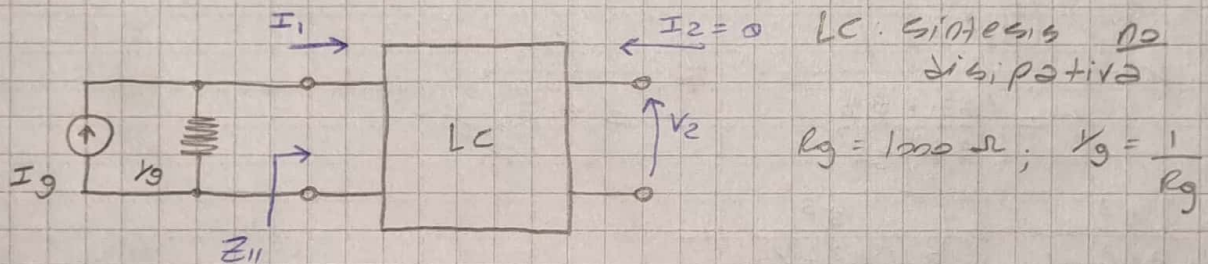


- ① Se debe diseñar un filtro no disipativo para conectarse a un microtono piezoeléctrico que se comporta como generador de corriente y cuya resistencia interna es de 1000Ω . Como requerimiento de dicho filtro, se pide que tenga una impedancia de transferencia normalizada dada por:

$$Z(\omega) = \frac{K \cdot \omega^3}{\omega^3 + 3\omega^2 + 3\omega + 1}$$

- ② Realizar la síntesis gráfica del filtro normalizado (resistencia de generador unitaria y pulsación angular de corte unitaria), para determinar la topología del filtro.



$$Z(\omega) = \left. \frac{V_2}{I_g} \right|_{I_2=0} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = \left. \frac{I_1}{I_g} \right|_{I_2=0} \quad \left. \vphantom{\frac{I_1}{I_g}} \right\} \text{Impedancia de transferencia.}$$

- Recordando los parámetros Z :

$$\begin{cases} V_1 = I_1 \cdot Z_{11} + I_2 \cdot Z_{12} \\ V_2 = I_1 \cdot Z_{21} + I_2 \cdot Z_{22} \end{cases} \xrightarrow{I_2=0} V_2 = I_1 \cdot Z_{21} + 0$$

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad (*)$$

- El generador de corriente I_g (no ideal) carga la entrada del cuadrupolo (transferencia simplemente cargada).

$$I_1 = I_g \cdot \frac{R_g}{R_g + Z_{11}} \rightarrow \frac{I_1}{I_g} = \frac{R_g}{R_g + Z_{11}}$$

$$\Rightarrow Z(\omega) = \left. \frac{V_2}{I_g} \right|_{I_2=0} = \frac{V_2}{I_1} \cdot \frac{I_1}{I_g} = Z_{21} \cdot \left(\frac{R_g}{R_g + Z_{11}} \right)$$

- * Apto como norma de impedancia $R_g = 1000 \Omega$ y como norma de frecuencia $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$

$$\Rightarrow Z(s) = Z_{21} \cdot \frac{1}{1+Z_{11}} = \frac{Z_{21}}{1+Z_{11}}$$

$$Z(s) = \frac{k \cdot s^3}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} = k \cdot \frac{s^3}{(\underbrace{s^3 + 3s^2}_{\text{IMPAR}}) + (\underbrace{3s + 1}_{\text{PAR}})}$$

$$\frac{s^3}{(3s^2 + 1)} \left\} \rightarrow \frac{\text{IMPAR}}{\text{PAR}} = \text{IMPAR, el numerador debe ser siempre IMPAR.}$$

$$Z(s) = k \cdot \frac{(\underbrace{s^3 + 3s^2}_{(3s^2 + 1)} + \underbrace{3s + 1}_{3s^2 + 1})}{(3s^2 + 1)} = 1$$

$$Z(s) = k \cdot \frac{\left(\frac{s^3}{3s^2 + 1} \right)}{1 + \left(\frac{s^3 + 3s^2}{3s^2 + 1} \right)} = \frac{Z_{21}}{1 + Z_{11}}$$

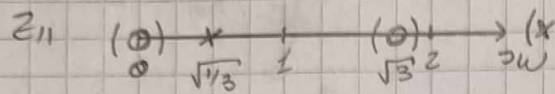
$$\bullet Z_{21} = \frac{s^3}{3s^2 + 1} = \frac{s^3}{3 \cdot (s^2 + 1/3)}$$

$$\bullet Z_{11} = \frac{s^3 + 3s^2}{3s^2 + 1} = \frac{s \cdot (s^2 + 3)}{3 \cdot (s^2 + 1/3)}$$

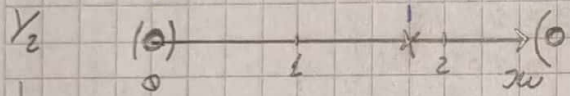
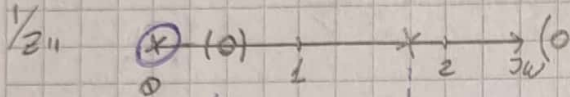
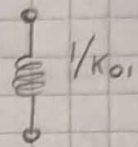
* La condición de medición $I_2 = 0$ (cortado abierto) me impone que el último elemento de la red circuital tenga que estar en derivación.

