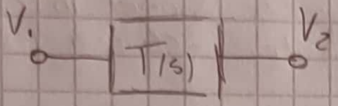
Videos clase 3: Introducción a la teoría moderna de Filtrado



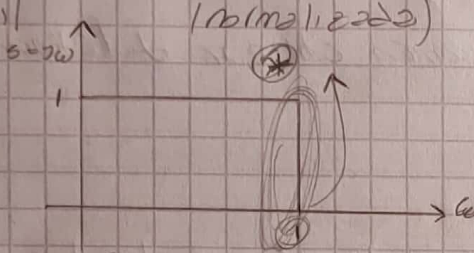
; siendo V_1 y V_2 puertos de la red circuital.

$T(s) = \frac{V_2}{V_1}$ = transferencia.

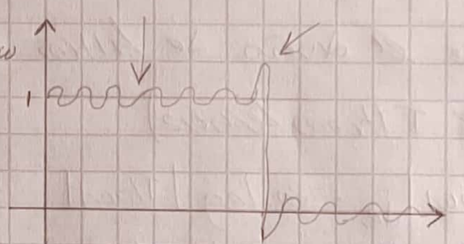
Subamortiguado

Pico: fenómeno de gibbs (Asys)

no altera ninguna frec. <1

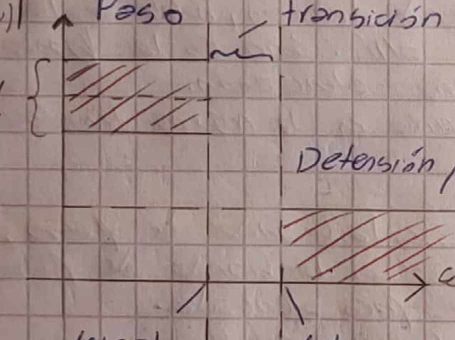


Filtro paso bajo ideal, filtro ladrillo o pared

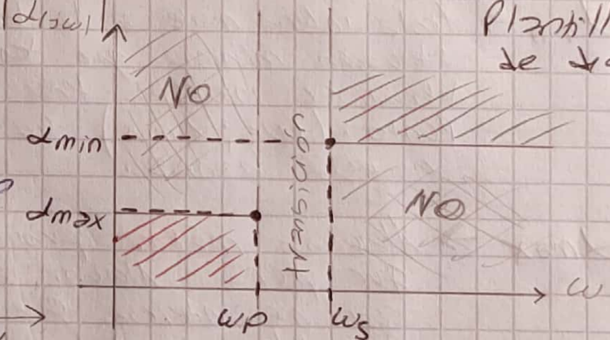


FPB real, con ripple / ondulaciones en sus bandas.

Relajar las restricciones de la transición.



gráficos recíprocos.



- Se introducen los conceptos de bandas: de paso, de transición y de detensión. Esto se debe a las oscilaciones presentes en el modelo de la transferencia y con el objetivo de mantener acotados ciertos valores deseables. Definimos áreas controladas, intervalos

$$|\alpha(j\omega)| = \frac{1}{|T(j\omega)|}$$ → α: Atenuación, es el recíproco de la transferencia.

ω_p: frecuencia de paso
ω_s: frecuencia de stop / detención

Zona / banda, posibles valores que puede adoptar $|T(j\omega)|$

Valores prohibidos !

(*) Ese escalón del filtro ideal es imposible de replicar, al ver su espectro de fourier (Asys) se ve que para lograr esa transición necesito infinitas componentes de frecuencia, lo cual es implicable.

Análisis de módulo de la transferencia.

- Con una cantidad finita de frecuencias (acotando el espectro) logro algo similar, pero con la presencia de estas ondulaciones o ripple.

$Sinc = \frac{\sin(x)}{x}$

- La transferencia puede adoptar cualquier valor en la banda de transición, ya que es una banda no deseable y se tiende no le lo considera cuando el filtro, total para algo lindo están definidas las bandas de paso y de detención.

Zona permitida → filtro realizable, satisface la pedido

- Plantilla del filtro → zonas posibles que satisfacen el diseño.
- Para el diseño de filtros es mas común utilizar α (atenuación) que T (transferencia)

$|T(jw)|_{dB} = 20.\log|T(jw)|$

$|\alpha(jw)|_{dB} = 20\log\left|\frac{1}{T(jw)}\right| = -20.\log|T(jw)| = 20\log|\alpha(jw)|$? chequear

- α_{min} → Acota inferiormente a la banda de detención, habla de la atenuación mínima que tendré allí. Como es la banda de detención, me interesa tener mucha atenuación.
  Punto: $(\omega_s; \alpha_{min})$ su recíproco es la máxima transferencia posible en esa banda.

- α_{max} → Atenuación máxima permitida en la banda de paso, lo máximo que puedo atenuar la señal en la banda de paso, en la cual me interesa que este poco atenuada.
  Punto: $(\omega_p; \alpha_{max})$, acota superiormente.

(Estos puntos son importantes para la plantilla de diseño)

α_{min} → mínima atenuación posible para que ese filtro se comporte de manera efectiva y debe cumplir.

α_{max} → cierta tolerancia, máxima atenuación aceptable, distorsión, ripple.

Análisis de fase en la transferencia

- Filtro ideal → fase nula → ¿que significa?
- Significa que la transferencia T(s) solamente tiene módulo, no fase. La salida del sistema es inmediata, cobro la entrada y al instante ya tengo salida.

Demora / retardo de grupo : $-\frac{\partial \varphi_{T(jw)}}{\partial w} = \tau_0(jw)$

- Representa la demora que hay entre una señal de entrada y su respectiva salida. (en el tiempo)

Fase nula → Implica demora nula → inmediatez (Imposible)

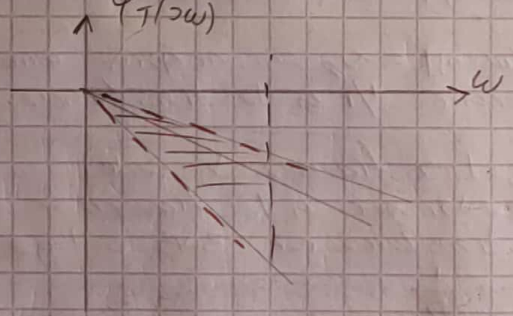
- Sistemas causales → primero tengo entrada y luego salida. Esto implica un retardo de grupo positivo ($\tau > 0$)

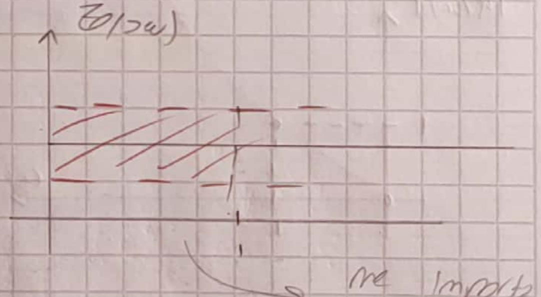
Fase con pendiente negativa → retardo de grupo positivo → sistema causal !!

Fase con pendiente positiva → retardo de grupo negativo → sistema Anticausal !!

- El mejor de los casos posibles es que la demora sea siempre constante, mismo delay en todas las frecuencias, por ende para lograr esto necesito una fase lineal y con pendiente negativa.

Pequeña pendiente → pequeño delay cte.





me importa solo en la banda de paso.

tmb habrá ondulaciones de aceptación en la fase.

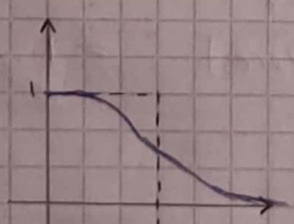
evitar las ondulaciones → distorsión de fase. (relajarlos)

Máxima planicidad — Butterworth (Cap VI)

* elevo el módulo al cuadrado para sacarme de encima las $\sqrt{\ }$, y así dejar los polinomios.

Versión normalizada:

$$T(s) = \frac{1}{s^2 + s\frac{1}{Q} + 1}$$



$$|T(\omega)|^2 \overset{*}{=} \frac{A(\omega^2)}{B(\omega^2)} \quad \text{Función Par}$$

(cociente de dos polinomios función de ω^2)

Demostración: $|T(j\omega)|^2 = T(j\omega) \cdot T(-j\omega)$

$$T(-j\omega) = T^*(j\omega)$$

le pongo directamente ω^2, sabiendo que es una función par, producto de la propiedad.

- $T(j\omega) = |T(j\omega)| \cdot e^{j\varphi_T(j\omega)}$

- $$\underbrace{\left(|T(j\omega)| \cdot e^{j\varphi_T}\right)}_{T(j\omega)} \cdot \underbrace{\left(|T(j\omega)| \cdot e^{-j\varphi_T}\right)}_{T(-j\omega)} = |T(j\omega)|^2$$

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+|K(\omega^2)|^2} = \frac{A(\omega^2)}{B(\omega^2)}$$

$$B(\omega^2) = A(\omega^2)\cdot\left(1+|K(\omega^2)|^2\right)$$

$$B(\omega^2) = A(\omega^2) + A(\omega^2)\cdot|K(\omega^2)|^2$$

$$\frac{B(\omega^2)-A(\omega^2)}{A(\omega^2)} = |K(\omega^2)|^2$$

máxima planicidad → Asociada con la suavidad de la función → Relacionado con como varía la derivada, sus cambios de pendiente.

