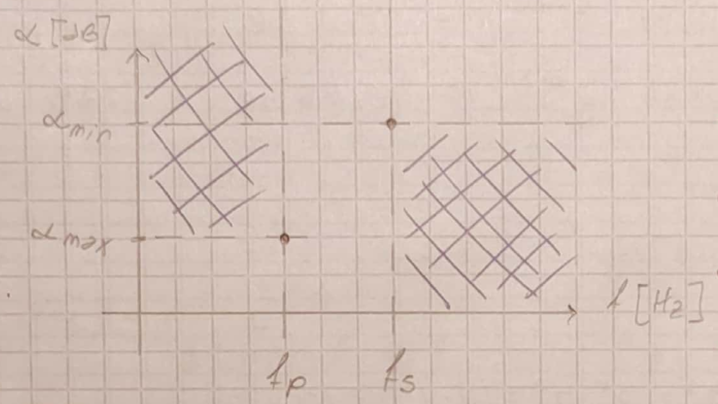
Albero Federico

1

TS3

Trabajo semanal III

- Plantilla de diseño:



→ zona prohibida

Datos:

- $\alpha_{max} = 1dB$
- $\alpha_{min} = 12dB$
- $f_p = 1500Hz$
- $f_s = 3000Hz$

① Obtener la transferencia para máxima planicidad en la banda de paso utilizando los conceptos de partes de función.

Recordar que:

$$|T(j\omega)|^2 = T(j\omega) \cdot T(-j\omega) = T(s) \cdot T(-s) \Big|_{s=j\omega}$$

- Como $\alpha_{max} \neq 3dB \rightarrow \xi^2 \neq 1 \rightarrow$ no estamos en el caso de una topología Butterworth.

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\xi^2 \cdot \omega^{2n}} \Big\} \text{ máxima planicidad}$$

Ya normalizada en frecuencia.

- Norma de frecuencia: $\Omega_\omega = 2\pi \cdot f_p = 2\pi \cdot 1500Hz$
- $\omega_p = \frac{2\pi f_p}{\Omega_\omega} = 1$ • $\omega_s = \frac{2\pi \cdot f_s}{\Omega_\omega} = \frac{2\pi \cdot 3000Hz}{2\pi\, 1500Hz} = 2$

$$\alpha_{dB}(\omega) = -20 \cdot \log(|T_{dB}(\omega)|) \longrightarrow \alpha(\omega) = 10 \cdot \log\left(1+\xi^2 \cdot \omega^{2n}\right)$$

- Utilizo el punto (f_p, α_{max}):

$$\underbrace{\alpha(\omega_p)}_{\alpha_{max}} = 10 \log\left(1+\xi^2 \cdot \underbrace{\omega_p^{2n}}_{1}\right) \rightarrow \alpha_{max} = 10 \cdot \log\left(1+\xi^2\right)$$

$$\Longrightarrow \xi^2 = 10^{\frac{\alpha_{max}}{10}} - 1 = 10^{1/10} - 1 = 0{,}2589$$

$$\xi = \sqrt{0{,}2589\ldots} = 0{,}5088\ldots$$

$$\cong 0{,}5.$$

• Utilizo el punto $(1_s ; \alpha_{min}) \longrightarrow$ Pruebo valores de "n"

$\alpha_{min} = \alpha(\omega = \omega_s) = 10 \cdot \log\left(1 + \xi^2 \cdot \omega_s^{2n}\right)$; $\xi^2 = 0{,}2589$

$\alpha_{min}(n=1) = 10 \cdot \log\left(1 + 0{,}2589 \cdot 2^{2\cdot 1}\right) = 3{,}08 \text{ dB}$

$\alpha_{min}(n=2) = 10 \cdot \log\left(1 + 0{,}2589 \cdot 2^{2\cdot 2}\right) = 7{,}11 \text{ dB}$ $\Big\} < 12 \text{dB}$

