30/03

TC2

(Teoría de circuitos II)

- R4001

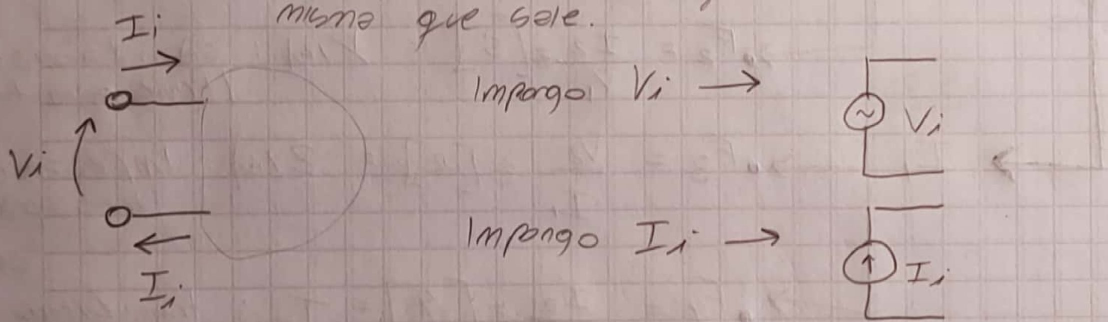
Repaso de TC1:

Red eléctrica

- conjunto de elementos circuitales interconectados circuito cerrado. puede tener o no una alimentación. Puede haber componentes activos o pasivos.

- Borne: un nodo expuesto de la red eléctrica. puedo hacer mediciones. tmb puedo imponer tensiones o corrientes.

- Puerto: dos bornes expuestos de una red. impongo tensión o corriente. La corriente que entró al puerto debe ser la misma que sale.



Función de excitación (en Laplace) (en un solo puerto)

solamente están definidas en un puerto

$$F(s) = \frac{R(s)}{E(s)}$$

respuesta

excitación

$R(E)$ {respuesta en función de la excitación.

- Impongo tensión: en un puerto.

$$F = \frac{I}{V} = [S] = Y(s) \text{ Admitancia.}$$

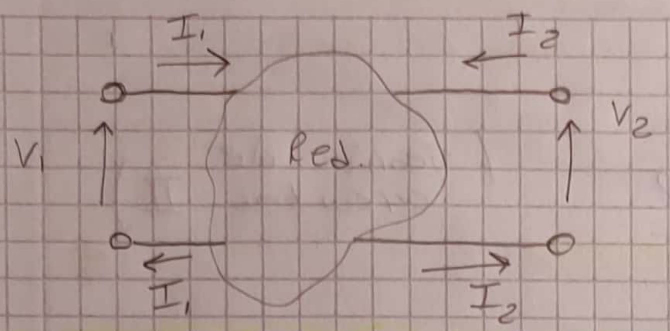
- Impongo corriente:

$$Z = \frac{V}{I} = [\Omega]$$

respuesta

excitación

- tener cuidado xq si bien se puede operar matemáticamente cumpliendo, hay que tener cuidado con las implicancias eléctricas que eso amerita



- Para que sea puerto, debe entrar lo mismo que sale, caso I_1 e I_2.

Función transferencia (2 puertos diferentes)
tengo 4 variables (I_1, V_1, I_2, V_2)

- $F = \frac{R}{E}$, tengo multiples posibilidades
  excitación en puerto 1
  respuesta en el puerto 2

$F = \frac{R}{E}$

Adimensional.

$V_1 \longrightarrow$ • $F_1 = \frac{V_2}{V_1} \equiv [\#] = T(s)$: transferencia de tensión

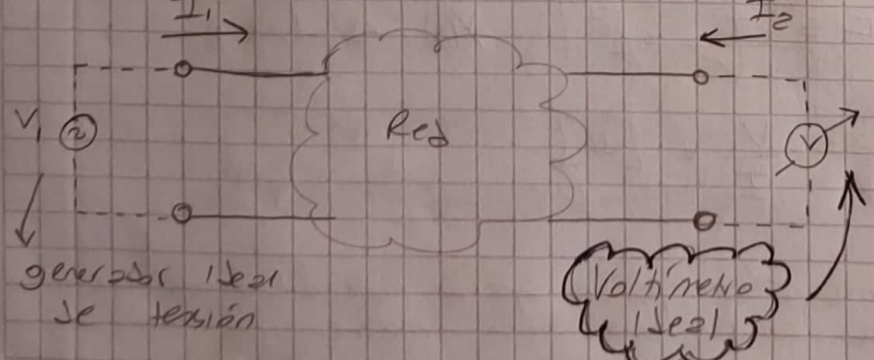
$\longrightarrow$ • $F_2 = \frac{I_2}{V_1} \equiv [S] = Y(s)$: admitancia? (trans admitancia) de transferencia (trans... 2 → puertos)

$I_1 \longrightarrow$ • $F_3 = \frac{V_2}{I_1} \equiv [\Omega] = Z(s)$: Impedancia. (transimpedancia) de transferencia.

$\longrightarrow$ • $F_4 = \frac{I_2}{I_1} \equiv [\#] = T_I$: transferencia de corriente.

- transadmitancia: puede ser transconductancia, lo cual si tiene el mismo producto ganancia ancho de banda.

Consecuencias electricas de las funciones transferencia:



- Resistencia interna del voltímetro, tiende a ser infinita. Se puede modelizar como un circuito abierto.

$I_2 = 0$

no deriva nada de corriente al ser ideal.

Me impone una condición de medición, la cual es $I_2 = 0$.

- I_1 la impone la red circuital.
- V_2 la mido con el voltímetro.
- Esto sería una transferencia de tensión en vacío.

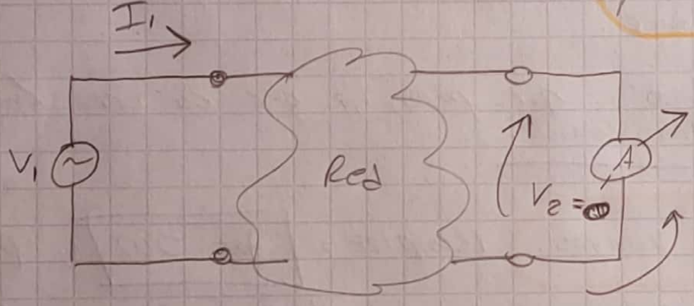
el amperímetro ideal se modeliza como un cortocircuito, ya que éste se tiene que intercalar en serie al circuito para poder efectuar la medición. Su resistencia tiene que $\to 0$ para así no interferir con la medición.

- $T_V = \dfrac{V_2}{V_1}\Big|_{I_2 = 0}$ → Condición extrema de carga en la cual se efectúa la medición.

- $Y(s) = \dfrac{I_2}{V_1}\Big|_{V_2 = 0}$ } Impongo V_1 pero mido I_2. el amperímetro ideal es un cortocircuito, condición extrema de carga. #

este ejemplo.

Condiciones extremas de carga → anulo tensión o corriente, de esta manera no producen potencia.



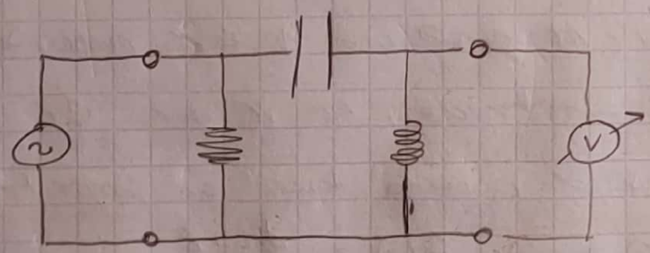
me anula V_2. $V_2 = 0$ al provocar el cortocircuito. (no hay dif de potencial si están los dos bornes unidos)

$I_2 = 0$

los otros dos casos que faltaban →

- $Z(s) = \dfrac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2 = 0}$ (*) $T_I = \dfrac{I_2}{I_1}\Big|_{V_2 = 0}$.

- ejemplos:



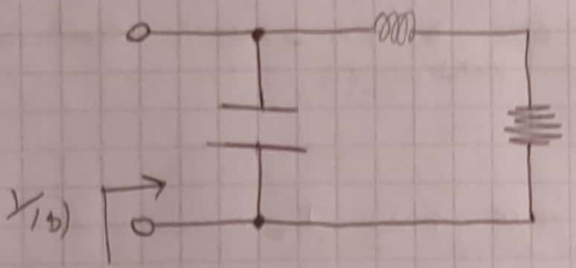
- la resistencia no interviene en la transferencia
- tiene implicancias el que empiece / termine en serie / paralelo la red eléctrica. Puede participar o no de la transferencia. tmb aparece la condición de medición.

(*) Aclaraciones: $F(s) = \dfrac{\text{Respuesta}(s)}{\text{excitación}(s)}$

- $T_V = \dfrac{V_2}{V_1}\Big|_{I_2 = 0}$: transferencia de tensión, mido la salida V_2, por lo que la condición de medición será $I_2 = 0$.

- $T_I = \dfrac{I_2}{I_1}\Big|_{V_2 = 0}$: transferencia de corriente, mido la salida I_2, por lo que la condición de medición será $V_2 = 0$.

ejercitación:



$\bullet\ Y(s) = \dfrac{I}{V}$

$= sC$

$= \dfrac{s^2 \ldots}{\ldots}$

Adm. Aclaración II:
En este caso, para obtener el tipo de comportamiento del circuito, planteo el cociente de polinomios $\dfrac{P(s)}{Q(s)}$. Pero lo que hago al plantear el límite de $\omega \to \infty$ (luego de reemplazar $s = j\omega$) es hacer el cociente entre los términos de mayor grado de los polinomios y simplificar. De esta manera encontraré la expresión de una impedancia o admitancia de un R, L o C.

• Cociente de ...

