Albero Federico | 1 | TS4 Bis

Trabajo Práctico Semanal IV (Bis)

(ejercicio #7 de la guía)

Se debe diseñar un filtro pasa banda con las siguientes especificaciones:

- Frecuencia de corte inferior $f_{ci} = 1600\ KHz$ } frecuencias banda de paso
- Frecuencia de corte superior $f_{cs} = 2500\ KHz$
- Ripple máximo en la banda de paso: 3dB (α_{max})
- Máxima planicidad en la banda de paso (función de filtrado)
- Ganancia máxima en la banda de paso: 10dB
- Atenuación mínima "α_{min}" de 20dB a las frecuencias de 1250 KHz y 3200 KHz.

a- Obtener la función transferencia normalizada del filtro

Primero normalizo la plantilla del BPF

Frecuencia central de la banda de paso:

$$f_0 = \sqrt{f_{P_1} \cdot f_{P_2}} = \sqrt{1600\ KHz \cdot 2500\ KHz} = 2MHz = 2000\ KHz$$

Norma de frecuencia: $\underbrace{\Omega_w}$ $= 2\pi \cdot f_0 = 2\pi \cdot 2MHz$

$$\omega_0' = 1$$

$$\omega_{P_1}' = \frac{2\pi \cdot 1600\ KHz}{2\pi \cdot 2000\ KHz} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\omega_{P_2}' = \frac{2\pi\ 2500\ KHz}{2\pi\ 2000\ KHz} = \frac{5}{4} = 1,25$$

$$\omega_{S_1}' = \frac{2\pi\ 1250\ KHz}{2\pi\ 2000\ KHz} = \frac{5}{8} = 0,625$$

$$\omega_{S_2}' = \frac{2\pi\ 3200\ KHz}{2\pi\ 2000\ KHz} = \frac{8}{5} = 1,6$$

Núcleo de transformación LPF → BPF (normalizado):

$$p = K(s) = Q \cdot \frac{s^2+1}{s}, \quad Q = \frac{\omega_0}{Bw}, \quad Bw = \omega_{P_2} - \omega_{P_1} = \frac{1}{A}$$

$$Bw = \omega_{P_2}' - \omega_{P_1}' = 5/4 - 4/5 = 9/20 = 0,45$$

$$\Rightarrow \underbrace{Q} = \frac{\omega_0}{Bw} = \frac{1}{9/20} = 20/9 = 2,\hat{2}$$ (factor de selectividad del filtro pasa banda)

* A través del núcleo de transformación K(s), se obtiene la plantilla prototipo del LPF.

$\Rightarrow$ Ahora necesito obtener las frecuencias Ω_p y Ω_s del LPF equivalente, a través de $K(s)$

$$K(s) = Q \cdot \frac{s^2+1}{s} \rightarrow K(jw) = K(s)\Big|_{s=jw} = Q \, \frac{(jw)^2+1}{jw}$$

$$K(jw) = Q \cdot \frac{(-w^2+1)}{jw} \cdot \frac{j}{j} = jQ \cdot \frac{(-1) \cdot (w^2-1)}{(-1) \cdot w}$$

$$P = \Sigma + j\Omega \rightarrow \underline{\Omega} = Q \cdot \frac{w^2-1}{w}$$ transformación en frecuencia LPF $\rightarrow$ BPF

* Con esta expresión, transformo los valores de frecuencia de la plantilla del pasa banda normalizado hacia el pasa bajos prototipo.

- $\Omega_{p_1} = Q \cdot \frac{(w_{p_1}^2 - 1)}{w_{p_1}} = \frac{20}{9} \cdot \left(\frac{0{,}8^2 - 1}{0{,}8}\right) = -1$
- $\Omega_{p_2} = Q \cdot \frac{(w_{p_2}^2 - 1)}{w_{p_2}} = \frac{20}{9} \cdot \left(\frac{1{,}25^2 - 1}{1{,}25}\right) = +1$