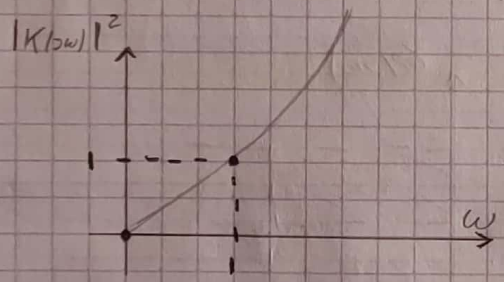
Suave → cambios de pendientes limitados.

$A(\omega^2)$ y $B(\omega^2)$ pueden ser polinomios de cualquier orden, no necesariamente de orden 2 como antes.

$|K(\omega^2)|$ → función de aproximación

↳ como debe comportarse $|K(\omega)|$ para que se cumpla la transferencia propuesta en el filtro. Su comportamiento en $\omega=0$, $\omega=1$, $\omega\to\infty$

$|K(\omega^2)|$ define el comportamiento del filtro, es importante.



$|T(\omega=0)| = 1$ (0dB, no atenúa el FPB)

$|K(\omega=0)| = 0$, así me queda como cociente $1/1$ en la transferencia.

$\omega_0 = 1$ → frecuencia de corte.
Recordar que en la frecuencia de corte la transferencia cae 3dB o llega a $\frac{\sqrt{2}}{2}$ o $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$T(\omega=\omega_0) = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow |T(\omega=\omega_0)|^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$ } necesito entonces que el cociente de $1/2$.

$\Longrightarrow |K(\omega=\omega_0)| = 1$ Ahí tengo el comportamiento de K en esos dos valores.

Ahora busco los valores de los polinomios:

como: $T(s) = \frac{1}{s^2+s\,1/Q+1} \Longrightarrow |T(\omega)|^2 = \frac{A(\omega^2)}{B(\omega^2)} \Longrightarrow$

- $A(\omega^2) = \underbrace{A_0}_{A_0=1} + \underbrace{A_1\omega^2 + A_2\omega^4 + \dots}_{=0}$ (potencias pares) $= 1$

$B(\omega^2) = B_0 + B_1\omega^2 + B_2\omega^4 + \dots + B_n\,\omega^{2n}$

$B_0 = 1 \Longrightarrow |T(\omega)|^2\Big|_{\omega=0} = \frac{A(0)}{A(0)} = 1$

- Para definir los valores de los demás componentes, aplicamos el criterio de máxima planicidad, aplicamos ciertas restricciones. $|K(\omega)|$ también debe ser plana para que $T(s)$ sea ∞.

• Impongo que la función sea suave en un punto ($\omega=0$ en este caso) con el objetivo que la función tmb sea suave en el resto de los puntos.

$$\left.\frac{\partial |K(\omega^2)|}{\partial \omega^2}\right|_{\omega=0} = 1$$

Derivo el polinomio en función de ω^2, no es derivada segunda eh.

$$\left.\frac{\partial |K|}{\partial \omega^2}\right|_{\omega=0} = B_1 + \overbrace{2B_2\omega + 3B_3\omega^4 \ldots}^{=0} \Rightarrow B_1 = 0$$

$$\left.\frac{\partial^2 |K|}{\partial \omega^2}\right|_{\omega=0} = 2B_2 + \underbrace{3\cdot 2\cdot \omega^2 + \ldots}_{=0} \Rightarrow B_2 = 0.$$

$$\frac{\partial^n |K|}{\partial \omega^2} = \underset{\text{(factorial)}}{n!}\cdot B_n \longrightarrow B(\omega^2) = 1 + B_n\cdot \omega^{2n}$$

todos los B_i del polinomio son nulos salvo B_0 y B_n, correspondiente con el orden del polinomio (o filtro).

$B_n \neq 0$, sino me queda una constante como transferencia.

Función transferencia de máxima planicidad:

• $$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+B_n\cdot\omega^{2n}} = \frac{1}{1+\xi^2\cdot\omega^{2n}}$$

$\xi^2 = 1 \longrightarrow$ Butterworth

$\hookrightarrow |T_B(\omega)|^2 = \frac{1}{1+\omega^{2n}}$

tengo un grado de libertad menos, elimino el ξ, solamente tengo ω como parámetro y n que me lo define el orden del filtro.

$$|T_B(\omega=0)|^2 = \frac{1}{1+0} = 1 \longrightarrow |T_B(0)| = 1$$ (Importante, sigue el módulo al cuadrado)

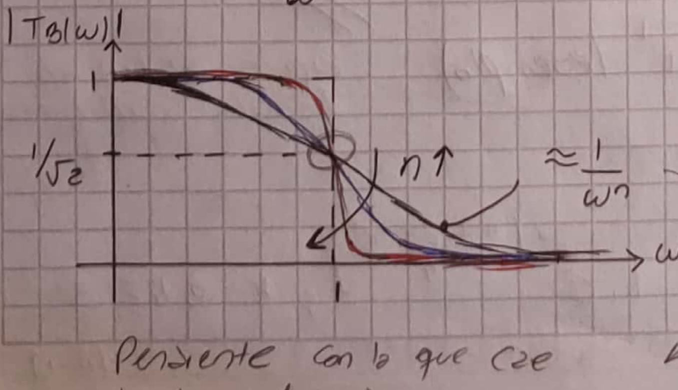
$$|T_B(\omega=\omega_0)|^2 = \frac{1}{1+1^{2n}} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \longrightarrow |T_B(\omega=\omega_0)| = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

normalizada

$\omega >>> 1 \rightarrow$ se desprecia el 1 del denom, por lo que queda:

$$|T_B(\omega\to\infty)|^2 = \frac{1}{\omega^{2n}} \longrightarrow |T_B(\omega\to\infty)| = \frac{1}{\omega^n}$$

Pendiente con la que cae la transferencia en escala log. (Bode)



• A medida que aumenta n, aumenta la planicidad en la banda de paso, se prolonga más (más derivadas nulas) y luego es más abrupto el salto en el escalón.

siempre corta en el mismo punto, para todo valor de n.

Pendiente con la que cae la transferencia.

• Aclaración Importante: Si bien acá estamos analizando todo los Butter para el caso de los filtro pasa bajos (Activos), tmb este análisis se puede expandir para los demás topologías de filtros.

$$|T_B(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\omega^{2n}} = T(j\omega)\cdot T^*(j\omega) = T(s)\cdot T(-s)\Big|_{s=j\omega}$$

• Factorización. Si $T(s)$ es un sistema estable, entonces $T(-s)$ será un sistema inestable.

$\boxed{n=1}$

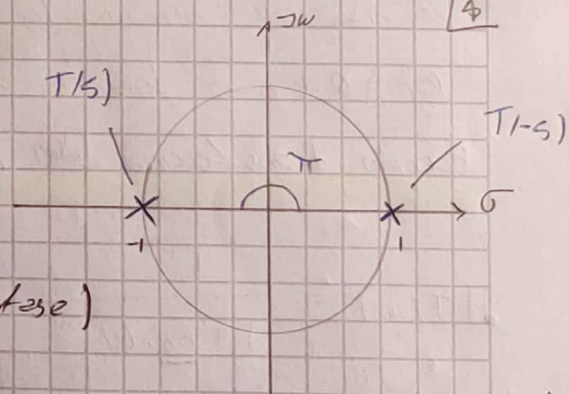
lo paso a laplace así puedo obtener el diagrama de polos y ceros.

$$|T_1(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\omega^2} = |T(j\omega)|^2\Big|_{\omega=\frac{s}{j}} = \frac{1}{1+\left(\frac{s}{j}\right)^2} = \frac{1}{1-s^2}$$

$\boxed{4}$

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1-s^2} \;;\quad 1-s^2=0 \text{ (Polos)}$$

$$s^2 = 1 \to s = 1$$
$$\underbrace{\to s=(-1)}_{\text{(saltos de } \pi \text{ en la fase)}}$$



• Butter orden 1

$$T_1(s) = \frac{1}{s+1} \to s-(-1)$$

$\boxed{n=2}$ $$|T_2(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\omega^4} \to \frac{1}{1+\left(\frac{s}{j}\right)^4} = \frac{1}{1+s^4}$$

$j^4 = j^2\cdot j^2 = (-1)\cdot(-1) = 1$

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{s^4+1} \;;\quad s^4+1=0 \text{ (4 raíces complejas)}$$

Anexo: Radicación de números complejos.