• Función excitación, es lado de entrada. tengo ...

↳ no es una función de filtrado xq es una ... de excitación. Como se comporta la red, como ... polos y ... es lo que me dice. ... cero.

• Acá sí puede haber más 0's que polos, ya que es una función de excitación, no de transferencia.

• Comportamientos de redes pasivas. reemplazar $\boxed{s = j\omega}$ y plantear el límite $\omega \to \infty$, salvar el límite plantear cociente de polinomios de distinto grado/orden y ver cual gana. en este caso gana el s^2. • $\dfrac{s^2LC}{sL} = sC$ se puede

• ver que gana el capacitor, me queda una s en el numerador, gana el numerador. como es una admitancia, se ve que sC es la admitancia de un capacitor, por ende el circuito tendrá un comportamiento capacitivo. caso impedancia: $Z(s) = \dfrac{sL+R}{s^2LC + sCR + 1} = \dfrac{1}{Y(s)}$

• $Z(\omega \to \infty) = \dfrac{sL}{s^2LC} = \dfrac{1}{sC}$ } tmb comportamiento capacitivo, coincide con la impedancia de un capacitor.

(ver papelitos)

! eléctricamente se ve en el capacitor a derivación. en baja frecuencia, osea continua, se ve que el comportamiento es resistivo ya que el C es un circuito abierto y L es un cortocircuito. queda únicamente una resistencia R en serie con el puerto de entrada.

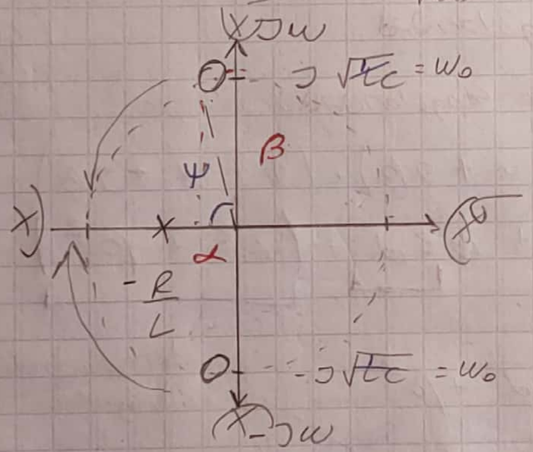
(ver explicación más clara en las páginas 4-5)

$$Y(s)\Big|_{s=j\omega} = \lim_{\omega\to\infty} = j\omega C \to \infty$$

en $\omega\to\infty$, la función admitancia también tiende a infinito.

Polo implícito → llegamos por consecuencia del numerador, no del denominador. Es un único polo que se ve repetido 4 veces por el infinito de la esfera de "Reeman". Esto se debe a que el orden del numerador impone, se va hacia infinito. Es el comportamiento de la red en alta frecuencia.

Polo implícito.



$$sL + R = 0$$
$$sL = -R$$
$$s = -\frac{R}{L}$$

$$\omega_0 = \cancel{\sqrt{LC}}\ \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

el circuito coincide con el modelo real de un inductor o capacitor, con sus pérdidas y comportamiento en alta frecuencia.

la relación $\frac{R}{L}$ me cambia el recorrido de los ceros, su valor en σ

fenómeno de autoresonancia entre L y C.

~~Par~~ Parametrización de la función cuadrática.

polinomios <u>mónicos</u>. Saco factor común.

$$Y(s) = \frac{LC}{L}\cdot\frac{s^2 + s\underbrace{\frac{R}{L}}_{\frac{\omega_0}{Q}} + \underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^2}}{s + \frac{R}{L}}$$

$$Y(s) = C\cdot\frac{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}{s + \frac{\omega_0}{Q}}$$

origen del Q, que tan buen reactivo es tu componente.

$$Q = \frac{P_{reactiva}}{P_{activa}} = \frac{I^2 \cdot X_L}{I^2 \cdot R} = \frac{X_L}{R} = \frac{j\omega L}{R}$$

$Q = \frac{\omega L}{R}$ } el Q claramente varía en función de la frecuencia.

↳ $\frac{Q}{\omega_0} = \frac{R}{L}$ — relación de que tan bueno es el componente.

también coincide con la selectividad de un filtro pasabanda

Coincide, no quiere decir que sea lo mismo.

Se mide la ubicación con respecto al eje $-\sigma$, en el semiplano izquierdo, ya que allí es donde aparecen las singularidades.

α : Componente real de la singularidad

β : " Imaginaria de la singularidad. — Vectores en el plano complejo.

$$s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2 = (s+\alpha+j\beta)\cdot(s+\alpha-j\beta)$$

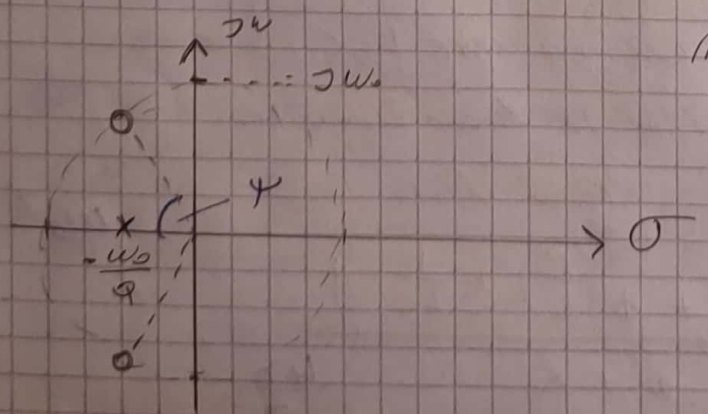
$$s^2 + s\underbrace{\frac{\omega_0}{Q}} + \underbrace{\omega_0^2} = s^2 + s\underbrace{2\alpha} + \underbrace{(\alpha^2+\beta^2)}$$

es una igualdad miembro a miembro.

• $\frac{\omega_0}{Q} = 2\alpha$ (I) • $\omega_0^2 = \alpha^2 + \beta^2$ — trigonometría en el diagrama de polos y cero.

$\cos(\psi) = \frac{\alpha}{\omega_0}$ (II) (reemplazo α en igualación de en I y II)

$$\frac{\omega_0}{Q} = 2\omega_0 \cdot \cos(\psi) \; ; \quad Q = \frac{1}{2\cdot\cos(\psi)}$$



Mejor Q, más acerca las singularidades al eje $j\omega$.

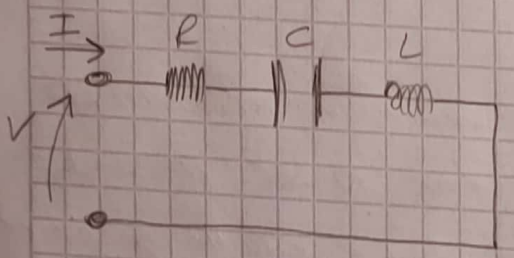
Parametrizo el circuito y el diagrama me queda todo en función de ω_0 y Q. Usar esta parametrización siempre, simplifica el circuito.

Separar valores del $Q \rightarrow$ TC1.

Anotaciones de los videos:

- En una red eléctrica puede haber más de 2 puertos, no necesariamente debe haber uno de entrada y otro de salida.
- $H(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)}$ → Función excitación: medidas en el mismo puerto ambas magnitudes
  ↳ Función transferencia: medidas en distintos puertos las magnitudes
- Para que ocurra/haya una transferencia, necesito de 2 puertos.

$Z_1 = \dfrac{V_1}{I_1}$; $Y_1 = \dfrac{I_1}{V_1}$ } ejemplo de funciones excitación en el puerto 1



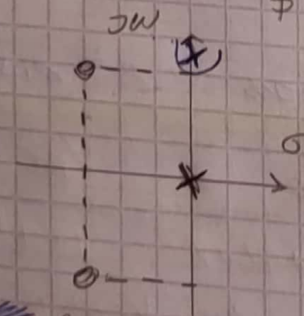
$$Z = R + sL + \frac{1}{sC}$$

$$= \frac{sRC + s^2LC + 1}{sC}$$

$$= \frac{LC \cdot (s^2 + R/L\, s + 1/LC)}{sC}$$

$$Z(s) = \frac{L \cdot (s^2 + R/L\, s + 1/LC)}{s}$$

- $\omega_0^2 = 1/LC$

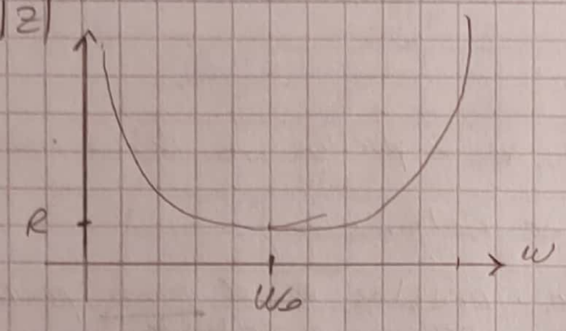


- En esta función impedancia, tengo un polo en el origen y dos ceros. No conozco la naturaleza de esos ceros ya que tengo un polinomio de segundo grado, pero como todos sus términos son positivos, puedo suponer que será un par de ceros complejos conjugados.

Por la naturaleza de la frecuencia compleja, me aparece también otro polo "oculto" en el infinito, que no se evidencia en la función transferencia. Cuando s crece en módulo ($\lim s \to \infty$), la función se va hacia el infinito, ya que el grado del numerador es mayor que el del denominador. El $|Z|$ se va hacia infinito, consecuencia de la esfera de Riemann. Este polo aparece si me alejo del origen en cualquier dirección. Su comportamiento en el infinito es el de un polo.

$$\lim_{s \to \infty} Z(s) = (\to \infty)$$

Método gráfico para graficar el H(s) → Asys.



• ω_0 = frec. de resonancia del circuito RLC.

