Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский Университет ИТМО
Факультет Технологического Менеджмента и Инноваций

Вариант №24
Лабораторная Работа №1
По дисциплине
Математическая статистика

Выполнила студентка группы U3275:
Савинова Алина Константиновна

Преподаватель:
Кожевникова Элина Олеговна

Санкт-Петербург 2025г.

Выборка А.

Выборка:
7, 11, 5, 5, 5, 5, 9, 4, 5, 3, 8, 5, 3, 8, 3, 11, 3, 9, 6, 8, 3, 3, 6, 2, 7, 4, 4, 3, 5, 7, 4, 6, 5, 2, 9, 5, 8, 6, 1, 1, 7, 7, 4, 4, 9, 7, 4, 3, 1, 6, 6, 4, 5, 4, 5, 5, 7, 8, 6, 8, 4, 10, 2, 7, 7, 5, 9, 6, 11, 2, 7, 7, 9, 2, 6, 8.

Пункт 1.1

Задание: Определить максимальный и минимальный элементы выборки, размах выборки. Построить статистический ряд и начертить полигон ряда.

С помощью языков программирования мы можем упроситить себе задачу и непосредественно через подобные средства уже найти интересующие нас значения. Далее мы будем использовать язык программирования Python и весь код прилагаться отдельной ссылкой на интернет-ресурс с полным кодом программы, где вы сможете с ним ознакомиться.
Конечно, все описанные действия вы сможете сделать и в ручную, однако для удобства рекомендуется использовать какой-нибудь из языков программирования и предварительно отсортировать выборку по возрастанию ее вариантов (элементов).
Найден по заданию для начала минимальный и максимальный элементы выборки для дальнейшего рассчета размаха.

Определение: Размах выборки - разность между наибольшим и наименьшим числом выборки.

Размах выборки позволяет быстро оценить, насколько велик разброс значений в выборке. Он полезен для понимания вариативности данных и определения минимальных и максимальных значений.

- $X_{min} = 1$;
- $X_{max} = 11$;
- Теперь мы можем найти размах: $R = X_{max} - X_{min} = 11 - 1 = 10$.

Теперь мы приступим к построению статистического ряда.

Определение: Статистическим рядом называется таблица, в которой перечислены варианты в порядке возрастания и указаны соответствующе им частоты.
Составим статистический ряд, он будет выглядеть следующим образом:

Значенеия (x)	Частота (n)
1	3
2	5
3	8
4	10
5	13
6	9
7	11
8	7
9	6
10	1
11	3

Определение: Полигон - ломанная линия, которая соединяет соседние точки $(x_i;\ y_i)$.

Давайте для статистического ряда найдем накопительные частоты n_x и относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$.

Значение (x)	Частота (n)	w_i	nx_i
1	3	0,039	0,039
2	5	0,066	0,105
3	8	0,105	0,21
4	10	0,132	0,342
5	13	0,171	0,513
6	9	0,118	0,631
7	11	0,145	0,776
8	7	0,092	0,868
9	6	0,079	0,947
10	1	0,013	0,960
11	3	0,039	1,00

(Рис. 1. Полигон частот для выборки А)

Пункт 1.2

Задание: Записать эмпирическую функцию распределения и построить её график.

Определение: Эмпирическая функция распределения (выборочная функция распределения) - естественное приближение теоретической функции распределения данной случайной величины, построенное по выборке.