$|\Omega_p| = 1$ espectro de frecuencia PAR

- $\Omega_{s_1} = Q \cdot \frac{(w_{s_1}^2 - 1)}{w_{s_1}} = \frac{20}{9} \cdot \left(\frac{0{,}625^2 - 1}{0{,}625}\right) = -\frac{13}{6} \cong -2{,}1\overline{6}$
- $\Omega_{s_2} = Q \cdot \frac{(w_{s_2}^2 - 1)}{w_{s_2}} = \frac{20}{9} \cdot \left(\frac{1{,}6^2 - 1}{1{,}6}\right) = +\frac{13}{6} \cong +2{,}1\overline{6}$

$|\Omega_s| = \frac{13}{6}$

* Como $|\Omega_{s_1}| = |\Omega_{s_2}| \rightarrow$ Pasa banda simétrico, al cumplirse:

$w_{s_1} \cdot w_{s_2} = w_0^2$, ambas frecuencias se mapean en una misma Ω_s.

- Datos plantilla LPF prototipo a diseñar:

- $\Omega_p = 1$ • $\alpha_{max} = 3\,dB$
- $\Omega_s = \frac{13}{6}$ • $\alpha_{min} = 20\,dB$

los mismos que para el pasa-banda, no sufren modificación.

- Como $\alpha_{max} = 3\,dB \rightarrow \xi^2 \cong 1 \rightarrow$ Caso Butterworth de máxima planicidad

- $\xi^2 = 10^{\frac{\alpha_{max}}{10}} - 1 = 0{,}995 \longrightarrow \xi = 0{,}997 \cong 1$

$\alpha_{min}(n) = 10 \cdot \log\left(1 + \xi^2 \cdot \Omega_s^{2n}\right)$; $\xi^2 = 1$ y $w_s = \frac{13}{6}$

$\alpha_{min}(n=2) = 13{,}6\,dB < 20\,dB$ ✗

$\alpha_{min}(n=3) = 20{,}17\,dB > 20\,dB$ ✓ $\longrightarrow \boxed{n=3}$ El filtro pasa bajos prototipo será de orden $n=3$

Albero Federico

2

TS4 Bis

Obtengo la transferencia del LPF prototipo:

$\xi^2 = 1$ y $n = 3$

$\bullet\ |T_{LP-3}(jw)|^2 = T_{LP3}(jw) \cdot T_{LP3}(-jw) = \dfrac{1}{1+\xi^2 \cdot \Omega^{2n}} = \dfrac{1}{1+\Omega^6}$

Butter de $n=3$ (Impar):

↳ Polo (simple) en $\Sigma = -1$ (eje real)

↳ Separación angular entre singularidades: $\pi/n = \pi/3$ (ψ)

"Q" del par de polos complejos conjugados

$Q = \dfrac{1}{2\cdot\cos(\psi)} = \dfrac{1}{2\cdot\cos(\pi/3)} = \dfrac{1}{\cancel{2}\cdot 1/\cancel{2}} = 1$; $\dfrac{1}{Q} = 1$

$p^3 + 2p^2 +$

$\Rightarrow H_{LP3}(p) = \left(\dfrac{1}{p^2 + 1\cdot p + 1}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{p+1}\right)$

Función transferencia del Filtro pasa bajos prototipo

* Aplico la transformación en frecuencia $p = K(s) = Q\cdot\left(\dfrac{s^2+1}{s}\right)$

$H_{BP}(s) = H_{LP3}\left(p = Q\cdot\dfrac{s^2+1}{s}\right)$

$= \left(\dfrac{1}{Q^2\cdot\dfrac{(s^2+1)^2}{s^2} + Q\cdot\dfrac{(s^2+1)}{s} + 1}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{Q\cdot\dfrac{(s^2+1)}{s} + 1}\right)$

$H_{BP}(s) = \left(\dfrac{1}{\dfrac{Q^2\cdot(s^2+1)^2 + Qs\cdot(s^2+1) + s^2}{s^2}}\right)\cdot\dfrac{1}{\dfrac{Q\cdot(s^2+1)+s}{s}}$

$= \left(\dfrac{s^2}{Q^2\cdot(s^4+2s^2+1) + Qs^3 + Qs + s^2}\right)\cdot\left(\dfrac{s}{Qs^2+Q+s}\right)$

$= \left(\dfrac{s^2}{Q^2s^4 + 2Q^2s^2 + Q^2 + Qs^3 + Qs + s^2}\right)\cdot\left(\dfrac{s}{Qs^2+s+Q}\right)$