$\alpha_{min}(n=3) = 10 \cdot \log\left(1 + 0{,}2589 \cdot 2^{2\cdot 3}\right) = 12{,}45 \text{ dB} > 12 \text{dB}$ ✓

$\Longrightarrow n = 3$

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \xi^2 \cdot \omega^6} \quad ; \quad |T(s)|^2 = |T(j\omega)|^2 \Big|_{\omega = \frac{s}{j}}$$

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1 + \xi^2 \cdot \frac{s^6}{j^6}} \quad ; \quad j^6 = j^4 \cdot j^2 = (1)\cdot(-1) = (-1)$$

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1 - \xi^2 \cdot s^6}$$

• Como $|T(s)|^2$ es de orden 6, entonces $T(s)$ deberá ser de orden 3.

$$T(s) = \frac{1}{s^3 a + s^2 b + s c + d}$$

$$|T(s)|^2 = T(s) \cdot T(-s)$$

$$\frac{1}{1 - \xi^2 s^6} = \left(\frac{1}{s^3 a + s^2 b + s c + d}\right) \cdot \left(\frac{1}{-s^3 a + s^2 b - s c + d}\right)$$

Planteo las igualdades término a término.

$s^6)\ -\xi^2 = a \cdot (-a) \longrightarrow \cancel{-}\xi^{\cancel{2}} = \cancel{-}a^{\cancel{2}} \longrightarrow \xi = a$

$s^0)\ 1 = d \cdot d \longrightarrow 1 = d^2 \longrightarrow d = 1$

(solamente los términos con coeficientes PARES me aportan expresiones útiles para despejar los coeficientes)

$s^4)\ a\cdot(-c) + c\cdot(-a) + b \cdot b = 0$

$-ac - ac + b^2 = 0 \quad ; \quad -2ac + b^2 = 0$

$s^2)\ b \cdot d + d \cdot b + c \cdot (-c) = 0$

$bd + bd - c^2 = 0 \quad ; \quad 2bd - c^2 = 0$

$$\begin{cases} -2ac + b^2 = 0 \\ 2bd - c^2 = 0 \end{cases} \quad ; \quad a = \xi \ ; \ d = 1$$

$$\begin{cases} -2\xi c + b^2 = 0 \\ 2b - c^2 = 0 \end{cases}$$

• $2b - c^2 = 0$

$c^2 = 2b$

$c = \sqrt{2b}$

Albero Federico

2

TS3

$$-2\xi c + b^2 = 0 \rightarrow b^2 = 2\xi c \;,\; c = \sqrt{2b}$$

$$(b^2)^2 = (2\xi\sqrt{2b})^2$$

$$b^4 = 4\xi^2 2b$$

$$b^3 = 8\xi^2 \rightarrow b = \sqrt[3]{8\xi^2} = 2.\xi^{2/3}$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{2b} = \left[2.(2\xi^{2/3})\right]^{1/2} = 4^{1/2}.\left[\xi^{2/3}\right]^{1/2} = 2.\xi^{1/3}$$

$$T(s) = \frac{1}{s^3\xi + s^2 2\xi^{2/3} + s2\xi^{1/3} + 1}$$

$K = 1$, ganancia unitaria.

tengo 0dB en la banda de paso.

$$T(s) = \frac{\xi^{-1}}{s^3 + s^2 2\xi^{-1/3} + s2\xi^{-2/3} + \xi^{-1}}$$

② Obtener el diagrama de polos y ceros, y un bosquejo de la respuesta en frecuencia.

↳ Como es un filtro de máxima planicidad, sus singularidades tendrán las mismas aperturas angulares que la de un filtro con topología Butterworth ($\xi^2 = 1$). La diferencia radica en el radio de la circunferencia en la que se encontrarán dichas singularidades.

Por ende, puedo obtener el diagrama de polos y ceros como si fuese un Butterworth y luego puedo renormalizar la transferencia con el coeficiente de normalización ω_B para obtener el diagrama correspondiente a $T(s)$.