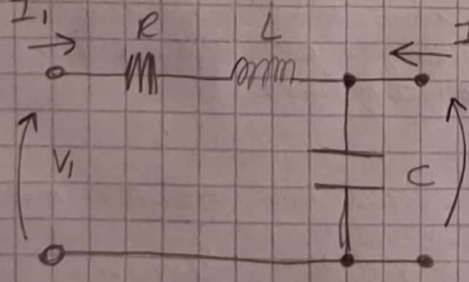
Análisis de fase: cuando $\omega = 0$, osea, en frecuencia continua, el cap se comporta como un circuito abierto, mientras que el inductor se comporta como un cable, por ende prevalece el efecto del capacitor al abrir el circuito y la fase del circuito será de $-\pi/2$.

Luego, en $\omega = \omega_0$, como el circuito se encuentra en resonancia, la fase de L y C se anulan y queda la fase 0 del resistor.

Finalmente en $\omega \to \infty$, se impone el inductor al abrir el circuito, ya que el cap es un corto en alta frecuencia, por ende el comportamiento del circuito será de carácter inductivo, con fase $+\pi/2$.

—— o ——

Ejemplo de función transferencia, filtro pasa bajos de 2do orden



$$T(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1/sC}{1/sC + sL + R} = \frac{1/sC}{\frac{1 + s^2LC + sRC}{sC}}$$

$$T(s) = \frac{1}{s^2LC + sRC + 1} = \frac{\overset{\omega_0^2}{1/LC}}{s^2 + s\,R/L + \underset{\omega_0^2}{1/LC}}$$

Importante: parametrizar todas las funciones transferencia.

$Q = \frac{\text{Pot. Reactiva}}{\text{Pot. Activa}}$ (por definición) ; $Q = \frac{I^2 \cdot X_L}{I^2 \cdot R} = \frac{\omega \cdot L}{R}$ | el Q depende del ω.

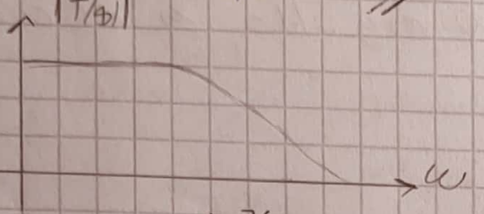
Puedo particularizar la expresión anterior para el Q medido @ ω_0, por ende: $Q_0 = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 \rightarrow \frac{\omega_0}{Q_0} = \frac{R}{L}$ necesario para la parametrización

Expreso el polinomio cuadrático en función de los parámetros que no tienen que ver con los elementos circuitales.

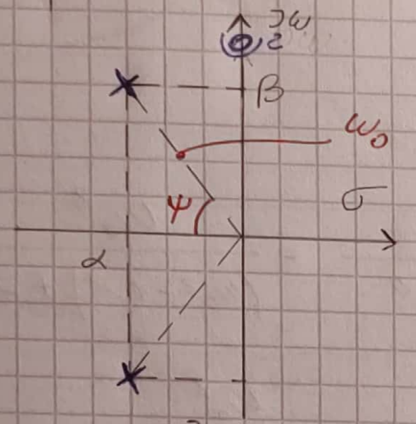
sigue siendo la pulsación de resonancia del circuito.

$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_0}{Q_0} + \omega_0^2}$$

; $\lim_{s \to \infty} T(s) = \frac{1}{\omega^2} = \to 0$



esto me provoca un 0 (doble) en el infinito, me atenúa la transferencia. tiene sentido ya que es un F.P.B.



Ahora factorizo las raíces del denominador y lo expreso de esta manera:

$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{(s+\alpha+j\beta)\cdot(s+\alpha-j\beta)}$$

x q α es un num negativo, los polos están en el semiplano izq.

$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s\alpha - \cancel{sj\beta} + s\alpha + \alpha^2 - \cancel{\alpha j\beta} + \cancel{j\beta s} + \cancel{j\beta\alpha} - \underbrace{j^2}_{(-1)}\beta^2}$$

$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + (2\alpha)s + (\alpha^2+\beta^2)}$$

Comparo miembro a miembro ambas expresiones.

- Término independiente: $\omega_0^2 = \alpha^2 + \beta^2 \to$ tiene pinta de pitágoras en el diagrama de polos y ceros. ω_0 es la distancia radial a la singularidad, siendo α y β los catetos y ω_0 la hipotenusa.

Término lineal: $\frac{\omega_0}{Q_0} = 2\alpha \to Q_0 = \frac{\omega_0}{2\alpha}$

Ψ relaciona a α con ω_0: $\cos(\Psi) = \frac{Ady}{hip} = \frac{\alpha}{\omega_0}$; $\cos(\Psi) = \frac{\alpha}{\omega_0}$

Planteo sustitución con α:

$\alpha = \cos(\Psi)\cdot\omega_0 \implies Q_0 = \frac{\cancel{\omega_0}}{2\cdot(\cos(\Psi)\cdot\cancel{\omega_0})}$; $Q_0 = \frac{1}{2\cdot\cos(\Psi)}$

$$\left.\begin{aligned} &Q_0 = \frac{\omega_0}{2\alpha} \\ &Q_0 = \frac{1}{2\cos(\Psi)} \end{aligned}\right\}$$

- Ambas expresiones me relacionan la ubicación geométrica de las singularidades con los parámetros de la parametrización.

Importante: la distancia radial de las singularidades depende de ω_0 (pitágoras).

$Q \equiv Q_0$, antes lo particularicé para el caso en donde este es medido a la frecuencia $\omega = \omega_0$. $Q_0 = Q|_{\omega=\omega_0}$. Lo importante es que $\omega \neq \omega_0$

Análisis de los resultados.

- Importante: la distancia α de las singularidades en el eje σ, es inversamente proporcional al factor de selectividad Q por ende, cuando las singularidades estén muy pegados al eje $j\omega$ (osea, un α muy bajo), esto denotará un Q muy alto en el circuito.

Modelo de la transferencia:

$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} \cdot s + \omega_0^2}$$

$$T(s)\Big|_{s=j\omega} = \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} \cdot j\omega + \omega_0^2} = \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\left(\frac{\omega_0 . \omega}{Q_0}\right)}$$

$$|T(j\omega)| = \frac{\sqrt{(\omega_0^2)^2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega)^2 + \left(\frac{\omega_0 . \omega}{Q_0}\right)^2}} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0 . \omega}{Q_0}\right)^2}}$$

$$|T(j\omega)|\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{\underbrace{(\omega_0^2 - \omega_0^2)^2}_{0} + \left(\frac{\omega_0 . \omega_0}{Q_0}\right)^2}} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{\frac{\omega_0^4}{Q_0^2}}}$$

$$|T(j\omega)|\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{\cancel{\omega_0^2}}{\frac{\cancel{\omega_0^2}}{Q_0}} = \boxed{Q_0}$$

Evalúo la transferencia (en módulo) para la frecuencia de resonancia $\omega = \omega_0$

tendré una ganancia de Q veces, en la frec de resonancia.

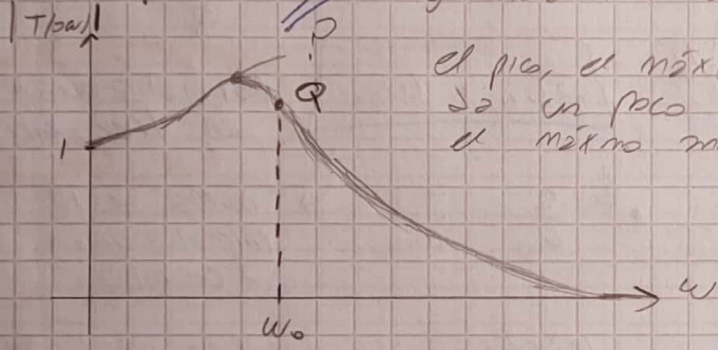
- Tiene sentido, ya que en resonancia estoy en la condición de menor impedancia del circuito (debido a las cancelaciones de $X_C = X_L$), por ende tendré la mayor corriente en el circuito. Tener la mayor corriente significa tener mayores ddp, lo cual me influye al estar tomando la salida del circuito en la ddp del capacitor. Aumenta la transferencia ya que aumenta la relación de la salida en comparación con la entrada.

$\Rightarrow$ quizás evidenciado que el gráfico de la transferencia dependerá del Q del circuito (hay que corregirlo)

$$\left|T(j\omega)\right|\Big|_{\omega=0} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2-0)^2+\underbrace{\left(\frac{\omega_0\cdot 0}{Q_0}\right)^2}_{0}}} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{\omega_0^4}} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2} = \boxed{1}$$

$$\left|T(j\omega)\right|\Big|_{\omega=0} = 1$$

// ganancia 1 en continua.