$= \left(\dfrac{s^2}{Q^2s^4 + Qs^3 + s^2\cdot(2Q^2+1) + Qs + Q^2}\right)\cdot\left(\dfrac{s}{Qs^2+s+Q}\right)$

$= \dfrac{s^2}{Q^2\cdot\left[s^4 + \dfrac{1}{Q}s^3 + s^2\cdot\left(2+\dfrac{1}{Q^2}\right) + \dfrac{1}{Q}s + 1\right]}\cdot\dfrac{s}{Q\cdot\left[s^2+\dfrac{1}{Q}s+1\right]}$

- $$H_{BP}(s) = \left(\frac{1}{Q^3}\right) \cdot \left(\frac{s^2}{s^4 + \frac{1}{Q} s^3 + s^2 \left(2 + \frac{1}{Q^2}\right) + \frac{1}{Q} s + 1} \right) \cdot \left(\frac{s}{s^2 + \frac{1}{Q} s + 1} \right)$$

→ Función transferencia normalizada del filtro pasa banda objetivo

\# El "Q" que aparece en la expresión de arriba corresponde al factor de selectividad del filtro pasa banda. Por lo tanto, $Q = \frac{20}{9}$

$\Longrightarrow$

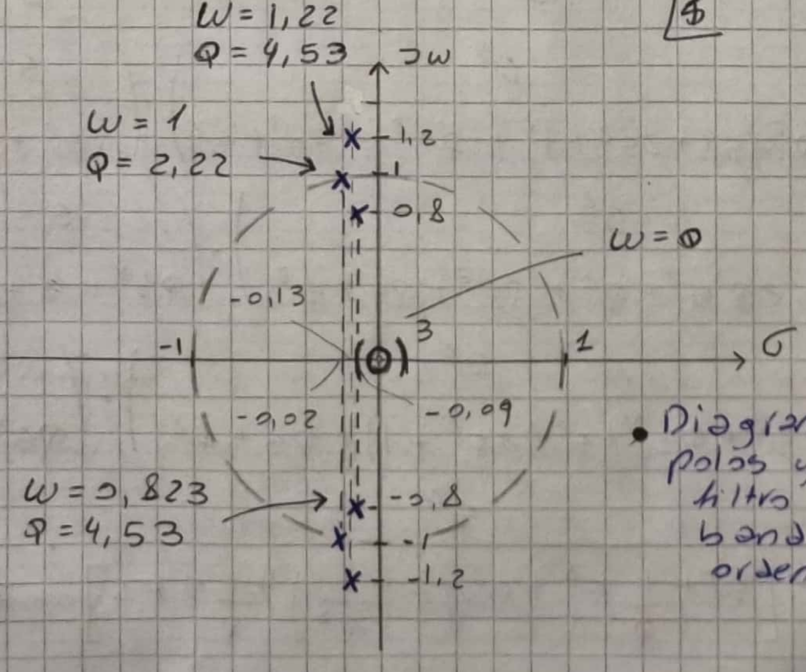
- $$H_{BP}(s) = \left(\frac{9}{20}\right)^3 \cdot \left(\frac{s^2}{s^4 + \frac{9}{20} s^3 + s^2 \left(2 + \frac{9^2}{20^2}\right) + \frac{9}{20} s + 1} \right) \cdot \left(\frac{s}{s^2 + \frac{9}{20} s + 1} \right)$$

$$= \left(\frac{729}{8000}\right) \cdot \left(\frac{s^2}{s^4 + \frac{9}{20} \cdot s^3 + \frac{881}{400} \cdot s^2 + \frac{9}{20} s + 1} \right) \cdot \left(\frac{s}{s^2 + \frac{9}{20} s + 1} \right)$$