• $z^n = (\rho\cdot e^{i(\varphi+2k\pi)})^n = \rho^n\cdot e^{i n(\varphi+2k\pi)}$ (Potencia entera)

• $\sqrt[n]{z} = z^{1/n} = (\rho\cdot e^{i(\varphi+2k\pi)})^{1/n} = \rho^{1/n}\cdot e^{i\left(\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right)}$; $k = 0, 1, \ldots, (n-1)$

* $s^4+1=0 \to s^4=-1 \to s=\sqrt[4]{-1}$ (ejemplo)   expreso el (-1) en formato exponencial

$$z = -1 = 1\cdot e^{i(\pi+2k\pi)}$$

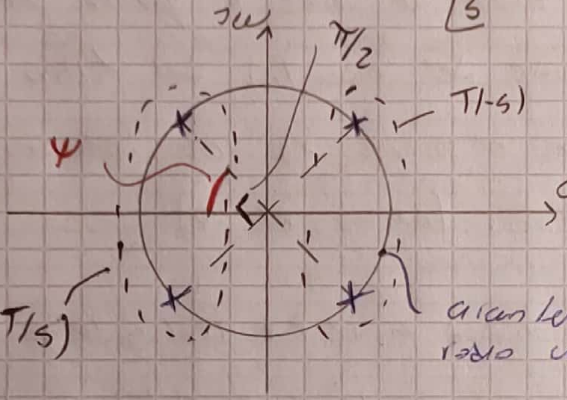
$$\sqrt[4]{-1} = (1\cdot e^{i(\pi+2k\pi)})^{1/4} = 1\cdot e^{i\left(\frac{\pi+2k\pi}{4}\right)} \;;\quad k = 0, 1, 2, 3$$

$(n-1)$

$4-1=3$

- $K=0)\ s_0 = 1 \cdot e^{i\pi/4}$
- $K=1)\ s_1 = 1 \cdot e^{i \cdot 3/4 \pi}$
- $K=2)\ s_2 = 1 \cdot e^{i \cdot 5/4 \pi}$
- $K=3)\ s_3 = 1 \cdot e^{i \cdot 7/4 \pi}$

(saltos de $\pi/2$ entre cada raíz/polo)



(*) $s\ 1/Q \equiv s\ 2\cos(\psi)$

$\frac{1}{Q} = 2\cos(\psi)$

$Q = \frac{1}{2\cos(\psi)}$

corrección

- $T_2(s) = \frac{1}{s^2 + s\,(2\cos(\psi)) + 1}$
- $Q = \frac{\cancel{w_0}\ 1}{2\cos(\psi)} \rightarrow w_0 = 1$ (normalizada) (*)

$^* \psi = \pi/4$, $2\cos(\psi) = 2\cos(\pi/4)$

$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$T_2(s) = \frac{1}{s^2 + s\sqrt{2} + 1}$ } Butter de orden 2

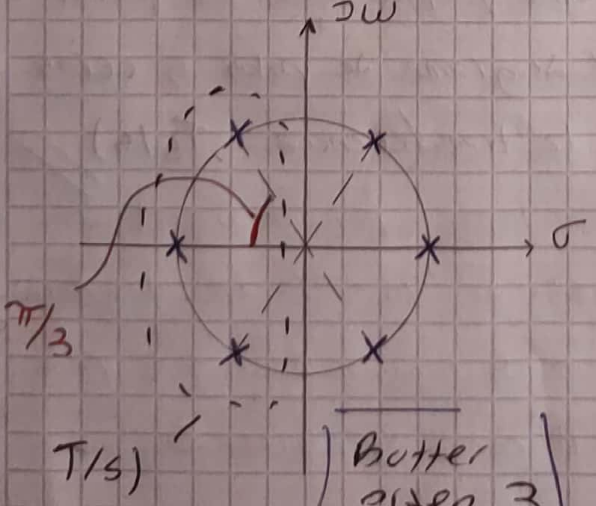
$\boxed{n=3}$ $|T_3(jw)|^2 = \frac{1}{1+w^6} = \frac{1}{1+\left(\frac{s}{j}\right)^6}$; $j^6 = j^2 \cdot j^4 = (-1) \cdot 1 = -1$

$= \frac{1}{1-s^6}$, $1 - s^6 = 0 \rightarrow s^6 = 1$, $s = \sqrt[6]{1}$

$\sqrt[6]{1} = \left(1 \cdot e^{i \cdot (0 + 2K\pi)}\right)^{1/6} = 1 \cdot e^{i \frac{2K\pi}{6}}$; $K = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

- $K=0)\ s_0 = 1 \cdot e^{i0°}$ $\downarrow \pi/3$
- $K=1)\ s_1 = 1 \cdot e^{i\pi/3}$ $\downarrow \pi/3$
- $K=2)\ s_2 = 1 \cdot e^{i \cdot 2/3 \pi}$
- $K=3)\ s_3 = 1 \cdot e^{i\pi}$ $\downarrow \pi/3$
- $K=4)\ s_4 = 1 \cdot e^{i 4/3 \pi}$ $\downarrow \pi/3$
- $K=5)\ s_5 = 1 \cdot e^{i 5/3 \pi}$ $\pi/3$

Todos los saltos de fase son de $\pi/3$



Butter orden 3

- distanciamiento angular entre singularidades: $\pi/n \rightarrow$ orden

$T_3(s) = \frac{1}{(s+1) \cdot (s^2 + s\,1/Q + 1)}$

$1/Q = 2 \cdot \cos(\psi)$,

$2\cos(\psi) = 2 \cdot \cos(\pi/3) = 2 \cdot 1/2 = 1$

- $T_3(s) = \frac{1}{(s+1) \cdot (s^2 + 1s + 1)}$

• **Importante:** Con un butter de orden 1 y otro butter de orden 2, no puedo componer un butter de orden 3 al colocarlos en cascada, ya que las singularidades no quedan igualmente distribuidas que en un butter de orden 3 original. Esto se debe a que la separación angular entre las singularidades depende del orden (n) del filtro: $\boxed{\pi/n}$

• El polinomio del denominador no es el mismo, xq tmb depende del Ψ, el cual está en función de "n" tmb. (cambia el Ψ)

Factorizo por separado la singularidad en el eje real y luego las que son complejas conjugadas de a pares, con igual amplitud angular.

Propiedades / conclusiones para filtros topología Butterworth de orden "n"

• Todas ~~las singularidades~~ las singularidades sobre la circunferencia unitaria.

• Si $n = \text{impar} \rightarrow$ polo en $\sigma = -1$ (eje real) (polo simple)

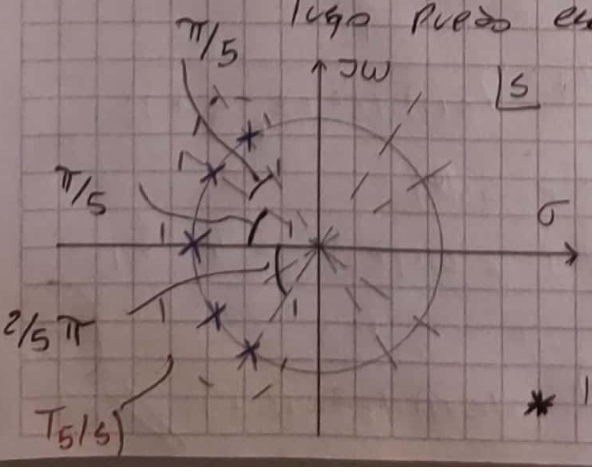
• Si $n = \text{par} \rightarrow$ no hay polos sobre el eje σ

↳ primer singularidad en $\pi/2n$

* (tomando en cuenta el semi-plano izquierdo y midiendo Ψ con respecto al eje $-\sigma$, ej: en el caso de $n=2$, el 1er polo está en $\pi/4 = \Psi$)

• Para todo $n \rightarrow$ separación angular entre polos es de π/n

$\boxed{n=5}$ → Pero resolviendo mediante propiedades, sin partir desde $|T_5(jw)|^2$. Obtengo el diagrama de polos y ceros y luego puedo escribir la transferencia $T_5(s)$



$\boxed{S}$

$\begin{cases} n=5 \rightarrow \text{Impar}: \text{polo en } \sigma = -1 \\ \text{separación de } \pi/n = \pi/5 \text{ entre singularidades} \end{cases}$

• $n=5 \rightarrow$ 5 singularidades: 5 polos

↳ Polinomio de orden 5

* 1 polo simple y dos pares de polos complejos conjugados

- Esto lo puedo separar en 1 sistema de primer orden y dos sistemas de segundo orden. Pero ojo: los dos sistemas de segundo orden **no** son iguales, ya que deben tener distintos ψ para que las singularidades coincidan con el diagrama de polos y ceros.

$$* \; T_5(s) = \underbrace{\left(\frac{1}{(s+1)}\right)}_{1^{er}\text{ orden}} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{s^2 + 2\cos(\psi_1) + 1}\right)}_{2^{do}\text{ orden}} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{s^2 + 2\cdot\cos(\psi_2) + 1}\right)}_{2^{do}\text{ orden}} \; ; \quad \bullet\, \psi_1 = \pi/5 \quad \bullet\, \psi_2 = 2/5\,\pi$$

$$\bullet\; T_5(s) = \left(\frac{1}{s+1}\right) \cdot \left(\frac{1}{s^2 + 2\cos(\pi/5) + 1}\right) \cdot \left(\frac{1}{s^2 + 2\cos(2/5\,\pi) + 1}\right)$$

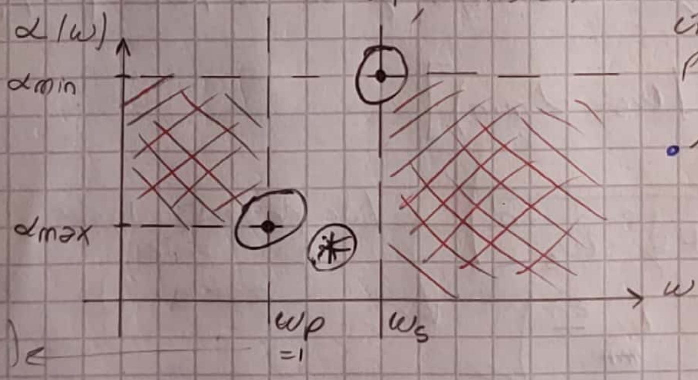
— o —

Diseño desde una plantilla de atenuación

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\xi^2 \cdot \omega^{2n}} \quad \Big\}\text{ máxima planicidad (Butter)}$$

$\xi \rightarrow 1$, entonces el único parámetro que queda es "n", único grado de libertad en butter para diseñar.