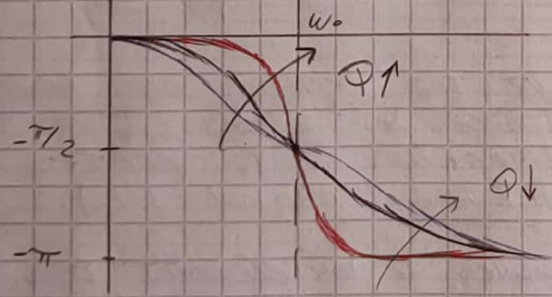
el pico, el máximo no se da en $W=W_0$, se da un poco antes, eso tiene que ver con el máximo analítico de la función.

en $W=W_0$ tengo la ganancia de Q veces.

$$\left|T(j\omega)\right|\Big|_{\lim\limits_{\omega\to\infty}} = \frac{1}{\omega^2} = (\to 0)$$ tenemos la pendiente con que decrece la función transferencia.

$$\frac{1}{\omega^2} = -40\ dB/dec$$

Gráfico de Fase



En el caso de un Q muy cerca del eje $j\omega$ (un Q muy grande), el escalón de la fase será el más abrupto

lo que más Q tiene

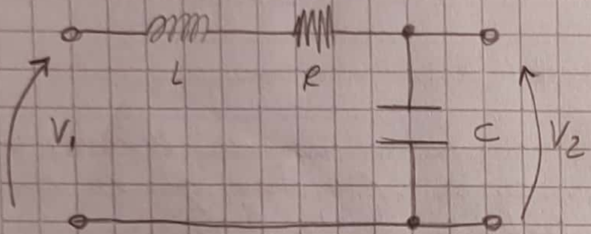
lo que menos Q tiene

Preguntar ¿

Normalización de Redes → Frecuencia

↳ Impedancia

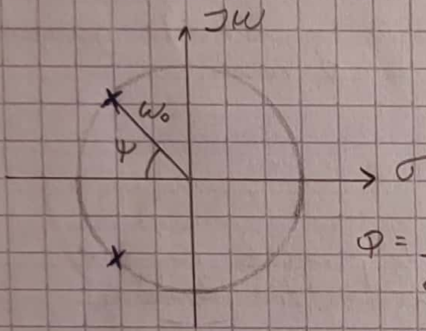
Normalización de Redes en frecuencia



$$T(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s\cdot\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

$$\boxed{\Omega_\omega = \omega_0}$$

normalización en frecuencia → "norma" de la normalización en frecuencia.



- $\$ = \frac{s}{\omega_0} = \frac{s}{\Omega_\omega}$

frec. compleja

redefinimos la variable s y la vamos a escalar

$$Q = \frac{1}{2\cos(\psi)}$$

- s → vieja variable
- $\$$ → nueva variable, normalizada.

Transferencia normalizada: $\underline{s = \omega_0 \cdot \$}$

$$T(\$) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2\$^2 + \$\frac{\omega_0^2}{Q} + \omega_0^2} = \frac{\cancel{\omega_0^2}}{\cancel{\omega_0^2}\cdot\left(\$^2 + \$\frac{1}{Q} + 1\right)} =$$

- $T(\$) = \dfrac{1}{\$^2 + \$\frac{1}{Q} + 1}$ //

- Se obtiene una expresión más sencilla y me saco de encima uno de los parámetros de la primera parametrización original (ω_0).

- Cómo afecta la normalización a los valores de los elementos circuitales:

$Z_{1(s)} = sL + R \rightarrow Z_1(\$) = \$\underbrace{(\omega_0 L)}_{L'} + R$

$Z_{2(s)} = \frac{1}{sC} \rightarrow Z_2(\$) = \frac{1}{\$\underbrace{(\omega_0 C)}_{C'}}$

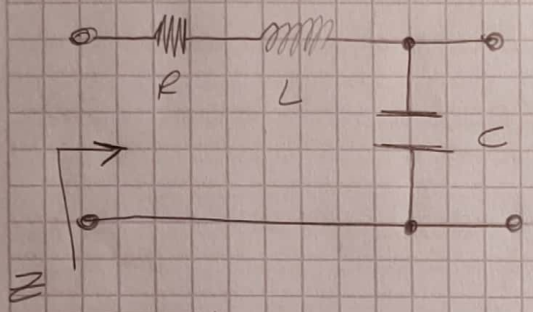
$\left.\begin{array}{l} L' = \omega_0 L \\ C' = \omega_0 C \end{array}\right\}$ ecuaciones de normalización

$\underbrace{L = \frac{L'}{\omega_0} \; ; \; C = \frac{C'}{\omega_0}}_{\text{ecuaciones de desnormalización}}$

- La red que tenga la transferencia $T(\$)$, normalizada, deberá haber sido generada por un C' y un L'

- Estos componentes son versiones aumentadas (ya que $\omega_0 > 1$), muchísimo más grandes que los componentes comunes. Esto me da una facilidad para trabajar. Las ec. de desnormalización me permiten obtener los valores reales de los componentes. Números más sencillos, ya que me saco de encima ω_0 números más manejables.

Normalización de Impedancias:



$$Z = R + sL + \frac{1}{sC}$$

$$z = \frac{Z}{\Omega_Z}$$

normalizaciones

$$z = \frac{R}{\Omega_Z} + \frac{sL}{\Omega_Z} + \frac{1}{sC\,\Omega_Z}$$

R'' $\quad$ L'' $\quad$ C''

ecuaciones de normalización

$$\boxed{\Omega_Z = R} \Longrightarrow z = 1 + sL'' + \frac{1}{sC''}$$

Desnormalización:

$$\begin{cases} R = R'' \cdot \Omega_Z \\ L = L'' \cdot \Omega_Z \\ C = \dfrac{C''}{\Omega_Z} \end{cases}$$

me permite simplificar la expresión de la impedancia dejando así un factor unitario.

Desnormalización conjunta: (Aplico ambos procesos a la vez)

$$L = \frac{L^{\bullet} \cdot \Omega_Z}{\Omega_\omega} \; ; \quad C = \frac{C^{\bullet}}{\Omega_Z \cdot \Omega_\omega} \; ; \quad R = R^{\bullet} \cdot \Omega_Z$$

Indica que el componente está normalizado tanto en frecuencia como en impedancia.

- Estas expresiones son producto de unir las ecuaciones de desnormalización de ambos casos. Tener en cuenta que R no se desnormaliza en frecuencia, solo en impedancia.

13/04 Apuntes clase presencial (sincrónica)

Apuntes varios

normalización: comprimir el rango dinámico

Rango dinámico $= \frac{\text{Valor max}}{\text{Valor min}}$, puede ir en db también.

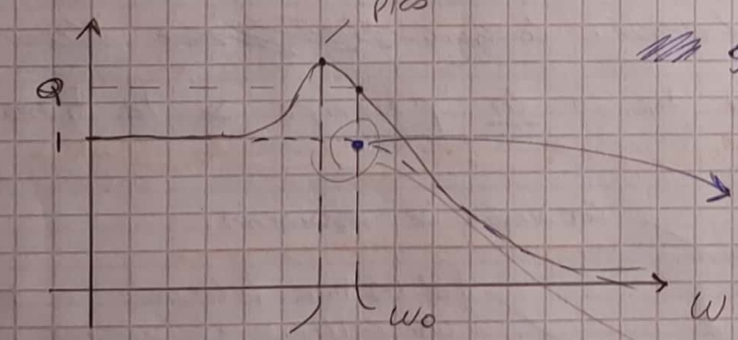
• $Rd|_{db} = 20 \log \left(\frac{V_{max}}{V_{min}} \right)$, puede estar expresado en bits también para la parte digital.

6 dB/bit → duplicar por cada bit que agregas.

linealizas relaciones que crecen exponencialmente → con el log.

→ simplificación, escalamiento en valores, además de la normalización.

• $|T(j\omega)|\Big|_{\omega=\omega_b} = Q \implies$ tomamos como que ahí está el pico, el máximo de la transferencia. En la realidad está desfasado, pero lo vamos a tomar como el máximo.

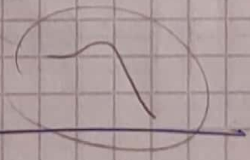


$1 - \frac{1}{2Q^2}$

gráfica normalizada en frecuencia.

$\underbrace{\omega_0 = 1}$

$|T|\Big|_{\omega=\omega_0=1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$



siempre hace esta curvita antes de bajar.

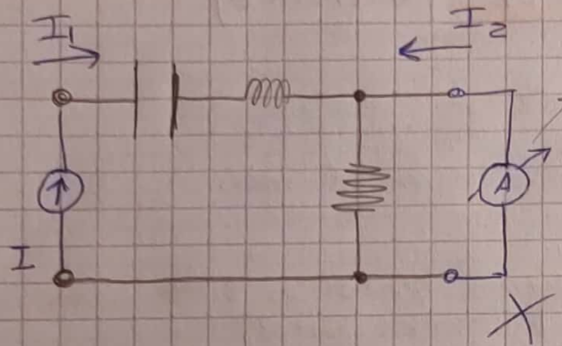
Continuación primer clase...

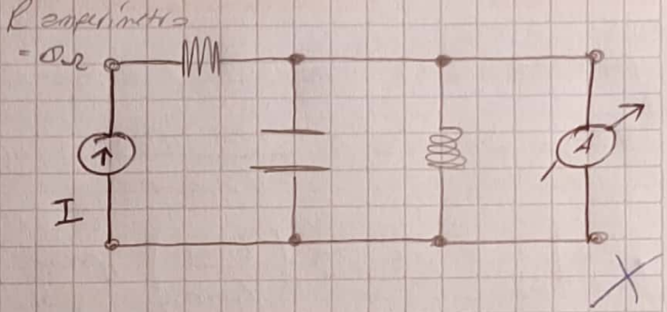
• el Q implica mayor selectividad en frecuencia solamente en un filtro pasa banda y en un notch, no para el resto de los filtros.

hay que ver tmb con la ganancia en el máximo.

dado nuestra simplificación los realces empezarán con valores de Q mayores a 1.

Filtro pasa banda – Transferencia (pero con corriente)





• No me sirve para plantear la transferencia de corriente, ya que me cortocircuita componentes. No puede terminar la derivación.

Tengo ganancia 0, 0dB. Circula 1A en cualquier frecuencia (por ej) (si lo alimento con un amper)

Espejando las leyes se soluciona el problema: (en este caso)

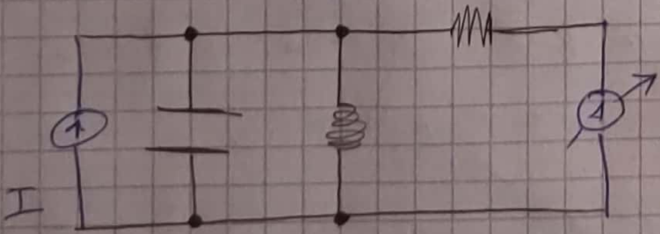
Cualquier elemento en serie a un generador de corriente no participa en la transferencia. Cualquier ~~[illegible]~~ elemento en paralelo a un generador de tensión no participa de la transferencia

• $T(s) = \dfrac{(-I_2)}{I_1}\Big|_{V_2=0}$ condición de medición.