b- Graficar el diagrama de polos y ceros

$w_a \cdot w_b = 1$

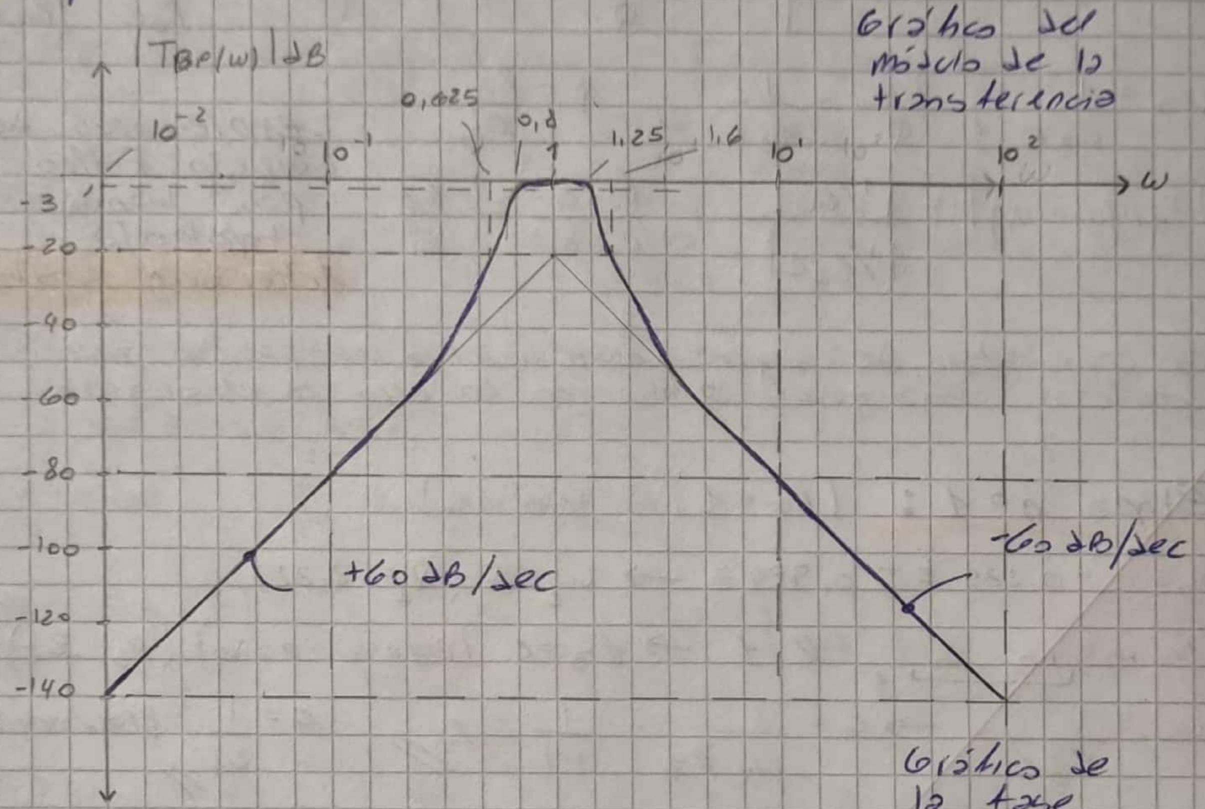
- Singularidades:
  - Polos:
    - sección 2º orden: $\left\{ \begin{array}{l} -0{,}090856 \pm j \cdot 0{,}817952 \ (w_a = 0{,}823 \ ; \ Q = 4{,}53) \\ -0{,}134144 \pm j \cdot 1{,}207664 \ (w_b = 1{,}22 \ ; \ Q = 4{,}53) \end{array} \right\}$ mismo Q.
    - sección 1º orden: $\{ -0{,}225 \pm j \cdot 0{,}9743 \ (w = 1 \ ; \ Q = 2{,}22)$ → es el Q del pasa banda objetivo (polo simple)
  - Ceros: $0 + j\,0$ (orden 3)