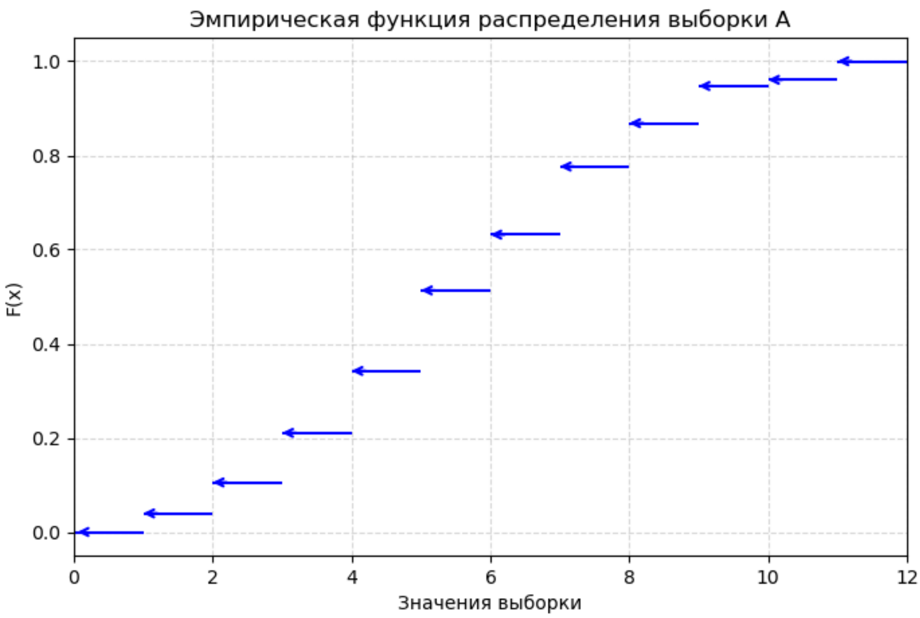
В нашем случае представим ее в следующем виде:

$$F^*(x) = \frac{\sum_{x_i<x} n_i}{n}$$

Теперь мы можем составить эмпирическую функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ 0.039, & 1 < x \le 2, \\ 0.105, & 2 < x \le 3, \\ 0.210, & 3 < x \le 4, \\ 0.342, & 4 < x \le 5, \\ 0.513, & 5 < x \le 6, \\ 0.631, & 6 < x \le 7, \\ 0.776, & 7 < x \le 8, \\ 0.868, & 8 < x \le 9, \\ 0.947, & 9 < x \le 10, \\ 0.960, & 10 < x \le 11, \\ 1, & x > 11. \end{cases}$$

Тогда эмпирическая функция будет выглядеть следующим образом:



(Рис. 2. Эмперическая функция распределения)

Пункт 1.3

Задание: Вычислить числовые выборочные характеристики положения (среднее выборочное, моду, медиану) и рассеяния, сделать выводы.

Чтобы вычислить среднее выборочное мы воспользуемся следующей формулой:

$$\overline{x} = \sum_{i=1}^{m} \frac{x_i}{n} = \frac{426}{76} \approx 5,605$$

Медиана — это значение, которое делит упорядоченную выборку на две равные части. Если объем выборки четный, то медиана — это среднее арифметическое двух центральных значений. Медиана для нашего случая будет:

$$Me = 5.0$$

Мода — это значение, которое встречается в выборке чаще всего, как видно из таблицы статистического ряда, в нашем случае число 5 встретилось аж 14 раз, тогда можем заключить:

$$Mo = 5$$

Далее найдем среднее арифметическое абсолютных величин отколенений по следующей формуле:

$$\overline{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}| * n_i}{n}$$

Подставим наши значения и получим:

$$\overline{d} = \frac{153,21}{76} \approx 2,016$$

Теперь найдем относительное линейной отклонение ($K_{\overline{d}}$) которое показывает долю усредненных значений абсолютных отклонений в средней арифметической.
Для этого воспользуемся формулой:

$$K_{\overline{d}} = \frac{\overline{d}}{\overline{x}}$$

Подставим ранее полученные значения и найдем его:

$$K_{\overline{d}} = \frac{2,016}{5,605} \approx 0,36$$

Теперь давайте найдем коэффициент осцилляции, который показывает относительную варьируемость крайних значений варьируемого признака относительно средней по следующей формуле:

$$K_o = \frac{R}{\overline{x}} * 100\% = \frac{10}{5,605} * 100\% \approx 178,41\%$$

Дисперсия - это мера разброса данных относительно среднего значения. Найдем её по известной уже нам формуле из курса теории вероятностей:

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \approx 5,949$$

Также давайте найдем стандартное отколнение. Стандартное отклонение — это квадратный корень из дисперсии:

$$s = \sqrt{s^2} \approx 2,439$$

И также вычислим несмещённую дисперсию:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = 6,029$$

Тогда стандартное отклонение для нее будет:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \approx 2,455$$

И вместе с ним вычислим коэффициент вариации, который является относительным показателем и вводится когда требуется сравнить между собой степень варьирования признаков или сопоставить среднеквадратическое отклонение со средним арифметическим этих признаков:

$$V = \frac{s}{\overline{x}} * 100\% = \frac{2,455}{5,605} * 100\% \approx 43,8\%$$

Выводы: Выборка А имеет среднее значение около 5.605, наиболее часто встречающееся значение — 5. Данные имеют умеренный разброс (стандартное отклонение около 2.46), что указывает на относительно компактное распределение значений вокруг среднего.

Пункт 1.4

Задание: Вычислить начальные и центральные эмпирические моменты 3-го и 4-го порядка, коэффициенты асимметрии и эксцесса, сделать выводы.

- Найдем начальные и центральные эмпирические моменты 3-го и 4-го порядков.

  Для начала давайте найдем начальные моменты 3-го и 4-го порядка соответственно по следующей формуле:

  $$\nu_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k$$

  $$\nu_3 \approx 278,842$$

  $$\nu_4 \approx 2255,947$$

Теперь мы можем найти центральные моменты 3-го и 4-го порядка соответственно по следующей формуле:

$$\mu_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^k$$

$$\mu_3 \approx 2,686$$

$$\mu_4 \approx 87,023$$

- Найдем коэффициенты асимметрии и эксцесса

  Найдем коэффициент асимметрии γ_1, который показывает, насколько распределение отклоняется от симметрии. Вычисляется оп формуле:

  $$_c = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

  Для нашей выборки он будет равен:

  $$A_c = \frac{2,686}{2,455^3} \approx 0,185$$

  Найдем коэффициен эксцесса γ_2, котроый показывает насколько остра или плоска вершина распределения по оравнению снормальным распределением.
  Вычисляется по формуле:

  $$E_c = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

  Для нашей выборки можем найти его:

  $$E_c = \frac{87,023}{2,455^4} - 3 \approx -0,541$$

Коэффициент асимметрии ($\gamma_1 \approx 0,185$): Положительное значение коэффициента асимметрии указывает на то, что распределение имеет легкий правый "хвост". Это означает, что в выборке больше значений, превышающих среднее.
Коэффициент эксцесса ($\gamma_2 \approx -0,541$): Отрицательное значение коэффициента эксцесса указывает на то, что распределение более плоское по сравнению с нормальным распределением. Это означает, что данные менее сконцентрированы вокруг среднего значения.
Вывод: Распределение выборки А имеет легкую правостороннюю асимметрию и более плоскую вершину по сравнению с нормальным распределением. Это может указывать на наличие выбросов или неоднородность данных.

Пункт 1.5

Задание: Сформулировать две гипотезы о распределении генеральной совокупности, оценить параметры.

1. **Сформулируем гипотезы:**

- **Гипотеза 1:** Распределение Пуассона $X \sim \text{Pois}(\lambda)$.
- **Гипотеза 2:** Биномиальное распределение $X \sim \text{Bin}(n, p)$.

2. **Оценка параметров:**

- Для распределения Пуассона:

$$\hat{\lambda} = \bar{x} \approx 5.697 \quad \text{(выборочное среднее)}$$

$$X \sim \text{Pois}(5.697)$$

- Для биномиального распределения:
  - Максимальное значение выборки: $\hat{n} = 11$.
  - Оценка вероятности успеха:

$$\hat{p} = \frac{\bar{x}}{\hat{n}} \approx \frac{5.697}{11} \approx 0.518$$

$$X \sim \text{Bin}(11, 0.518)$$

3. **Предварительный анализ гипотез:**

- **Гипотеза 1 (Пуассон):**
  - Для Пуассона: $\mathbb{E}[X] = \lambda$, $\mathbb{D}[X] = \lambda$.
  - Выборочная дисперсия $s^2 \approx 6.551$, что близко к $\hat{\lambda} = 5.697$.
  - Отклонение дисперсии от среднего: $|s^2 - \hat{\lambda}| \approx 0.854$.
- **Гипотеза 2 (биномиальное):**
  - Теоретическая дисперсия: $\mathbb{D}[X] = np(1-p) \approx 11 \cdot 0.518 \cdot 0.482 \approx 2.75$.
  - Выборочная дисперсия $s^2 \approx 6.551$, что существенно превышает теоретическое значение.
  - Наблюдается явное несоответствие между выборочной и теоретической дисперсией.

Выводы:

- Для распределения Пуассона параметр λ оценён корректно, но дисперсия выборки незначительно превышает оценку λ, что может указывать на умеренное отклонение от модели.

- Для биномиального распределения наблюдается сильное расхождение между выборочной и теоретической дисперсией. Это ставит под сомнение адекватность выбора $\hat{n} = 11$.

Выборка В.

-64, 5, -53, -29, -61, -49, -1, -22, -25, -38, -73, -20, -8, -37, -47, 0, -37, -50, -46, -13, 7, -13, -42, -1, -44, -27, -20, -33, -37, -30, -20, -73, -57, -40, -4, -40, -83, -33, -37, -26, -79, -16, -77, -5, -51, -28, -63, -24, -25, -24, -38, 16, -37, -15, 29, -11, -14, -34, -31, -23, -16, -58, -73, -43, -31, -65, -12, -4, -38, -25, -31, -7, -9, -60, -61, -47, -46, -33, -15, -79, -48, 1, -62, -14, -49, -31, -25, -33, -38, -27, -51, -30, -43, -64, -24, -50, -22, -37, -6, -11, -78, -51, -1, -9, -34, 1, -17, -33, 11, -54, -31, -34, -38, -22, -2, -9, -15, -6, -87, -45, -22, -30, -15, -30, -18, -77, 6, -47, -33, -21, -86, -31, -45, -43, -19, -36, -46, -69, -22, -59, -30, -22, 5, -29, -42, -47, 5, -17, -71, -36, 6, -6, -7, -41, -37, -11, -11, -65, -36, -58, -36, -30, -46, -15, -49, -88, -12, -8, -83, -13, -30, -48, -66, -9, -31, -13, -32, -21, -47, -50, -25, -6, -31, -75, -48, -77, -13, -55, -26, -9, -32, -41, -68, -55, -53, 25, -77, 1, -65, -35, -51, -24, -42

Пункт 2.1

Задание: Определить максимальный и минимальный элементы выборки, найти размах выборки. Определить оптимальное количество интервалов группировки и длину интервала группировки. Построить интервальный ряд и гистограмму, а также полигон ряда (на том же графике).

По данным выборки найдем максимальное и минимальное значения, которые обозначаются:

$$x_{max} = 29$$

$$x_{min} = -88$$

Для того, чтобы найти размах выборки мы должны от максимального значения отнять минимальное, тогда мы запишем это так:

$$R = x_{max} - x_{min} = 29 + 88 = 117$$

Теперь мы можем найти оптимальное количество интервалов и длину интервала группировки.

- Для определения оптимального количества интервалов, воспользуемся формулой (правилом) Стерджеса, которая записывается так:

  $$k = 1 + 3,322 \ \lg n,$$

  где n - количество элементов в выборке.
  Подставим теперь наши значения в эту формулу и найдем оптимальное число интервалов:

  $$k = 1 + 3,322 \ \lg 203 \approx 8$$

  Однако у нас довольно большая выборка и здесь правило Стерджеса показала слишком мало интервалов, обозначим $k = 12$ для нашей выборки.