- $\omega \rightarrow$ frecuencia angular desnormalizada
- $\omega' \rightarrow$ frec. " normalizada en frecuencia. $\omega' = \omega / \Omega_\omega$
- $\omega'' \rightarrow$ frec. " normalizada Butterworth. $\omega'' = \dfrac{\omega}{\Omega_\omega . \xi^{1/n}}$ $\rightarrow \omega_B$

$$= \omega' . \xi^{-1/n}$$

• Caso Butterworth orden 3:

↳ $n = 3$ (impar) → Polo en $\sigma = -1$ (eje real)

↳ separación angular de polos de $\pi/n = \pi/3$.

$\xi = 0{,}5088 \approx 0{,}5$

coeficiente de escalamiento/renormalización $= \xi^{-1/n} = 0.5^{-1/2} = 2^{1/2} = \sqrt{2}$

$(0.5088)^{-1/2} = 1{,}4019$.

Butter renormalización

• $W_0 = 1 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}$

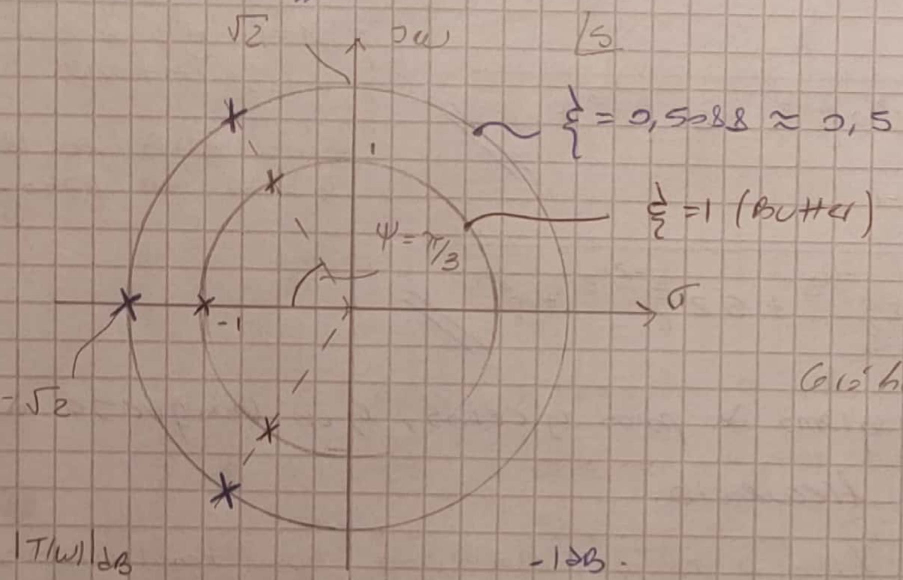
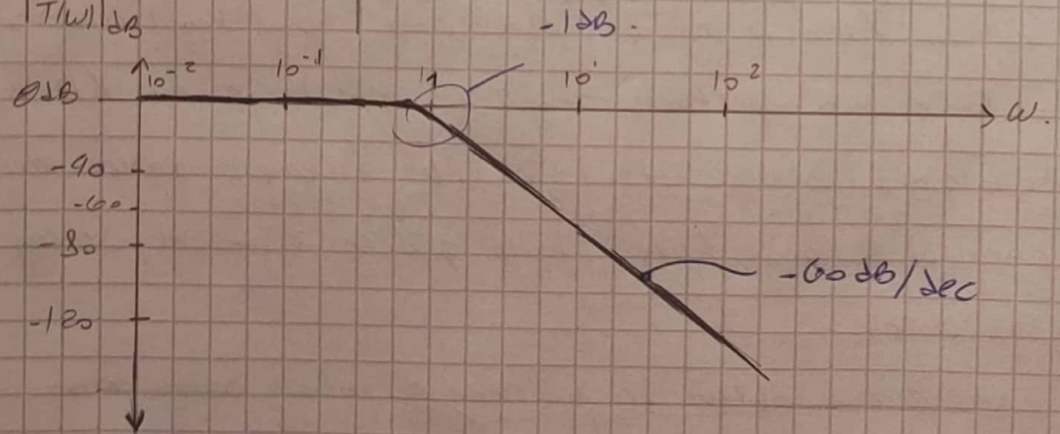
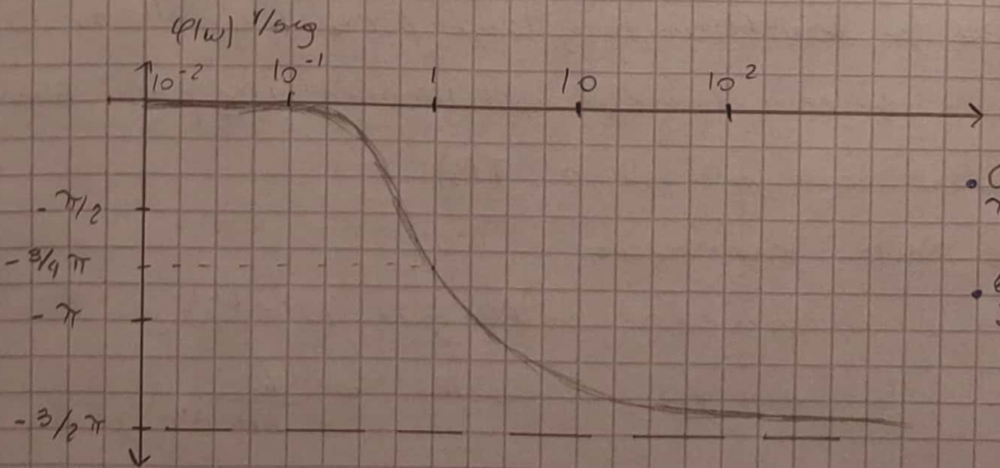