Plantilla de diseño



(normalizado) ←

- Ahora volvemos al caso general, no necesariamente solo para butter. Es un diseño de máxima planicidad:
  ↳ obtener ξ y n

α_{max} → máximo ripple o atenuación permitida en la banda de paso. llega hasta ω_p (paso)

α_{min} → mínima atenuación permitida en la banda de rechazo (stop) atenuación. "Donde el filtro empieza a actuar como tal y opone el paso de energía de un puerto al otro".

tmb puede ser máxima distorsión permitida, cuando el filtro se comporte de manera inocua, no se oponga al paso de energía.

Prohibido. ☐ (blanco), por donde puedo pasar la función.

- obtener la función con el menor n posible que cumpla con estas restricciones.

(*) Puntos importantes para el diseño.

273 K
264 K.

Como convertir transferencia en atenuación:

$\alpha dB(\omega) = -20\log(|T_{dB}(\omega)|)$ (módulo)

$$|T(\omega)|^2 = \frac{1}{1+\xi^2 \cdot \omega^{2n}} \longrightarrow |T(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2 \cdot \omega^{2n}}}$$ (paso la raíz)

- Para obtener ξ y n, utilizo la información de los puntos conocidos de la plantilla de diseño.

Para $\omega = 1$ (ω_p)

$$\underbrace{\alpha(\omega=1)|_{dB}}_{\alpha_{max}} = -20\log\left(\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2\cdot 1}}\right)_{\omega=1} ; \quad 1^{2n} = 1 \ \forall n$$

$$\alpha_{max} = -20\log\left(\left(\frac{1+\xi^2}{1}\right)^{-1/2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot -20\log\left(1+\xi^2\right)$$ (desaparece el n del exponente)

$$\alpha_{max} = 10\cdot\log\left(1+\xi^2\right)$$

$$10^{\frac{\alpha_{max}}{10}} = \cancel{10}^{\log(1+\xi^2)} \longrightarrow 10^{\alpha_{max}/10} = 1+\xi^2$$

$$\Longrightarrow \xi^2 = 10^{\alpha_{max}/10} - 1$$

obtengo ξ con el punto (ω_p; α_{max})

Para $\omega = \omega_s$ [Punto (ω_s; α_{min})]

$$\alpha_{min} = -20\log\left(\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2\cdot\omega_s^{2n}}}\right)$$ (despejando igual que antes obtengo :))

$$\alpha_{min} = 10\cdot\log\left(1+\xi^2\cdot\omega_s^{2n}\right)$$

- En este caso tengo los dos parámetros ξ y n por lo que despejar esta ecuación logarítmica sería complicado, ya que $\omega_s \neq 1$.

"n" siempre redondear al entero posterior

Por ende, para obtener "n" se iterarán valores del mismo n hasta obtener que se cumpla la condición planteada por la ecuación.

$$\alpha_{(n)} = 10\cdot\log\left(1+\xi^2\,\omega_s^{2n}\right) \Big/ \alpha_{(n)} > \alpha_{min}$$

"tal que:"

α_{min} es una cota inferior.

- Necesito obtener un n ENTERO tal que su α sea mayor que la cota mínima de la plantilla α_{min}. Si es mayor mejor, más atenúa el filtro en la banda de rechazo.

Renormalización del filtro

- $|T(\omega)|^2 = \dfrac{1}{1+\xi^2 \cdot \omega^{2n}} \xrightarrow{\text{A}} \dfrac{1}{1+\xi^2 \cdot \omega_N^{2n}}$ } máxima planicidad

- norma de normalización: $\Omega_\omega = \omega_p$

C $= \dfrac{1}{1+\xi^2 \cdot \left(\dfrac{\omega}{\omega_p}\right)^{2n}} = \dfrac{1}{1+\left(\underbrace{\dfrac{\omega}{\frac{\omega_p}{\xi^{1/n}}}}_{\omega_N}\right)^{2n}}$ } $\Omega'_\omega = \omega_p \cdot \xi^{-1/n} = \omega_B$

Butter: $|T(\omega)|^2 = \dfrac{1}{1+\omega_N^{2n}} \rightarrow \xi^2 = 1$ B

A la ω que veníamos usando hasta ahora, ya estaba normalizada con la frecuencia de la banda de paso. Ahora nomás lo explicitamos. Previamente normalizada. ω a secas es la variable normalizada. Hasta ahora

B Expresión final de un Butter, como lo veníamos usando para especificando que se normaliza con la frec. de la banda de paso.

C Transformo el caso de (máxima planicidad) en un caso de Butter, generando ahora otra nueva norma de normalización, metiendo el ξ^2 dentro de la potencia. "Me tengo que sacar de encima el ξ^2". ← caso más general.

Lo llevo a la forma de un butter, metiendo el ξ^2 en el proceso de normalización, afectando la norma Ω_ω.

Cambia la norma ~~de~~ Ω_ω, tengo una nueva norma Ω'_ω

- $|T(\omega)|^2 = \dfrac{1}{1+\xi^2 \cdot \omega_N^{2n}} = \dfrac{1}{1+\xi^2 \cdot \left(\dfrac{\omega}{\Omega'_\omega}\right)}$

- $\Omega'_\omega = \dfrac{\Omega_\omega}{\xi^{1/n}} = \omega_p \cdot \xi^{-1/n}$

nueva norma afectada por ξ. (y el orden n)

Hago pasar un diseño de máxima planicidad por un Butter, el cual es mas facil ya que tengo un parámetro menos. Lo que cambia es la norma de frecuencia.

[Lo hago pasar por un Butter, pero con otra norma de normalización, la cual estará afectada por ξ.] Importante

norma de normalización Butter: $\Omega_\omega = \omega_P$
norma de normalización máxima planicidad: $\Omega'_\omega = \omega_P \cdot \xi^{-1/n} = \omega_B$ (*)

- el factor de escalamiento $\xi^{-1/n}$ depende del orden del filtro (y del ripple)
  ↳ tmb conocido como "coeficiente de renormalización".

(*) ω_B: "ω de desnormalización para que sea un Butterworth".

Procedimiento:

Estoy en un caso de filtro de máxima planicidad (ripple no unitario?), entonces hago de cuenta que estoy diseñando un Butter ya que no considero el ξ que dificulta el diseño y calculo.
Esto se ve reflejado en que, en el caso del Butter, todas las singularidades estaban sobre una circunferencia unitaria, mientras que en caso de máxima planicidad, el radio de la circunferencia cambia en función de ξ. Es circunferencia unitaria xq está en función de ω_p (normalizado).

- Cambiar la norma de normalización implica cambiar el radio de las circunferencia en donde se encuentran las singularidades (polos).
Sin embargo, las amplitudes angulares de las singularidades en ambos casos son las mismas, por mas que cambie el radio de la circunferencia. Esto se debe a que las aperturas angulares están en función del φ (el cual se mantiene cte?)

(Importantes anotaciones sobre renormalización Butterworth ↔ máxima planicidad)

- Entonces, a efectos prácticos, haber cambiado la norma de normalización, me permite diseñar el filtro en la circunferencia unitaria (simular), obteniendo la función matemática y el valor de los componentes (implementados, normalizados) en la red circuital y como último paso, al momento de desnormalizar los valores de las componentes implementados, tengo que utilizar la nueva norma de normalización afectada por $\xi^{-1/n}$.

- Videos 7 y 8 clase n° 3 → son el equivalente al ejercicio resuelto en clase presencial del 27/04 (teoría clase 3)

Video 6 → simulación en Spyder.

Anotaciones simulación comparación de órdenes:

ripple → α_{max} → Atenuación máxima en la banda de paso. Es el parámetro de la plantilla de diseño.

$\alpha_{max} = 3dB$ → Butterworth, corresponde con esa situación
↳ como vimos en el ejercicio de carpeta.

cualquier otro valor distinto a $3dB$ → máxima planicidad

$|\alpha_{max} \neq 3dB|$ $\alpha_{max} = 3dB \longrightarrow \xi = 1$ (es el valor de α_{max} que me hace obtener $\xi = 1$ en la fórmula de cálculo).