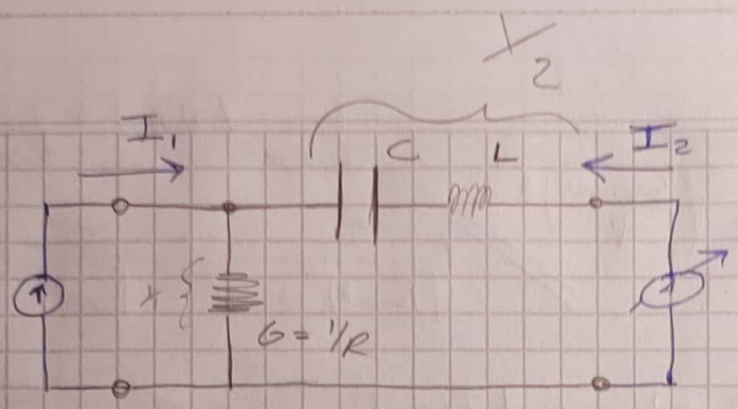
(el (−) hace referencia a que una corriente es entrante y la otra saliente)

en realidad es xq la corriente I_2 debería ser saliente pero en el gráfico está entrante (por eso en el puerto)

• Conviene analizar el comportamiento de los componentes en $\omega \to 0$ y $\omega \to \infty$.



Ambos son filtros pasa banda.



- Agarro el primer caso de filtro pasa banda y lo analizamos.

- Como tengo un generador de corriente, el divisor de corriente para obtener la transferencia tiene la misma expresión que el div de tensión con un generador de tensión.

divisor de ~~impedancias~~ admitancias.

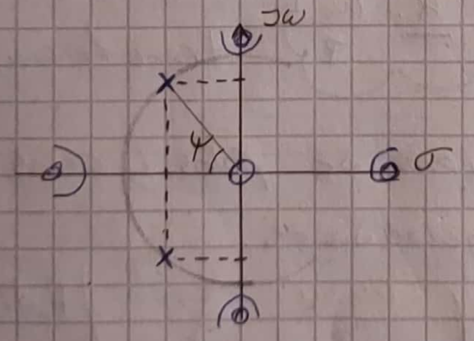
- $$T(s) = \frac{(-I_2)}{I_1}\Bigg|_{V_2=0} = \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2} = \frac{\frac{1}{sL + 1/sC}}{\frac{1}{sL + 1/sC} + G} = \frac{1}{1 + sLG + \frac{G}{sC}}$$

$$T(s) = \frac{sC}{sC + s^2LCG + G} = \frac{s\,\overbrace{(1/LG)}^{\frac{w_0}{Q}}}{s^2 + s\underbrace{(1/LG)}_{\frac{w_0}{Q}} + \overbrace{(1/LC)}^{w_0^2}}$$

dan bien las unidades

Diagrama de polos y ceros

- $Q < 0.5 \rightarrow$ Polos sobre el eje σ
- en filtros, vamos a trabajar con Q elevados, usualmente polos complejos conjugados.



- $$Q = \frac{1}{2.\cos(\psi)}$$

- tengo el cero en el origen de la transferencia y otro cero oculto en el infinito, presente en todas las direcciones. (esfera)

la transferencia se va a '0' en el infinito justamente por este cero.

$$|T(jw)| = |T(s)|\Big|_{s=jw}$$

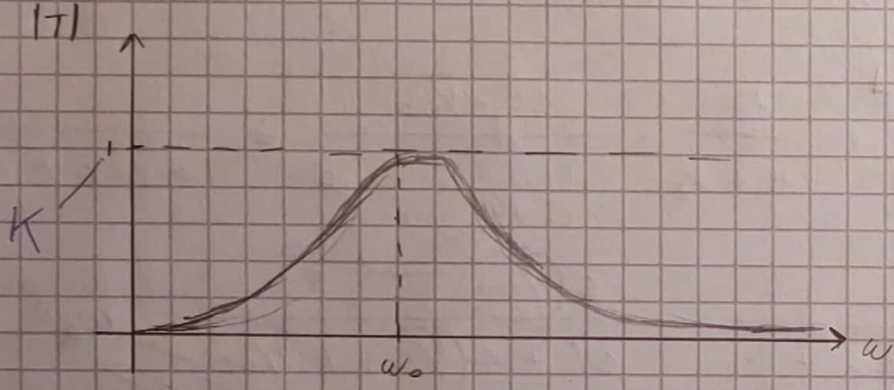
$$|T(jw)| = \frac{\left|\overbrace{j\frac{w}{LG}}^{\frac{w_0 . w}{Q}}\right|}{\left|-w^2 + j\frac{w}{LG} + \overbrace{\frac{1}{LC}}^{w_0^2}\right|}$$

$$|T(j\omega)| = \frac{\frac{\omega_0 \cdot \omega}{Q}}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0 \cdot \omega}{Q}\right)^2}}$$

$$\lim_{\omega \to \infty} |T(j\omega)| = \frac{1}{\to \infty} = 0$$

$$= \frac{\infty}{\sqrt{(-\infty^2)^2 + \infty^2}} = \frac{\infty}{\sqrt{\infty^4}} = \frac{\infty}{\infty^2} = \frac{1}{\to \infty}$$

$$|T(j\omega)|\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{\frac{\omega_0^2}{Q}}{\frac{\omega_0^2}{Q}} = 1 \qquad |T(j\omega)|\Big|_{\omega=0} = 0$$



MODULO

- Cuando activemos el circuito → circuito activo → Aparece la constante K en la ganancia.
- Esto fue una transferencia pasabanda de 0dB.
- $T_{Activa} = \dfrac{H\,s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$; $H = K \cdot \dfrac{\omega_0}{Q}$ efecto de la transferencia.
- No aparece la ganancia en el diagrama de polos y ceros. Solamente es un diagrama de singularidades.

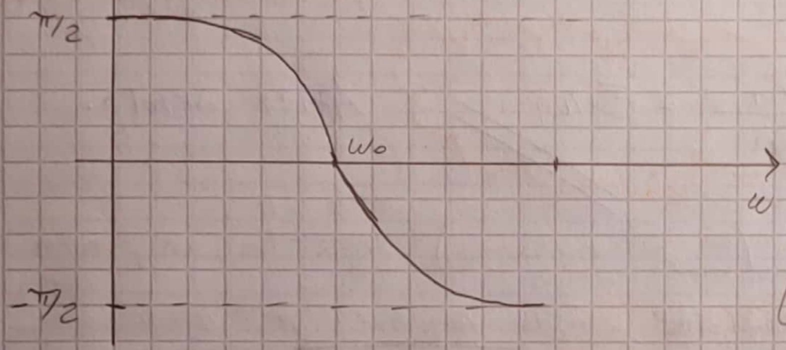
$$\varphi_{T(j\omega)} = \underbrace{\text{arc tg}\left(\frac{j\,\omega}{\frac{\omega_0}{Q}}\right)}_{= \frac{\pi}{2} \text{ (tg es solo Img.)}}^{\text{fase num}} - \underbrace{\text{arc tg}\left(\frac{\frac{\omega_0 \cdot \omega}{Q}}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)}_{?}^{\text{fase denom.}} \quad \frac{\text{Img}}{\text{Real}}$$

FASE

fase a manopla.

- Ahora tengo que ir evaluando con valores de W en la expresión de arriba y voy buscando la fase para las distintas frecuencias. Evalúo en $\omega = 0$; $\omega = \omega_0$; $\omega \to \infty$.
- $\varphi_{T(j\omega)}\Big|_{\omega=0} = \pi/2$; $\varphi_{T(j\omega)}\Big|_{\omega=\omega_0} = 0$

* $+\pi$ y $-\pi$ no son lo mismo, pero son coincidentes.

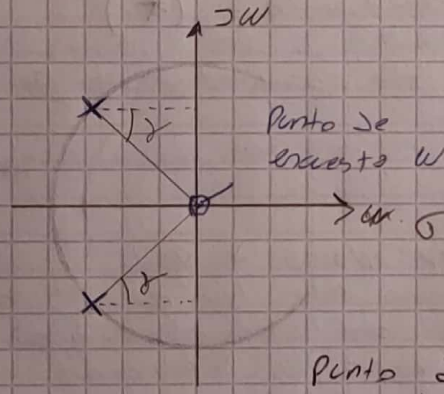


Ver método gráfico de la fase.

Pendiente negativa

- Un cero en el origen siempre aporta $+\pi/2$ de fase.

Analizo la fase de los polos.
La fase del cero es $\pi/2$ $\forall w$. (*)



Punto de encuesta $w=0$.

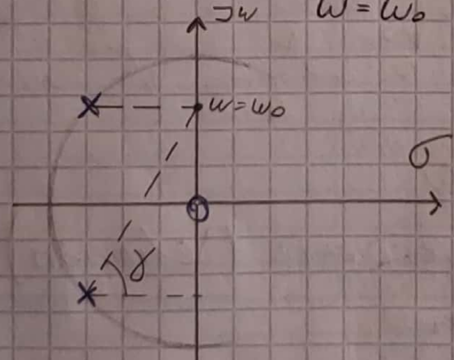
Propiedad Importante

- Las funciones simétricas, en $w=w_0$ desarrollan la mitad de fase que van a desarrollar en su total. Punto de simetría.

