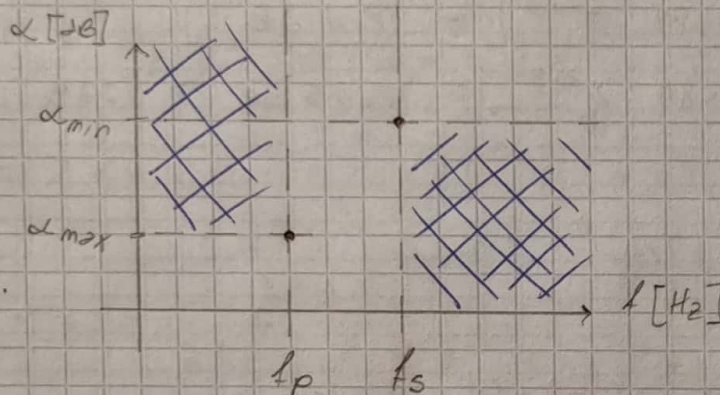


# Trabajo Semanal III

## Plantilla de diseño:



→ zona prohibida

## Datos:

- $\alpha_{max} = 1 \text{ dB}$
- $\alpha_{min} = 12 \text{ dB}$
- $f_p = 1500 \text{ Hz}$
- $f_s = 3000 \text{ Hz}$

① obtener la transferencia para máxima planicidad en la banda de paso utilizando los conceptos de partes de función.

Recordar que:

$$|T(j\omega)|^2 = T(j\omega) \cdot T(-j\omega) = T(s) \cdot T(-s) \quad |s = j\omega$$

Como  $\alpha_{max} \neq 3 \text{ dB} \rightarrow \frac{1}{\xi^2} \neq 1 \rightarrow$  no estamos en el caso de una topología Butterworth.

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{\xi^2} \cdot \omega^{2n}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{máxima} \\ \text{planicidad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{1/2 normalizada} \\ \text{en frecuencia.} \end{array}$$

Norma de frecuencia:  $\underline{\omega}_w = 2\pi \cdot f_p = 2\pi \cdot 1500 \text{ Hz}$

$\omega_p = \frac{2\pi \cdot f_p}{\underline{\omega}_w} = 1$   $\omega_s = \frac{2\pi \cdot f_s}{\underline{\omega}_w} = \frac{2\pi \cdot 3000 \text{ Hz}}{2\pi \cdot 1500 \text{ Hz}} = 2$

$$\alpha_{dB}(\omega) = -20 \cdot \log(|T_{dB}(\omega)|) \rightarrow \alpha(\omega) = 10 \cdot \log\left(1 + \frac{1}{\xi^2} \cdot \omega^{2n}\right)$$

Utilizo el punto  $(f_p, \alpha_{max})$ :

$$\alpha(\omega_p) = 10 \cdot \log\left(1 + \frac{1}{\xi^2} \cdot \omega_p^{2n}\right) \rightarrow \alpha_{max} = 10 \cdot \log\left(1 + \frac{1}{\xi^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\xi^2} = 10^{\frac{\alpha_{max}}{10}} - 1 = 10^{1/10} - 1 = 0,2589$$

$$\xi = \sqrt{0,2589} = 0,5088$$



• Utiliza el punto  $(1s; d_{min}) \rightarrow$  Placas reales de "n"

$$d_{min} = d/(w - w_0) = 10 \cdot \log \left( 1 + \frac{1}{2} \cdot w_0^2 \cdot 2^n \right) ; \frac{1}{2} = 0,2589$$

$$d_{min}(n=1) = 10 \cdot \log(1 + 0,2589 \cdot 2^{2 \cdot 1}) = 3,08 \text{ dB}$$

$$d_{min}(n=2) = 10 \cdot \log(1 + 0,2589 \cdot 2^{2 \cdot 2}) = 7,11 \text{ dB}$$

< 12 dB

$$d_{min}(n=3) = 10 \cdot \log(1 + 0,2589 \cdot 2^{2 \cdot 3}) = 12,45 \text{ dB} > 12 \text{ dB} \checkmark$$

$$\Rightarrow n = 3$$

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot \omega^6} ; |T(s)|^2 = |T(j\omega)|^2 \Big|_{\omega = \frac{s}{j}}$$

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{s^6}{j^6}} ; j^6 = j^4 \cdot j^2 = (1) \cdot (-1) = -1$$

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \cdot s^6}$$

Como  $|T(s)|^2$  es de orden 6, entonces  $T(s)$  deberá ser de orden 3.

$$T(s) = \frac{1}{s^3 a + s^2 b + s c + d}$$

$$|T(s)|^2 = T(s) \cdot T(-s)$$

Plantea las  
igualdades  
termino a  
termino.