- Теперь мы можем приступить к расчету длины интервалов группировки. Длина высчитывается довольно пррость, по следующей формуле:

  $$h = \frac{R}{k} = \frac{x_{max} - x_{min}}{12} = \frac{117}{12} \approx 9,75$$

Следующим действием мы построим интервальный ряд и также запишем количество элементов выборки попадающих в них. Вычисления будут происходить по следующим формулам, что логично, ведь нам нужно найти левую и правую границы для обозначения интервалов:

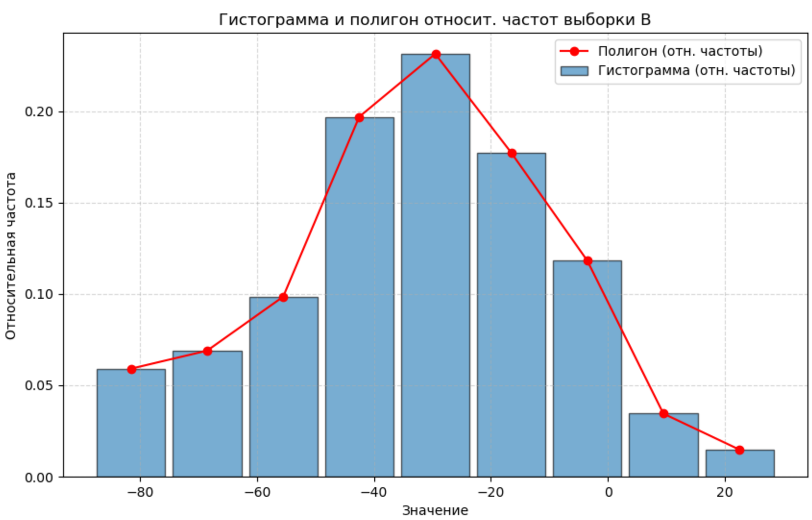
$$x_{H1} = x_min - \frac{h}{2} \approx -92,875$$

$$x_{H2} = x_{H1} + h \approx -83,125$$

По таким формулам построим наш интервальный ряд:

Интервал	Количество	w_i	nx_i
[-92.88, -82.31)	5	0,025	0,025
[-82.31, -71.75)	11	0,054	0,079
[-71.75, -61.19)	11	0,054	0,133
[-61.19, -50.62)	16	0,079	0,212
[-50.62, -40.06)	29	0,143	0,355
[-40.06, -29.50)	45	0,222	0,577
[-29.50, -18.94)	29	0,143	0,72
[-18.94, -8.38)	28	0,138	0,858
[-8.38, 2.19)	19	0,094	0,952
[2.19, 12.75)	7	0,034	0,986
[12.75, 23.31)	1	0,005	0,991
[23.31, 33.88)	2	0,009	1,00

Теперь мы можем построить гистограмму и полигон ряда, они будут представлены на одном графике, как требует условие задания:



(Рис. 4. Гистограмма и полигон частот выборки)