- Ambos polos aportan igual fase, por ende se cancelan sus aportes.

(Desde el punto de encuesta trazo las líneas.)

Punto de encuesta $w=w_0$



- Recordar que tengo $\pi/2$ de fase de piso, aportado por el cero simple. (*)

En $w=w_0$ aumenta el ángulo γ. El polo de arriba no aporta nada y el de abajo aporta más.

Como está restando, esto me decrece la fase, la que va decreciendo desde $\pi/2$ hasta 0.

Ya con esto me alcanza, después se termina con simetría.

(Falta análisis en $w \to \infty$.

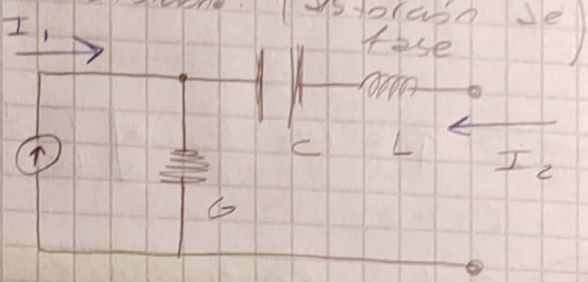
Voy recorriendo para arriba el eje jw.)

Repasar apunte / Libro AsyS.

Normalización

$\shortparallel$ ∂

- que la fase no sea constante → distorsión. (distorsión de fase)



- $T(s) = \dfrac{s\,\frac{\omega_0}{Q}}{s^2 + s\,\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$

"la norma"

cambio de variable

$T(\$) = T(s)\Big|_{s = \$\cdot\Omega_\omega}$ $\quad \$ = \dfrac{s}{\Omega_\omega}$

(luego de reemplazar y simplificar se obtiene:)

- $T(\$) = \dfrac{\$\,\frac{1}{Q}}{\$^2 + \$\,\frac{1}{Q} + 1}$

- busco una W_0 unitaria, quiero que se cancelen cosas, sacarme de encima la frecuencia. Es puramente numérico esto. (objetivo de normalizar)

transferencia normalizada.

$\boxed{\Omega_\omega = \omega_0}$ esto es lo que me permite sacarme de encima ω_0.

Red normalizada en frecuencia.

- siempre vamos a trabajar normalizando. → $\omega_0 = 1\,r/s$.

- se desnormaliza los componentes, no la función.

En las funciones de excitación es más fácil normalizar la impedancia?

$s = \$$ → tomo como normal trabajar normalizado.

$\ast\ T(s) = \dfrac{s\,1/LG}{s^2 + s\,1/LG + 1/LC}$

[ojo con esto, no confundirse. tomo como mi nueva variable "s" de Laplace la \$ normalizada.]

termino independiente • $\dfrac{1}{LC} = \omega_0^2 = 1^2$ (normalizado) → $L = \dfrac{1}{C}$

tienen valores recíprocos los componentes (C y L)

termino lineal: $\dfrac{\omega_0}{Q} = \dfrac{1}{LG} = \dfrac{R}{L}$; $\dfrac{1}{G} = R$

$\Omega_\omega = 1 = \omega_0$.

$Q = \omega_0 \cdot \dfrac{L}{R}$

Restricción por frecuencia.

- en las funciones excitación, normalizo la impedancia directamente.

$\dfrac{Z}{\Omega_z} = \dfrac{R + sL}{\Omega_z} + \dfrac{1}{sC\cdot\Omega_z}$ (en el caso del video). ejemplo fuera de contexto

función excitación.

[sale de igualación de terminos entre $T(\$)$ y la nueva $T(s)$]

no tiene que ver con este ejemplo. genérico.

Normalizo en Impedancia:

hago que $R = 1$ $\longrightarrow$ $\boxed{\Omega_z = R}$ factor de escalamiento en impedancia.

$1/\sqrt{LC}$

meto L dentro de la raíz

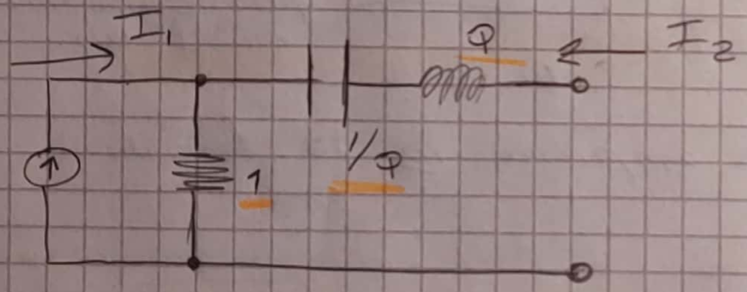
$\Rightarrow Q = w_0 \cdot \frac{L}{R} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \cdot \frac{L}{1} = \sqrt{\frac{L}{C}}$ $\longrightarrow$ Acá luego reemplazo con la ec: $L = 1/C$ y despejo L.

$R = 1 = \Omega_z$

$\#$ $\boxed{Q = L}$ Reestricción en impedancia.

- tengo un único parámetro Q, ya no tengo los 3 componentes R, L, C independientes.

- Obtengo el siguiente circuito: (la red normalizada)



$Q = \sqrt{\frac{L}{C}}$, $L = \frac{1}{C} \rightarrow C = \frac{1}{L}$

$Q = \sqrt{\frac{L}{1/L}} = \sqrt{L^2}$ $\#$

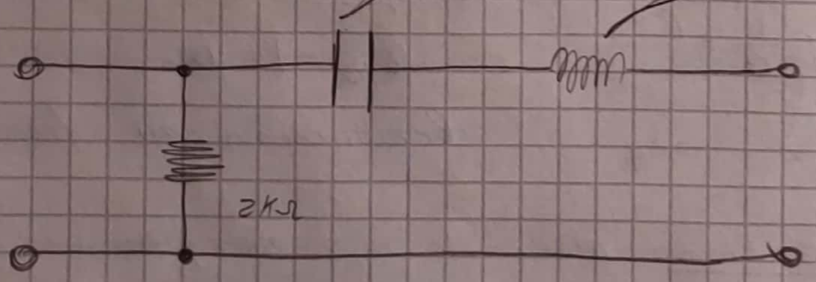
$\boxed{Q = L}$ ✓

ejemplo: llevo a trabajar el circuito a otro rango de trabajo.

- $W_0 = 2\pi\ 10^6 \longrightarrow \underline{\Omega_w} = W_0$ — normalización en frecuencia, desnormalizada
- $\underline{\Omega_z} = 2k\Omega\ (R)$ — normalización en impedancia
- $Q = 10$

$\frac{1}{10 \cdot 2k\Omega \cdot (2\pi \cdot 10^6)}$

$\frac{10 \cdot 2k\Omega}{2\pi \cdot 10^6}$ Ω_z Ω_w



- Esa sería la red desnormalizada final, con los valores reales de los componentes.

- la norma de frecuencia siempre escala hacia abajo los componentes reactivos, osea, L y C

$* R'' = 1 ; L'' = Q ; C'' = 1/Q \}$ componente normalizado en frecuencia e impedancia.

Desnormalización conjunta

- $R = R'' \cdot \Omega_z = 1 \cdot 2k\Omega$ //
- $L = \frac{L'' \cdot \Omega_z}{\Omega_w} = \frac{10 \cdot 2k\Omega}{2\pi \cdot 10^6}$ //
- $C = \frac{C''}{\Omega_z \cdot \Omega_w} = \frac{1/10}{2k\Omega \cdot 2\pi \cdot 10^6}$ //

• nuevo caso: puedo cambiar la norma de impedancia para poder imponer el valor real de un componente.

$$1pF = \frac{1}{10 \cdot 2\pi \cdot 10^6 \cdot \Omega_z}$$

• despejo y obtengo la nueva norma de impedancia tal que $C = 1pF$, valor impuesto.

hago el valor desnormalizado, el real del circuito.

mientras respete las relaciones entre los valores de impedancia, funciona todo bien.

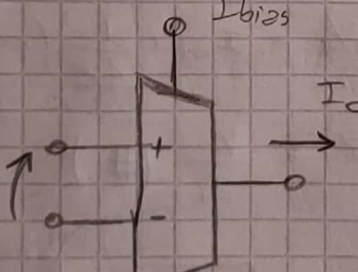
Dispositivos Activos

• Se agregan los dispositivos activos para poder "activar" los circuitos, para poder darle una ganancia K a los circuitos.

$\boxed{\text{OTA'S}}$ → logro ganancia a través de la transconductancia.

→ mismo entrada que un mux. tengo dos puertos de entrada.

corriente solamente de salida, salvo que se especifique lo contrario.



• $\frac{I_o}{V_1} = \frac{I_o}{V^+ - V^-} = g_m = f(I_b)$ en función

tiene que ver con el funcionamiento del 741 (el opamp)

* tiene un par diferencial de entrada.

• tiene las ventajas del opamp y no tiene sus desventajas.

• necesito trabajar con transconductores.

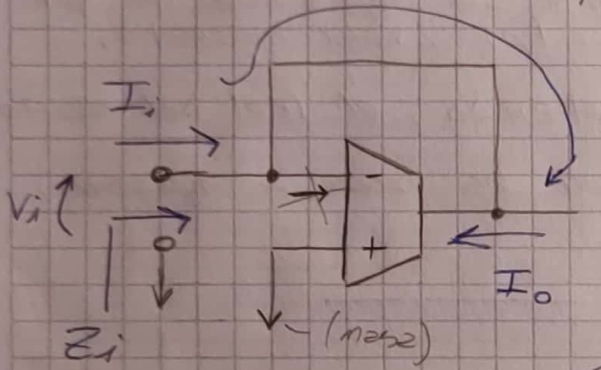
• le setteo su corriente de trabajo (I_{bias})

• la ganancia la modulo con el parámetro de polarización.

Aplicaciones de OTA's.

