

东华大学 2019~2020 学年第一学期期终试题 (A)

踏实学习, 弘扬正气; 诚信做人, 诚实考试; 作弊可耻, 后果自负

课程名称 一元微积分 A(下) 使用专业 全校 19 级

教师 _____ 班号 _____ 姓名 _____ 学号 _____

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空题 (10 小题, 每题 4 分, 共 40 分)

1. 函数 $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ 在 $[-2, 2]$ 上的平均值等于 _____.

2. $\int \frac{10^{\arccos x}}{\sqrt{1-x^2}} dx =$ _____.

3. $\int \frac{2}{x\sqrt{1-4\ln^2 x}} dx =$ _____.

4. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \sin(\sqrt{x}+5) dx =$ _____.

5. 微分方程 $\begin{cases} xy' = y \ln y \\ y|_{x=1} = e \end{cases}$ 的解为 _____.

6. 微分方程 $y' + y \cos x = e^{-\sin x} \ln x$ 的通解为 _____.

7. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 2x dx =$ _____.

8. 抛物线 $y^2 = 4x$ 与直线 $x = 2$ 围成的图形绕 x 轴旋转所得的旋转体体积为 _____.

9. 利用定积分定义计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{n}{n^2 + i^2} =$ _____.

10. $\int_0^y e^t dt + \int_0^{xy} \sin t dt = 0$ 确定的函数 $y = y(x)$ 的导数 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

二、单项选择题（每题 5 分，共 15 分）

1. 设 $M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+x^2} \cos^4 x dx$, $N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^4 x) dx$,

$P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^2 \sin^3 x - \cos^4 x) dx$, 则有()

- A. $N < M < P$ B. $M < P < N$
C. $N < P < M$ D. $P < M < N$.

2. 悬链线 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 相应于 $0 \leq x \leq a$ 的一段弧的长度为 ()

- A. $\frac{e^a + e^{-a}}{2}$ B. $\frac{e^a - e^{-a}}{2}$ C. $\frac{e^a + e^{-a}}{4}$ D. $\frac{e^a - e^{-a}}{4}$

3. 下列反常积分发散的是().

- A. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ B. $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$ C. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$ D. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

三、求解下列各题（每题 7 分，共 35 分）

1. 求由曲线 $y^2 = (4-x)^3$ 与 y 轴所围成的平面图形的面积.

2. 求微分方程 $(1-y)y'' + 2y'^2 = 0$ 的通解.

3. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 且满足等式 $f(x) = e^x + x \int_0^1 f(\sqrt{x}) dx$, 求 $f(x)$.

4. 求定积分 $\int_0^1 \frac{dx}{(x^2 - x + 1)^{\frac{3}{2}}}$.

5. 求在圆周 $\rho=1$ 之内而在心形线 $\rho=1-\cos\varphi$ 之外区域的面积.

四、 (10 分) 设 $f(x) = \sin x - \int_0^x (x-t)f(t)dt$, 其中 $f(x)$ 为连续函数, 求 $f(x)$.