$\bullet Z_{21} = \frac{s^3}{3 \cdot (s^2 + 1/3)} \left\} \begin{array}{l} \text{los ceros de } Z_{21} \text{ me indican en donde} \\ \text{debo realizar las resonancias durante} \\ \text{la síntesis de } Z_{11} \text{ (función excitación).} \\ \text{Cero triple en cero, realizo 3 resonancias} \\ \text{en cero.} \end{array} \right.$

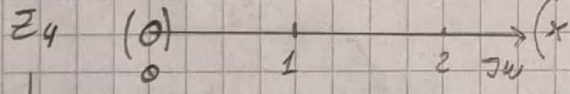
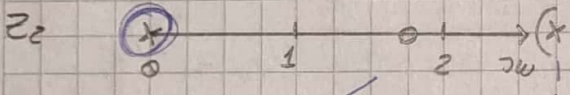
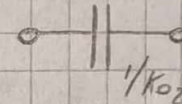
- Síntesis mediante el método gráfico.



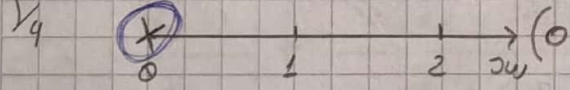
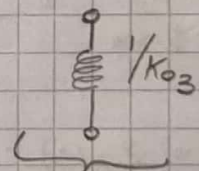
Remuevo un polo en $w=0$ (continua),
remuevo un inductor
en derivación



Remuevo un polo en $w=0$ (continua),
remuevo un capacitor
en serie



Remuevo un polo en $w=0$ (continua),
remuevo un inductor
en serie



Cumpla con la condición de medición
de la transferencia $I_2=0$
(circuito abierto) al colocar el
último elemento de la red
en derivación.

Sintesis Analítica

$$Z_{11} = \frac{s \cdot (s^2 + 3)}{3 \cdot (s^2 + 1/3)} \rightarrow \frac{1}{Z_{11}} = \frac{3 \cdot (s^2 + 1/3)}{s \cdot (s^2 + 3)}$$

Remover polo en el origen:

$$K_{01} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{Z_{11}}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{3 \cdot (s^2 + 1/3)}{s \cdot (s^2 + 3)} = \frac{3 \cdot (0 + 1/3)}{(0 + 3)} = 1/3$$

$$\begin{aligned} 1/Z_1(s) &= \frac{1}{Z_{11}} - \frac{K_{01}}{s} = \frac{3 \cdot (s^2 + 1/3)}{s \cdot (s^2 + 3)} - \frac{1}{3s} \\ &= \frac{9 \cdot (s^2 + 1/3) - (s^2 + 3)}{3s \cdot (s^2 + 3)} = \frac{9s^2 + 3 - s^2 - 3}{3s \cdot (s^2 + 3)} \\ &= \frac{8s^2}{3s \cdot (s^2 + 3)} = \frac{8s}{3 \cdot (s^2 + 3)} \end{aligned}$$

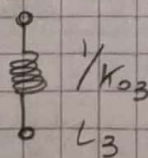
$$Z_2(s) = \frac{1}{Y_2(s)} = \frac{3 \cdot (s^2 + 3)}{8s}$$

$$K_{02} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Z_2(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{3 \cdot (s^2 + 3)}{8s} = \frac{3 \cdot (0 + 3)}{8} = \frac{9}{8}$$