(Su corriente es saliente, salvo que se especifique lo contrario)

- Corriente entrante → cambio por donde entra al circuito, entra por (-) (¿invierte la salida?)



Implemento una resistencia variable por corriente.

- $Z_i = \frac{V_i}{I_i} = \frac{V_i}{\underbrace{g_m \cdot V_i}} = \frac{1}{g_m}$

Pág anterior: $\frac{I_o}{V_i} = g_m$

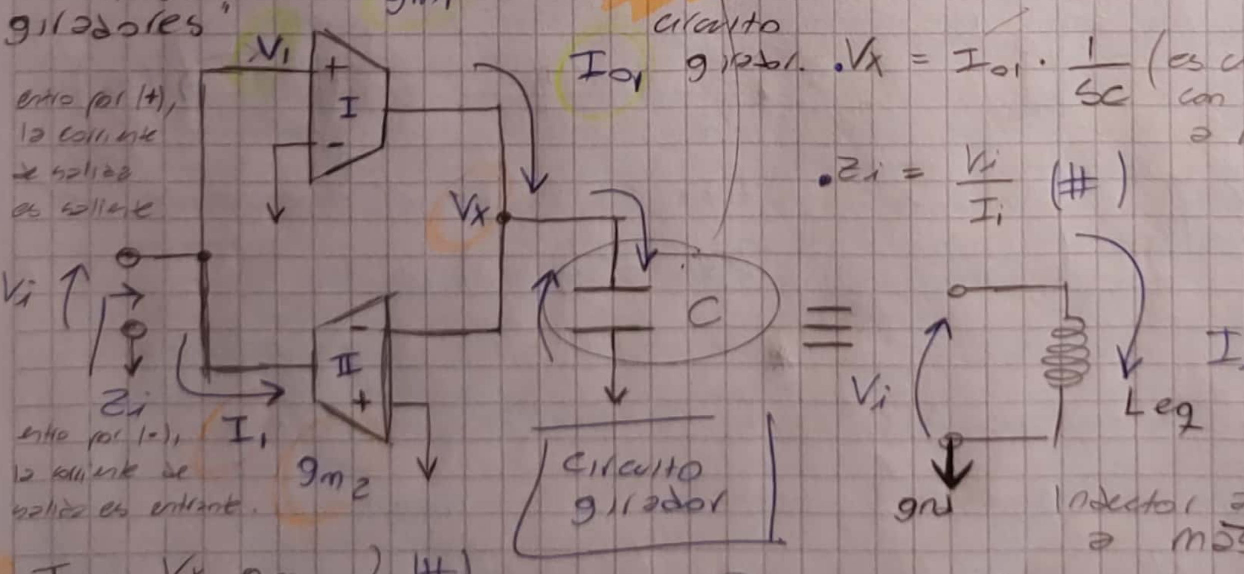
- $I_1 = I_o = \underbrace{(V^- - V^+)}_{V_i} \cdot g_m$

$I_1 = V_i \cdot g_m$ — lo puedo tunnear

* la corriente que entra es igual a la que sale. $I_1 = I_o$ (en este caso).

- Es complicado integrar inductores, por eso lo que generalmente hago es emular su comportamiento: los capacitores son fáciles de integrar en alta frecuencia.

"Circuitos giradores"



esta es la carga Z_L del circuito girador.

- Entro con V_i en el OTA I, corriente de salida del 1er OTA

- $V_x = I_{o1} \cdot \frac{1}{sC}$ (es caída de tensión con respecto a masa)

- $Z_i = \frac{V_i}{I_i}$ (#)

entra por (+), la corriente de salida es saliente

entra por (-), la corriente de salida es entrante.

Inductor aterrizado a masa

- $I_1 = V_x \cdot g_{m2}$
- $I_{o1} = V_i \cdot g_{m1}$

(#) $Z_i = \frac{V_i}{I_1} = \frac{I_{o1}/g_{m1}}{V_x \cdot g_{m2}} = \frac{V_x \cdot sC/g_{m1}}{V_x \cdot g_{m2}}$; $I_{o1} = V_x \cdot sC$

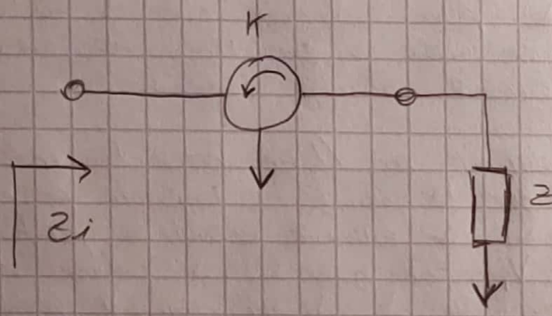
* Uso la misma expresión, pero variando la tensión de entrada al OTA y su corriente de salida, con su respectivo g_{m}.

Si $g_{m1} = g_{m2}$ (OTA's apareados)

$Z_i = s \cdot \frac{C}{g_m^2} = L_{eq}$ (ver unidades)

Ecuación de un dispositivo girador.

- Cambia la naturaleza reactiva
- $Z_i = \frac{1}{Z} \cdot K^2$ constante de giración (forma genérica) (Importante)



$\Rightarrow Z_i = \frac{1}{Z_L} \cdot K^2$

Esquema del circuito girador, con la carga.

- Clase que viene: sensibilidad y dispos. activos.
- Fecha de entrega formal de la tarea semanal.

$Z_i = \frac{1}{Z_{Load}} \cdot K^2$

- $Z_{load} = 1/sC$
- $K^2 = \frac{1}{gm^2} \Rightarrow K = \frac{1}{gm}$ constante de giración.

$\equiv$

$Z_i = \frac{1}{1/sC} \cdot \frac{1}{gm^2} = s\frac{C}{gm^2}$ — Leq. chequeo unidades

$sL = s\frac{C}{gm^2}$; $\left[Hy = \frac{V.seg}{A}\right]$ $\left[\frac{C}{gm^2}\right] = \left[\frac{F}{1/\Omega^2}\right] = F \cdot \Omega^2 = \frac{\cancel{A}.seg}{\cancel{V}} \cdot \frac{V^{\cancel{2}}}{A^{\cancel{2}}}$

Las unidades son coherentes $\left[\frac{C}{gm^2}\right] = \left[\frac{V.seg}{A}\right]$ ✓

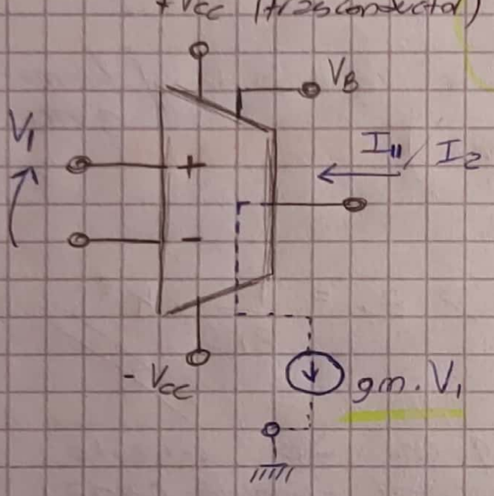
Dispositivos Activos — Videos sobre amplificador operacional de transconductancia (OTA'S)

Video 1:

Ley de transferencia (trasconductor)

$$\left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = g_m$$

Condición de medición, ya que tengo que medir con corriente de salida.

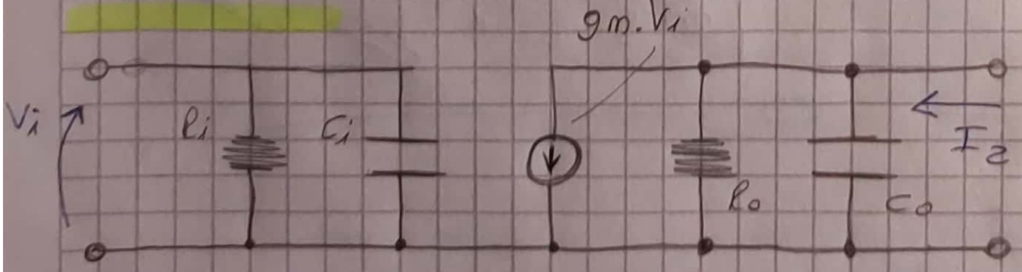


- Este dispositivo presenta dos bornes de entrada, pero solamente uno de salida. Esto se debe a que tengo como salida una corriente, no una tensión.
- La corriente no fluye hacia la referencia (gnd), sino que la corriente es impuesta por el generador de corriente controlado por tensión $g_m \cdot V_1$. Este generador de corriente es el responsable de llevar corriente hacia la referencia (gnd).

- Modelo completo del OTA: incluye fuente de corriente, carga activa, entrada diferencial (+ mas de aplicada 1)
- En el borne V_B puedo cambiar la polarización de la fuente de corriente, modificando el valor de la corriente I_{bias}. Al variar la polarización, puedo variar el valor de g_m, ya que g_m depende del punto de polarización, el cual puedo modificar cambiando la corriente I_{bias} a través de V_B.
- $V_{B_{bias}}$ (tensión de polarización) me permite modificar la corriente de polarización I_{bias} y en consecuencia, el g_m del dispositivo.
- $g_m = f\left(\sqrt{I_{bias}}\right)$ Relación cuadrática. Varía g_m^2 cuando modifico I_{bi}.

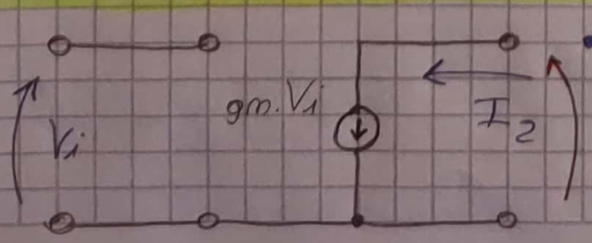
Video II:

Modelo real:



- $Z_i = R_i + j\,1/wC_i$ Impedancia de entrada.
- $Z_o = R_o + j\,1/wC_o$ Impedancia parásita.