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{2} s^6} = \frac{1}{s^3 a + s^2 b + s c + d} \cdot \frac{1}{-s^3 a + s^2 b - s c + d}$$

$$s^6) -\frac{1}{2} = a \cdot (-a) \rightarrow -\frac{1}{2} = -a^2 \rightarrow \frac{1}{2} = a^2$$

$$s^0) 1 = d \cdot d \rightarrow 1 = d^2 \rightarrow d = 1$$

Isolamente los términos con coeficientes PARES me aportan ecuaciones útiles para despejar los coeficientes

$$s^4) a \cdot (-c) + c \cdot (-a) + b \cdot b = 0$$

$$-2ac - 2ac + b^2 = 0 ; -2ac + b^2 = 0$$

$$s^2) b \cdot d + d \cdot b + c \cdot (-c) = 0$$

$$bd + bd - c^2 = 0 ; 2bd - c^2 = 0$$

$$\begin{cases} -2ac + b^2 = 0 \\ 2bd - c^2 = 0 \end{cases} ; a = \frac{1}{2}, d = 1$$

$$2bd - c^2 = 0$$

$$-2 \cdot \frac{1}{2} c + b^2 = 0 ; 2b - c^2 = 0$$

$$2b - c^2 = 0 ; c^2 = 2b$$

$$c = \sqrt{2b}$$

$$-2\frac{1}{2}c + b^2 = 0 \rightarrow b^2 = 2\frac{1}{2}c ; c = \sqrt{2b}$$

$$|b^2| = |2\frac{1}{2}\sqrt{2b}|^2$$

$$b^4 = 4\frac{1}{2}^2 2b$$

$$b^3 = 8\frac{1}{2}^2 \rightarrow b = \sqrt[3]{8\frac{1}{2}^2} = 2 \cdot \frac{1}{2}^{2/3}$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{2b} = \left[2 \cdot \left(2\frac{1}{2}^{2/3}\right)\right]^{1/2} = 4^{1/2} \cdot \left[\frac{1}{2}^{2/3}\right]^{1/2} = 2 \cdot \frac{1}{2}^{1/3}$$

$$T(s) = \frac{s^3 \frac{1}{2} + s^2 2\frac{1}{2}^{2/3} + s 2\frac{1}{2}^{1/3} + 1}{\frac{1}{2}^{-1}}$$

$K=1$ , 920 mms  
unit 212.

tengo 0dB en 12  
bando de paso.

$$T(s) = \frac{s^3 + s^2 2\frac{1}{2}^{-1/3} + s 2\frac{1}{2}^{-2/3} + \frac{1}{2}^{-1}}{\frac{1}{2}^{-1}}$$



② Obtener el diagrama de polos y ceros, y en consecuencia de la respuesta en frecuencia.

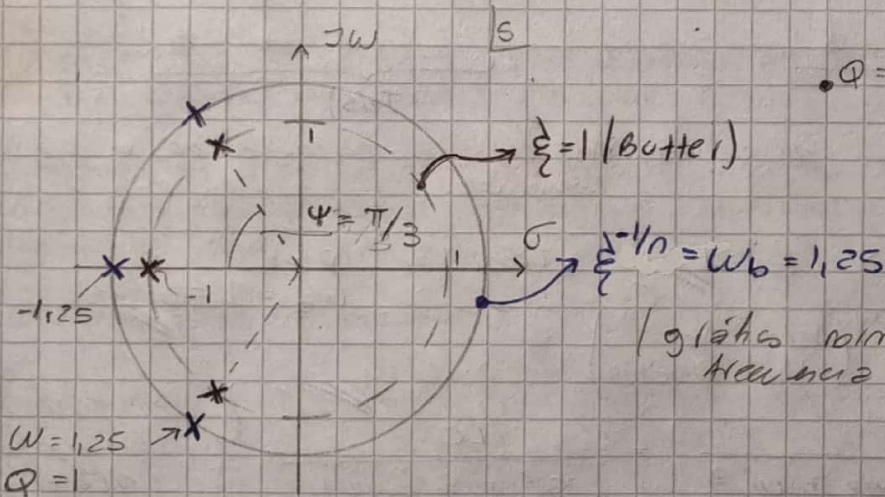
$$T(s) = \frac{s^{-1}}{s^3 + s^2 2\xi^{-1/3} + s 2\xi^{-4/3} + \xi^{-1}} \quad (\text{obtenido en } ①)$$