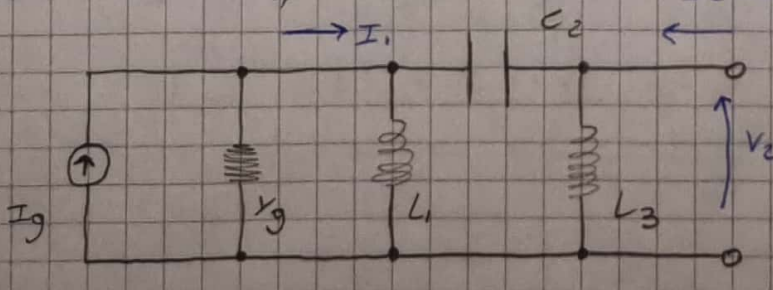
$$\begin{aligned} Z_4(s) &= Z_2(s) - \frac{K_{02}}{s} = \frac{3 \cdot (s^2 + 3)}{8s} - \frac{9}{8s} \\ &= \frac{3s^2 + 9 - 9}{8s} = \frac{3s^2}{8s} = \frac{3s}{8} \end{aligned}$$

$$Y_4 = \frac{1}{Z_4} = \frac{8}{3s} = \frac{1}{(\frac{3}{8})s}$$



$$K_{03} = \frac{8}{3}$$

Red circuital equivalente:



Componentes:

$$Y_g = 1 \text{ (normalizado)}$$

$$L_1 = 3$$

$$C_2 = 8/9$$

$$L_3 = 3/8$$

• Verifico la transformada a través de los parámetros ABCD.

$$C = \frac{I_1}{V_2} \Bigg|_{I_2=0} \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{V_2}{I_1} \Bigg|_{I_2=0} = Z(1)$$

$$T = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}_{L_1} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/\$L_1 & 1 \end{pmatrix}}_{L_1} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1/\$C_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{C_2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/\$L_3 & 1 \end{pmatrix}}_{L_3}$$

$$T = \begin{pmatrix} - & - \\ 1 + \frac{1}{\$L_1} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{\$C_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\$L_3} & 1 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} - & - \\ \frac{\$L_1 + 1}{\$L_1} & \frac{\$L_1 + 1}{\$L_1} \cdot \frac{1}{\$C_2} + 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\$L_3} & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \frac{\$L_1 + 1}{\$L_1} + \left(\frac{\$L_1 + 1}{\$L_1} \cdot \frac{1}{\$C_2} + 1 \right) \cdot \frac{1}{\$L_3}$$

$$C = \frac{\$L_1 + 1}{\$L_1} + \frac{\$L_1 + 1 + \$^2 L_1 C_2}{\$^2 L_1 C_2} \cdot \frac{1}{\$L_3}$$

$$C = \frac{\$L_1 + 1}{\$L_1} + \frac{\$^2 L_1 C_2 + \$L_1 + 1}{\$^3 L_1 L_3 C_2}$$

$$C = \frac{(\$L_1 + 1) \cdot \$^2 L_3 C_2 + \$^2 L_1 C_2 + \$L_1 + 1}{\$^3 L_1 L_3 C_2} \quad \$^2 C_2 \cdot (L_1 + L_3)$$

$$C = \frac{\$^3 L_1 L_3 C_2 + \$^2 L_3 C_2 + \$^2 L_1 C_2 + \$L_1 + 1}{\$^3 L_1 L_3 C_2}$$

$$C = \frac{L_1 L_3 C_2 \cdot \left(\$^3 + \frac{(L_1 + L_3)}{L_1 L_3} \cdot \$^2 + \frac{1}{L_3 C_2} \cdot \$ + \frac{1}{L_1 L_3 C_2} \right)}{L_1 L_3 C_2 \cdot \3$

$$C = \frac{s^3 + \left(\frac{3 + 3/s}{3 \cdot 3/8} \right) \cdot s^2 + \frac{1}{3/8 \cdot 8/9} \cdot s + \frac{1}{3 \cdot 3/8 \cdot 8/9}}{s^3}$$

$$C = \frac{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}{s^3} = \frac{(s+1)^3}{s^3}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{V_2}{I_2} \bigg|_{I_2=0} = \frac{s^3}{(s+1)^3} = Z(s) \quad \text{Verifica}$$

① Verificar la síntesis para hallar el valor de K.

$$Z(s) = \frac{K \cdot s^3}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} \rightarrow K = 1$$

② Calcule el valor de los componentes desnormalizados.

Para desnormalizar los valores de los componentes hay que utilizar la misma de impedancia (Ω) y la misma de frecuencia (ω)

$$\bullet \Omega_2 = R_2 = 1000 \Omega$$

$$\bullet \omega_0 = \omega_0 = 1 \text{ rad/s}$$

$$L_1 = \frac{L_1'' \cdot \Omega_2}{\omega_0} = \frac{3 \cdot 1000}{1} = 3000 \text{ H}$$

Valor desnormalizado \rightarrow Valor normalizado

$$C_2 = \frac{C_2''}{\Omega_2 \cdot \omega_0} = \frac{8/9}{1000 \cdot 1} = 888.8 \mu\text{F}$$

$$L_3 = \frac{L_3'' \cdot \Omega_2}{\omega_0} = \frac{3/8 \cdot 1000}{1} = 375 \text{ H}$$