Gráfico respuesta en módulo:

Con igual ripple y distinto num de orden: como el ripple es el mismo, se comporta de igual manera en la banda de paso(*). Sin embargo, al aumentar el orden, aumenta tmb la pendiente de la atenuación en la banda de rechazo:

- $n=2$: $-40\,dB/dec$; $n=3$: $-60\,dB/dec$; $n=4$: $-80\,dB/dec$

(*) Salvo que al tener más orden, se parece cada vez más al brick-wall, ya que se mantiene cada vez más plana la banda de paso y es más abrupta la transición entre bandas.
Todos cortan en el mismo punto de $-3dB$ la banda de paso (fin).

Gráfico de fase (en iguales condiciones que el anterior)

Se agregan $\pi/2$ de fase por cada nivel que le agrego al orden, ya que le estoy agregando un polo más

- $n=2$: de 0 hasta $-\pi$, • $n=3$: de 0 hasta $-3/2\,\pi$
- $n=4$: de 0 hasta -2π "por cada n, desarrolla más fase".

más fase → más retardo de grupo, con mayor derivada encima.

↳ distorsión de fase (problema al aumentar n)

con menor n, la curva de la fase es más suave → menos derivada.

no tengo el mismo retardo de grupo en todas las frecuencias.

Q elevados → transiciones de fase más abruptas. !

Más variación → más distorsión de fase.

Cambio los ripples → cambio los ξ (siempre en orden 2)

Gráfico de magnitud:

la función es la misma para los 3 casos, a diferencia de que $\alpha_{max} = 1\,dB$ y $\alpha_{max} = 6\,dB \neq 3\,dB \rightarrow \xi \neq 1$. Al cambiar el ξ, esto se ve reflejado en un desplazamiento horizontalmente debido a la re-normalización en frecuencia con $\boxed{\omega_B}$ (ver teoría) translada la curva en frecuencia, pero son siempre las mismas curvas que cortan en distintos dB's la banda de paso (ω_p).

Con $\alpha_{max} = -1\,dB$ → translado la curva hacia la derecha y obtengo mayor planicidad

Con $\alpha_{max} = -6\,dB$ → translado la curva hacia la izquierda, por eso tengo menor planicidad (menor ancho de banda).

Fase: ídem, tmb hay un corrimiento, siempre la misma función.

Diagrama de polos y ceros: Como el orden es el mismo ($n=2$), → PAR.

la apertura angular de los polos será siempre la misma:

$\psi = \pi/4$ y separación de $\pi/2$. Pero como cambia el ξ, cambia el factor de normalización y cambia el radio de la circunferencia. factor de normalización ω_B.

27/04

Clase n°4: Presencial (sincrónica)

- Última clase → transformación de Bruton. (?)

* Ortogonalidad → Independencia estadística → Red de ajuste ortogonal.

Resumen TS2:

- $\omega_0^2 = \frac{1}{(R_3 C)^2}$
- $Q = \frac{R_2}{R_3}$
- $K = \frac{R_3}{R_1}$

tocando R_3 afecto varios parámetros.

toco R_2 → no varía ω_0 ni K

" R_1 → " " " "

- sensibilidad nula → toco un parámetro y no afecta una determinada magnitud.

Es fácil elegir la norma de impedancia, $\Omega_Z = R_3$, — (#)

Grados de libertad fácilmente descartables → $R_4 = 1 (= R_3)$, ya que no sirve para nada.

→ Imposible hacer esto con R_2 ni R_1 ya que afectan algunos parámetros.

(#) ojo con las unidades de normalización, no son ohms (salvo en la jerga)

Siempre usar la $\boxed{\text{doble normalización}}$, casi nunca se usa una sola normalización: → Importante !

$R_{3N} = 1\,\Omega$? $R_3 = 1$

$R_{3N} = \frac{R_3}{\Omega_Z}$

no sirve de nada hacer una sola normalización.

PB → Pasa banda.

- $T_{PB} = \dfrac{K \cdot s\, \omega_0/Q}{s^2 + s\,\omega_0/Q + \omega_0^2}$

- sin K → obtengo un pasa banda de 0 dB
- con K → " " " " K veces, luego pasarlo a dB.

$|T_{PB}(\omega = \omega_0)| = \dfrac{\omega_0^2/Q}{\omega_0^2/Q} = 1$ //

(hacer cuenta dsps)

- Pasabanda de 0 dB, ganancia = 1 en $\omega = \omega_0$.

• Aclaración TS2 → ojo/ato con el ejemplo del pasabanda 4.6.
hace un pasabanda con el pasabajos.

(Ver el diagrama en bloques del esquemático.)

bien hecho

• Hay que sacar la salida desde V_B para hacerlo así.
le bajo mucho la ganancia K y le subo el Q, de esa manera logro que se comporte como un pasabanda pero no lo es. no responde a la función transferencia de un pasabanda. (mal hecho)
tampoco tendrá la función transferencia de un pasabanda, tendrá la de un pasabajos que en cierto rango de frecuencias se comporta como pasabanda.

— o — o —

exemplos Butter: (desde o) (Teoría Butterworth)

$B_{W_{3dB}} = 1KHz$ (para mas adelante) — Ancho de banda de 1KHz

$\alpha_{min} = 13\ dB$; $R = 1KHz$ (lo ponemos en pasa)

— o — o —

Teoría Butter:

Cascadeas redes pasivas → la 1er etapa queda cargada por la segunda, se ve alterada.

por eso se ponen los opamps para poder independizar secciones. → en cont. seguidor

• $|T(w)|^2 = \dfrac{1}{1 + \xi^2 \omega^{2n}}$ } función polinómica: ventaja, según su orden tiene clara la capacidad de su derivabilidad.

$\xi \neq 1$ máx. planicidad.

tocando n, cambias su derivabilidad → Gana suavidad.
Brick wall (ladrillito) → filtro pasa bajos perfecto ($n \to \infty$)

* Butter de 2do orden ($\xi^2 = 1$) ; $n = 2$

• $B_2(\omega) = \dfrac{1}{1+\omega^4}$

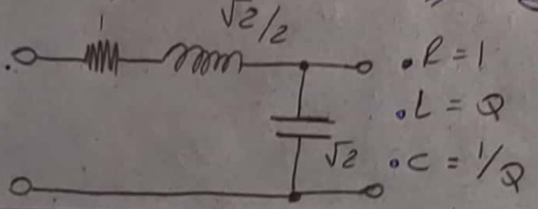
• $|T_{B_2}(j\omega)|^2 = \underbrace{T_{B_2}(j\omega)} \cdot T_{B_2}(-j\omega)$ → tengo las dos funciones transferencias, después yo me quedo solamente con $\underbrace{T_{B_2}(j\omega)}$

$\frac{1}{Q} = 2\cos(\psi)$; $\psi = \pi/4$ #

$$Q = \frac{1}{2\cdot\cos(\psi)} = \frac{1}{2\cdot\cos(\pi/4)}$$

$$Q = \frac{1}{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \equiv \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$Q = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \frac{1}{Q} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$



- $R = 1$
- $L = Q$
- $C = 1/Q$

Normalización Filtro pasa bajos R-L-C.

conociendo el ψ de las singularidades, obtengo el Q del filtro y puedo implementar una red normalizada (conocida)

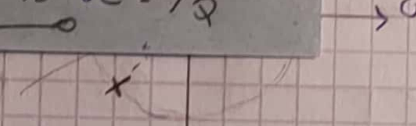
6

34

... los polos de $T_B(jw)$ y tmb los de $T_B(-jw)$

... del semiplano izq. (de $T_B(jw)$)

... inestable.

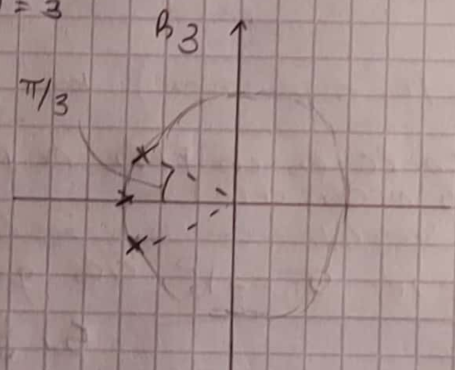


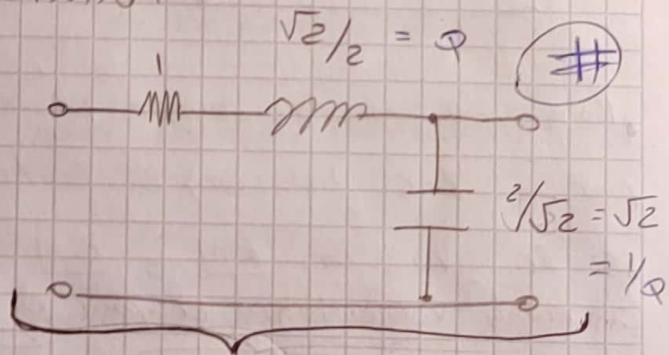
$\pi/n = \pi/2$

- el espaciamiento entre polos es de $\pi/n = \pi/2$

- $$T(s) = \frac{1}{s^2 + 1/Q\, s + 1} = \frac{1}{s^2 + 2\cos(\psi) + 1}$$

- Puedo hacer la red circuital directamente, obviamente la red solamente normalizada en Butter.





