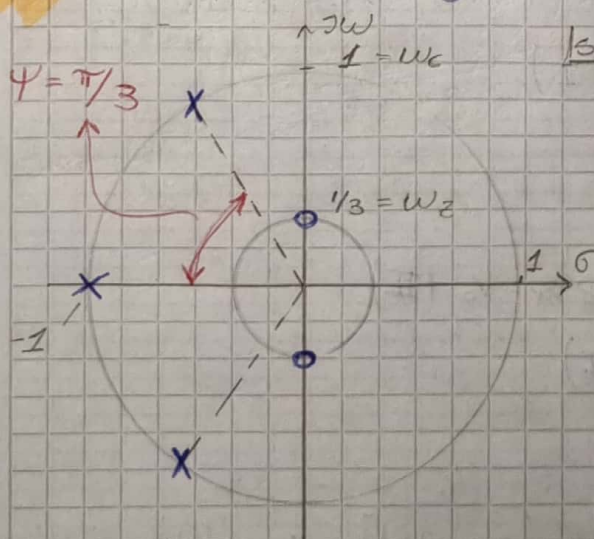
$$T_{NHP}(s) = \left(\frac{s^2}{s^2+s+1}\right) \cdot \left(\frac{s}{s+1}\right) \cdot \left(\frac{s^2 \Omega_c^2 + 1}{s^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\Omega_c^2}\right)$$

$$T_{NHP}(s) = \left(\frac{1}{s^2+s+1}\right) \cdot \left(\frac{s}{s+1}\right) \cdot \left(s^2 + \frac{1}{\Omega_c^2}\right) \cdot \cancel{\Omega_c^2} \cdot \frac{1}{\cancel{\Omega_c^2}} \quad \left| \Omega_c = 3 \right|$$

$$T_{NHP}(s) = \frac{(s^2 + \frac{1}{\Omega_c^2}) \cdot s}{(s^2+s+1) \cdot (s+1)} = \frac{(s^2 + \frac{1}{3^2}) \cdot s}{(s^2+s+1) \cdot (s+1)}$$

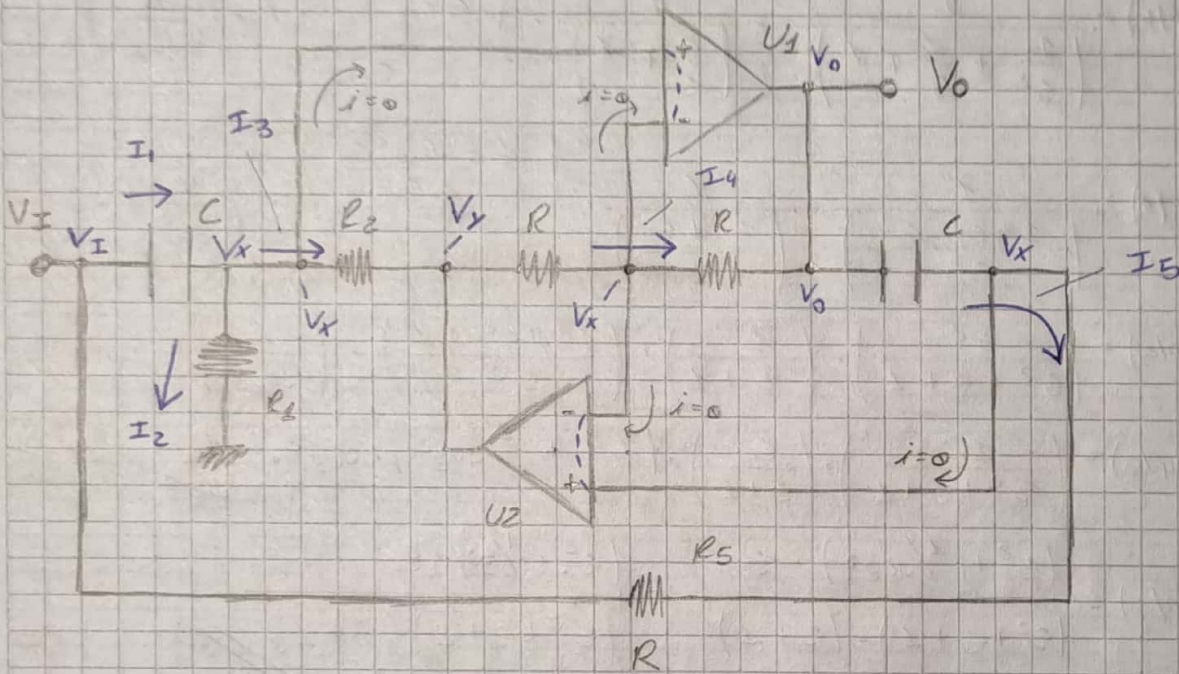
③ Función transferencia del filtro para altos objetivo (normalizada)

④ Realizar el diagrama de polos y ceros de $T(s)$:



© Sintetice el circuito del filtro pedido. Se utilizará para la estructura de segundo orden el siguiente circuito:

Obtener la transferencia $T(s) = \frac{V_o(s)}{V_I(s)}$ en el dominio de Laplace:



$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{cases}$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$(V_I - V_x) \cdot sC = \frac{V_x}{R_1} + \frac{(V_x - V_o)}{R_2} \quad (I)$$

$$I_4: \frac{(V_x - V_o)}{R} = \frac{(V_x - V_o)}{R}$$

$$V_x - V_o = V_x - V_o; \quad V_x = 2V_x - V_o \quad (II)$$

$$I_5: (V_o - V_x) \cdot sC = \frac{(V_x - V_I)}{R} \quad (III)$$

$$(V_o - V_x) \cdot sC = (V_x - V_I)$$

$$(I \rightarrow I): (V_I - V_x) \cdot sC = \frac{V_x}{R_1} + \left[V_x - \overbrace{(2V_x - V_o)}^{V_x} \right] \cdot \frac{1}{R_2} \quad (\text{despejar } V_x)$$

$$(V_I - V_x) \cdot sC = \frac{V_x}{R_1} + \frac{(V_o - V_x)}{R_2}, \quad V_I sC - V_x sC = \frac{V_x}{R_1} + \frac{V_o}{R_2} - \frac{V_x}{R_2}$$

$$V_I sC - \frac{V_o}{R_2} = \frac{V_x}{R_1} - \frac{V_x}{R_2} + V_x sC \quad (\rightarrow \text{sigue})$$

(→ sigue)

$$\frac{V_I s C R_2 + V_0}{R_2} = V_X \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + sC \right)$$

$$\frac{V_I s C R_2 + V_0}{R_2} = V_X \cdot \left(\frac{R_2 - R_1 + s C R_1 R_2}{R_1 R_2} \right)$$

$$V_X = \left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1 + s C R_1 R_2} \right) \cdot \left(\frac{V_I s C R_2 + V_0}{R_2} \right) \quad (IV)$$

$$(III): V_0 s C R_1 - V_X s C R_1 = V_X - V_I$$

$$V_0 s C R_1 + V_I = V_X \cdot (s C R_1 + 1) \quad ; \quad (IV \rightarrow III)$$

$$V_0 s C R_1 + V_I = \left(\frac{V_I s C R_1 R_2 + V_0 R_1}{R_2 - R_1 + s C R_1 R_2} \right) \cdot (s C R_1 + 1)$$

$$\cancel{V_0 \cdot \left(\frac{s C R_1 + R_1}{R_2 - R_1 + s C R_1 R_2} \right)} = \cancel{V_I \cdot \left(\frac{s C R_1 R_2}{R_2 - R_1 + s C R_1 R_2} - 1 \right)}$$

$$V_0 s C R_1 + V_I = \frac{V_I s^2 R_1 R_2 C^2 - V_0 s R_1 C + V_I s C R_1 R_2 - V_0 R_1}{R_2 - R_1 + s C R_1 R_2}$$

$$(V_0 s C R_1 + V_I) \cdot (R_2 - R_1 + s C R_1 R_2) = V_I s^2 R_1 R_2 C^2 - V_0 s R_1 C + V_I s C R_1 R_2 - V_0 R_1$$

$$V_0 s R_1 R_2 C - V_0 s R_1 C + V_0 s^2 R_1 R_2 C^2 + V_I R_2 - V_I R_1 + V_I s C R_1 R_2 =$$

$$V_I s^2 R_1 R_2 C^2 - V_0 s R_1 C + V_I s C R_1 R_2 - V_0 R_1$$

$$V_0 s R_1 R_2 C + V_0 s^2 R_1 R_2 C^2 + V_0 R_1 = V_I s^2 R_1 R_2 C^2 + V_I R_1 - V_I R_2$$

$$V_0 \cdot (s^2 R_1 R_2 C^2 + s R_1 R_2 C + R_1) = V_I \cdot [s^2 R_1 R_2 C^2 + (R_1 - R_2)]$$

$$T_{so}(s) = \frac{V_0(s)}{V_I(s)} = \frac{s^2 R_1 R_2 C^2 + (R_1 - R_2)}{s^2 R_1 R_2 C^2 + s R_1 R_2 C + R_1}$$

$$T_{so}(s) = \frac{R_1 R_2 C^2 \cdot \left(s^2 + \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2 C^2} \right)}{R_1 R_2 C^2 \cdot \left(s^2 + s \cdot \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_1 R_2 C^2} \right)}$$

$$T_{so}(s) = \frac{s^2 + \left(\frac{R_1 - R_2}{R_1} \right) \cdot \frac{1}{R_2 C^2}}{\left(s^2 + s \cdot \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_1 R_2 C^2} \right)}$$

* Función transferencia de segundo orden de la red circuital propuesta:

sección de segundo orden

* Función transferencia objetivo:

$$T_{NHPI}(s) = \underbrace{\left(\frac{s^2 + 1/9}{s^2 + s + 1} \right)}_{2^{\text{do}} \text{ orden}} \cdot \underbrace{\left(\frac{s}{s+1} \right)}_{1^{\text{er}} \text{ orden}}$$