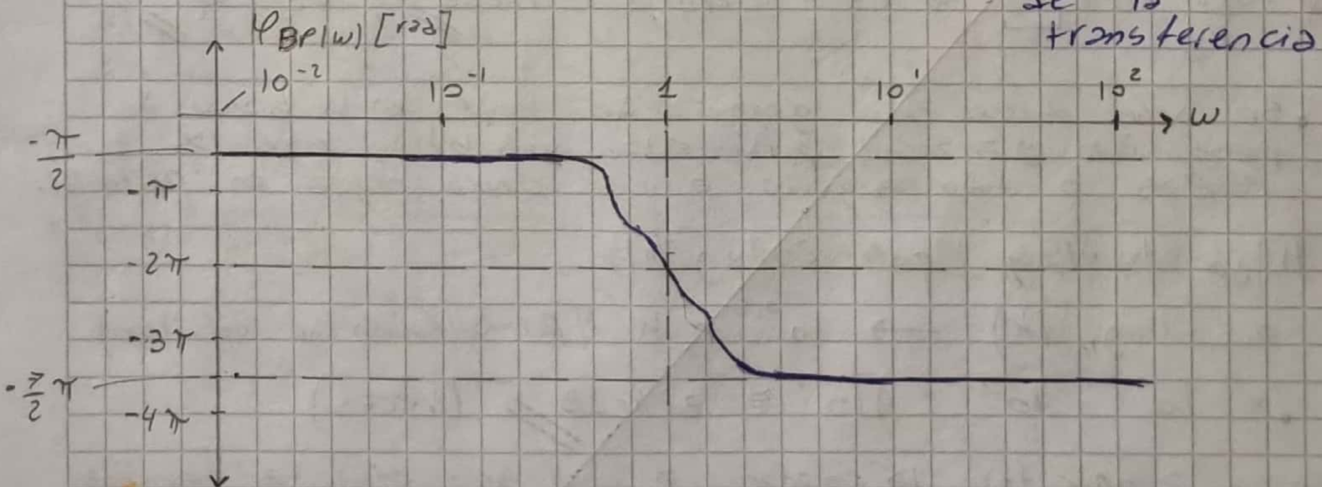


- Diagrama de polos y ceros del filtro pasa banda de orden n = 6.

Albero Federico | 3 | TS4 Bis

c.- Graficar la transferencia (módulo y fase) del filtro pedido.





d.- Sintetizar el filtro utilizando estructuras Ackerberg-Mossberg.

- Como el filtro pasa banda obtenido es de orden $n=6$, lo puedo implementar con 3 secciones de segundo orden Ackerberg-Mossberg pasa banda en cascada.

Utilizo las expresiones ya obtenidas previamente en la TS2 acerca de esta topología.

$$\bullet T_{BP-AM}(s) = \frac{V_{o2}(s)}{V_{o1}(s)} = \frac{s\,\frac{\omega_0}{Q}}{\left(s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2\right)} = \frac{-s\frac{1}{R_1C}}{\left(s^2 + s\frac{1}{R_2C} + \frac{1}{(R_3C)^2}\right)}$$

$$\bullet\ \omega_0 = \frac{1}{R_3C} \; ; \; \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R_2C} \; ; \; Q = \frac{R_2}{R_3}$$

$$\bullet\ |T_{BP}(\omega=\omega_0)| = \frac{|1/R_1C|}{|1/R_2C|} = \frac{R_2\cdot\cancel{C}}{R_1\cdot\cancel{C}} = \frac{R_2}{R_1}$$

expresiones de diseño Filtro pasa banda topología **Ackerberg-Mossberg**

* Con cada etapa de segundo orden sintetizo un par de polos complejos conjugados junto con un cero en el origen.

~~etapa n° 1: ($R_4 = 1$, no interviene)~~

$P_{1,2} = -0{,}225 \pm j\,0{,}9743 \longrightarrow \omega_1 = 1 \; ; \; Q_1 = 2{,}222$

Asumo $\underbrace{R_3 = 1}$; $R = 1 \rightarrow R_3 = R$ (parametrizado) $(R_3 = R_2)$

$\omega_0 = \frac{1}{R_3C} \longrightarrow C = \frac{1}{\omega_0 \cdot R_3} = \frac{1}{1\cdot 1} = 1$ // ; $C = \frac{1}{\omega_1}$ // (parametrizado)

$Q = \frac{R_2}{R_3} \longrightarrow \underbrace{R_2} = Q \cdot R_3 = (2{,}222)\cdot 1 = 2{,}222$ // ; $R_2 = Q$ //

- Se debe obtener una ganancia de 10 dB en la banda de paso. Esta ganancia puede estar distribuida entre las 3 etapas o toda asignada a una única etapa en particular.