Modelo Ideal (sin los aportes parásitos)



- Solamente tengo el generador de corriente controlado por la tensión de entrada.

V_o (para la transferencia de tensión)

Modelo real del Opamp

en baja frecuencia.

• $A(s) = \frac{\omega_t}{s+\omega_A} = \frac{V_o}{V_i}$; tengo un polo / producto del efecto Miller en el capacitor

Modelo real de un OTA, transferencia de tensión

signo arbitrario, lo puedo omitir si invierto la entrada. no afecta igual.

• $V_o = \underbrace{[(-)\, gm \cdot V_i]}_{I} \cdot \underbrace{\left[\frac{1}{G_o + sC_o}\right]}_{Z}$; calculo la admitancia de salida y luego la invierto para obtener la impedancia.

• $\frac{V_o}{V_i} = \frac{\overbrace{\frac{gm}{C_o}}^{\omega_t}}{s + \underbrace{\frac{G_o}{C_o}}_{\omega_A}}$ (Polinomio mónico, coef =1 en s)

R_o y C_o son componentes parásitos, producto de corrientes parásitas de fuga en el proceso de fabricación.

$V = I \cdot Z$

• Valores aproximados en el modelo real:

$R_o \approx 5M\Omega$ ($5\times10^6 \Omega$)

$C_o \approx 0{,}1\,pF$ (1×10^{-13} F)

$gm \approx 200\mu S$ (2×10^{-4} S)

$\omega_t = 300 MHz$, mejora su ancho de banda.

• $\omega_A \approx 300 kHz$: la ganancia que tendrá este dispositivo se va a mantener hasta ese valor de frecuencia aproximadamente. Diferencia sustancial con el opamp, mejora su rango de trabajo en frecuencia.

• Ganancia para $s=0$ (ganancia de tensión)

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{gm/C_o}{0 + G_o/C_o} = \frac{gm}{\cancel{C_o}} \cdot \frac{\cancel{C_o}}{G_o} = gm \cdot \frac{1}{1/R_o} = gm \cdot R_o = A_o$$

$A_o = 2\times10^{-4} \cdot 5\times10^{6} = 10^3 \equiv 60\,dB$

• Esta ganancia se obtiene "en vacío", cuando el transconductor está cargado solamente con su resistencia parásita R_o.

• Si después le pongo una carga R en paralelo, le mato toda la ganancia, ya que la ganancia queda definida por el valor de la carga al ser $R_o \to \infty$.

$$R_p = R_o // R_{Load} = 5M\Omega // R_{Load} = (\to\infty) // R_{Load} \equiv R_{Load}$$

No hay que cargar a los OTA's con resistencias, ya que le mato la ganancia en tensión.

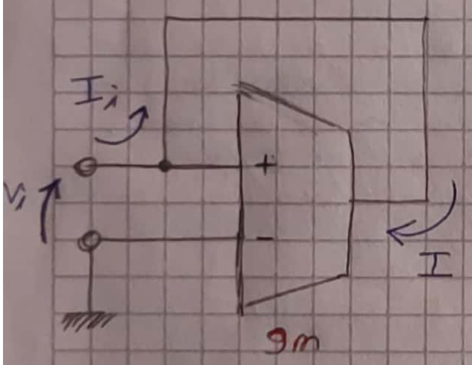
OTA - C } tq no se lo usa con resistores a estos dispositivos, solamente con capacitores (C) o con otros OTA's.

Observaciones (resumen)

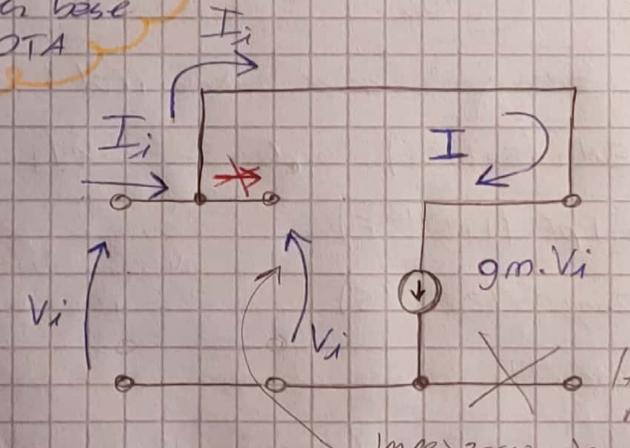
- Ancho de banda $BW_{OTA} >> BW_{opamp}$
- OTA → OTA / → capacitores } solamente se asocian con estos componentes, nunca con resistencias!!! (ni hablar de inductores)
  → tiene relación tmb con la integración de estos componentes. es fácil integrar OTA's y Caps, pero no R's. Usa pocos transistores tmb, menos que los opamps.
- gm variable con la polarización (I_b)
- bajo consumo (baja polarización y potencia)

Video III: Implementación de un resistor en base a un OTA

(realimentado)



$\equiv$



Circuito equivalente en base al modelo ideal.

$I = I_i$

(terminal no disponible)

Impedancia de entrada infinita, circuito abierto.

(no toma corriente el par diferencial)

- obtener función excitación $\frac{V_i}{I_i} = Z_i$? *

- $I = gm.V_i$; $I = I_i \Rightarrow I_i = gm.V_i \Rightarrow \frac{V_i}{I_i} = \frac{1}{gm}$

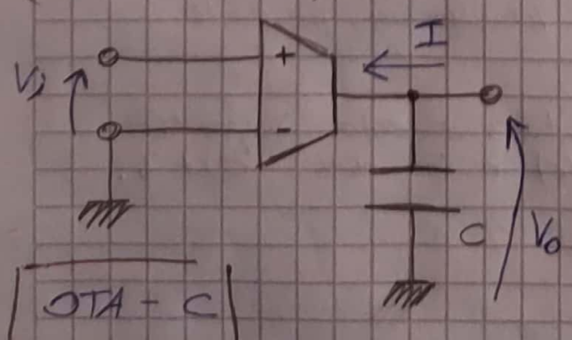
$f(\sqrt{I_b})$

(*) Implemento un resistor a través de un OTA

$\left[\frac{1}{gm}\right] = \frac{1}{1/\Omega} = [\Omega]$ ✓

Implementación de un Integrador en base a un OTA (Ideal)

(lazo abierto)



- obtener la relación de transferencia de tensiones en el integrador.

$I = gm.V_i$ (como siempre)

$V_o = I \cdot \frac{1}{SC} = gm.V_i \cdot \frac{1}{SC}$

$\frac{V_o}{V_i} = \frac{gm/C}{S} = \underbrace{\frac{1}{S}}_{\text{Integrador (Laplace)}} \cdot gm/C$

Constante del Integrador (W_t)

cte del Integrador (w_t) tiene una respuesta en módulo.

- Integrador con Perdidas → mediante el modelo real

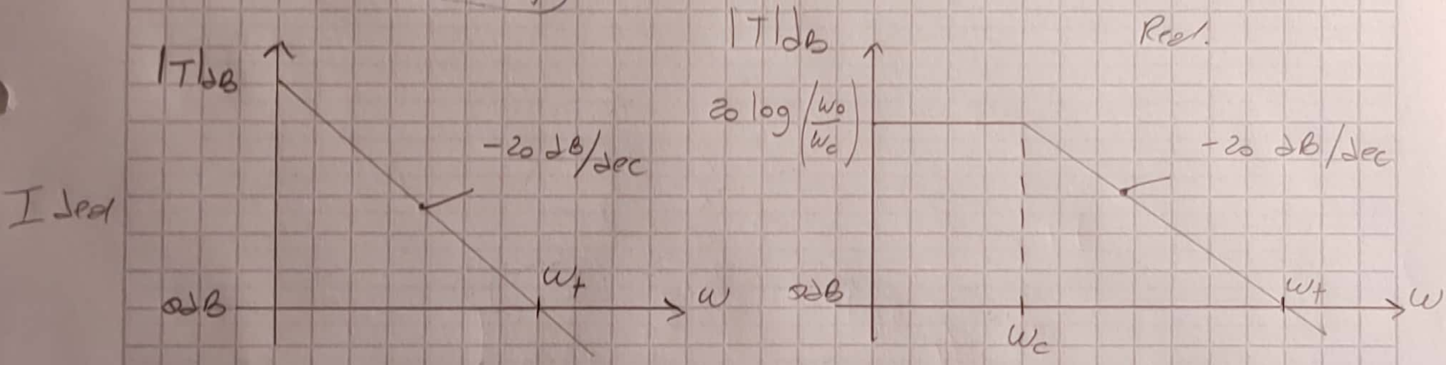
tengo en consideración los componentes parásitos de salida.

$$V_o = (gm \cdot V_i) \cdot \frac{1}{\underbrace{s \cdot (C_o + C) + G_o}_{Y(s)}}$$

Como todas las admitancias en paralelo y luego invierto.

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\overbrace{gm/(C+C_o)}^{w_t}}{s + \underbrace{G_o/(C+C_o)}_{w_c}}$$

W_c : frecuencia de corte del Integrador.



- OTA realimentado → para simular una función excitación, que se comporte como un resistor.

- OTA lazo abierto → función transferencia Integrador.

Integrador Inversor → entra V_i por el otro borne, lo invierto. (mismo gráfico de módulo, fase a 180°)

ojota con trabajar a lazo abierto ⚠

tengo poco margen para modular la señal? puedo tener distorsión armónica debido a la relación cuadrática del gm. Esto en circuito realimentado no sucede, (estoy inmune a esto. no puedo hacer grandes modulaciones sin distorsionar.