reemplazo  $\xi = 0.5088$

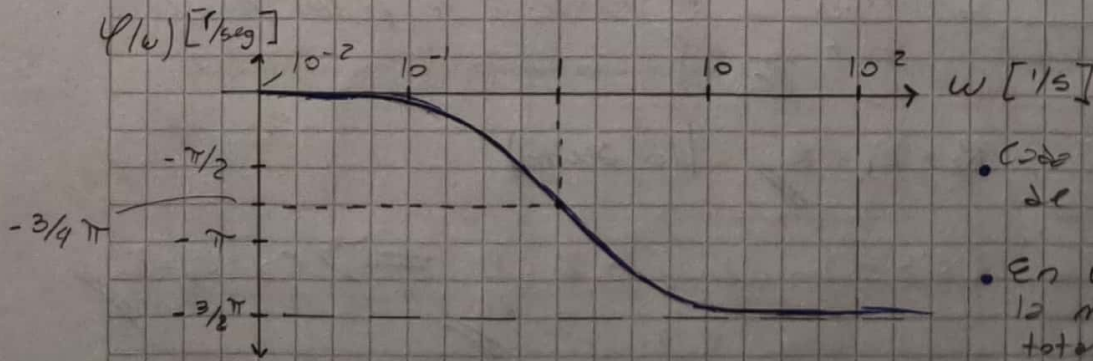
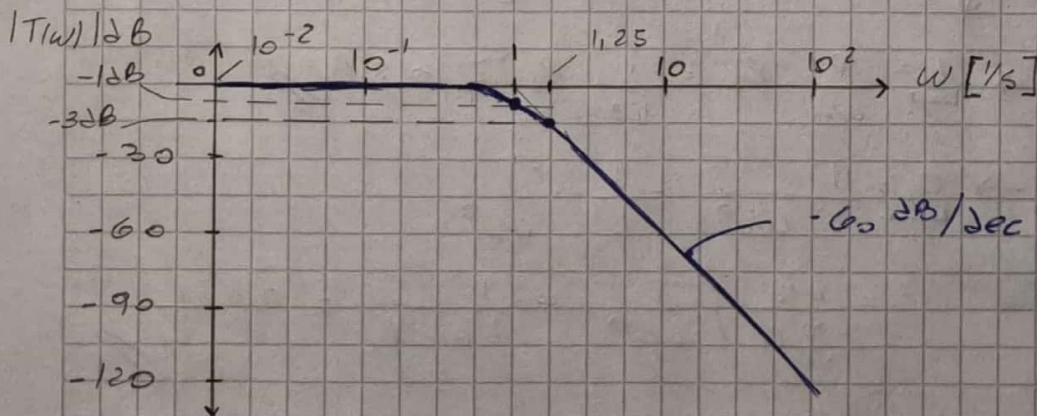
$$T(s) = \frac{1.9652}{s^3 + s^2 2.5052 + s 3.1379 + 1.9652}$$

factorizo el polinomio del denominador con np.roots(...)

$$T(s) = \frac{1.9652}{(s + 0.6263 + j1.0848) \cdot (s + 0.6263 - j1.0848) \cdot (s + 1.25)}$$



$$Q = \frac{1}{2 \cos(\psi)} = \frac{1}{2 \cos(\pi/3)} = \frac{1}{2 \cdot (1/2)} = 1$$

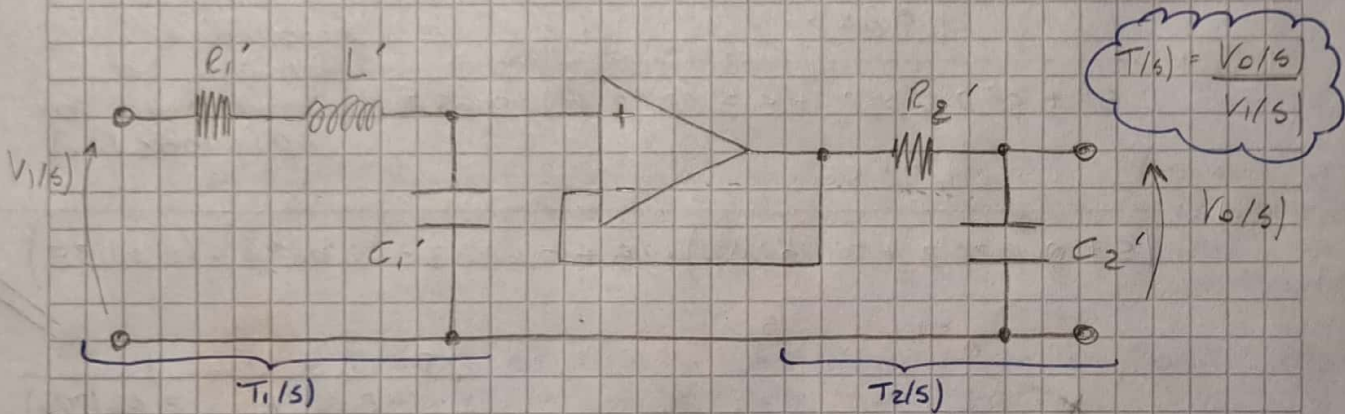




### 3) Implementar el circuito normalizado con estructuras pasivas separadas mediante buffers.

Estructuras pasivas a implementar:

- RLC serie, salida por C  $\rightarrow$  Polos complejos conjugados.
- RC serie, salida por C  $\rightarrow$  Polo simple en el eje real



- RLC serie, salida por C  $\rightarrow$  estructura normalizada y ya conocida.