$K|_{dB} = 10\ dB$; $10\,dB = 20\log(|K|)$

$0{,}5 = \log_{10}(|K|) \longrightarrow 10^{0{,}5} = K$ (por definición de logaritmo)

- $K = 10^{0{,}5} = 10^{1/2} = \sqrt{10} \cong 3{,}1623$ // (veces)

* Conviene asignar toda la ganancia a una sola etapa, así es más fácil de controlar.

$\Rightarrow \bullet\ K_{total} = K_{etapa\,1} \cdot K_{etapa\,2} \cdot K_{etapa\,3}$ //

* tmb conviene dejar parametrizado los componentes en función de los parámetros $\omega_1, \omega_2, \omega_3$; Q_1, Q_2, Q_3 y R (Ω).

- $K = \frac{R_2}{R_1}$, $R_2 = Q \longrightarrow R_1 = \frac{R_2}{K} = \frac{Q}{K}$ //

le pongo toda la ganancia K a la primer etapa.

Resumen etapa 1: $R_1 = \frac{Q_1}{K_{10dB}}$, $R_2 = Q_1$, $C = \frac{1}{\omega_1}$

$R_3 = R$; $R_4 = R$

Albero Federico

4

TS4 Bis

- Función transferencia obtenida numéricamente, separada en secciones de segundo orden: (Pasa banda de 0 dB)

Así aparece en Spyder, no se porqué.

$$H_{BP}(s) = \left(\frac{s^2 \cdot 1,673}{s^2 + s \cdot \frac{1}{2,222} + 1^2}\right) \cdot \left(\frac{s \cdot 1,057 \cdot \frac{1,215}{4,529}}{s^2 + s\frac{1,215}{4,529} + 1,215^2}\right) \cdot \left(\frac{s \cdot 1,057 \cdot \frac{1,215}{4,529}}{s^2 + s \cdot \frac{0,823}{4,529} + 0,823^2}\right)$$

Ahora, le agrego ganancia a alguna de las etapas así obtengo 10dB en la banda de paso.

$K|_{dB} = 10\ dB$; $K_{dB} = 20 \log(K_{veces})$

$$\frac{K_{dB}}{20} = \log(K_v) \rightarrow 10^{\frac{K_{dB}}{20}} = 10^{\log(K_v)} \rightarrow \underbrace{K(veces)} = 10^{\frac{K_{dB}}{20}}$$

$$\Rightarrow K(veces) = 10^{\frac{K_{dB}}{20}} = 10^{\frac{10}{20}} = 10^{1/2} = \sqrt{10} \approx 3,16227766$$

Ahora, incluyo esta ganancia el el numerador de la primer etapa, elevando así a 10 dB la ganancia en la banda de paso.

Pasa-banda de 10 dB.

$$H_{BP}(s) = \underbrace{\frac{s^2\, 5,291}{s^2 + s\frac{1}{2,222} + 1^2}}_{\text{etapa 1}} \cdot \underbrace{\frac{s \cdot 1,057 \cdot \frac{1,215}{4,529}}{s^2 + s\frac{1,215}{4,529} + 1,215^2}}_{\text{etapa 2}} \cdot \underbrace{\frac{s \cdot 1,057 \cdot \frac{0,823}{4,529}}{s^2 + s\frac{0,823}{4,529} + 0,823^2}}_{\text{etapa 3}}$$

etapa 1:

$\omega_{01} = 1$

$\frac{\omega_{01}}{Q_1} = \frac{1}{2,222}$ } $Q_1 = 2,222$

$R_2 = R_3 = R$ (norma de impedancia)

$\underbrace{R_4 = R_3 = R}_{R = 1}$ (no participa en la transferencia).