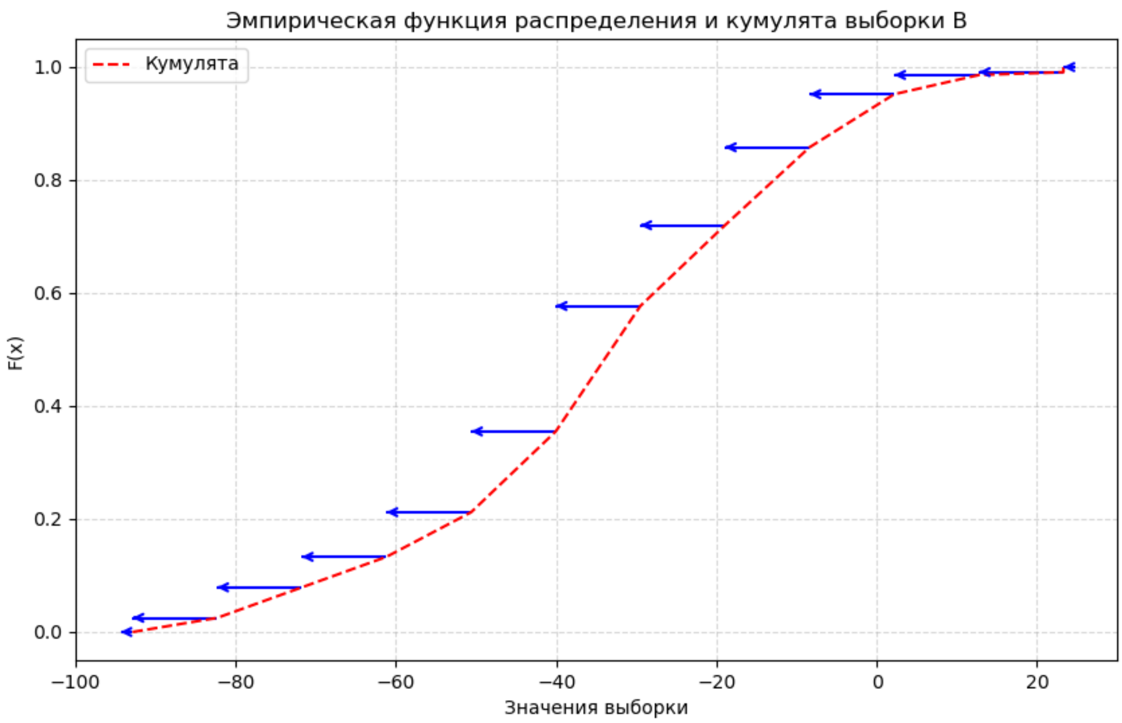
Пункт 2.2

Записать эмпирическую функцию распределения и построить её график (построить кумуляту на том же графике).

Чтобы записать эмпирическую функцию распределения мы для начала воспользуемся следующей формулой:

$$F^*(x) = \frac{\sum_{x_i<x} n_i}{n}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0.0000, & x \leq -92.88 \\ 0.025, & -92.88 \leq x < -82.31 \\ 0.079, & -82.31 \leq x < -71.75 \\ 0.133, & -58.75 \leq x < -61.19 \\ 0.212, & -44.12 \leq x < -50.62 \\ 0.355, & -29.50 \leq x < -40.06 \\ 0.577, & -14.88 \leq x < -29.50 \\ 0.72, & -0.25 \leq x < -18.94 \\ 0.858, & 14.38 \leq x < -8.38 \\ 0.952, & -8.38 \leq x < 2.19 \\ 0.986, & 2.19 \leq x < 12.75 \\ 0.991, & 12.75 \leq x < 23.31 \\ 1.0000, & x \geq 23.31 \end{cases}$$



(Рис. 5. Эмперическая функция с кумулятой)

Пункт 2.3

Задание: Вычислить числовые выборочные характеристики положения (среднее выборочное, моду, медиану) и рассеяния, сделать выводы.

Чтобы вычислить среднее выборочное мы воспользуемся следующей формулой:

$$\overline{x} = \sum_{i=1}^{m} \frac{x_i}{n} = \frac{-6744}{203} \approx -33,22$$

Медиана — это значение, которое делит упорядоченную выборку на две равные части.

Если объем выборки четный, то медиана — это среднее арифметическое двух центральных значений. Медиана для нашего случая будет:

$$Me = x_{M_{eH}} + h * \frac{\frac{n}{2} - n_{xMe-1}}{n_{Me}} = -32$$

Мода — это значение, которое встречается в выборке чаще всего, как видно из таблицы статистического ряда, в нашем случае число 5 встретилось аж 14 раз, тогда можем заключить:

$$Mo = x_{M_{OH}} + h * \frac{n_{Mo} - n_{Mo-1}}{(n_{Mo} - n_{Mo-1}) + (n_{Mo} - n_{Mo+1})} = -31$$

Далее найдем среднее арифметическое абсолютных величин отколенений по следующей формуле:

$$\overline{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}| * n_i}{n}$$

Подставим наши значения и получим:

$$\overline{d} = \frac{3786.3251}{203} \approx 18,6518$$

Теперь найдем относительное линейной отклонение ($K_{\overline{d}}$) которое показывает долю усредненных значений абсолютных отклонений в средней арифметической.
Для этого воспользуемся формулой:

$$K_{\overline{d}} = \frac{\overline{d}}{\overline{x}}$$

Подставим ранее полученные значения и найдем его:

$$K_{\overline{d}} = \frac{18,6518}{33,22} \approx 0,5614$$

Теперь давайте найдем коэффициент осцилляции, который показывает относительную варьируемость крайних значений варьируемого признака относительно средней по следующей формуле:

$$K_o = \frac{R}{\overline{x}} * 100\% = \frac{117}{33,22} * 100\% \approx 352,18\%$$