- $$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2^1}{2^{1/2}} = 2^{1/2} = \sqrt{2}$$

- Esto lo logro conociendo el ángulo ψ, el cual me da el Q, con el cual obtengo la red normalizada ya estudiada (muy importante)

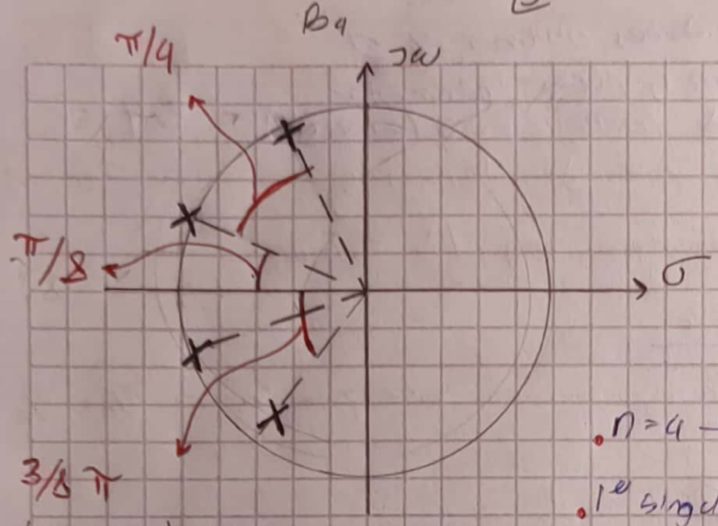
- Opero ~~todo~~ sobre el módulo solamente, me interesa la planicidad, la fase será la que toque. Por eso uso el truco del $|T(w)|^2$, xq es mas facil operar solo con el módulo no tengo a la fase metida ahi dentro.

- siempre se mide el ψ con respecto al $-\sigma$.

- si quiero hacer un butter de $n=4$, no lo puedo construir con un butter de orden 2 ya que no varío el Q, ya que está en función del ángulo ψ de las singularidades del diagrama de polos y ceros.

- La red eléctrica si será la misma, pero no el valor de los componentes. (Importante) ya que los componentes están en función de Q (normalizados)

no pueden ser dos butter de orden 2 iguales, tienes que variar los Q.



• $(\pi/8 + \pi/4) = 3/8\,\pi$

• tengo ... compl... par ... tie... en...

• Con ... pol...

• $n=4 \rightarrow$ Par

• 1º singularidad

• Separación

$\psi_1 = \pi/8$, $\psi_2 = 3/8\,\pi$ $\Big\}$ $\frac{1}{Q} = 2\cdot\cos(\psi)$

$$Q_1 = \frac{1}{2\cdot\cos(\psi_1)} = \frac{1}{2\cdot\cos(\pi/8)} = 0{,}54$$

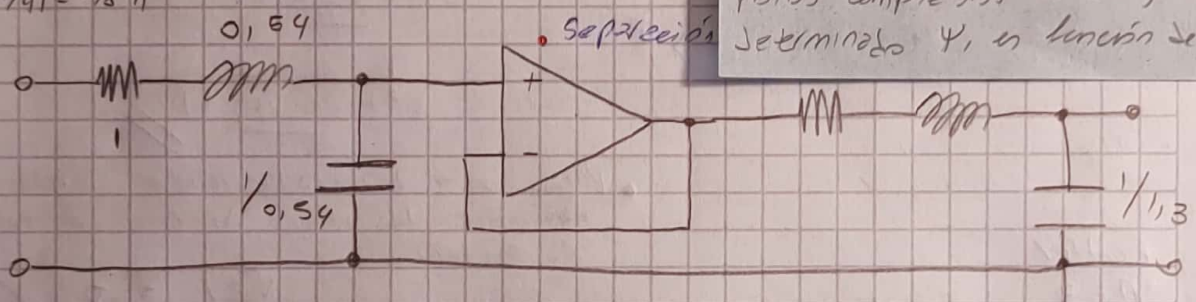
$$Q_2 = \frac{1}{2\cdot\cos(\psi_2)} = \frac{1}{2\cdot\cos(3/8\,\pi)} = 1{,}3$$

$R_1 = R_2 = 1$ (normalizado)

$L_1 = Q_1 = 0{,}54$; $L_2 = Q_2 = 1{,}3$

$C_1 = 1/Q_1 = 1/0{,}54$; $C_2 = 1/Q_2 = 1/1{,}3$

Cada etapa RLC me da un par de polos complejos conjugados con un determinado ψ, en función de su Q.



• Para poner el polo simple del orden 3 (o orden impar) tengo que poner un R-C tmb con un Butter. (un RC es un FPB, me pone un polo solo y ningún cero)

• El RC va con $R=1$ y $C=1$ (se denormaliza con la transformación) Con estos valores logro el polo en el eje $\sigma = -1$? creo que sí.

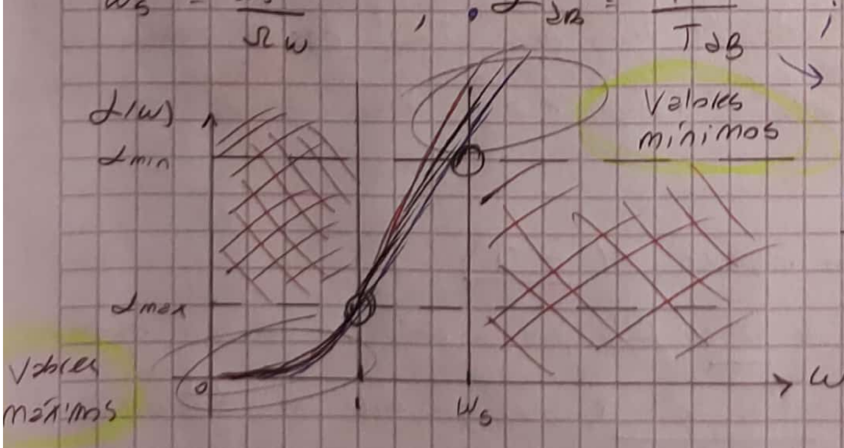
Sí !, verificado

Diseño plantilla.

• Fin de banda de paso → determinada po... corte ω_o (ω_p)

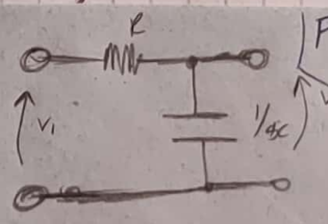
* $\omega_p = \omega_o = 1$ (normalizado)

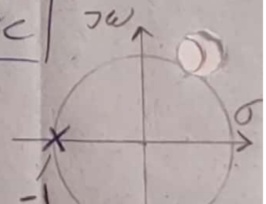
$\omega_s' = \frac{\omega_s}{\Omega_\omega}$, • $\alpha_{dB} = \frac{1}{T_{dB}}$;



• α_{max} → ripple, máxima desviación de amplitud ... en banda de paso, quiere que sea lo más baja posible.

• α_{min} → mínima atenuación que debe meter tu función matemática para atenuar la banda de stop, hacerle caso a esa información





$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1/sC}{R + 1/sC} = \frac{1/sC}{\frac{RsC+1}{sC}} = \frac{1}{sRC+1} = \frac{1}{RC\cdot(s + 1/RC)} = \frac{1/RC}{s + 1/RC}$$

$\omega = 1/RC$

Si $\boxed{R\cdot C = 1} \rightarrow \omega = 1$

$T(s) = \frac{1}{s+1}$ $\Big\{$ tengo un polo en: $s+1=0 \rightarrow s=-1$

I)

• $|T|^2 = \frac{1}{1+\xi^2 w^{2n}}$ $|\alpha| = \frac{1}{|T|} \rightarrow \alpha_{dB} = -T_{dB}$.

$|\alpha| = 1 + \xi^2 w^{2n}$ (Pandele), sería $|\alpha|^2$

• $\alpha_{dB} = 10\cdot\log(1+\xi^2 w^{2n})$ Expresión atenuación en función de ω.

• Utilizo el punto $\boxed{(1; \alpha_{max})}$ → pasan todas las funciones por este punto.

$\alpha_{max} = 10\cdot\log(1+\xi^2 \cdot 1^{2n})$

$\xi^2 = 10^{\alpha_{max}/10} - 1$

• Este parámetro se puede obtener analíticamente, "n" no se despeja, se obtiene por aproximación iterando valores.

$\alpha_{min(n)} = 10\cdot\log(1+\xi^2 w_s^{2n})$ → normalizada

↳ si n da como resultado un número fraccional, redondear hacia el número entero superior más próximo.