Si  $R_2 = R_1 \rightarrow R_1' = 1$  • Recordar  $\Phi = 1$   
 $\omega_0 = 1.25$  (1/s)

$T(s) = T_1(s) \cdot T_2(s)$  (norma de impedancia)

•  $T_1(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{\Phi} + \omega_0^2} = \frac{1/LC}{s^2 + s \frac{R}{L} + 1/LC}$  } Sistema de segundo orden. (50s)

$\frac{\omega_0}{\Phi} = \frac{R_1}{L} \rightarrow \underline{L} = \frac{\Phi}{\omega_0} \cdot R_1 = \frac{1}{1.25} R_1 \approx 0.8 R_1$

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC_1} \rightarrow \underline{C_1} = \frac{1}{L \cdot \omega_0^2} = \left( \frac{1}{L} \right) \cdot \frac{1}{\omega_0^2}$   
 $= \left( \frac{\omega_0}{\Phi \cdot R_1} \right) \cdot \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{1 \cdot \omega_0 R_1} = 0.8 \frac{1}{R_1}$

•  $T_2(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0} = \frac{1/RC_2}{s + \frac{1}{RC_2}}$  } Sistema de primer orden

•  $\omega_0 = \frac{1}{R_2 C_2}$  ;  $R_2 = R_1 = R$  (10 ohms)

$\hookrightarrow \omega_0 = \frac{1}{R_1 C_2} \rightarrow C_2 = \frac{1}{\omega_0 R_1} = 0.8 \cdot \frac{1}{R_1} \Rightarrow C_2 = C_1 = C$

\* Normalizo los componentes en impedancia:  $\Omega_2 = R_1$

$\bullet R_1' = \frac{R_1}{\Omega_2} = \frac{R_1}{R_1} = 1$  ;  $R_2 = R_1 \rightarrow R_2' = R_1' = 1$

$\bullet C_1' = C_1 \cdot \Omega_2 = 0,8 \frac{1}{R_1} \cdot R_1 = 0,8$  ;  $C_2 = C_1 \rightarrow C_2' = C_1' = 0,8$

$\bullet L' = \frac{L}{\Omega_2} = \frac{0,8 R_1}{R_1} = 0,8$

\* Componentes normalizados:  $\begin{cases} R_1' = R_2' = R' = 1 \\ C_1' = C_2' = C' = 0,8 \\ L' = 0,8 \end{cases}$  (normalizados tanto en frecuencia como en impedancia)

④ Obtenga el circuito que cumple con la plantilla requerida si dispone de capacitores de 100nF.

\* Al imponer un valor real de componente, mantengo mi norma de frecuencia pero modifico la norma anterior de impedancia  $\Omega_2$  para cumplir con la actual especificación.

Desnormalización conjunta:

$\bullet R = R'' \cdot \Omega_2$

$\bullet L = \frac{L'' \cdot \Omega_2}{\omega_w}$

$\bullet C = \frac{C''}{\Omega_2 \cdot \omega_w}$

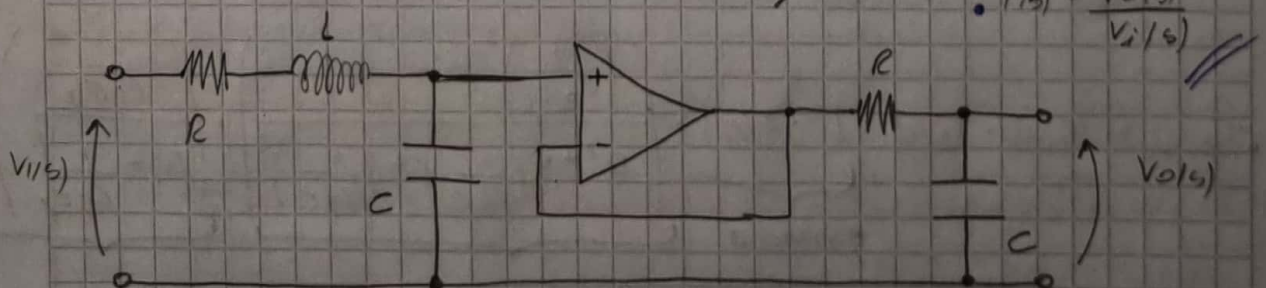
$\bullet \omega_w = \omega_p = 2\pi \cdot 4p = 2\pi \cdot 1500 \text{ Hz}$

$100\text{nF} = \frac{C''}{\Omega_2 \cdot \omega_w} \rightarrow \Omega_2 = \frac{C''}{100\text{nF} \cdot \omega_w} = \frac{0,8}{100\text{nF} \cdot (2\pi \cdot 1500\text{Hz})}$

$\bullet \Omega_2 = 848,83 \Omega$

$\bullet L = \frac{L'' \cdot \Omega_2}{\omega_w} = \frac{0,8 \cdot 848,83 \Omega}{2\pi \cdot 1500\text{Hz}} = 72,051 \text{ mH}$

