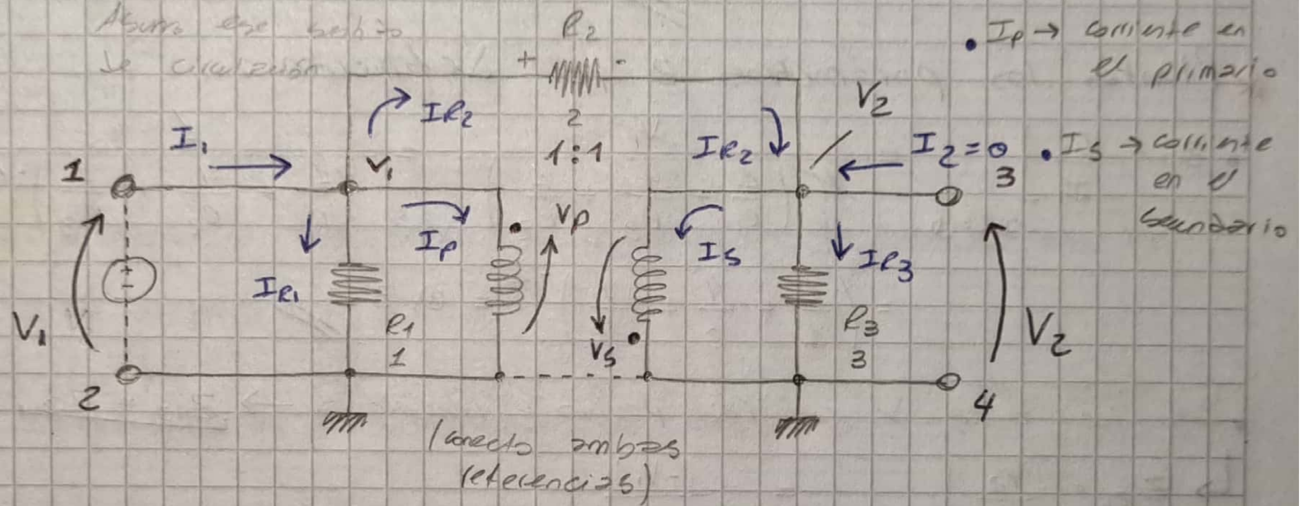
Albero Federico

1

TS6

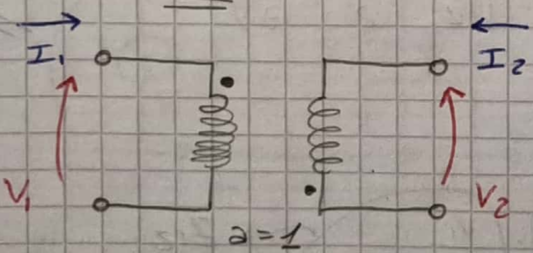
Trabajo Semanal VI

1) Para el siguiente cuadripolo se pide calcular los parámetros z.



$1:1 \rightarrow a = 1 \rightarrow$ relación de transformación unitaria

- Modelo ideal del transformador: (bornes no homólogos)



$$\begin{cases} V_1 = -a \cdot V_2 \rightarrow V_1 = -V_2 \\ I_1 = -\frac{1}{a} \cdot (-I_2) \rightarrow I_1 = I_2 \end{cases}$$

$$T = \begin{pmatrix} -a & 0 \\ 0 & -1/a \end{pmatrix} \; ; \; \Delta T = 1 \rightarrow \text{red pasiva}$$

[red pasiva → recíproca]

- Planteo nodos en V_1 y V_2:

$$\begin{cases} \text{nodo } V_1: \; I_1 = I_{R_2} + I_p + I_{R_1} & (I) \\ \text{nodo } V_2: \; I_{R_2} = I_s + I_{R_3} & (II) \end{cases}$$ (considerando $I_2 = 0$)

- Relaciones de transformación: $\begin{cases} I_s = I_p = I \\ V_1 = -V_2 \end{cases}$

I) $I_1 = \frac{(V_1 - V_2)}{R_2} + I + \frac{V_1}{R_1}$

$I_1 = \frac{(V_1 + V_1)}{R_2} + I + \frac{V_1}{R_1}$

$I_1 = \frac{2V_1}{R_2} + I + \frac{V_1}{R_1}$

II) $\frac{(V_1 - V_2)}{R_2} = I + \frac{V_2}{R_3}$

$\frac{V_1 + V_1}{R_2} = I + \frac{V_1}{R_3}$

$I = \frac{2V_1}{R_2} + \frac{V_1}{R_3}$

$(II) \to (I)$

$$I_1 = \frac{2V_1}{R_2} + \underbrace{\left(\frac{2V_1}{R_2} + \frac{V_1}{R_3}\right)}_{I} + \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_1 = V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{4}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

* Planteo los parámetros z por definición:

- $$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{\cancel{V_1}}{\cancel{V_1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{4}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{4}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1}}$$
$$= \left(\frac{1}{1} + \frac{4}{2} + \frac{1}{3}\right)^{-1} = 0{,}3\,\Omega$$

- como se trata de una red pasiva y recíproca $\to \underline{Z_{12} = Z_{21}}$

$$\hookrightarrow Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \left.\frac{(-V_1)}{I_1}\right|_{I_2=0}$$
$$= \frac{-\cancel{V_1}}{\cancel{V_1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{4}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)} = -1 \cdot \left(\frac{1}{1} + \frac{4}{2} + \frac{1}{3}\right)^{-1} = -0{,}3\,\Omega$$

$$\Longrightarrow Z_{21} = Z_{12} = -0{,}3\,\Omega$$

- $$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = \left.\frac{-V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = (-1) \cdot \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} \to Z_{12}$$ (por definición)

$$= (-1) \cdot Z_{12} = (-1) \cdot -0{,}3\,\Omega = +0{,}3\,\Omega$$

- $$Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & -0{,}3 \\ -0{,}3 & 0{,}3 \end{pmatrix} = \frac{3}{10} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$