• necesito que la función n pase por la zona prohibida, el n que obtengo es el exponente con el cual la función pase por el punto $(w_s; \alpha_{min})$

• necesito que la función pase por arriba de la banda de detención. (banda de detención)

— o —

Para un ejercicio de la guía (dato) → * si te dice que el circuito es RLC → $n=2$ (segundo orden)

— o —

datos para este ejercicio:

• $Bw_{3dB} = 1kHz$ → frec corte. • $f_s = 3kHz$ • $\alpha_{min} = 13\ dB$

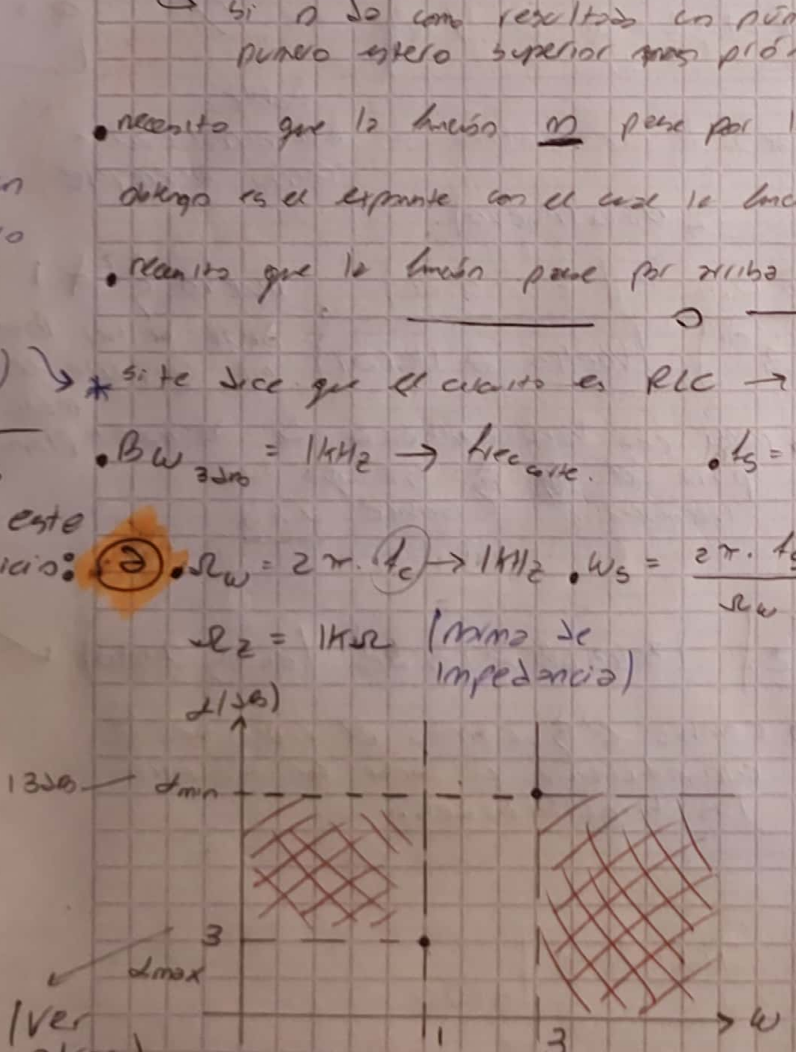
a) • $\Omega_w = 2\pi\cdot f_c \rightarrow 1kHz$ • $w_s = \frac{2\pi\cdot f_s}{\Omega_w} = 3$

$R_z = 1k\Omega$ (norma de impedancia)

$\underbrace{Bw_{3dB} = 1kHz}$

• $f_0 = f_p = 1kHz$

• Ancho de banda: me dice hasta donde llega la banda de paso, va desde frecuencia 0 hasta $f_0 = 1kHz$, en donde la atenuación llega hasta 3dB (2 veces)



ξ_g a mutter (ver atrás)

$\xi^2 = 1$ (#)

• $w_p = 2\pi\cdot f_0 = 2\pi\cdot f_p = 2\pi\cdot 1kHz$ (paso) • $w_s = 2\pi\cdot f_s$ (stop) $= 2\pi\cdot 3kHz$

• $w_p' = \frac{w_p}{\Omega_w} = \frac{w_p}{w_p} = 1$ $w_s' = \frac{w_s}{\Omega_w} = \frac{2\pi\cdot 3kHz}{2\pi\cdot 1kHz} = 3$

(*)

$\xi^2 = 10^{\overset{3}{\alpha_{max}}/10} - 1 \cong 1$ $= 0{,}995\ldots$

$\alpha_{max} = 10 \cdot \log(1+\xi^2)$; $\xi^2 = 1$ (Butterworth)

$\alpha_{max} = 10 \cdot \log(1+1)$

$\alpha_{max} = 3{,}0103 \approx 3$

(#) Justificación α_{max}

- $\alpha_{min}(n) = 10 \cdot \log(1 + 1 \cdot 3^{2n})$

$\alpha_{min}(n=1) = 10$ dB ✗ (no me alcanza. 10dB < 13dB)

$\alpha_{min}(n=2) = 19$ dB ✓ (19 dB > 13 dB)

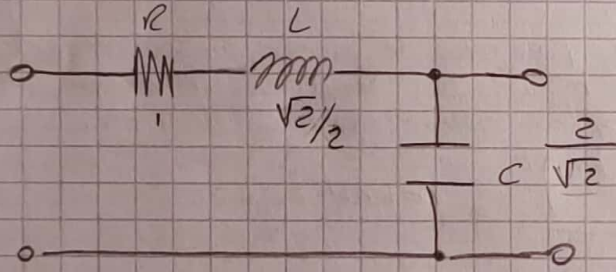
obtengo ~~α_{min}~~ n evaluando la cota mínima de α_{min} en ω_s (banda de rechazo).

- $\xi = 1$
- $n = 2$

$$T(s) = \frac{1}{s^2 + s \cdot 2\cos(\psi) + 1} = \frac{1}{s^2 + s\sqrt{2} + 1}$$

$\begin{cases} n = 2 \\ \psi = \pi/2n = \pi/2\cdot 2 = \pi/4 \end{cases}$

(*) Se ve que hay algunas diferencias decimales.



- Desnormalizo:

$R = 1 \cdot (1k\Omega)\ \Omega_z$

$L = \dfrac{\sqrt{2}/2 \cdot (1k\Omega)\ \Omega_z}{(2\pi \cdot 1kHz)\ \Omega_\omega}$

$C = \dfrac{\sqrt{2}}{\Omega_\omega\ (2\pi \cdot 1kHz) \cdot (1k\Omega)\ \Omega_z}$

$\dfrac{1}{2\cdot\cos(\psi)} = Q$, $Q = \dfrac{1}{2\cdot\cos(\pi/4)} = \dfrac{1}{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\boxed{Q = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\boxed{R = 1,\ L = Q;\ C = 1/Q}$

doble desnormalización como siempre

(b) $\underbrace{\alpha_{max} = 1dB}$

cambia el ξ, por lo que deja de ser Butter

¿Cambia el orden? Recalcular. → α_{max} (nuevo)

$\xi^2 = 10^{(1)/10} - 1 \rightarrow \underline{\xi \cong 0.5 \quad (\xi^2 \cong 0.26)}$

nuevo $\xi^2 \neq 1$ deja de ser Butter y se convierte en máx. planicidad.

- $\alpha_{min(n)} = 10 \cdot \log(1 + 0.26 \cdot 3^{2n})$ (vuelvo a iterar)

$\alpha_{min}(n=1) = 5{,}23$ dB

- poner una buena cantidad de decimales para el ξ, ya que tiene incidencia sobre α_{min}

$\alpha_{min}(n=2) = 13{,}43$ dB

$\alpha_{min}(n=3) = 22{,}8$ dB.

Sigo estando en orden $\boxed{n=2}$ 13,43 dB > 13 dB (estoy justo) ✓

$\left.\begin{matrix} \xi = 0.5 \\ n = 2 \end{matrix}\right\}$ Algo cambió. → cambia el ξ, cambia el radio de la circunferencia en donde se encuentran las singularidades.

- Resolución matemática:

$$|T(\omega)|^2 = \left[\frac{1}{1+\xi^2 \cdot \omega^{2\cdot 2}}\right] = T(s) \cdot T(-s)\Big|_{s=j\omega}$$

$n = 2$ $\quad \omega = \dfrac{s}{j}$ (camino inverso)

(lo paso a Laplace)

(*) circunferencia de radio $1/\xi^2$ (?) donde están localizadas todas las singularidades (polos).

36

$$\frac{1}{1+\xi^2\cdot\frac{s^4}{j^4}} = \frac{1}{1+\xi^2\cdot s^4} = \frac{1/\xi^2}{s^4+1/\xi^2}$$ } relación con el radio de la circunferencia. (*)

$j^2\cdot j^2=1$

$$= \boxed{T(s)\cdot T(-s)}$$

$$|T(s)|^2 = \frac{1/\xi^2}{s^4+1/\xi^2} = \frac{b}{s^2+s\cdot a+b}\cdot\frac{b}{s^2-s\cdot a+b} \rightarrow (\#)$$

obtengo los coeficientes para formar la transferencia $T(s)$ normalizada.

(como $|T(s)|^2$ es de orden 4, entonces $T(s)$ y $T(-s)$ deben ser de orden 2) $n=2$

1- $b^2 = 1/\xi^2$, obtener los coeficientes a y b es obtener ω_0 y Q.