Gráfico normalizado.





• Cada polo aporta $\pi/2$ de fase.

• En $\omega = 1$, se desarrolla la mitad de fase. $(-3/4\pi)$.

Albero Federico

(3) Implementar el circuito normalizado con estructuras pasivas separadas mediante buffers.

- $Q = \dfrac{1}{2 \cdot \cos(\psi)} = \dfrac{1}{2 \cdot \cos(\pi/2)} = \dfrac{1}{2 \cdot 1/2} = 1$

- $R = 1 \rightarrow$ normalizado en impedancia.

$\Omega_2 = R$

$\omega_0 = \sqrt{2}, \quad Q = 1 \rightarrow \dfrac{\omega_0}{Q} = \dfrac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

$\dfrac{\omega_0}{Q} = \dfrac{R}{L}, \quad R = 1 \rightarrow \dfrac{\omega_0}{Q} = \dfrac{1}{L} \rightarrow L = \dfrac{Q}{\omega_0} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

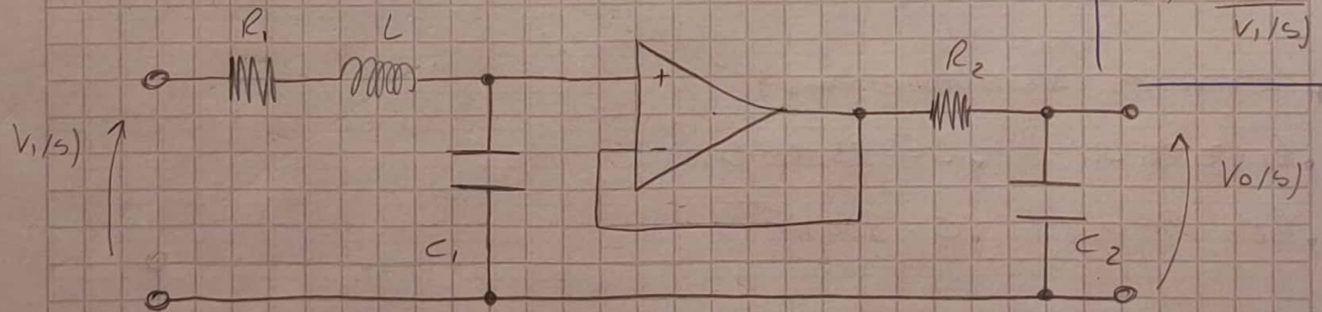
$\omega_0^2 = \sqrt{2}^2 = 2 \rightarrow \omega_0^2 = \dfrac{1}{LC_1} \rightarrow 2 = \dfrac{1}{LC_1}$