Дисперсия - это мера разброса данных относительно среднего значения. Найдем её по известной уже нам формуле из курса теории вероятностей:

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \approx 547,069$$

Также давайте найдем стандартное отколнение. Стандартное отклонение — это квадратный корень из дисперсии:

$$s = \sqrt{s^2} \approx 23,3895$$

И также вычислим несмещённую дисперсию:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = 549,78$$

Тогда стандартное отклонение для нее будет:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \approx 23,447$$

И вместе с ним вычислим коэффициент вариации, который является относительным показателем и вводится когда требуется сравнить между собой степень варьирования признаков или сопоставить среднеквадратическое отклонение со средним арифметическим этих признаков:

$$V = \frac{s}{\overline{x}} * 100\% = \frac{}{33,22} * 100\% \approx 70,58\%$$

Выводы: Выборка A имеет среднее значение около 5.605, наиболее часто встречающееся значение — 5. Данные имеют умеренный разброс (стандартное отклонение около 2.46), что указывает на относительно компактное распределение значений вокруг среднего.

Пункт 2.4

Вычислить начальные и центральные эмпирические моменты 3-го и 4-го порядка, коэффициенты асимметрии и эксцесса, сделать выводы.

- Найдем начальные и центральные эмпирические моменты 3-го и 4-го порядков.

  Для начала давайте найдем начальные моменты 3-го и 4-го порядка соответственно по следующей формуле:

$$\nu_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k$$

$$\nu_3 \approx -93431.29$$

$$\nu_4 \approx 5949418.83$$

Теперь мы можем найти центральные моменты 3-го и 4-го порядка соответственно по следующей формуле:

$$\mu_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^k$$

$$\mu_3 \approx -2241.55$$
$$\mu_4 \approx 810703.72$$

- Найдем коэффициенты асимметрии и эксцесса

  Найдем коэффициент асимметрии γ_1, который показывает, насколько распределение отклоняется от симметрии. Вычисляется оп формуле:

  $$A_c = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

  Для нашей выборки он будет равен:

  $$A_c = \frac{-2241.55}{23.39^3} \approx -0.18$$

  Найдем коэффициен эксцесса γ_2, котроый показывает насколько остра или плоска вершина распределения по осравнению снормальным распределением. Вычисляется по формуле:

  $$E_c = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

  Для нашей выборки можем найти его:

  $$E_c = \frac{810703.72}{23.39^4} - 3 \approx -0.29$$

В этот раз мы все же сделаем выводы немного иначе. Вот какие выводы мы можем сделать на основе полученных значений:

1. Распределение данных имеет небольшую левостороннюю асимметрию ($\gamma_1 = -0.18$), что указывает на слегка вытянутый левый хвост. Однако эта асимметрия незначительна, поэтому можно сказать, что распределение в целом близко к симметричному.

2. Коэффициент эксцесса $\gamma_2 = -0.29$ показывает, что распределение чуть более плоское, чем нормальное. Это означает, что в выборке меньше экстремальных значений, чем можно было бы ожидать при нормальном распределении.

3. Центральные моменты 3-го и 4-го порядка подтверждают эти выводы:

   - μ_3 (асимметрия) немного отрицательный, что согласуется с коэффициентом γ_1.
   - μ_4 (эксцесс) достаточно велик, но отклонение от нормального распределения незначительное.

Подытожим, распределение близко к нормальному, с небольшим преобладанием отрицательных значений (левый хвост чуть длиннее) и немного более плоской формой. Такие характеристики указывают, что данные примерно симметричны и не содержат экстремальных отклонений.