$\downarrow$

$\boxed{b=\omega_0^2}$ por la posición que ocupa en la función transferencia el coeficiente.

- máxima planicidad me da una restricción sobre el ángulo de las singularidades, el radio de la circunferencia se calcula. (el cual queda en función del $\xi \neq 1$)
- información de a → términos intermedios anulados.

2- $0\cdot s^3 = [s^2\cdot s(-a)] + [s^2\cdot s(+a)] = 0$ coeficiente cúbico.

- coeficiente cuadrático:

$0 = 2b - a^2 \longrightarrow 2b = a^2$ restricción de coeficientes que vale.

(En este caso, solo aportan los coeficientes pares)

coeficiente lineal:

$0 = a.b - a.b$

(de las dos ecuaciones obtenidas)

$\Longrightarrow$ • $b = 1/\xi = \omega_0^2 = 2$ } ✓ (está bien)

• $a = \sqrt{2b} = 2$

Cálculos auxiliares:

$b^2 = 1/\xi^2$

$b = \sqrt{1/\xi^2}$

$b = 1/\xi$;

$\xi \approx 0.5$

$b = 1/0.5 = 2$

$a = \sqrt{2.b} = \sqrt{2.2} = \sqrt{4} = 2$

$b = \omega_0^2 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{b} = \sqrt{2}$

(#) $\omega_0^2 = 2 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{2}$

$$\bullet\ T(s) = \frac{2}{s^2+s2+2} = \frac{(\sqrt{2})^2}{s^2+\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}+(\sqrt{2})^2}$$

$\frac{\omega_0}{Q} = 2 = a$

$\frac{\sqrt{2}}{Q} = 2 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = Q$

$\frac{\omega_0}{Q}$ $\begin{cases}\omega_0 = \sqrt{2}\\ Q = \sqrt{2}/2\end{cases}$

radio de la nueva circunferencia

Importante

$\boxed{\xi = 1}$

• Conociendo w_0, sabiendo que es un Butter, ya conozco la amplitud y los ángulos. (siendo riguroso con la nomenclatura)

Atajo:

$$|T(jw)|^2 = \frac{1}{1+\xi^2 \underbrace{w^{2n}}_{w'}}$$

$$= \frac{1}{1+\left(\frac{w}{\xi^{-1/n}}\right)^{2n}}$$

$$= \frac{1}{1+w''^{2n}}$$

Nomenclatura: (Ver explicación más detallada en la ~~...~~ de "teoría" clase 3)

• $w \rightarrow$ a secas

• $w' = \frac{w}{\Omega_w}$

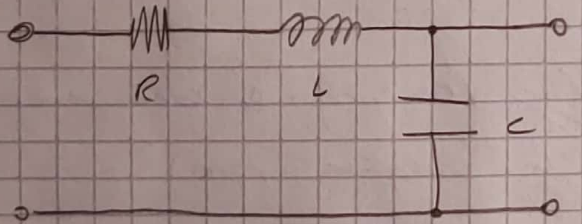
• $w'' = \frac{w'}{w_B}$ — nueva normalización de Butter.

$= \frac{w}{\Omega_w \cdot \xi^{-1/n}}$ nuevo coeficiente.

nueva frecuencia renormalizada. Última norma de la red (abuso de nomenclatura).

* ξ define el radio. (lo afecta)

• w_B es una nueva ~~...~~ norma que convierte a la red en un Butter de 3 dB.



$R = 1$, $L = 1/2$, $C = 1$ — Red final luego del proceso de resolver las ecuaciones.

$R = 1$

• $\frac{w_0}{Q} = 2 = \frac{R}{L} = \frac{1}{L}$

$L = \frac{Q}{w_0} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 1/2$

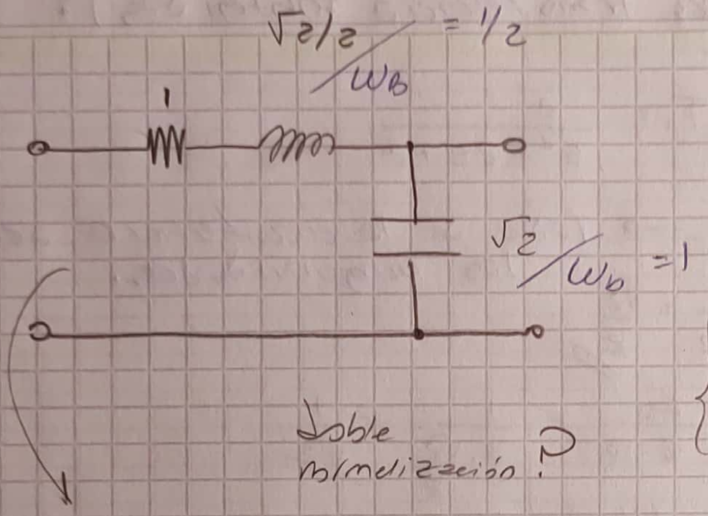
• $w_0^2 = 2 = \frac{1}{L \cdot C} \rightarrow C = \frac{1}{2L} = \frac{1}{2 \cdot 1/2} = 1$

(trabajando ya con los valores de w_0 y Q ya obtenidos analíticamente)

están bien los valores.

---

otro camino:



$\Omega_W = 1$

$w_b = \xi^{-1/n} = \sqrt{2}$

$\Omega_W = 2\pi \cdot 1kHz$

$w_B = \xi^{-1/n} \cdot w_B = \sqrt{2} \cdot \Omega_W$

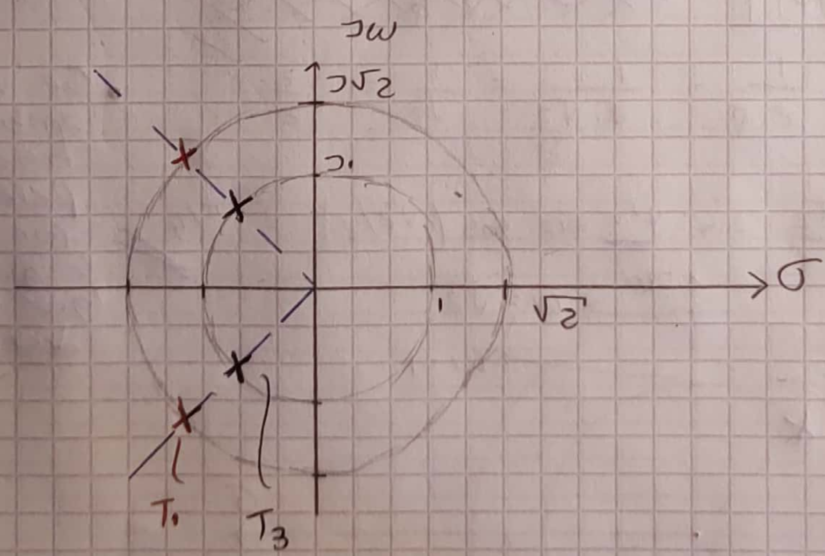
Se ve que se llega a la misma red en ambos casos.

$T_1 = \dfrac{2}{s^2 + 2s + 2}$

$T_3 = \dfrac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$

- Ambas tienen el mismo Q, pero distinta frecuencia de corte, por eso cambia el radio de la circunferencia.
- Eso es reescalamiento. una nueva normalización.

Ambas tienen la misma forma matemática.



Escalamos el módulo, se desplaza la función módulo, por eso también cambia la atenuación en -3 dB y demás (V/V en LTspice)

Análisis de las funciones transferencia (obtenidas):

$T_3 = \dfrac{1}{s^2 + s\sqrt{2} + 1}$ $\qquad$ $T_1 = \dfrac{2}{s^2 + 2s + 2}$

* T_3: $\omega_0^2 = 1 \rightarrow \omega_0 = 1$ $\rightarrow$ (radio de la circunferencia de las singularidades.)

$\sqrt{2} = \dfrac{\omega_0}{Q} \rightarrow Q = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$Q = \dfrac{\omega_0}{2\cdot\cos(\psi)} \rightarrow \cos(\psi) = \dfrac{\omega_0}{2\cdot Q} = \dfrac{1}{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos(\psi) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \psi = \text{arc.}\cos(1/\sqrt{2}) = \pi/4$

$T_1 = \dfrac{2}{s^2 + 2s + 2}$

$\omega_0^2 = 2 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{2}$

$2 = \dfrac{\omega_0}{Q} \rightarrow Q = \dfrac{\omega_0}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (mismo Q que T_3)

$\boxed{Q = \dfrac{\cancel{\omega_0}\ 1}{2\cdot\cos(\psi)}} \rightarrow \cancel{\cos(\psi) = \dfrac{\omega_0}{2\cdot Q} = \dfrac{\sqrt{2}}{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}}$ $\quad$ ¿siempre es así?

$\cos(\psi) = \dfrac{1}{2Q} = \dfrac{1}{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos(\psi) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \psi = \text{arc.}\cos(\sqrt{2}/2) = \pi/4$

- Se verifica que ambas transferencias tienen igual ψ, pero distinto ω. Por ende, las singularidades tendrán igual ángulo, pero distinto radio de circunferencia.