$\bullet R = R'' \cdot \Omega_2 = 1 \cdot 848,83 \Omega = 848,83 \Omega$

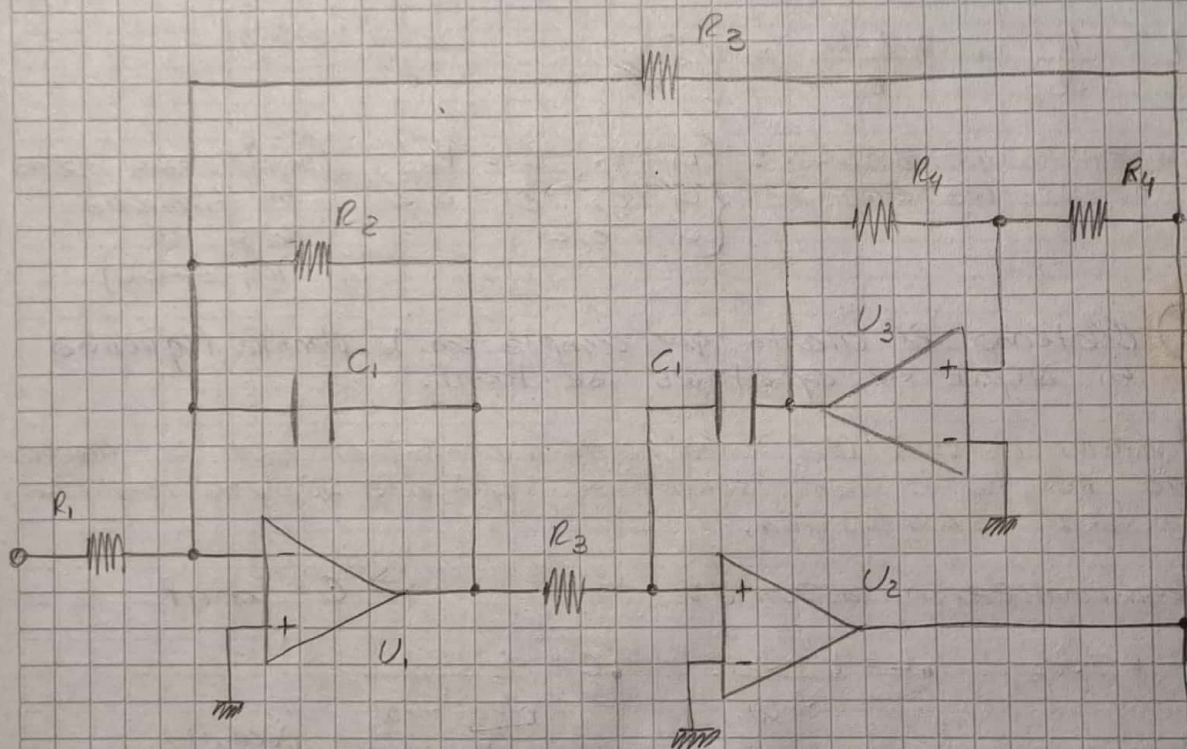


\* Valores componentes desnormalizados:  $\bullet R = 848,83 \Omega$   $\bullet L = 72,051 \text{ mH}$   $\bullet C = 100\text{nF}$

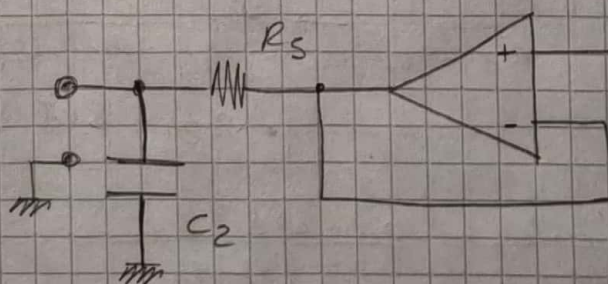


⑤ Propón una red que se comporte igual a la hallada en ④ pero con resistores, capacitores y opamps.

Propón un LPE Activo  $\rightarrow$  utilizar el circuito de la T62, configuración Acheiberg - Mossberg, + una red RC serie.