- $C_1 = \dfrac{1}{2L} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

{ RLC con salida por capacitor $\rightarrow$ polos complejos conjugados.
{ RC con salida por capacitor $\rightarrow$ polo simple en el eje real.

$\omega_0 = \dfrac{1}{RC_2} \rightarrow \sqrt{2} = \dfrac{1}{1 \cdot C_2} \rightarrow C_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$T(s) = \dfrac{V_o(s)}{V_1(s)}$



- $R = 1$ - $C_1 = 1/2\sqrt{2}$
- $L = 1/\sqrt{2}$ - $C_2 = 1/\sqrt{2}$

$R_1 = R_2 = R$

otra posible resolución: $C_1 = C_2 = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$, recalculo la resistencia del RC.

$\omega_0 = \dfrac{1}{R_2 C} \rightarrow \sqrt{2} = \dfrac{1}{R_2 \cdot 1/2\sqrt{2}} \rightarrow R_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{2}}} = 2$

$R_2 = 2$

④ Obtenga el circuito que cumpla con la plantilla requerida si dispone de capacitores de 100nF

Impongo un valor real de un componente → mantengo la forma de frecuencia y modifico la de impedancia.

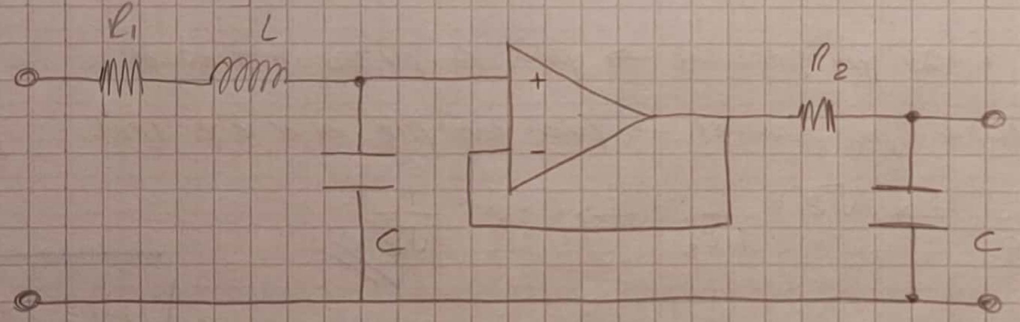
Desnormalización conjunta:

- $R = R'' \cdot \Omega_Z$
- $L = \dfrac{L'' \cdot \Omega_Z}{\Omega_\omega}$
- $C = \dfrac{C''}{\Omega_\omega \cdot \Omega_Z}$ → 100nF

$\Omega_\omega = (2\pi 1500\,Hz) = \omega_p$

$$100nF = \frac{C''}{\Omega_\omega \cdot \Omega_Z} \rightarrow \underline{\Omega_Z} = \frac{1/2\sqrt{2}}{100nF \cdot (2\pi \cdot 1500\,Hz)} = 375{,}13\,\Omega$$

- $L = \dfrac{L'' \cdot \Omega_Z}{\Omega_\omega} = \dfrac{1/\sqrt{2} \cdot 375{,}13\,\Omega}{2\pi 1500\,Hz} = 28{,}14\,mHy$
- $R_1 = R_1'' \cdot \Omega_Z = 1 \cdot 375{,}13 = 375{,}13\,\Omega$
- $R_2 = R_2'' \cdot \Omega_Z = 2 \cdot 375{,}13 = 750{,}26\,\Omega$

