Métodos Numéricos - 2015

OBLIGATORIO 2

Severidad de la Propagación de Epidemias

En epidemiología, un problema usual es determinar el efecto que posee un virus sobre una población. Una manera de realizarlo es considerando modelos matemáticos y simulaciones.

En el modelo SIR, una población de N individuos se divide en tres clases: Susceptibles (S), Infectados (I) y Removidos (R), de modo que S+I+R=N. Asumiendo una mezcla total de los individuos y contactos aleatorios entre ellos, la evolución de cada clase de individuos se modela mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\beta s(t)i(t) \tag{1}$$

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\beta s(t)i(t) \tag{1}$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \beta s(t)i(t) - \gamma i(t) \tag{2}$$

$$\frac{dr(t)}{dt} = \gamma i(t), \tag{3}$$

$$\frac{dr(t)}{dt} = \gamma i(t),\tag{3}$$

siendo s(t) = S(t)/N, i(t) = I(t)/N, r(t) = R(t)/N la proporción de individuos de cada clase en el tiempo, β la tasa de contagio y γ la tasa de recuperación de los individuos infectados.

Parte 1: Introducción al modelo SIR

- 1. Describir con más detalle el modelo SIR, su origen y sus aplicaciones en epidemiología.
- 2. Buscar tasas de contagio y de recuperación utilizadas en la literatura.

Parte 2: Resolución del Problema SIR

- 1. Realizar un programa SIR-Euler que reciba los parámetros γ , β , poblaciones iniciales S_0 , I_0 , R_0 , paso h y aplique el método de Euler Hacia Adelante con paso h.
- 2. Realizar un programa SIR-PC que tenga la misma entrada y aplique el método Predictor-Corrector.

Parte 3: Simulación y Análisis de Resultados

- Realizar un estudio comparativo entre los métodos de Euler y Predictor-Corrector. Estimar el orden del error global, el esfuerzo computacional y realizar un estudio cualitativo de las órbitas en función de los parámteros de entrada para ambos métodos.
- 2. Brindar conclusiones globales, que reflejen lo realista del modelo SIR en la práctica, la utilidad de la simulación numérica y comparación de los métodos numéricos utilizados (y sugerencias del uso de otros métodos iterativos).

Aclaraciones

- 1. La profundidad del análisis y conexión con los contenidos del curso será bien valorada.
- 2. La correcta redacción (comunicación escrita y ortografía) es parte de la evaluación.
- 3. Editar el documento preferentemente utilizando Latex.
- 4. Se recomienda el uso del portal Timbó: http://www.timbo.org.uy/.
- 5. Enviar el documento en formato pdf y los scripts en formato .zip a la casilla promero@fing.edu.uy, con asunto "Obligatorio 1" y cuerpo vacío, antes del viernes 20 de noviembre a las 23:59. Poner nombre, cédula de identidad y casillas de correo de cada integrante en la carátula.
- 6. Se dejará una buzonera en la puerta de entrada del Imerl. La entrega se debe complementar con un impreso del mismo documento enviado por correo.