- Con la configuración Acheiberg - Mossberg obtenemos un par de polos complejos conjugados, luego le conectamos en cascada una red R-C serie, con salida por el capacitor, la cual nos aporta el polo simple en el eje real que falta.



$$T_B(s) = T_1(s) \cdot T_2(s) = \underbrace{(-R_3/R_1)}_{\text{ganancia}} \cdot \underbrace{\left( \frac{\left( \frac{1}{R_3 C_1} \right)^2}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_2 C_1} \right) + \left( \frac{1}{R_3 C_1} \right)^2} \right)}_{\text{par de polos complejos conjugados}} \cdot \underbrace{\left( \frac{\frac{1}{R_5 C_2}}{s + \frac{1}{R_5 C_2}} \right)}_{\text{polo simple}}$$



\* Achterberg - Massberg:

$$\bullet W_0 = \frac{1}{R_3 C_1} \quad \bullet Q = \frac{R_2}{R_3} \quad \bullet K = \frac{-R_3}{R_1}$$

\* R-C bello:

$$\bullet W_0 = \frac{1}{R_5 C_2}$$

• Para obtener igual comportamiento que en la red circuital del ejercicio (4), se debe cumplir que:

$$\bullet Q = \frac{1}{2 \cos(\psi)} = \frac{1}{2 \cos(\pi/3)} = \frac{1}{2 \cdot 1/2} = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \psi = \pi/3, W_0 = 1,25 \\ Q = 1, |K| = 1 \end{array} \right.$$

$$\bullet Q = \frac{R_2}{R_3} = 1 \rightarrow R_2 = R_3 //$$

$$\bullet |K| = \left| \frac{-R_3}{R_1} \right| \rightarrow K = \frac{R_3}{R_1} = 1 \rightarrow R_1 = R_3 //$$

•  $R_4 \rightarrow$  no participa de la transferencia, por ende  $\rightarrow R_4 = R_3$

$$\bullet W_0|_{A.M} = \frac{1}{R_3 C_1} = 1,25 \rightarrow C_1 = \frac{1}{1,25} \cdot \frac{1}{R_3} = 0,8 \cdot \frac{1}{R_3} //$$

$$\bullet W_0|_{R.C} = \frac{1}{R_5 C_2} = 1,25 \rightarrow C_2 = \frac{1}{1,25} \cdot \frac{1}{R_5} = 0,8 \cdot \frac{1}{R_5} //$$

Asumo  $R_5 = R_3$

\* Valores componentes:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = R_3 \\ R_2 = R_3 \\ R_3 = R_3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} R_4 = R_3 \\ R_5 = R_3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} C_1 = 0,8 \cdot \frac{1}{R_3} \\ C_2 = 0,8 \cdot \frac{1}{R_3} \end{array} \right.$$

• Norma de Impedancia:

$$\boxed{\Omega_2 = R_3}$$

\* Valores componentes normalizados

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1' = \frac{R_3}{\Omega_2} = 1 \\ R_2' = \frac{R_3}{\Omega_2} = 1 \\ R_3' = \frac{R_3}{\Omega_2} = 1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} R_4' = \frac{R_3}{\Omega_2} = 1 \\ R_5' = \frac{R_3}{\Omega_2} = 1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} C_1' = 0,8 \cdot \frac{1}{R_3} \cdot \Omega_2 = 0,8 \\ C_2' = 0,8 \cdot \frac{1}{R_3} \cdot \Omega_2 = 0,8 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R = 1 //$$

$$\Rightarrow C_1 = C_2 = C = 0,8 //$$

obtengo los mismos valores normalizados que en (4)



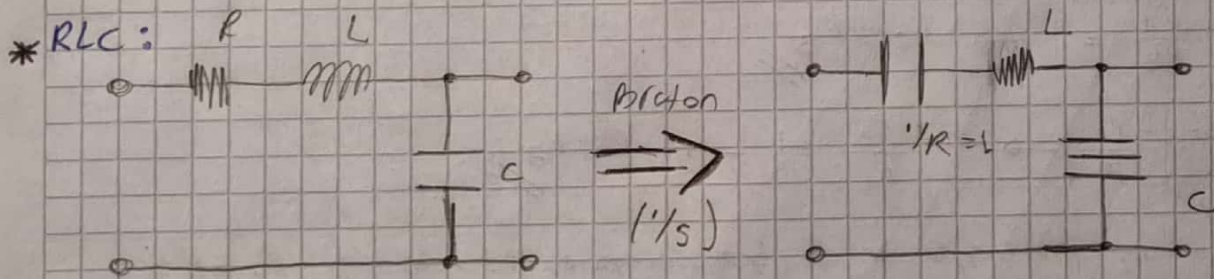
\* Valores desnormalizados para implementación:

→ Como obtener los mismos valores tanto para  $R'$  como para  $C'$  que en el caso anterior (4), pero volver a adaptar el criterio de  $C = 100nF$ , el cual debido al cambio de norma de impedancia, requiere un valor de  $R = 848,83 \Omega$

$$\begin{cases} C = 100nF \\ R = 848,83 \Omega \end{cases}$$

Valores  
desnormalizados

⑤ Alternativo: Activación del circuito pasivo vía FIDNR (Bruton)