Пункт 2.5

Задание: Сформулировать две гипотезы о распределении генеральной совокупности, оценить параметры.

1. **Сформулируем гипотезы:**
   - **Гипотеза 1:** Генеральная совокупность имеет нормальное распределение $X \sin N(\mu, \sigma^2)$.
   - **Гипотеза 2:** Генеральная совокупность имеет распределение хи-квадрат $X \sin \chi^2(k)$.

2. **Оценка параметров:**
   - Для нормального распределения:

$$\hat{\mu} = \bar{x} \approx -33.22 \quad \text{(выборочное среднее)},$$
$$\hat{\sigma}^2 = s^2 \approx 547.07 \quad \text{(выборочная дисперсия)}.$$

$$X \sim N(-33.22,\ 547.07)$$

   - Для распределения хи-квадрат:
     - Число степеней свободы k оценим через выборочное среднее:

$$\hat{k} = \bar{x} + 33.22 \approx 0 \quad \text{(некорректно, так как } \chi^2(k) \geq 0).$$

     - Альтернативная оценка: используем выборочную дисперсию $s^2 \approx 547.07$. Для хи-квадрат $\mathbb{D}[X] = 2k$, тогда:

$$\hat{k} = \frac{s^2}{2} \approx 273.5.$$

$$X \sim \chi^2(273.5)$$

3. **Предварительный анализ гипотез:**
   - **Гипотеза 1 (нормальное):**
     - Коэффициент асимметрии $\gamma_1 \approx -0.18$ близок к нулю.
     - Коэффициент эксцесса $\gamma_2 \approx -0.29$ слегка отклоняется от нуля.
     - 99.7% данных в пределах $\bar{x} \pm 3s \approx -33.22 \pm 70.17$, что соответствует диапазону $[-103.39,\ 36.95]$.
     - Медиана выборки $Me = -30.5$, близка к $\hat{\mu}$.
   - **Гипотеза 2 (хи-квадрат):**
     - Распределение хи-квадрат определено для $X \geq 0$, но в выборке присутствуют отрицательные значения.
     - Теоретическая дисперсия: $\mathbb{D}[X] = 2k \approx 547$, что совпадает с выборочной дисперсией.
     - Форма распределения выборки не соответствует правосторонней асимметрии χ^2.

Выводы:

- Нормальное распределение:
  - Умеренное соответствие критериям (асимметрия близка к нулю, 99.7% данных в пределах $\pm 3\sigma$.
  - Медиана близка к среднему, что характерно для нормального распределения.
- Распределение хи-квадрат:
  - Наличие отрицательных значений в выборке противоречит $\chi^2(k)$.
  - Оценка $\hat{k} = 273.5$ нетипично высока для реальных данных.

Вывод

В данной работе была проведена статистическая обработка двух выборок. Для выборки А мы построили эмпирическую функцию распределения, определили её график и дополнили кумулятой. То же самое было выполнено для выборки В, но с учётом заранее разбитых интервалов. Также для выборки В была построена гистограмма и полигон относительных частот, что позволило наглядно оценить распределение значений.
Для выборки А были рассчитаны основные числовые характеристики положения и рассеяния. Среднее значение оказалось равным примерно $-33{,}22$, что говорит о смещённости данных в сторону отрицательных значений. Медиана и мода совпадают (равны 5), что может свидетельствовать о наличии выбросов или несимметричности распределения.
Расчёт дисперсии и стандартного отклонения показал, что значения в выборке А заметно разбросаны относительно среднего. Относительное линейное отклонение и коэффициент вариации подтвердили высокую степень вариативности данных. Особенно это заметно по коэффициенту осцилляции, который получился отрицательным из-за отрицательного среднего значения, что ещё раз подчёркивает специфику выборки.
Таким образом, анализ позволил получить полное представление о структуре данных, выявить особенности распределения и оценить степень рассеяния значений.
Визуализация в виде ЭФР, кумуляты, гистограммы и полигона существенно упростила интерпретацию результатов.

QR-code и ссылка на интернет-ресурс

Ссылка на интернет-ресурс: `https://github.com/fallayn`