Sección de segundo orden implementada en la red propuesta:

$$T_{\text{so}}(s) = \frac{s^2 + \left(\frac{R_1 - R_2}{R_1} \right) \cdot \frac{1}{R_2 C^2}}{s^2 + s \cdot \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C^2}}$$

=> Por simple inspección, se obtienen las siguientes igualdades:

$$\bullet \frac{1}{R_1 C} = 1$$

$$\bullet \frac{1}{R_2 C^2} = 1$$

$$\bullet \left(\frac{R_1 - R_2}{R_1} \right) = \frac{1}{9}$$

Recordar desnormalizar los valores de los componentes para la simulación:

$$C = \frac{C_n}{\omega_c \cdot \omega_w}$$

$$R = R_n \cdot \omega_c$$

$$\omega_c = 2\pi \cdot 300 \text{ Hz}$$

$$\rightarrow \frac{1 - R_2}{R_1} = \frac{1}{9} ; \quad \frac{R_2}{R_1} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

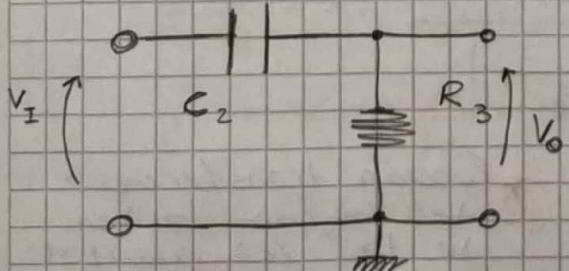
Adopto $C = 1$: $\frac{1}{R_1 C} = 1 \rightarrow \frac{1}{R_1} = 1 \rightarrow \underline{R_1 = 1}$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{8}{9} \rightarrow \frac{R_2}{1} = \frac{8}{9} \rightarrow \underline{R_2 = \frac{8}{9}}$$

$$\frac{1}{R_2 C^2} = 1 \rightarrow R = \frac{1}{R_2 C^2} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{1}{C^2} = \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{1^2} = \frac{9}{8}$$

* Sección de 1er orden propuesta:

R-C serie, salida por R.



Función transferencia ya conocida:

$$T(s) = \frac{V_O}{V_I} = \frac{s}{s + \frac{1}{R_3 C}}$$

Nuevamente por simple inspección se obtiene:

$$\frac{1}{R_3 C} = 1 ; \text{ Adopto } \underline{C_2 = 1} \rightarrow \frac{1}{R_3 C} = 1 \rightarrow \underline{R_3 = 1} \Rightarrow R_3 = R_1$$

d) Compare la estructura sugerida y discuta las similitudes y diferencias con la red propuesta por Schumann:

- Comparación entre ambas redes y discusión \rightarrow en el supster.
- Implementación de la estructura de segundo orden mediante la red propuesta por Schumann:

Páginas 215 - 216:

$$T(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{s^2 \cdot (2a - c) + s \cdot (w_0/Q) \cdot (2b - c) + c \cdot w_0^2}{s^2 + s \cdot (w_0/Q) + w_0^2}$$

Siendo: $w_0 = \frac{1}{RC}$; $Q \rightarrow$ del par de polos complejos conjugados.

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq a \leq 1 \\ 0 \leq b \leq 1 \\ 0 \leq c \leq 1 \end{array} \right\} \text{ Coeficientes utilizados para el levantamiento de impedancias}$$

Recordar la función transferencia objetivo:

$$T_{NHP}(s) = \underbrace{\left(\frac{s^2 + 1/9}{s^2 + s + 1} \right)}_{2^{\text{o}} \text{ orden}} \cdot \underbrace{\left(\frac{s}{s + 1} \right)}_{1^{\text{o}} \text{ orden}}$$

\Rightarrow Nuevamente por simple inspección, se deducen los siguientes valores:

- $2a - c = 1$ (I)
- $2b - c = 0$ (II)
- $\frac{w_0}{Q} = 1$; $Q = 1 \rightarrow w_0 = 1$
- $w_0 = 1 \rightarrow \frac{1}{RC} = 1$ (III)
- $c \cdot w_0^2 = 1/9$; $w_0 = 1 \rightarrow c = 1/9$

II) $2b - c = 0$; $c = 1/9$

$$\underline{\underline{\frac{b}{2} = \frac{c}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{18}}}}$$

Anotar
cambio
 $c \rightarrow 2$
caso
insuficiente

$$I) 22 - c = 1; \quad c = \frac{1}{9}$$

$$\underline{a} = \frac{1+c}{2} = \frac{1+\frac{1}{9}}{2} = \frac{5}{9}$$

$$III) \frac{1}{R} = 1; \quad \text{Adopto } \underline{c=1} \rightarrow \frac{1}{R} = 1 \rightarrow \underline{R=1}$$

* La sección de 1er orden en este caso es igual que la del caso anterior, ya que la topología a implementar nuevamente es la misma: R-C serie, salida en derivación por R.

$$\Rightarrow R_3 = 1 \quad y \quad C_2 = 1$$