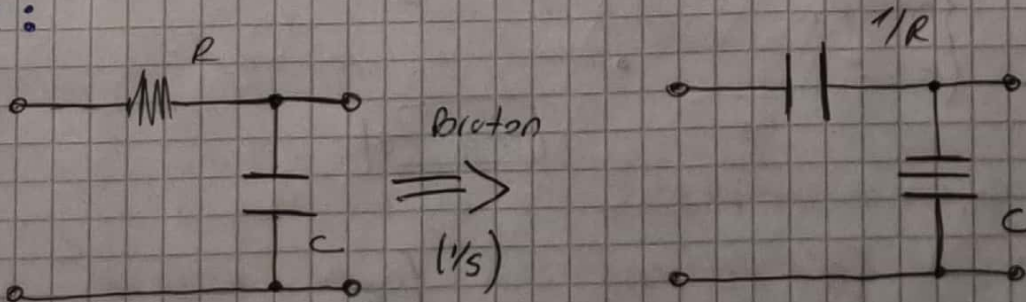


$$Z_R = R \xrightarrow{1/s} Z_R = \frac{R}{s} = \frac{1}{s \cdot (1/R)} \equiv \text{Capacitor}$$

$$Z_L = sL \xrightarrow{1/s} Z_L = \frac{sL}{s} = L \equiv \text{Resistencia}$$

$$Z_C = \frac{1}{sC} \xrightarrow{1/s} Z_C = \frac{1}{sC} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s^2 C} \equiv \text{FDNR}$$

\* RC:



$$Z_R = R \xrightarrow{1/s} Z_R = \frac{1}{s \cdot (1/R)}$$

$$Z_C = \frac{1}{sC} \xrightarrow{1/s} Z_C = \frac{1}{s^2 C}$$

\* No es necesario esta segunda activación, ya que con solo activar el RLC ya cumple con la condición de implementar todo el circuito con R, C, opamp



Impedancia de estado del girador:

$$Z_i(s) = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} ; Z_{3,5} = \frac{1}{sC} \text{ y } Z_{1,2,4} = R$$

$$= \frac{R}{R^2} \cdot \frac{1}{(sC)^2} = \frac{1}{s^2 R C^2} \equiv \frac{1}{s^2 D} \quad D = [L \cdot F^2]$$

$$D = R^* C^*{}^2 = 0,8 ; C^* = \frac{1}{R} = \frac{1}{1} = 1 \quad \text{Valores de los componentes luego de aplicar Bruton}$$

$$R^* \cdot (1)^2 = 0,8 \quad R^* = L = 0,8$$

$$R^* = 0,8$$

$[R^*, C^*] \Rightarrow$  Valores de los componentes luego de aplicar Bruton.

$$\frac{1}{s^2 R C^2} \xrightarrow{\text{Bruton}} \frac{1}{s^2 \left( L \cdot \frac{1}{R^2} \right)} = \frac{1}{s^2 (0,8 \cdot 1)} = \frac{1}{s^2 (0,8)} \quad D$$

Etapa de segundo orden:  $\begin{cases} R^* = 0,8 \\ C^* = 1 \end{cases}$  (Activada vía FDNF y transformación de Bruton)

Etapa de primer orden:  $\begin{cases} R' = 1 \\ C' = 0,8 \end{cases}$  (Sin modificaciones con respecto al circuito inicial)

\* Si ahora deseo implementar TODA la red circuital con capacitores de 100nF, deberé de tener una norma de impedancia distinta para cada etapa.

Etapa segundo orden:

Desnormalizado  $C_d = \frac{C^*}{\Omega_2 \cdot \Omega_w} ; \Omega_w = 2\pi \cdot 1500 \text{ Hz}$

$$100\text{nF} = \frac{C^*}{\Omega_2 \cdot \Omega_w} \rightarrow \Omega_2 = \frac{1}{100\text{nF} \cdot (2\pi \cdot 1500 \text{ Hz})} = 1061,033$$

$$R_d = R^* \cdot \Omega_2 = 0,8 \cdot (1061,033) = 848,83$$



## Ejercicio de planar orden 3

$$C_d = \frac{C''}{\Omega_B \cdot \Omega_W} ; \Omega_W = 2\pi \cdot 1500 \text{ Hz}$$

$$\log F = \frac{C''}{\Omega_W \cdot \Omega_B} \rightarrow \Omega_B = \frac{C''}{\log F \cdot (2\pi \cdot 1500 \text{ Hz})} = 848,83$$

$$R_s = R'' \cdot \Omega_B = 1 \cdot 848,83 = 848,83 \Omega$$

**Bonus I:** Proponer un plano alternativo a ①, pero usando la  $W_{\text{Butter}}$

Recordar que:

$$\xi^2 = 10^{\frac{\Delta_{\text{max}}}{10}} - 1 = 10^{1/10} - 1 = 0,2589... \neq 1$$

\* La plantilla de diseño corresponde a un máxima planicidad MP, no a un Butterworth. Sin embargo ambas topologías poseen la misma amplitudes angulares para sus singularidades y la distancia radica en el radio de la circunferencia en la que se encuentran dichas singularidades.