$$\omega_{01} = \frac{1}{R_3 C_1} \rightarrow \underbrace{C} = \frac{1}{R_3 \cdot \omega_{01}} = \frac{1}{1 \cdot 1} = 1$$

$$Q_1 = \frac{R_2}{R_3} \rightarrow \underbrace{R_2} = Q_1 \cdot \underbrace{R_3}_{=1} = Q_1 = 2,222$$

$$|T_{BP}(w=w_0)| = \frac{\left|\frac{1}{R_1 C}\right|}{\left|\frac{1}{R_2 C}\right|} = \frac{R_2 \cdot \cancel{C}}{R_1 \cdot \cancel{C}} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Rightarrow T_{BP}(w=w_0) = \frac{5,291}{\frac{1}{2,222}} = \frac{5,291}{\frac{w_{01}}{Q_1}} = \frac{R_2}{R_1} \quad ; \quad R_2 = Q_1$$

$$= \left(\frac{5,291 \cdot \cancel{Q_1}}{w_{01}}\right)^{-1} = \left(\frac{Q_1}{R_1}\right)^{-1} \rightarrow \frac{w_{01}}{5,291} = R_1$$

$$\underbrace{R_1} = \frac{w_{01}}{5,291} = \frac{1}{5,291} = 0,189$$

Resumen etapa 1:

$R_1 = \frac{w_{01}}{5,291}$; $K_1 = 5,291$ $\quad$ $R_3 = R_4 = R = 1$; $w_{01} = 1$

$R_2 = Q_1$; $Q_1 = 2,222 \ (20/9)$ $\quad$ $C = \frac{1}{w_{01}}$

etapa 2:

$w_{o_2} = 1,215$; $Q_2 = 4,529$; $R_3 = R_4 = R = 1$

$\frac{w_{o2}}{Q_2} = \frac{1,215}{4,529}$

$$w_{o_2} = \frac{1}{R_3 C} \longrightarrow \underbrace{C} = \frac{1}{\underbrace{R_3}_{=1} w_{o_2}} = \frac{1}{w_{o_2}} = \frac{1}{1,215} = 0,823$$

$$Q_2 = \frac{R_2}{R_3} \longrightarrow \underbrace{R_2} = Q_2 \cdot \underbrace{R_3}_{=1} = Q_2 = 4,529$$

$$T_{BP}(w=w_0) = \frac{\frac{1,057 \cdot \cancel{1,215}}{\cancel{4,529}}}{\frac{\cancel{1,215}}{\cancel{4,529}}} = \frac{R_2}{R_1} \quad ; \quad R_2 = Q_2$$

$$1,057 = \frac{R_2}{R_1} \longrightarrow \underbrace{R_1} = \frac{Q_2}{1,057} = \frac{4,529}{1,057} = 4,2848$$

Resumen etapa 2:

$R_1 = \frac{Q_2}{1,057}$; $K_2 = 1,057$; $R_3 = R_4 = R = 1$; $w_{o_2} = 1,215$

$Q_2 = 4,529$; $R_2 = Q_2$; $C = \frac{1}{w_{o_2}}$

etapa 3:

$\omega_{o3} = 0,823$; $Q_3 = 4,529$; $R_3 = R_4 = R = 1$

$\frac{\omega_{o3}}{Q_3} = \frac{0,823}{4,529}$

$\omega_{o3} = \frac{1}{R_3 C} \longrightarrow \underline{C} = \frac{1}{\underbrace{R_3}_{=1} \cdot \omega_{o3}} = \frac{1}{\omega_{o3}} = \frac{1}{0,823} = 1,215$

$Q_3 = \frac{R_2}{R_3} \longrightarrow \underline{R_2} = \underbrace{R_3}_{=1} \cdot Q_3 = Q_3 = 4,529$

$T_{BP}(\omega = \omega_0) = \frac{1,057 \cdot \cancel{\frac{0,823}{4,529}}}{\cancel{\frac{0,823}{4,529}}} = \frac{R_2}{R_1}$; $\underline{R_2} = Q_3$

$1,057 = \frac{R_2}{R_1} \longrightarrow \underline{R_1} = \frac{Q_3}{1,057} = \frac{4,529}{1,057} = 4,2848$

* Resumen etapa 3:

$R_1 = \frac{Q_3}{1,057}$, $k_3 = 1,057$, $\omega_{o3} = 0,823$; $Q_3 = 4,529$

$R_3 = R_4 = R = 1$, $R_2 = Q_3$, $C = \frac{1}{\omega_{o3}}$

* Desnormalización de componentes:

- $C = \frac{C'}{\Omega_\omega}$; $\Omega_\omega = \omega_0 = 2\pi \cdot f_0$; $f_0 = 2000\ KHz$