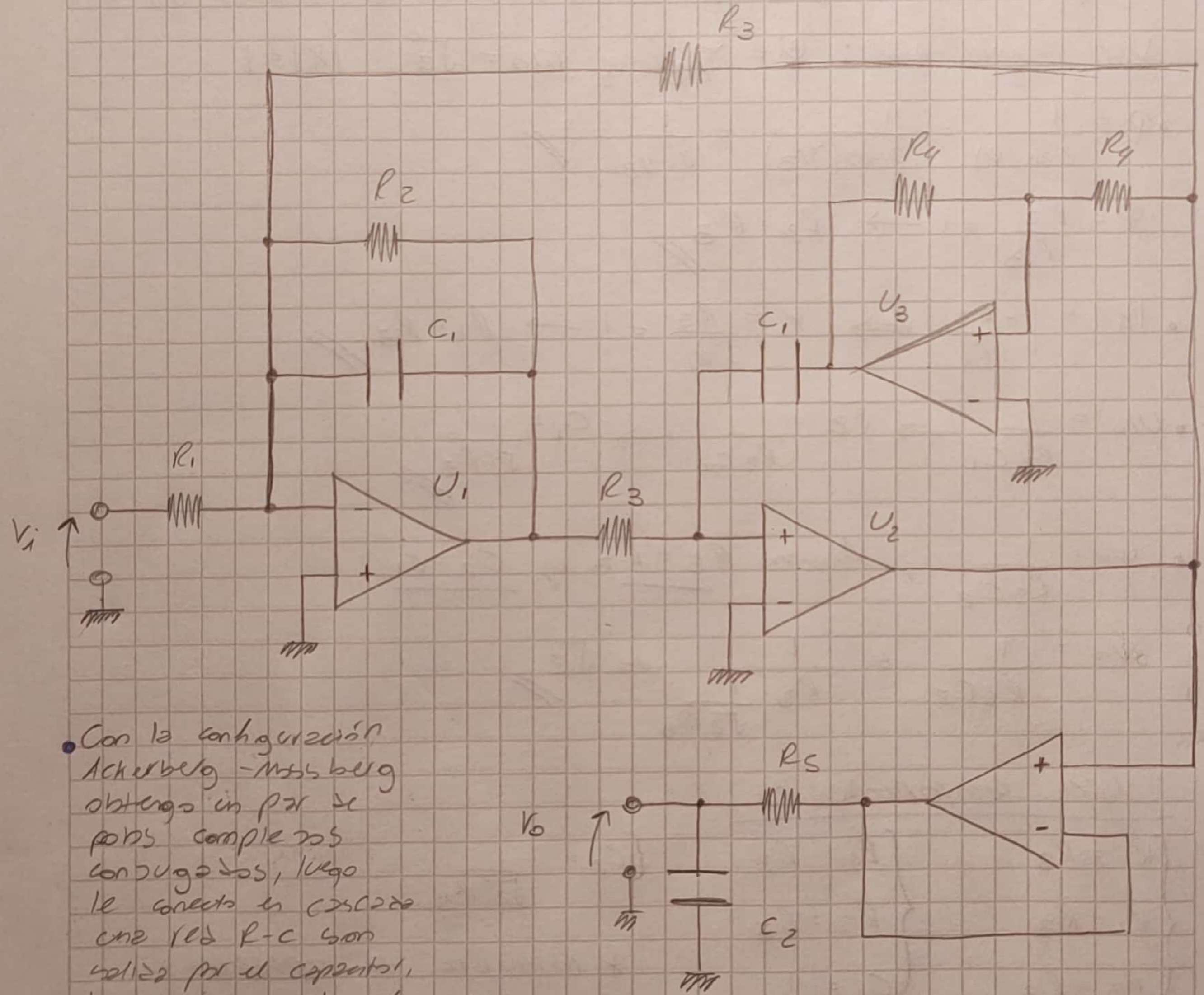


* Componentes desnormalizados:

- $R_1 = 375\,\Omega$
- $L = 28{,}14\,mHy$
- $R_2 = 750\,\Omega$
- $C = 100\,nF$

(5) Proponga una red que se comporte igual a la hallada en (4) pero con resistores, capacitores y opamps.