\* Por ende, puedo plantear el diseño como un Butterworth de igual orden y luego aplicar una "normalización", un reescalamiento para llevarlo a máxima planicidad nuevamente.

$$|T(w)|_{MP}^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\xi^2}{\Omega_B}\right)^{2n}}$$

• Aplico una nueva normalización en frecuencia para poder trabajar como si fuese Butter, por más de que  $\xi^2 \neq 1$

$$|T(w)|_B^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{w}{\xi^{1/n}}\right)^{2n}}$$

• Recordar que previamente, al inicio del ejercicio, ya se había normalizado en función de la frecuencia de paso  $\Omega_P$ .

$$= \frac{1}{1 + |w''|^{2n}} \quad \text{"}\xi^2 = 1\text{"}$$

•  $w \rightarrow$  frecuencia angular

$$w' = \frac{w}{\Omega_W} ; \Omega_W = \Omega_P$$

$$w'' = \frac{w}{\Omega_W \cdot \xi^{-1/n}} = \frac{w'}{\xi^{-1/n}}$$

$$w'' = \frac{w}{\Omega_W} ; \Omega_W = \xi^{-1/n}$$

\* El orden del filtro Butterworth busó el mismo que el del filtro de máxima planicidad, por ende:

$$n = 3$$

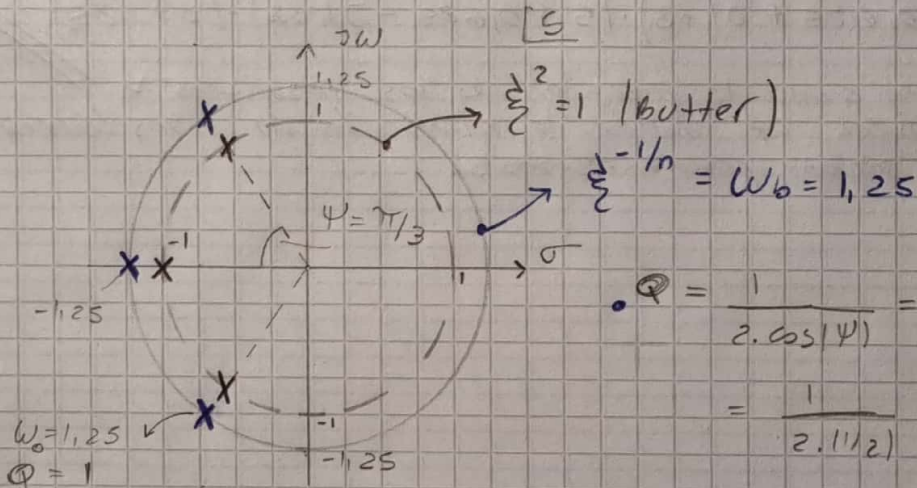


• Butter de orden  $n=3$  (impar) (Propiedades)

↳ polo en  $\sigma = -1$ , polo simple en el eje real

↳ separación angular de  $\pi/n = \pi/3$  entre singularidades.

$$\omega_b = \xi^{-1/n} = (0,5088)^{-1/3} \approx 1,2526 //$$



$$\omega_o = \omega \cdot \omega_b = 1 \cdot (\xi^{-1/3}) = 1,2526 //$$

normalizado

• Para el caso de butter, las singularidades se encuentran sobre la circunferencia de radio unitario, mientras que para el caso de máxima planitud, las singularidades conservan la misma apertura angular de  $\psi = \pi/3$ , pero se posicionan sobre una circunferencia de radio  $\omega_b$  producto del coeficiente de normalización.

Armo la transferencia de orden 3 con una sección de orden 2 y otra de orden 1.

$$T(s) = \frac{1}{s^2 + s/Q + 1} \cdot \frac{1}{s + 1} = \frac{1}{(s^2 + s + 1) \cdot (s + 1)} //$$

(normalizado)

Desnormalizado:  $s = \frac{\omega}{\omega_b} = \frac{\omega}{1,25}$

$$T_{up}(s) = \frac{1}{\left(\frac{s^2}{1,25^2} + \frac{s}{1,25} + 1\right) \cdot \left(\frac{s}{1,25} + 1\right)}$$

$$= \frac{1}{(1,25)^2 \cdot (s^2 + 1,25s + 1,25^2) + \frac{1}{1,25} \cdot (s + 1,25)}$$



$$T_{up}(s) = \frac{11,25s^3}{(s^2 + 1,25s + 1,25^2) \cdot (s + 1,25)}$$

$$T_{up}(s) = \frac{1,95}{(s^2 + 1,25s + 1,56) \cdot (s + 1,25)}$$

$$T_{up}(s) = \frac{1,95}{(s + 0,625 + j1,08) \cdot (s + 0,625 - j1,08) \cdot (s + 1,25)}$$

→ Sin tener en cuenta la precisión en los redondeos y los decimales, se obtiene la misma función transferida mediante ambos procedimientos.