- Propongo un FPB Activo → Utilizo el circuito de la TS 2, configuración Ackerberg - Mossberg + una red R-C



- Con la configuración Ackerberg - Mossberg obtengo un par de polos complejos conjugados, luego le conecto en cascada una red R-C con salida por el capacitor, la cual me aporta el polo simple en el eje real que me faltaba.

- $$T_B(s) = T_1(s) \cdot T_2(s) = \underbrace{\left(-R_3/R_1\right)}_{\text{ganancia}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\left(1/R_3C_1\right)^2}{s^2 + \frac{1}{R_2C_1}s + \left(\frac{1}{R_3C_1}\right)^2}\right)}_{\text{Par de polos complejos conjugados}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\left(1/R_5C_2\right)}{s + 1/R_5C_2}\right)}_{\text{Polo simple}}$$

* Ackerberg - Mossberg:

- $\omega_0 = \dfrac{1}{R_3 C_1}$ • $Q = \dfrac{R_2}{R_3}$ • $K = \dfrac{-R_3}{R_1}$

* FPB R-C (Asumo $R_4 = R_3$, ya que no interviene en nada)

- $\omega_0 = \dfrac{1}{R_5 C_2}$

Para que se comporte igual que la red alcanzada del enunciado (9), se debe cumplir que: $\psi = \pi/3$; $\omega_0 = \sqrt{2}$, $|K| = 1$

- $Q = \dfrac{1}{2\cos(\psi)} = \dfrac{1}{2\cdot\cos(\pi/3)} = \dfrac{1}{2\cdot 1/2} = 1$ //

$Q = \dfrac{R_2}{R_3} = 1 \longrightarrow R_2 = R_3$ //

- $|K| = \left|\dfrac{-R_3}{R_1}\right| \Longrightarrow K = \dfrac{R_3}{R_1} = 1 \longrightarrow R_1 = R_3$ //

- $\omega_0 = \dfrac{1}{R_3 C_1} \longrightarrow \sqrt{2} = \dfrac{1}{R_3 C_1} \longrightarrow C_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2} R_3}$ //

- $\omega_0 = \dfrac{1}{R_5 C_2}$; Asumo $\underline{R_5 = R_3}$ y $\underline{C_2 = C_1}$

$\omega_0 = \dfrac{1}{R_5 C_2} = \dfrac{1}{\cancel{R_3} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2} \cancel{R_3}}} = \sqrt{2}$ //

Valores componentes:

$$\begin{cases} R_1 = R_3 \\ R_2 = R_3 \\ R_3 = R_3 \end{cases} \quad \begin{cases} R_4 = R_3 \\ R_5 = R_3 \\ C_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2} R_3} \end{cases} \quad \left\{ C_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2} R_3} \right.$$

* normalizo en impedancia:

$\Omega_Z = R_3$

$$\begin{cases} R_1' = \dfrac{R_3}{\Omega_Z} = 1 \\ R_2' = \dfrac{R_3}{\Omega_Z} = 1 \\ R_3' = \dfrac{R_3}{\Omega_Z} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} R_4' = \dfrac{R_3}{\Omega_Z} = 1 \\ R_5' = \dfrac{R_3}{\Omega_Z} = 1 \\ C_1' = \dfrac{1}{\sqrt{2} R_3} \cdot \Omega_Z = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad \left\{ C_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2} R_3} \cdot \Omega_Z = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \right.$$

Valores de los componentes normalizados